

クレーンによるものがかなり見受けられた。

10. 隧道掘鑿の現場を直接見学する機会を持たなかつたのは頗る残念であつたが聞く所によれば直径3m程度のもので掘進速度は大きく、コロラドビッグトムソン計画では13哩に及ぶ長隧道を約3ケ年で完成し両口で月平均600m掘進している。又ロサンゼルス

市が工事中のオーエンス河計画では1ヶ月間に670mと云う記録を出している。之はジャンボによる全断面掘鑿とマッキングマシーンによるズリ出しの能率化、更に組立式の鋼型枠、通風機の逆転による爆破ガスの急速排出及びコンクリート打設の機械化に負う所が多いものと思われる。

モーメント分配法の二方向板の 解法への応用について

正 員 成 岡 昌 夫*

ON THE APPLICATION OF MOMENT DISTRIBUTION METHOD TO THE SOLUTION OF TWO-WAY SLAB.

(JSCE Aug. 1950)

Masao Naruoka, C.E. Member

Synopsis A rectangular elastic plate supported on all four sides and continuous in one direction can be easily solved by means of slope deflection method, as I have ever described in "The Treatises Collection of The Japan Society of Civil Engineers," No. 4, 1950. In the present paper author proposes a new method for the calculation of two-way building slabs over rigid beam. This is similar to H. Cross method. As his method is based on usual slope deflection method, author's method is also founded on slope deflection method of plate which author has devised. The main different point is that, because bending moment, deflection, and etc. of a rectangular plate are expressed by a trigonometric series $\sum_{n=1}^{\infty} M_n \sin(n\pi x/a)$ or $\sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \sin(n\pi y/b)$, calculation must be made for various values of n and is complicated with that of continuous beams and rigid frames.

Two examples are calculated and compared with the values obtained by H. Marcus ("Die Theorie der elastische Gewebe" 1924, S. 227)

My method is based on the maximum fixed-edge moment, but C.P. Siess and N.M. Newmark adopt the average fixed-edge moment in their analysis of two-way slabs. This make my method complicated in calculation compared with their method. On the contrary, the obtained results is more correct than their's.

要旨 モーメント分配法がラーメンや連続梁の解法において、極めて便利な方法であることは周知の通りであるが、板の解法においてもまた有効な解法であることを、2方向板の解法を例に採つて説明したものである。

1. 緒言 モーメント分配法は1932年にH. Crossの提案になるラーメンの新解法であつて、その物理的説明の巧妙な点やラーメン図上において計算を進める考案などは、当時ラーメン解法上革命的発明と云われたものである。この方法は高層多スパンラーメンの曲げモーメント分布を反復計算によつて漸近的に求めんとするもので、反復度数を多くすれば次第に正確値に近き値を得るもので、工学的には略算法と云うより

は正解法と言つた方が宜しいくらいである。

著者はさきに板の解法に適用すべき撓角法を誘導し、その応用として一方向板(One-way slab continuous in one direction)の理論的解法を求めたことがある⁽¹⁾。これでは普通の連続梁の解法と大差なく容易であるが、二方向板(Two-way slab)についてはそのまま利用し得ない。従来二方向板の理論的解法についてはH. Marcusの解⁽²⁾があるのみで他の解法は提案せられていないようであるから、こゝにモーメント分配法による二方向板の解法を提案したいと思う。たゞしこゝでは二方向板を支持する格子をなす各梁の曲げ剛性が大でその撓ミがなく、また梁の振り剛性を無視する特別の場合を取扱うものとする。

すなわち、高層多スパンラーメンを解くとき普通の

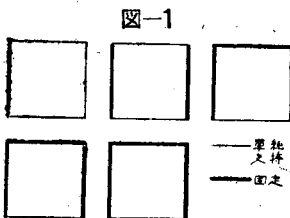
* 京都大学助教授 工学部土木工学教室勤務

撓角法に従つて撓角撓度を未知数とする多数の連立多元1次方程式を解く方法より、モーメント分配法により図上計算を進める方が有利である。これと同様に、板の解法では項数を多く採る必要がある関係上、普通に H. Marcus の方法に従うにしろ、また著者の撓角法を更に拡張してこれに従つて解くにしろ、いづれにしても未知数が多くなつて解法を著しく困難ならしめる。これに反しモーメント分配法に従えば、この利点である物理的説明の巧妙な点やラーメン図上で計算を進め得る点がある。このまゝ二方向板の解法に当てはまり、至極容易に解けるのである。

2. 固定端モーメント、分割率、分割モーメントおよび到達モーメント

a. 固定端モーメント 部材 A B の両端が固定せられたとき、その材端に作用する支持モーメントを固定端モーメントと呼ぶのは既知の通りである。部材では両端のみを考えるのであるが、矩形板では支持辺が4

であるから部材程簡単にかかない。今図-1 のように等分布荷重満載の正方形板(辺長 a) を例に採るものと



し、固定辺の支持モーメントを $\sum_{n=1}^{\infty} M_n \sin(n\pi x/a)$ 又は $\sum_{n=1}^{\infty} M_n \sin(n\pi y/a)$ にて表わすものとすれば、1 辺固定、相対する2 辺固定、相隣する2 辺固定、3 辺固定および4 辺固定(固定辺以外は単純支持)の各々について $M_n (n=1, 3, 5, \dots)$ の値は表-1 のようである⁽³⁾。これらの値が等分布荷重

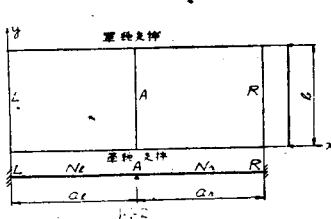
表-1

n	1 辺固定	2 辺固定	3 辺固定	4 辺固定
1	0.087 673	-0.073 529	0.066 432	-0.060 589
3	4.970	-4.764	2.469	-4.62
5	1.032	-1.032	1.763	-1.28
7	3.76	-3.76	1.022	-1.09
9	1.77	-1.77	6.19	-1.74
11	9.71	-9.71	4.70	6.93

を受ける正方形板の固定端モーメントであつて、部材の場合とは大いに異なるところである。

b. 分割率および分割モーメント こゝにおいて述べる諸式はすべて撓角法による一方向連続板の解法⁽¹⁾において誘導すみの

ものであるから、特にこゝにおいて論ずることなくそのまま使用するものとす



る。図-2 に示す連続板において $y=0$ および $y=b$ を単純支持辺とする。今連続辺 A に $\sum_{n=1}^{\infty} M_{A,n} \sin(n\pi y/b)$ が作用するとき、その辺に相対する2 辺 L, R が拘束されて撓角が生じないものとする。連続辺 A に生ずる撓角を $\sum_{n=1}^{\infty} \theta_{A,n} \sin(n\pi y/b)$ とすると次式が成立する⁽⁴⁾。

$$M_{AL,n} = \beta \cdot N_L \cdot \frac{c_l \cdot \theta_{A,n}}{c_l^2 - s_l^2}$$

$$M_{AR,n} = \beta \cdot N_R \cdot \frac{c_r \cdot \theta_{A,n}}{c_r^2 - s_r^2} \quad (\beta = n\pi/b)$$

従つて $N_L \cdot c_l / (c_l^2 - s_l^2) = k_l$, $N_R \cdot c_r / (c_r^2 - s_r^2) = k_r$ と置くと、比例関係によつて

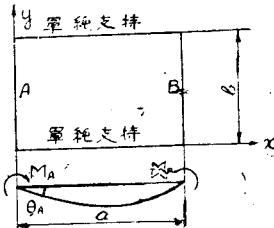
$$M_{AL,n}/k_l = M_{AR,n}/k_r = M_{A,n}/\Sigma k$$

従つて次の公式が得られる。

$$M_{AL,n} = \mu_l \cdot M_{A,n}, \quad M_{AR,n} = \mu_r \cdot M_{A,n}$$

上式中の μ を分割率と称し、 $\mu = k/\Sigma k$ によつて計算される。連続辺に作用するモーメントに分割率を乗じたものを分割モーメントと言う。他の支持条件例えば L 単純支持 R 固定、L 単純支持 A-R 対称変形の場合の分割率も容易に求められる。

図-3



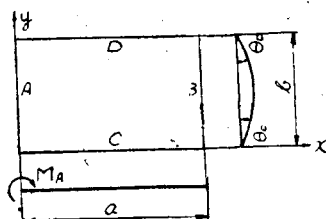
c. 到達モーメント 図-3 において辺 A, B に夫々 $\sum_{n=1}^{\infty} M_{A,n} \sin(n\pi y/b)$, $\sum_{n=1}^{\infty} M_{B,n} \sin(n\pi y/b)$ が作用するとき、辺 A に $\sum_{n=1}^{\infty} \theta_{A,n} \sin(n\pi y/b)$ で表わされる撓角が生ずるものとすると

$$\theta_{A,n} = \frac{M_{A,n}}{N \cdot \beta_n} c(\alpha_n) + \frac{M_{B,n}}{N \cdot \beta_n} s(\alpha_n) \quad (\alpha_n = n\pi a/b)$$

従つて辺 B にモーメントを作用せしめたとき辺 A を拘束して固定にするためには $M_{A,n} = -M_{B,n} \cdot s(\alpha_n) / c(\alpha_n)$ のモーメントが必要である。すなわち図-2 において辺 L, R を固定しておき、辺 A に分割モーメントを与えたとすれば、これらの固定辺には $s(\alpha_n)/c(\alpha_n)$ 倍の到達モーメントが波及することになる。これを到達モーメント A と呼ぶことにする。(但し符号についてはしばらくふれないことにする。)

さてこれまでの考え方は辺 $y=0$ および $y=b$ を単純支持辺としたのであり、

図-4



また分割率の考え方もこの仮定に基いているが、これらの辺を固定するためには如何なるモーメントが必要であるか考えてみよう。今図-4において辺Aに $\sum_{n=1}^{\infty} M_{A,n} \sin(n\pi y/b)$ なるモーメントの作用する場合、辺CおよびDに $\sum_{n=1}^{\infty} \theta_{C,i}(\theta_{D,i}) \sin(i\pi x/a)$ なる撓角が生じたものとす。この $\theta_{C,i}(\theta_{D,i})$ は次式によつて計算される(6)。

$$\theta_{C,i}(\theta_{D,i}) = \frac{2b}{\pi^2} \cdot \frac{a^2}{b^2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_{A,n}}{n^3} \frac{i}{\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{i^2}{n^2}\right)^2} \dots (A)$$

次に辺AおよびBを単純支持とした場合、辺CおよびDの撓角 $\sum_{n=1}^{\infty} \theta_{C,i}(\theta_{D,i}) \sin(i\pi x/a)$ 、曲げモーメント $\sum_{n=1}^{\infty} M_{CD,i} (M_{DC,i}) \sin(i\pi x/a)$ との間には既知の次式が成立する(7)。

$$\left. \begin{aligned} M_{CD,i} &= i\pi N/a \cdot \{c(\alpha_i)\theta_{C,i} \\ &\quad + s(\alpha_i)\theta_{D,i}\} / \{c^2(\alpha_i) - s^2(\alpha_i)\} \\ M_{DC,i} &= i\pi N/a \cdot \{s(\alpha_i)\theta_{C,i} \\ &\quad + c(\alpha_i)\theta_{D,i}\} / \{c^2(\alpha_i) - s^2(\alpha_i)\} \\ M_{CD,i} &= i\pi N/a \cdot \theta_{C,i} / c(\alpha_i) \end{aligned} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{(一般の} \\ \text{場合)} \\ \dots (B) \end{array} \right\}$$

(M_{DC,i} = 0 の場合)

もし $\theta_{C,i} = -\theta_{D,i}$ の如き対称変形の場合には $M_{CD,i} = i\pi N/a \cdot (c-s)\theta_{C,i} / (c^2 - s^2)$ を得る。これらの式(B)と撓角の計算式(A)を組合せると次のことが言える。すなわち辺Aに作用する $\sum_{n=1}^{\infty} M_{A,n} \sin(n\pi y/b)$ によつて辺C,Dには式(A)の撓角が生ずるが、この撓角を打消す材端モーメントを計算するには式(B)において θ の符号をかえるとよろしい。このモーメントを到達モーメントBとする。さて(A)式における $M_{A,n}$ の係数計算において $a=b$ と置き、 $i=1,3,5,\dots,n=1,3,5,\dots$ に対して求めると表-2 のようになる。また

表-2

n	1	3	5	7	9	11
1	0.050 661	0.006 080	0.001 439	0.000 549	0.000 272	0.000 150
3	6.080	5.629	2.630	1.265	0.716	0.394
5	1.499	2.650	2.027	1.295	0.812	0.523
7	0.848	1.265	1.295	1.034	0.754	0.521
9	0.572	0.676	0.612	0.754	0.626	0.472
11	0.450	0.396	0.523	0.540	0.495	0.414

(B)式において $a/b=1$ の場合 $i=1,3,5,\dots$ に対して $i\pi \cdot (c-s) / (c^2 - s^2)$ および $i\pi/c$ の値を求めると表-3 の通りである。従つて表-2 の各値に表-3 の値を乗じて表-4 を得る。例えば正方形の場合辺Aに $\sum_{n=1}^{\infty} M_{A,n} \sin(n\pi y/a)$ なるモーメントの作用する場合、辺C,Dともに固定しようとするならば、これらの辺には $-\sum_{n=1}^{\infty} M_{C,i} \sin(i\pi x/a)$ が必要であつて、 M_i の値は表-4 に従つて次の如く表わされる。

表-3

i	$i\pi \cdot (c-s) / (c^2 - s^2)$	$i\pi/c$
1	5.358 582	6.436 487
3	16.073 959	18.849 552
5	31.415 770	31.415 925
7	43.762 725	43.982 295
9	54.549 665	54.549 665
11	64.115 035	64.115 035

表-4

	M ₁	M ₃	M ₅	M ₇	M ₉	M ₁₁
M ₁	0.271 471	0.114 450	0.047 092	0.024 982	0.015 381	0.010 327
3	32 580	105 960	67 624	55 638	36 277	27 370
5	8 033	49 507	63 680	56 957	45 914	36 147
7	3 044	23 612	40 684	45 478	42 751	37 322
9	1 450	12 725	25 510	33 251	35 394	34 005
11	804	7 454	16 431	23 750	27 622	28 959

	M ₁	M ₃	M ₅
M ₁	0.326 077	0.114 605	0.047 092
3	39 134	106 164	67 624
5	9 648	49 574	63 680
7	3 656	23 845	40 684
9	1 751	12 742	25 510
11	765	7 454	16 431

$$\begin{aligned} M_1 &= 0.271 471 M_1 + 0.032 580 M_3 + 0.008 033 M_5 \\ &\quad + 0.003 044 M_7 + 0.001 458 M_9 + 0.000 804 M_{11} \\ M_3 &= 0.114 450 M_1 + 0.105 960 M_3 + 0.049 507 M_5 \\ &\quad + 0.023 812 M_7 + 0.012 725 M_9 + 0.007 454 M_{11} \\ M_5 &= 0.047 092 M_1 + 0.082 624 M_3 + 0.063 680 M_5 \\ &\quad + 0.040 684 M_7 + 0.025 510 M_9 + 0.016 431 M_{11} \end{aligned}$$

さて以上の諸式の誘導その他においてはモーメントの符号は普通の規約に従う場合、撓角法に従う場合と混然としている。しかしラーメンと異り二方向板では撓角法の符号の規約に従うと、かえつて混雑する憂が多分にあるので、式の誘導は兎角として結果の利用については専ら普通の符号の規約に従うことと決める。すなわち、a. 固定端モーメントの符号は普通のモーメントの符号に従う。b. 相対する辺に到る到達モーメントは分割モーメントと異符号である。c. 相隣る2辺または1辺に到る到達モーメントは計算結果に従うの外ない。d. 分割モーメントについては固定モーメントの符号とにらみ合せて適宜きめる。

正方形の場合の種々の支持状態における分割率、到達モーメントAおよびBを表-5に示す。

表-5

n	L 単純支持		R 固定		L 単純支持		R 固定	
	M ₁	M ₂	M ₁	M ₂	M ₁	M ₂	M ₁	M ₂
1	0.559 10	0.440 90	0.500 00	0.500 00	0.492 83	0.507 17		
3	500 34	499 66			500 00	500 00		
5	500 00	500 00						
7								
11								

n	3/c
1	0.191 01
3	0.001 36
5	0.000 01
7	0.000 00
9	0.000 00
11	0.000 00

3. 計算方法 その理論と方法はラーメンにおけるモーメント分配法と全く同一であるが、繰返して述べると次のようである。

- 各辺の撓角を拘束して固定状態に保持するとき各辺の固定端モーメントを求め、その差すなわち連続辺の固定モーメントを求める。
- すべての連続辺にて固定モーメントが0ならば連続辺には何等拘束を加える迄もなく、撓角はおおらず釣合を保っている。もし固定モーメントが0となら

なければ、之を逆に加えて拘束を解除する。

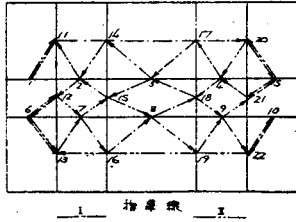
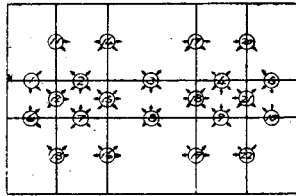
図-5 の如き周辺単純支持の二方向板を例に採つて説明する。

1) 図-5 において指導線 I の順序に、他の辺を固定として各辺の拘束を解除する。すなわち先づ最初に辺 1 の固定モーメントを解除する。

その時他の辺 6, 11, 12 はこれを固定状態に拘束する。拘束解除による分割モーメントおよび到達モーメントの計算方法は第 2 章に述べたところである。

1) 分割モーメントは固定モーメントに分割率を乗

図-5



じたものであるが、符号について注意する必要がある。これはラーメンの場合と異なるが、固定端モーメントの符号を普通の規約に従うこととした結果である。

ii) 到達モーメントの符号及び大きさもラーメンのように簡単にいかない。

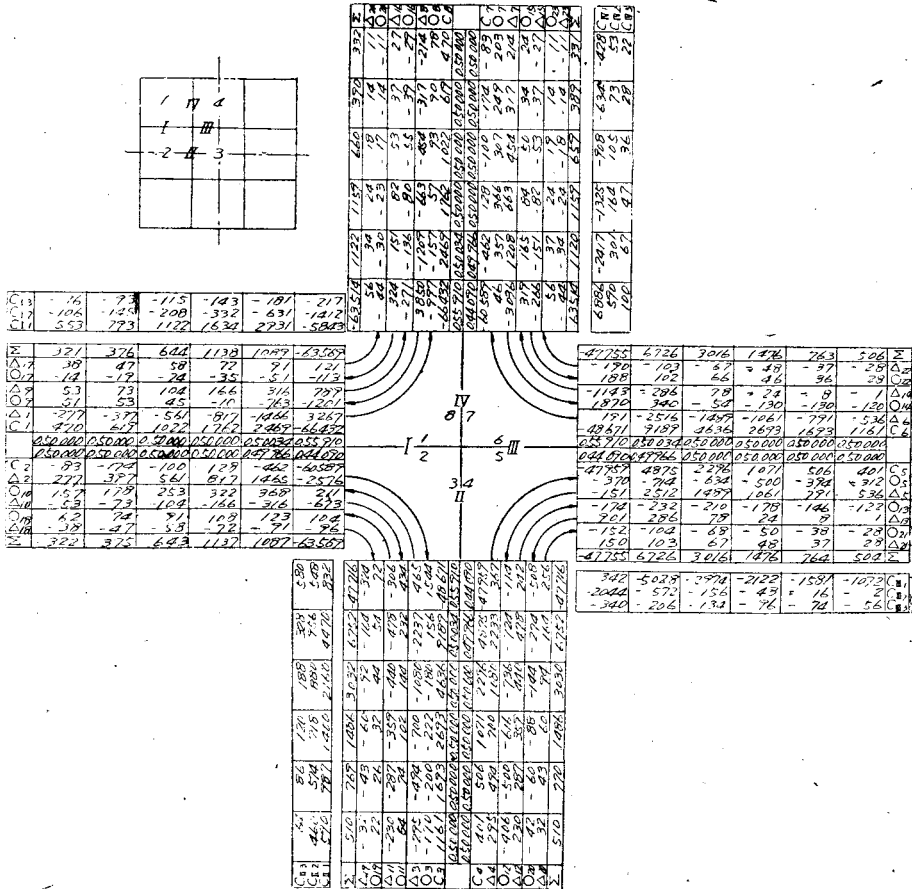
2) 次に第 2 番目として辺 11 の固定モーメントを解除する。その固定モーメントは中間荷重による固定端モーメントの他に前操作による辺 1 より到達モーメントも加わることになる。この固定モーメントを解除するときも、他の辺 1, 2, 14 を固定状態に保つのである。

3) 同様に順序 14, 1, 20, 5, 21…… と指導線 I に従つて各辺の固定モーメントを解除して辺 10 に至る。

4) 次に指導線 II に従つて辺 22 の固定モーメントを解除する。この固定モーメントは辺 10 の拘束解除によつて起された到達モーメントによるものである。

5) 同様に指導線 II の順序に各辺拘束を解除して、辺 1 に戻る。このようにして第 2 次の拘束解除を終

図-6



6) 更に続けて指導線 I, II の順序に反覆して第3次, 第4次の拘束解除をつづけるとときには, 固定モーメントは急激に縮小して遂に無視し得るに至る。第n次の固定モーメントが無視し得る程度であることは計算の方便として仮定した支持辺固定の第n次の仮定が無視し得ることを示すもので, つまり支持辺を拘束しないのも同様である。これで計算を打切る。

7) かくて固定端モーメントに各次拘束解除による分割モーメント及び到達モーメントを加えれば, 求める材端モーメントが得られる。これからパネル内各点の撓ミ, 曲ゲモーメントを求めることができる。

4. 計算例(その1) 図-6 の如き3列板が周辺を単純支持されているものとし, 等分布荷重満載の場合について解いてみよう。計算上の仮定は前に述べた通りである。

この場合は左右上下対称であるから, 板の1/4のみについて考慮すればよい。固定端モーメント・固定モーメントをC, 分割モーメントをΔ, 到達モーメントを○にて表わす。

図上計算法の方法は図-6 に示す通りである。すなわち板の各辺に I, II, III, IV の番号を付け, また各正方形板に対して1, 2, 3, 4の番号を付ける。

1 に対しては2辺固定, 2 および4 に対しては3辺固定, 3 に対しては4 辺固定の場合の固定端モーメントを求め, 各辺の上下左右に記入する。これらを説明の便宜上 $C_1 \sim C_8$ としておく。また分割率を図の如く記入する。これらはラーメンの場合1つでよいが, 等分布荷重を受ける正方形板なる故, $n=1, 3, 5, \dots$ に対して求める必要があり, それだけ複雑になるわけである。

まづ辺 I より拘束を解除する。すなわち $C_1 - C_2 = C_{1.1}$ に分割率を乗じ符号を適当に定め, Δ_1 および Δ_2 を夫々記入する。 Δ_1 に対しては \bigcirc_8 , Δ_2 に対しては \bigcirc_3 を表-6 (その1) の如く計算して求め, これらを辺 IV および II の左側に記入する。これで辺 I の拘束解除を終る。次に辺 II に移り, $C_{II.1} = C_3 + \bigcirc_3 - C_4$ の固定モーメントに対して Δ_3 および Δ_4 を求め, これらに対して表-6 (その2) の如く \bigcirc_{10} および \bigcirc_5 を求め, 夫々記入する。次に辺 III に移り, $C_{III.1} = C_5 + \bigcirc_5 - C_6$ の固定モーメントに対して Δ_5 および Δ_6 を求め, これらより表-6 (その2) の如く \bigcirc_{12} および \bigcirc_7 を求め, 夫々記入する。最後に辺 IV に移り, $C_{IV.1} = (C_7 + \bigcirc_7) - (C_8 + \bigcirc_8)$ に対して Δ_7 および Δ_8 を求め, これらに対し

て表-6 (その1) の如くして \bigcirc_9 および \bigcirc_{14} を求めて記入する。以上で第1次の拘束解除を終つたわけである。

次に第2次の拘束解除に移ろう。辺 I において $C_{1.2} = \bigcirc_9 - \bigcirc_{10}$ の固定モーメントを求め, Δ_9 および

表-6 (その1)

	8	3	14	9	16	11	22	17	24	19
	3267	2576	-3036	3850	2097	-623	-266	324	121	-96
	-1066	1065	1208	-1207	316	-316	-151	151	91	-91
	877	877	663	-663	166	-166	-82	82	72	-72
	-377	377	454	-454	104	-104	-53	53	58	-58
	-277	277	214	-214	53	-53	-27	27	37	-37
1	3267077	1065	-800	-990	1254	257	-203	-87	106	37
	397384	-57	57	47	-47	12	-12	6	4	-4
	36556	8	8	2	-2			1	1	-1
	1751	763								
	277	-277	-925	1201	271	-217	-74	113	44	-36
3	114605	374	-295	-308	441	32	-71	-30	10	-11
	106104	-156	156	128	-128	34	-34	16	14	-10
	49574	-41	41	33	-33	8	-8	4	4	-4
	83063	-13	13	5	-5	2	-2	1	1	-1
	12742	5	5	4	-4					
	7464	2	2	2	-2					
5	17072	157	-78	-176	263	136	-116	-57	58	30
	82684	-154	154	-103	101	37	-29	19	15	-8
	63680	52	52	42	-42	10	-10	-5	5	-5
	41684	-23	23	19	-19	4	-4	2	2	-2
	25510	-10	10	5	-5	2	-2	1	1	-1
	16494	5	5	3	-3					
	57	20	28	16	40	-22	-33	35	23	-22
7	24782	82	-64	74	76	20	-14	-7	8	3
	55638	-82	82	67	-67	18	-18	8	8	-5
	56757	-24	24	38	-38	7	-7	2	2	-4
	45478	-16	16	7	-7	2	-2	1	1	-1
	35281	-13	13	16	-16	2	-2	1	1	-1
	23250	-7	7	5	-5	1	-1	1	1	-1
9	15381	59	-111	65	-45	55	-57	-23	24	17
	38227	-54	54	46	-46	12	-10	4	5	-3
	45718	-38	38	30	-30	8	-8	4	4	-3
	42751	-24	24	17	-17	4	-4	2	2	-3
	35379	-14	14	11	-11	2	-2	1	1	-2
	27822	-9	9	6	-6	1	-1	1	1	-1
11	10367	34	-27	31	40	8	-6	-3	3	-1
	27370	-40	40	33	-33	4	-4	2	2	-2
	34477	-39	39	24	-24	4	-4	3	3	-3
	37322	-21	21	17	-17	4	-4	2	2	-2
	34005	-13	13	11	-11	2	-2	1	1	-2
	28289	-8	8	6	-6	1	-1	1	1	-1
	79	85	60	-57	29	-27	-14	14	11	-11

表-6 (その2)

	0	5	12	7	18	13	20	15
	-265	367	-151	191	-304	242	201	-1143
	2237	2235	2512	2514	-479	478	284	-286
	1655	1080	1489	1489	-440	440	78	-78
	746	760	1061	1061	-309	309	24	-24
	674	474	791	791	-287	287	6	-6
	295	295	536	536	-230	230	1	-1
1	171471	-24	100	-41	57	-83	66	245
	32584	-15	73	-32	46	-61	44	7
	5123	-7	8	-12	-8	4		
	3144	-2	2	-3	-1	1		
	1425	-1	1	-1	-1			
	864	-1						
3	114450	-53	42	-17	22	-35	28	163
	105780	-237	237	264	-264	-51	51	36
	49507	-53	53	74	-74	-22	22	4
	25512	-17	17	25	-25	-9	9	
	12725	-6	6	10	-10	-4	4	
	7454	-2	2	4	-4	-2	2	
5	41152	-368	357	362	-357	-78	116	137
	51624	-22	17	-7	9	-14	11	42
	63680	-69	69	95	-95	-28	28	24
	40680	-28	28	43	-43	-15	15	1
	25510	-13	13	20	-20	-7	7	
	16494	-8	8	11	-11	-4	4	
7	24782	-17	9	-2	2	-3	3	1
	55638	-124	124	140	-140	-77	27	16
	56757	-62	62	36	-36	-25	25	4
	45478	-32	32	40	-40	-16	16	1
	35281	-16	16	24	-24	-10	10	
	23250	-9	9	15	-15	-5	5	
9	15381	-263	260	246	-247	-71	89	44
	38227	-16	4	-2	2	-5	4	10
	45718	-50	50	68	-68	-18	18	11
	42751	-30	30	45	-45	-15	15	4
	35379	-17	17	28	-28	-10	10	
	27822	-9	9	16	-16	-6	6	
11	10367	-76	117	246	-249	-34	73	30
	27370	-61	41	49	-49	-13	13	6
	34477	-39	39	54	-54	-16	16	3
	37322	-26	26	39	-39	-13	13	1
	34005	-17	17	27	-27	-10	10	
	28289	-9	9	16	-16	-7	7	
	79	85	60	-57	29	-28	14	21

△₁₀を記入し、さらに○₁₆および○₁₁を記入しておく。次に辺Ⅱに移り拘束解除を行い、分割モーメント、到達モーメントを求めて辺Ⅲに移り以下全く同様にして辺Ⅳに至り、その拘束解除を行い○₁₇および○₂₂を記入して第2次の拘束解除を終る。

次に第3次の拘束解除に移ろう。辺Ⅰに於ける固定モーメントを計算すると非常に小さくなっている。従つて拘束解除の計算は第3次で打切ることとする。△₇、△₁₈を求め、これより○₂₁、○₁₉を記入する。辺Ⅱにおいては、△₁₉、△₂₀を求め、△₂₀に対して○₂₁を求める。3次で打切るので△₁₉に対する到達モーメントは求めない。全く同様に辺Ⅲにおいては△₂₁に対して○₂₂を求めるが、△₂₁に対しては求めない。

以上の如く第3次拘束解除迄計算を行い、これを以て計算打ち切にする。従つて端辺モーメント(固定端、分割および到達モーメントの総和)を△の如く最後に

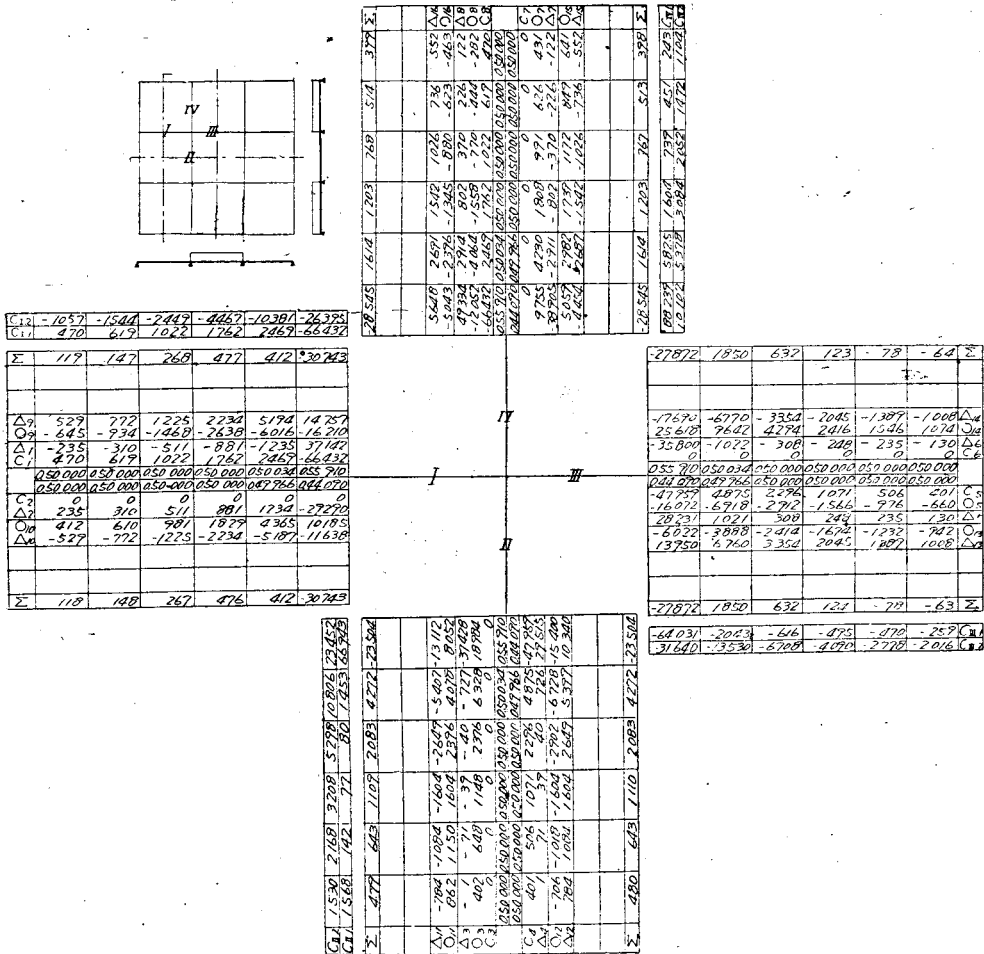
記入すれば、終局の端辺モーメントが得られる。この値を表-7に示してある。然るに図形の性質上辺ⅠおよびⅣの端辺モーメントは相等しく、又辺ⅡおよびⅢにおいてまたそうである。従つて夫々2つの平均をとつて所要の値とし、これを表に示す。故に辺Ⅰ(Ⅳ)およびⅡ(Ⅲ)の中点におけるモーメントは夫々 $\Delta(-1)^{\frac{n-1}{2}}M_n$ として $-0.0641qa^2$ 、 $-0.0526qa^2$ である。この値をH. Marcusの求めた $-0.0632qa^2$ 、 $-0.0482qa^2$ と比較すると後者において相当違つているが⁽²⁾、勿論著者の値が正しいと信ぜられる。それは途中に計算誤があつても、繰返し計算をしているうちに補正されてく

表-7

		3	5	7	9	11
辺Ⅳ	0.063 514	0.001 122	0.001 159	0.000 660	0.000 396	0.000 337
辺Ⅰ	63 569	1 089	1 139	644	376	322
平均	63 542	1 106	1 149	652	383	327
辺Ⅱ	0.047 716	0.006 752	0.003 031	0.001 486	0.000 770	0.000 510
辺Ⅲ	47 755	6 726	3 016	1 476	764	565
平均	47 736	6 739	3 024	1 481	767	568

びⅣの端辺モーメントは相等しく、又辺ⅡおよびⅢにおいてまたそうである。従つて夫々2つの平均をとつて所要の値とし、これを表に示す。故に辺Ⅰ(Ⅳ)およびⅡ(Ⅲ)の中点におけるモーメントは夫々 $\Delta(-1)^{\frac{n-1}{2}}M_n$ として $-0.0641qa^2$ 、 $-0.0526qa^2$ である。この値をH. Marcusの求めた $-0.0632qa^2$ 、 $-0.0482qa^2$ と比較すると後者において相当違つているが⁽²⁾、勿論著者の値が正しいと信ぜられる。それは途中に計算誤があつても、繰返し計算をしているうちに補正されてく

図-7



るからである。

以上の計算によつて支持辺モーメントが求められたわけであつて、これは丁度不静定構造物の不静定値(例えばラーメンに於ける節点モーメント)が求められたことに相当する。従つて板内部の点の曲ゲモーメントや撓ミは重合法によつて容易に求められるのであるが、これは本文の目的でないから省略しておく。

5. 計算例(その2) 上記計算例に示した正方形よりなる3列板が、図-7に示すような市松模様の等分布荷重を受ける場合を取扱つてみよう。計算方法は全く同様である。図上計算のみを示すと図-7のようである。到達モーメントの計算表は省略する。2回の計算による結果は表-8のようである。従つて辺I(IV)の中点におけるモーメントは $-0.0302qa^2$ で、辺II(III)の中点では $-0.0279qa^2$ である。H.Marcus による

表-8

	1	3	5	7	9	11
辺IV	-0.028545	0.001614	0.001293	0.000768	0.000514	0.000399
辺I	30.743	412	477	268	148	119
平均	-29.644	1.013	840	516	331	239
辺III	-0.023504	0.004272	0.002083	0.001110	0.000643	0.000460
辺II	27.672	1.650	632	124	78	64
平均	-25.686	3.061	1.350	6.17	283	261

とそれぞれ $-0.0303qa^2$, $-0.0238qa^2$ であつて⁽²⁾, 前者はよく一致しているにかゝらず後者では相当違つている。その傾向は先の計算例と同様である。

6. 結言 本文はラーメン学に於ける H. Cross のモーメント分配法の考え方を多列板の理論的解法に応用したものであつて、H. Marcus の著書にある多元1次方程式の解法に帰着する従来の解法に比較すると相当の進歩をみせたものと考えられる。たゞ到達モーメントの計算がラーメンのように簡単でない点は板の解法上止むを得ないところである。

また本例は支持梁が撓まない場合、すなわち梁の曲

ゲ剛性が ∞ で撓り剛性が無視し得る場合を取扱つたものであつて、いわば極端な場合である。支持梁の撓み場合の解法もすでに示されているが⁽³⁾, 著者はモーメント分配法の精神に従つてこの問題を解きたいと考えて目下努力している。

文献其他

- (1) 著者: 撓角撓度法による一方向連続板の解法 土木学会論文集, 第4号, 昭和24年
- (2) H. Marcus: Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten. Berlin. 1924. s. 227.
- (3) 表-1のうち1辺固定, 相対する2辺固定の場合の値は文献(1)から求められる。他の値は著者の提唱する撓角法によつて機械的計算を行つて求めたものである。著者: 撓角法による4辺固定矩形板の逐次近似解法, 土木学会論文集 第5号, 昭和25年9月予定, 要旨は土木学会誌, 第35巻第1号(昭和25年)
- (4)(5) 文献(1)
- (6) S. Timoshenko: Theory of Plates and Shells. 1940. P. 222.
- (7) 文献(1)
- (8) 藤井忠二: 矩形平面板と梁

附言 著者は最近 Illinois 大学教授 N.M. Newmark 博士より Rational Analysis and Design of Two-way Concrete Slabs. 1948 なる論文を送つていただいた。この中で C.P. Siess は二方向板を同じモーメント分配法によつて解いている。著者が固定端モーメントに最大曲ゲモーメントを採用している ($\sum(-1)^{i+j} M_i$ によつて直ちに固定辺の最大曲ゲモーメントが出る。)のに反し、C.P. Siess は平均曲ゲモーメント(Average moment)を採用している。従つて著者が1, 3, 5……に対して計算をしているのに反し、ラーメンの場合と同様ただ1項のみの計算で終つている。主なる相違点は上述のようであるが、著者の方が少し複雑であるが、結果はより正しいものと思われる。

アメリカ便り (稲浦鹿藏君 第1信)

ワシントンを出発してから既に3週間経ちましたが、相変らず元気で毎日愉快的な旅を続けています。商賈柳田舎廻りばかりしてはりますが、何処へ行つても非常に親切にしてくれるので喜んで居ります。最近のアメリカ人は日本人に対して大変好感を持っている事は現地へ来ると痛切に感じられます。先日メンフィス市(人口40万)へ行つた時も、切り抜きの様な新聞記事が出まして二人で氣を良くして居ります。

ワシントンでは殆んど禁酒して一生懸命に勉強していましたが、視察に出てからは疲れ薬にビール2本位をやる様になりました。アメリカのビールは僕の腹に合うと見えて一向影響がありませんので安心して飲んでをります。然し今滞在しているニューアルバーニーは禁酒の場所です少々弱りますが、明日はビックスバークに移りますから飲めるだろうと楽しみです。

上陸以来2ヶ月たちました。後1ヶ月です。然しこれからは1ヶ所の滞在日数は極めて短いので忙しい旅行をしなければなりません。河や畑や牧場などを見て歩くのですから、とうとう日本では穿いた事のない編上げの軍隊靴と木綿のズボンを10 弗出して買つて歩きまわっています。しかし広漠たる大平原を100 軒位のスピードを出して自動車飛ばしていると何となく氣が大きくなる様な心持がします。残1ヶ月余り、帰つて灘の生一本を味はうのを楽しみに頑張ります。

(1950.7.30, ニューアルバーニーにて)

JAPANESE INSPECTING ENGINEERS' PROJECTS

Engaged In Agriculture Study —Tour Ends Today

Two Japanese engineers will complete a two-day tour of Memphis District Corps of Engineers projects today after studying methods of land use for agricultural purposes.

Dr. Koichi Aki, director secretariat, Resources Council, Economic Stabilization Board, and Sikazo Inaura, engineer in chief of the Ministry of Construction of Japan, are touring the county under the sponsorship of the United States Department of Agriculture.