している多くの工場用水を地表水に代えることができるであろう。そうするとすれば主として地下水汲み上げのために起きていると考えられる地盤沈下の対策に対して一つの解決方策を与えることになるのではなかろうか。

私はこゝに若し琵琶湖の水位を3m下げるとしたならば，起るであろうところのいくつかの問題を提起したのであるが，これだけについても多くの利益と損害とが交錯しているのであり，更に広い地域との関連で考えなければならない問題を含んでいることを知るであろう。琵琶湖のより一層の有効な利用のために投資するとすれば，その綜合効果がどのようにして現われて来るかは，利害の交錯するその一つ一つについて算定しなければならないであろうし，同時にその効果は互に時間的な関連をも持つているのであるから，これをどう云うふうに，どう云う組織で，問題を解決し実施して行くかと云うことについても考えなければならないのである。その上でこれは他の地域の同様な開発事業と比較することによつて，資金が流れてくることになる。

私はこゝに国土開発について考えねばならぬと思われる基礎的な問題の二，三を提出した。資源は国民全体の福祉のために提供されなければならない。新しい生活圏の拡大は先ず国内的に解決してゆかなければならないであろう。長い歴史を持つ日本では容易ではないのであるが，少なくともこの困難の解決は増加してゆく人口に対して生活水準の低下なく，経済自立を可能とする上に最も大きな役割を持つものと云えるであろう。

トラスの変位について

正員　近　藤　繁　人*

ON DISPLACEMENTS OF A TRUSS

(JSCE July 1950)

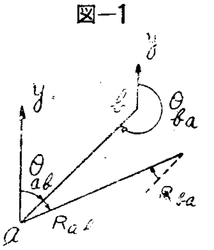
Shigeto Kondo, C.E.Member.

Synopsis In order to get a displacement of a truss, we can use a principle of virtual work, or elastic loads. But by these method, we must repeat many times the same calculation to get all displacements of all panel points. I write here a simple and correct method to get all displacements by only one calculation. It can be called an analytical solution of all displacements of a truss in comparison with Williot-Mohr's graphical solution.

要旨　本文はトラスの変位を求むる Williot-Mohr の図解法を計算に依つて解いたものである。

1. 部材の方向と廻転角の正負

図—1

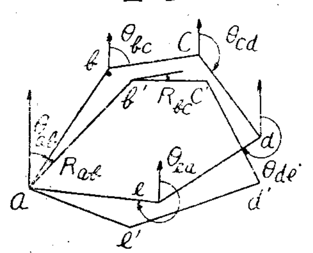


トラスを構成する1部材 ab の方向を表わすのにトラバー測量の場合と同様，鉛直上向の y 軸から時計方向に ab 迄測つた角 θ_{ab} を以てする事とし載荷後 ab 部材の廻転した角 R_{ab} も時計方向を正とすれば ba 部材の方向角は θ_{ba} となり廻転角 R_{ba} は R_{ab} に同じである。

2. 角方程式

a b c d e a なる多角形が載荷後に a b′ c′ d′ e′ a に変形したものとし任意の部材の変形前の長をl，方向角をθ，変形後の長をl'，方向角をθ'，部材廻転角を R とすれば

図—2



$$l'=l+\Delta l$$

$$\theta'=\theta+R$$

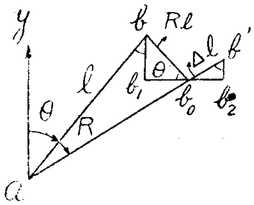
b 点の a 点に対する相対的変位は鉛直下向及び水平右向に

* 山梨工業専門学校教授

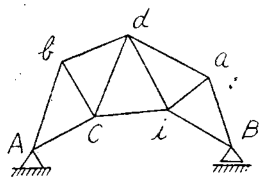
$$\delta_v = bb_1 - b_2b' = Rl\sin\theta - \Delta l\cos\theta$$

$$\delta_h = b_1b_0 + b_0b_2 = Rl\cos\theta + \Delta l\sin\theta$$

図—3



図—4



従つて A から i 番目の格点 i の A に対する相対的変位は鉛直下向に

$$\delta_{iv} = \sum_A^i Rl\sin\theta - \sum_A^i \Delta l\cos\theta \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

水平右向に

$$\delta_{ih} = \sum_A^i Rl\cos\theta + \sum_A^i \Delta l\sin\theta \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

図—4 のB点は上下に移動出来ないので次式が成立つ

$$\sum_A^B Rl\sin\theta - \sum_A^B \Delta l\cos\theta = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

上の3式に於てAからi及びBに至る経路は何処を通つてもよろしい。

尚又，図—2 の様な閉合多角形に於ては

$$\sum_a^a Rl\sin\theta - \sum_a^a \Delta l\cos\theta = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

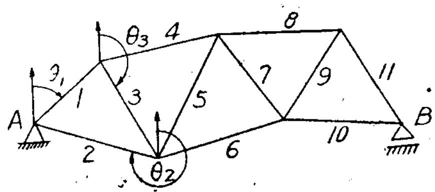
$$\sum_a^a Rl\cos\theta + \sum_a^a \Delta l\sin\theta = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

(4) 及び (5) 式は閉合多角形が a b c d e a から a′ b′ c′ d′ a′ に変形した時も成立する。(∵ a b c d e a から a′ b″ c″ d″ e″ a′ に平行移動した後 a′ b′ c′ d′ e′ a′ に変形したものと考えればよろしい) 尚トラスの様に幾つかの閉合多角形の集りから成る構造物に対しては各々の閉合多角形に対して(4)，(5)式が成立つ，此の(4)，(5) 式を一般に角方程式と云う。

3. 静定トラスの変位を求める方針

静定トラスの各部材に依つて取囲まれた区劃の数が k 個あるものとすれば部材の数は $2k+1$ 個ある。之等 $2k+1$ 個の部材廻転角 R を未知量として之を求める方法を考えると，先づ k 個の区画に対して (4) 及び (5) が各 k 個成立し其の外にB支点がA支点に対して上下の方向に移動する事が出来ないので(3)式が1個成立し合計 $2k+1$ 個の方程式が成立するから之を解けば $2k+1$ 個の R が求まる。R が求まれば (1) 及び (2)式から，任意の格点 i の変位を求める事が出来る。

図—5



4. 変位を表わす一般式

図—5 の三角形 1 2 3 に就て角方程式を作ると

$$R_1l_1\sin\theta_1 + R_3l_3\sin\theta_3 + R_2l_2\sin\theta_2$$
$$-\{\Delta l_1\cos\theta_1 + \Delta l_3\cos\theta_3 + \Delta l_2\cos\theta_2\} = 0 \qquad \cdots(6)$$

$$R_1l_1\cos\theta_1 + R_3l_3\cos\theta_3 + R_2l_2\cos\theta_2$$
$$+\{\Delta l_1\sin\theta_1 + \Delta l_3\sin\theta_3 + \Delta l_2\sin\theta_2\} = 0 \qquad \cdots(7)$$

今 E: 各部材の弾性係数

F_i: l_i 部材の総断面積

S_i: l_i 部材の軸応力 (引張を(＋))

$$\Delta l_i = \frac{S_il_i}{EF_i} = \frac{l_i}{E}\sigma_i$$

$l_i\sin\theta_i = \lambda_i = l_i$ の水平分長 (三角形を時針方向に辿る時右向の分長を (＋) とす)

$l_i\cos\theta_i = h_i = l_i$ の鉛直分長 (三角形を時針方向に辿る時上向の分長を(＋)) とすれば (6) 及び (7) より

$$R_1\lambda_1 + R_3\lambda_3 + R_2\lambda_2 - \left(\frac{h_1}{E}\sigma_1 + \frac{h_3}{E}\sigma_3 + \frac{h_2}{E}\sigma_2\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$R_1h_1 + R_3h_3 + R_2h_2 + \left(\frac{\lambda_1}{E}\sigma_1 + \frac{\lambda_3}{E}\sigma_3 + \frac{\lambda_2}{E}\sigma_2\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

同様に Δ 3 4 5 に対しても

$$R_3\lambda_3 + R_4\lambda_4 + R_5\lambda_5 - \left(\frac{h_3}{E}\sigma_3 + \frac{h_4}{E}\sigma_4 + \frac{h_5}{E}\sigma_5\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

$$R_3h_3 + R_4h_4 + R_5h_5 + \left(\frac{\lambda_3}{E}\sigma_3 + \frac{\lambda_4}{E}\sigma_4 + \frac{\lambda_5}{E}\sigma_5\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

扨て (8)，(9) 式に於て Δ 1 2 3 が閉合して居ることから

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_2 &= 0 \\ h_1 + h_3 + h_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

従つて

$$(R_1 - \Delta)\lambda_1 + (R_3 - \Delta)\lambda_3 + (R_2 - \Delta)\lambda_2$$
$$-\left(\frac{h_1}{E}\sigma_1 + \frac{h_3}{E}\sigma_3 + \frac{h_2}{E}\sigma_2\right) = 0$$

$$(R_1 - \Delta)h_1 + (R_3 - \Delta)h_3 + (R_2 - \Delta)h_2$$
$$+\left(\frac{\lambda_1}{E}\sigma_1 + \frac{\lambda_3}{E}\sigma_3 + \frac{\lambda_2}{E}\sigma_2\right) = 0$$

若し $\Delta=R_1$ と置けば

$$\left.\begin{aligned}&(R_3-R_1)\lambda_3+(R_2-R_1)\lambda_2\\&\qquad-\left(\frac{h_1}{E}\sigma_1+\frac{h_3}{E}\sigma_3+\frac{h_2}{E}\sigma_2\right)=0\\&(R_3-R_1)h_3+(R_2-R_1)h_2\\&\qquad+\left(\frac{\lambda_1}{E}\sigma_1+\frac{\lambda_3}{E}\sigma_3+\frac{\lambda_2}{E}\sigma_2\right)=0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(13)$$

茲に

$$\left.\begin{aligned}R_2-R_1=R_2'\\R_3-R_1=R_3'\end{aligned}\right\}$$

とおけば R_2' R_3' は部材1が廻転しないものと仮定した時の部材2及び3の廻転角を表わし(8)及び(9)式に於て $R_1=0$ と置いた場合の R_2 R_3 を計算することに依つて求まる。即ち

$$\left.\begin{aligned}&ER_2'\\&=\frac{\sigma_1(h_1h_3+\lambda_1\lambda_3)+\sigma_2(h_2h_3+\lambda_2\lambda_3)+\sigma_3(h_3^2+\lambda_3^2)}{\lambda_2h_3-h_2\lambda_3}\\&ER_3'\\&=\frac{\sigma_1(h_1h_2+\lambda_1\lambda_2)+\sigma_2(h_2^2+\lambda_2^2)+\sigma_3(h_2h_3+\lambda_2\lambda_3)}{\lambda_3h_2-h_3\lambda_2}\end{aligned}\right\}(14)$$

同様に (10) (11) 式に於て $R_3=0$ とおいた場合の R_4 R_5 を求め之を R_4' R_5' とおけば，之等は部材3が廻転しないものと仮定した時の4及び5部材の廻転角を表わす。若し $R_1=0$ の場合の4及び5部材の廻転角 R_4'' R_5'' を求めるには

$$\left.\begin{aligned}R_4''=R_4'+R_3'\\R_5''=R_5'+R_3'\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

以下順次之を繰返す事により，$R_1=0$ と仮定した場合の各部材の廻転角 R'' を求める事が出来る。実際には $R_1\neq0$ にして各部材の真の廻転角は

$$R=R''+R_1\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

此の R_1 を求める為R点の鉛直変位零なる式を作ると (3) 式より

$$0=\sum_A^B Rl\sin\theta-\sum_A^B R\,\Delta l\cos\theta$$

$$=\sum_A^B R\lambda-\sum_A^B\frac{h}{E}\sigma=\sum_A^B(R''+R_1)\lambda-\sum_A^B\frac{h}{E}\sigma$$

$$=\sum_A^B R''\lambda+R_1\sum_A^B\lambda-\sum_A^B\frac{h}{E}\sigma$$

茲に $\sum_A^B\lambda=L$ (L は支間長)

$$\therefore\quad R_1=-\frac{1}{L}\left(\sum_A^B R''\lambda-\sum_A^B\frac{h}{E}\sigma\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

R_1 が求まれば (16) 式より各部材の R が求まり，次に (1) 及び (2) 式より格点 i の鉛直下向及び水平右向の変位は

$$\delta_{iv}=\sum_A^i Rl\sin\theta-\sum_A^i\Delta l\cos\theta$$

$$=\sum_A^i R\lambda-\sum_A^i\frac{h}{E}\sigma\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

$$\delta_{ih}=\sum_A^i Rl\cos\theta+\sum_A^i\Delta l\sin\theta$$

$$=\sum_A^i Rh+\sum_A^i\frac{\lambda}{E}\sigma\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

茲に h 及び λ はAから B に向つて進む部材長の鉛直及び水平分長を表わし上向及び右向のものを (+) とし下向及び左向のものを (−) とす。尚AからBに向つて進む順路は何処を通つても差支えないが，最短距離で而かも水平部材と鉛直部材だけを辿つた方が簡単である。

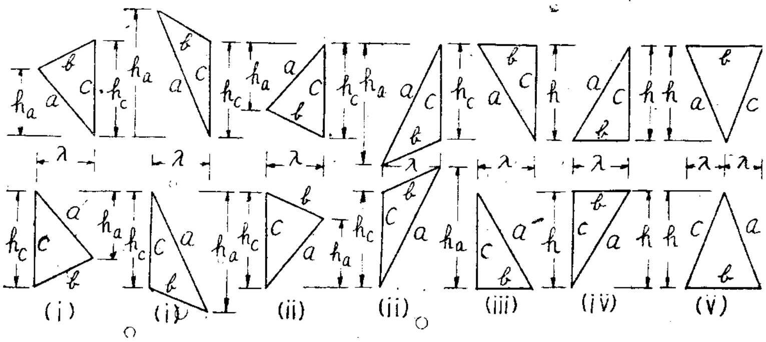
尚 (14) 式の計算に於て，一つの三角形のどの部材の R を零と仮定しても差支えないが成るべく式が簡単になる様なものを選ぶ様注意すべきである。尚又実際の計算に当つては R の代りに $ER=R_e$ とおいて R_e を求める方がよろしい。

5. 特殊三角形の部材廻転角

今図—6 の様な特殊三角形に於て $R_a=0$ と仮定した時の R_bR_c は，(14) 式に於て h 及び λ を表—1 の様に置く事により次の様になる。

(表—1 中 ±の符号は図—6 の上の図に対しては上

図—6



の符号下の図に対しては下の符号）

表—1

	h_1	h_2	h_3	λ_1	λ_2	λ_3
i	$\pm h_a$	$\pm(h_c-h_a)$	$\mp h_c$	$\mp\lambda$	$\pm\lambda$	0
ii	$\pm h_a$	$\pm(h_c-h_a)$	$\mp h_c$	$\pm\lambda$	$\mp\lambda$	0
iii	$\pm h$	0	$\mp h$	$\mp\lambda$	$\pm\lambda$	0
iv	$\pm h$	0	$\mp h$	$\pm\lambda$	$\mp\lambda$	0
v	$\pm h$	0	$\mp h$	$\mp\lambda$	$\pm 2\lambda$	$\mp\lambda$

(i) 図

$$\left.\begin{aligned} ER_b' &= \frac{h_a}{\lambda}(\sigma_a-\sigma_b)+\frac{h_c}{\lambda}(\sigma_b-\sigma_c) \\ ER_c' &= ER_b'\frac{h_c-h_a}{h_c}-\frac{\lambda}{h_c}(\sigma_a-\sigma_b) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(20)$$

(ii) 図

$$\left.\begin{aligned} ER_b' &= -\frac{h_a}{\lambda}(\sigma_a-\sigma_b)-\frac{h_c}{\lambda}(\sigma_b-\sigma_c) \\ ER_c' &= ER_b'\frac{h_c-h_a}{h_c}+\frac{\lambda}{h_c}(\sigma_a-\sigma_b) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(21)$$

(iii) 図

$$\left.\begin{aligned} ER_b' &= -\frac{h}{\lambda}(\sigma_c-\sigma_a) \\ ER_c' &= -\frac{\lambda}{h}(\sigma_a-\sigma_b) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(22)$$

(iv) 図

$$\left.\begin{aligned} ER_b' &= \frac{h}{\lambda}(\sigma_c-\sigma_a) \\ ER_c' &= \frac{\lambda}{h}(\sigma_a-\sigma_b) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(23)$$

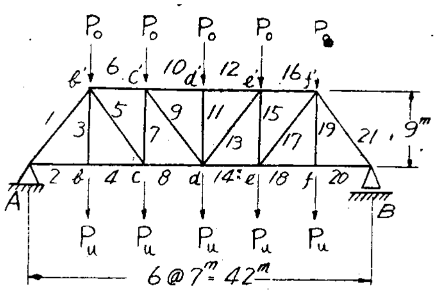
(v) 図

$$\left.\begin{aligned} ER_b' &= \frac{ER_c'}{2}-\frac{h}{2\lambda}(\sigma_c-\sigma_a) \\ ER_c' &= -\frac{\lambda}{h}(\sigma_a-2\sigma_b+\sigma_c) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(24)$$

6. 計算例

図—7 に於て $P_0=3\,200$ kg，$P_u=8\,800$ kg なる時

図—7



下弦格点の変位を求む。但し各部材の総断面積は表—2 の通りとす。

表—2

部材	部材長 ℓ	總断面積 F	部材応力 S	$\sigma=\frac{S}{F}$	ER
1	1 140	195	-106 420	- 545.7	3 365.4
2	700	82	65 330	796.7	4 588.1
3	900	75	30 400	405.3	2 321.3
4	700	82	65 330	796.7	2 567.4
5	1 140	95	63 850	672.1	2 224.4
6	700	140	-104 530	- 746.6	3 410.0
7	900	80	- 20 000	- 250.0	1 121.0
8	700	148	104 530	706.3	1 355.3
9	1 140	95	21 280	224.0	745.9
10	700	160	-117 600	- 735.0	1 548.2
11	900	80	- 3 200	- 40.0	0

式 (23) より，$R_1=0$ に対し

$$ER_2'=\frac{h}{\lambda}(\sigma_3-\sigma_1)=1\,222.7$$

$$ER_3'=\frac{\lambda}{h}(\sigma_1-\sigma_2)=-1\,044.1$$

式 (22) より $R_5=0$ に対し

$$ER_3''=\frac{\lambda}{h}(\sigma_4-\sigma_5)=96.9$$

$$ER_4'=\frac{h}{\lambda}(\sigma_5-\sigma_3)=343.0$$

$$ER_6'=\frac{h}{\lambda}(\sigma_5-\sigma_7)=1\,185.6$$

$$ER_7'=\frac{\lambda}{h}(\sigma_6-\sigma_5)=-1\,103.4$$

式 (22) より $R_9=0$ に対し

$$ER_7''=\frac{\lambda}{h}(\sigma_8-\sigma_9)=375.1$$

$$ER_8'=\frac{h}{\lambda}(\sigma_9-\sigma_7)=609.4$$

$$ER_{10}'=\frac{h}{\lambda}(\sigma_9-\sigma_{11})=339.4$$

$$ER_{11}'=\frac{\lambda}{h}(\sigma_{10}-\sigma_9)=-745.9$$

左右対称のトラスに左右対称の荷重が作用した時の変形は左右対称になるので $R_{11}=0$ でなければならない此の R_{11} を基準にして他の総ての R を求めると

$$ER_9=-ER_{11}'=745.9$$
$$ER_{10}=ER_{10}'+ER_9=1\,085.3$$
$$ER_8=ER_8'+ER_9=1\,355.3$$
$$ER_7=ER_7''+ER_9=1\,121.0$$
$$ER_5=-ER_7'+ER_7=2\,224.4$$
$$ER_6=ER_6'+ER_5=3\,410.0$$
$$ER_4=ER_4'+ER_5=2\,567.4$$
$$ER_3=ER_3''+ER_5=2\,321.3$$
$$ER_1=-ER_3'+ER_3\doteq 3\,365.4$$
$$ER_2=ER_2'+ER_1=4\,588.1$$

Aを基準とした i 点の変位は (18)，(19) 式より得ら

れ表—3 の様になる。

表—3

部材	$R\lambda$	$-h\sigma/E$	Rh	$\lambda\sigma/E$	δ_{iv} cm	δ_{ih} cm	格点
2	1.5294	0	0	0.2656	1.5294	0.2656	b
4	0.8558	0	0	0.2656	2.3852	0.5312	c
8	0.4518	0	0	0.2354	2.8370	0.7666	d
14	-0.4518	0	0	0.2354	2.3852	1.0020	e
18	-0.8558	0	0	0.2656	1.5294	1.2676	f
20	-1.5294	0	0	0.2656	0	1.5332	B
3	0	-0.1737	0.9948	0	1.355,7	1.2604	b′
7	0	0.1071	0.4804	0	2.4923	1.0116	c′
11	0	0.0171	0	0	2.8541	0.7666	d′
15	0	0.1071	-0.4804	0	2.4923	0.5216	e′
19	0	-0.1737	-0.9948	0	1.3557	0.2728	f′

之等の値を仮想働の原理，弾性荷重， Williot Mohr の図解法に依て求めた結果と比較すると表—4 の様になる。（数字は小池啓吉著橋梁工学第三巻 20,38,47 頁による）

表—4 単位 cm

格点	仮想働	弾性荷重	図解法	本方法
b		1.529	1.56	1.529
c		2.384	2.40	2.385
d	2.838	2.837	2.84	2.837
b'		1.356	1.40	1.356
c'		2.492	2.51	2.492
d'		2.854	2.87	2.854

結言 これ迄トラスの変位を求むる主な方法としては

（1） 仮想働の原理に依る方法

（2） 弾性荷重に依る方法

（3） Williot-Mohr の図解法

以上3通りの方法があつた。

（1）は唯1つの格点の1方向の変位を求めるのには便利であるが n 個の格点の水平及び鉛直方向の変位を求めるのには同じ様な計算を $2n$ 回繰返さなければならない。

（2）は上弦格点と下弦格点の鉛直変位を求める為の弾性荷重が違うので全格点の変位を求める為には，2回繰返さなければならないのみならず水平方向の変位を求める事が出来ない。尚又弾性荷重を求める為の計算が非常に厄介である。

（3）は全格点の相対的変位が唯1回の操作だけで求まるので便利ではあるが丁寧な製図を必要とし，而かも精度が落ちる。

これに対し上述の方法は次の様な長所を持つて居る。

（1） 比較的簡単な唯1回の計算だけで全格点の水平及び鉛直変位を同時に求める事が出来る。

（2） 製図を必要としない。

（3） 希望に応じた精度の答が得られる。概算値を得度い時は腹材の影響を無視する事として腹材の $\sigma=0$ とおけば計算が非常に簡単になる。

（4） 不静定構の不静定反力影響線を求めるのに応用する事が出来る。（弾性荷重に依るよりも簡単である）

（5） 不静定構も部材応力が求まれば直ちに格点変位を求める事が出来る。

開水路における乱流の縦平均流速分布について

正員 久寶 保*

ON THE DISTRIBUTION OF VERTICAL MEAN-VELOCITY OF TURBULENT FLOW IN AN OPEN WATER-CHANNEL

(JSCE July 1950)

Tamotsu Kuboo, C.E. Member

Synopsis In this paper the author show the distribution of vertical mean-velocity of turbulent (uniform) flow in an open channel by using both theoretical and actual results as follows :-

$$u=\frac{1}{n}\left\{\sinh^{-1}\left(10\frac{y}{H_0}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{y}{H_0}\right)^4\right\}\sqrt{gJH_0},$$

where u=mean velocity, n=coeff. of roughness, y=height from the bed, H_0=height of the position of max. velocity, g=gravity acceleration and J=gradient of flow. If this formula is substantiated, from its result the boundary laminar-flow, the scale of turbidity, the viscosity coefficient and the coeff. of diffusivity can be required. The author accepted idea that its consequence of those formulas had been suited for many results of actual observations without much discrepancies.

要旨 本論文において著者は開水路の乱流の縦平均（等速）流速分布を理論及び実測結果を用いて次の式で示した。即ち

* 徳島大学徳島工業専門学校教授