

労働者の自主性を打ちたてるために注文者側に於ても側面的援助を惜しんではならない。

現在は、昔に比べて労働條件が非常にむづかしくなつたばかりでなく、人件費の物件費に対する比率が非常に高くなつて來ている。此の事は、生産手段として機械力を培養移殖する絶対の好機なのであるが、機械力の導入は目下発注者側に於て多く行われている有様であつて、かくては生産者側の御都合主義的より見の態度を是正する事は出來ない。請負を土建生産に於ける分業として、はつきりと認め、その人格を認めるならば、余りに手を加えない事が望ましいのであつて、我々は放任して置いても純経済的な観点から、何等かの形で機械力は導入されると思うし、それなくしては將來その經營者は敗者として葬り去られるであろう。たゞ機械力の導入に當つての困難性は、我國の土建界に於ける仕事の場が業者の數に比較すれば案外少ない事であるが、かゝる段階に於ては、Lending Company

の形態として發達するのが望ましいのであって、此の事は既に、数年前から叫ばれながら實現を見ていないのは誠に遺憾であると思わざるを得ない。われわれとしては一日もかゝる制度のはやき実現を望んで止まない。

土建産業の合理化の問題の道の遠い事はわれわれにもよく理解する事は出来る。それは單に此の種産業のみの問題ではなくて、實に我國經濟自体の基盤の影響なり、我國産業構造自体の制肘を受けるからであり更に業界自体としても一世紀に亘る歴史をもつてゐるからである。さり乍らわれわれは、我國土建産業の將來のために、又一日もはやく國際競争へ参加すべき基礎を確立するために經營の自体化と合理化を祈るや切である。道は至つて遠いけれども救いはわれわれの外から來るものではないのである。自らの運命は自らの手できりひらいて行くのでなければ滅亡の外ないと想う。

## 地上写真測量とその土木工学への応用（第1報）

（内部定位の常数の決定について）

正員 丸 安 隆 和\*

### TERRESTRIAL PHOTOGRAHMETRY AND ITS APPLICATION TO CIVIL ENGINEERING (I)

Calibration Work of Camera

(JSCE May 1950)

By Takakazu Maruyasu, C. E. Member

**Synopsis** For large scale mapping, terrestrial photogrammetry can be used quite effectively. But so far, there has been no practical standard of its application.

In this essay, I intend to establish an effective and economical standard.

The first chapter deals with the most important subject in the photogrammetry, that is, the calibration of cameras.

#### I 総 説

##### 1. 地上写真測量のもつ意義

写真測量がわが國で初めて用いられてから30数年になる。この間に写真測量の技術は各國とも非常な進歩をしてきたが、わが國では写真測量の作業は殆んど軍の手によつてなされ、一般の技術者とは隔離された状態であった。従つて、写真測量は、殆んど小縮尺の地形図を作るという狭い範囲を出なかつたのである。

現在では飛行機を使つて自分で撮影することは出来ないが、全國に亘つて撮影された約 $1/40,000$ の空中写真が米軍から貸與されているので、この写真を利用して広く森林調査、水力開発、未開地の総合開発などに利用されている現状である。

\* 東京大学第二工学部助教授

しかし、この航空写真は写真縮尺が約 $1/40,000$ のものであるために、これから描くことの出来る地図の縮尺には限度がある。しかも、土木工事に必要な地図は一般に大縮尺のものであるために、直接工事の設計用として用いる地図は、この航空写真からは普通に望まれる精度では描くことが出来ないことになる。

一般に、ある縮尺の地図を作るためには、これに用いる写真は一定の縮尺以上のものでなければならぬ。ところが、写真縮尺は、写真器レンズの焦点距離と飛行高度によつてきまるものであるから、高い山岳地帯とか、非常に大きい縮尺の地図を作るには、安定な撮影飛行がむつかしいこと、その他の諸条件から、航空写真を用いることが非常に困難になる。このような理由から航空写真から描きうる地図の縮尺の範囲は

大約  $1/2500 \sim 1/50000$  であるとされている。現在われわれが利用出来る航空写真は前述のように約  $1/40000$  のものであるから、これを十分に引伸して利用するとしても、大体  $1/4000$  以上の地図を作ることは、乳剤の解像力、図の鮮明度などの点から不可能であるといわなければならない。

地上写真を利用して測量する場合有効であるのは、実は、この範囲外の縮尺の地図を作る場合である。地上写真測量は今までに台湾の山地その他で小縮尺の地形図を作るのに用いられた事はあるが、大縮尺の地図を作るのに利用された例はまだ見ない。ところが、前述のように、土木工事用としては、一般に大縮尺の地図が必要なのであるから、地上写真測量が土木工学上にもつ價値は非常に大きいものとなるわけである。

更に、空中から飛行機その他の方法で撮影すると、厳密に撮影方向や撮影位置を、三角点その他の基準点に關してきめることは出来ない。このことが空中写真測量を極めて複雑にする一番大きい原因である。これに反し、地上で撮影する場合には、撮影位置は固定しているから、撮影よりも前か後でいくらでも精密にその位置を決められるし、又、任意の方向に極めて正確に標定して撮影出来る。即ち、地上写真測量では、空中写真の一一番大きい欠点である撮影位置及び方法の決定が確実に出来る。このために、写真から地図を作る作業が非常に簡単になる。又、撮影方向が水平である場合には、計算や製図が一層簡単となり、精密図化器の少い時に、簡易な図解的な方法によつても地物の位置をきめることができるので、この点でも地上写真は手近に利用でき、便利な測量法となるのである。

地上写真測量は、上述のような、たゞ大縮尺の地図を作ることにだけ利用されるものではなく、例えば、波の形を瞬時にとらえ波の研究をする場合、洪水時の水面勾配や水面の形の精密測定、ダムの溢流水脈、これに続く跳水状況の現場の測定、地図り、水理実験等に非常に広い利用面をもつものであつて、土木工学の測定法として極めて有効な方法であると考えられる。

この研究は、地上写真測量による大縮尺測量についての作業方式、その後の写真の取扱い方等について、地上写真測量の全般について研究すると同時に、土木工学一般への地上写真測量の利用について研究するのが目的である。

この研究は、文部省科学試験研究費の援助によつて行つたものであり、福田、安藤両教授、地理調査所、篠、武田両部長、海上保安庁水路部中官海象課長、富士フィルム研究所長藤沢信氏、写真測量所など多方面からの御指導と御援助によつてなされたものであるこ

とを附記し、深甚の感謝をすると共に、本研究の爲、専心努力された大島太市君の業績の絶大であることを併せて附記する次第である。

## 2. 地上写真測量の原理

2つの異つた点から、写真機の光軸を平行に保つて、同一地域を含むような写真を撮影すると、この1対の写真には撮影された点の遠近に応じて両方の写真面上の位置が異つてあらわれてくる。圖-1 實體寫真  
圖-1について見ると、点 I, II を撮影点の位置、 $f$  をレンズの焦点距離とすれば、光軸に直角に保たれた乾板面には、写真 I では  $P_1$  に、写真 II では  $P_2$  にあらわれてくる。 $P_1, P_2$  の座標を  $x_r, y_r, z_r, y_l, z_l$  とすると、 $x_l - x_r = \Delta x$  は所謂水平視差で、I - II の距離、焦点距離が一定であれば、P までの距離によつてきまる値である。

Fig. 1. Parallax of picture.

遠近のある2点について見ると各点の  $\Delta x$  には  $\Delta x_1 - \Delta x_2 = \delta x$  の差があるので、この視差差によつて求める点までの距離がわかる。従つて一般に、写真が水平に撮られるものとし、両撮影点間の距離即ち撮影基線長  $B$  を測定すると

(1) カメラの軸を基線に直角にして撮影した場合(標準形) 点 P の空間座標  $X, Y, Z$  は次の式からきめられる(圖-1 参照)。

$$\left. \begin{aligned} X &= -Y \frac{x_r}{f} = \frac{Bx_r}{x_l - x_r} = \frac{Bx_r}{P} \\ Y &= \frac{Bf}{x_l - x_r} = \frac{Bf}{P} \\ Z &= +Y \frac{y_r}{f} = \frac{By_r}{P} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(1.1)}$$

こゝに  $P = x_l - x_r$ : 写真上の視差

(2) 水平で平行な撮影であるが、基線に対して斜の方向に撮影する場合(圖-2)

光軸と基線のなす角を  $\phi$  とすると

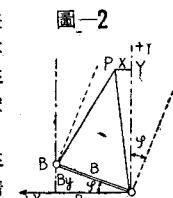
$$\left. \begin{aligned} X &= Y \frac{x_r}{f} \\ Y &= \frac{B(f \cos \phi + x_r \sin \phi)}{x_l - x_r} \\ Z &= +Y \frac{y_r}{f} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(1.2)}$$

これらの関係から、画面上の視差を測定することによつて、1対の写真から被撮影物の位置が測定出来る。以上のように、写真上の点の空間座標は、視差を測定することによつてこれを定めることができるのである。然し、現在では、迅速に且つ精密に図化するため、撮影時の條件を再現して自動的に製図し得る器械を用いる場合が多い。しかし、測量の目的によつては、計算又は図解法を用いる方が却つて充分有効にその目的を達する場合もある。これらの点については後で説明する。

## II 内部定位の定義

### 1. 内部定位の意義

どんな写真機で撮影する場合でも、その写真機で撮



影された写真から種々の測定をするためには、うつされる物体の関係位置が、そのまま画面上に再現されていることが根本的な要件である。即ち、レンズの光心を投影の中心とした正しい中心投影であることが必要である。このような写真面上においてのみ所要の測定が出来ることになる。

従つて、我々の取扱う写真はすべてこの条件を満足しているものと仮定し、写真上で測定を行うのであるが、そのためには投影の条件、即ち、画面に対する投影の中心の位置がわかつていなければならぬ(図-3)。投影の中心をきめるのには、普通、投影中心から画面におろした垂線の長さ、画面距離と、垂線の足画面の主点を用いる。これら2つの値即ち内部定位の定数によつて投影の条件が定まり、これが基礎となつて、写真画面上で種々の測定が出来ることになる。従つて、写真を用いて測定を行う場合には、まず、その第一歩としてカメラの内部定位の定数をきめることが必要である。

この章においては、写真測量上の基本的なこの作業について、作業の方法、作業に必要な測定の精度、画面材料の選択とその影響等について検討し、写真測定を行う場合の参考に供したいと思う。

## 2. 内部定位定数の決定方法

特別な装置を用いることなく、野外において簡単に行いうる測定方法を用いた。その方法は次のようにある。

先ず、500m以上離れた遠方に、著明な目標  $P_1, P_2, P_3, \dots$  がうつるよう写真を撮影し、写真の投影中心の位置  $S$  にセオドライの中心を持ち来り、各々の  $P$  に対する方向角  $\alpha_i$  を測定する(図-4)。一方、各  $P$  点の写真上の投影像  $P'_i$  の横座標  $x_i$  を測定する。今  $S$  の位置を決定するためには、画面上の  $P'_i$  の位置を既知で、 $\alpha_i$  が測定されるから、後方交会法によつて  $S$  の位置が決定出来ることになる。

後方交会法では、既知点は3ヶだけでは充分であるが、精度を高めるために、レンズの収差、他の影響を考えて画面全体に亘つて最も合理的な平均主点位置を決定するために、一様に分布した多数の点から最小自乗法によつてきめることもある。そのいづれの方法によるかは、その場合に必要とする精度、レンズの状態によつてきまるが、兩方によつて得た値がどのよくな影響をうけるかについては、後節で検討する。

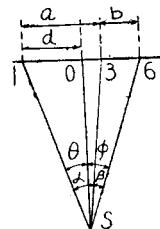
図-3



〔三点法〕 図-5に示したように、投影の中心  $S$  の位置をきめる。そのため測点、1, 3, 6 を用いると、図に示す記号を使えば次の式がなりたつ。

$$\frac{a \operatorname{cosec} \alpha}{b \cos \beta} = \tan(45 + \lambda) \dots (2.1)$$

図-5



とすると

$$\left. \begin{aligned} \tan \frac{1}{2}(\theta - \phi) &= \tan \lambda \cot \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \\ \frac{1}{2}(\theta + \phi) &= \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.2)$$

の関係が得られるから、これからきまる  $\theta, \phi$  を使って

$$\left. \begin{aligned} f &= (a+b) \operatorname{cosec}(\alpha+\beta) \cos \phi \cos \theta \\ d &= (a+b) \operatorname{cosec}(\alpha+\beta) \cos \phi \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.3)$$

写真上の指標からの  $O$  の位置を求めるためには、指標と  $1$  との距離を測つて、 $d$  に加えればよい。

〔最小自乗法による計算〕  $1$  から写真上の各目標に至る距離を  $d_1, d_2, \dots$  とし、各目標間にはさまれる角を  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  とすれば

$$d_n \frac{\sin \theta}{S} + d_n \cot \alpha_n \frac{\cos \theta}{S} = 1 \dots \dots \dots (2.4)$$

$$\frac{\sin \theta}{S} = \frac{u}{100} \quad \frac{\cos \theta}{S} = \frac{v}{100} \dots \dots \dots (2.5)$$

とすれば

$$\frac{d_n}{100} u + \frac{d_n \cos \alpha_n}{100} v = 1 \dots \dots \dots (2.6)$$

各点について同様の式が出来るから、これらの式を最小自乗法によつて解き、 $u$  および  $v$  を求め、更に  $\theta$  を求めれば

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{100 \sin \theta \cos \theta}{u} \\ d &= \frac{100 \sin \theta \cos \theta}{v} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.7)$$

から投影中心の位置をきめることが出来る。

## 3. 内部定位の定数の決定作業

内部定位の定数の計算に当つて、最後の結果に誤差を生じる原因となると思われる事項として

1. レンズの歪による誤差
2. 乾板の伸縮、表面のくぼみによる誤差
3. 乾板上の座標測定にともなう誤差
4. 測角に伴う誤差
5. 撮影するとき、乾板面の横指標を結ぶ線が完全に水平でないために生ずる誤差

等をあげることが出来る。これ等の要素が、決定された内部定位の定数に與える影響をしらべるために、次のような要領によつて作業を行つた。

1. 使用した写真機 : Zeiss 製 C3B 写真経緯儀  
レンズ Tessar 1/24

2. 測角器械 : Wild 製 0.1" 読み轉鏡経緯儀

3. 座標の測定 :  $1/100\text{mm}$  目のコンパレーター、  
目測によつて  $1/1000\text{mm}$  まで読みとることが  
出来る

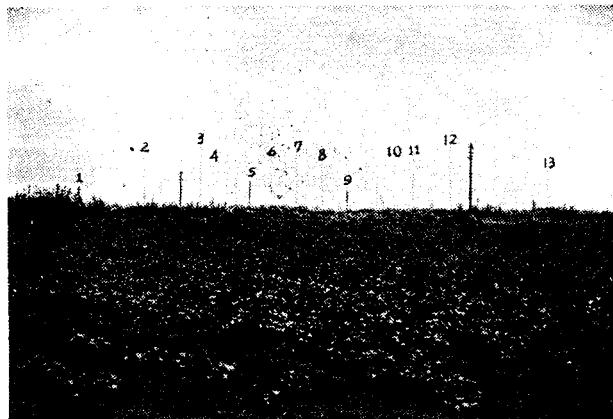
4. 使用乾板

乾板 : 磨ガラス乾板、普通ガラス乾板<sup>1)</sup>  
フィルム : カットフィルム(パンクロクローム、

5. 撮影場所 : 千葉市検見川町

測角は、方向法にて3対回行い、その平均を、座標測定値は往復3回の測定値の平均を、とつた。写真はこの作業に用いた乾板を焼付けたものゝ一例で、作業の便宜上、測定目標に左から順に写真に示したように番号をつけた。

写真-1



### 3. 測定の精度について

内部定位の常数をどの程度の精密さで決定しなければならないかは、図化の方法、図化に必要な精度、図化しようとする地点までの距離、などによつて異なる。

今ステレオコンパレーターで視差を測定して点の位置をきめる場合を考えると、式-(1.1) からBに誤差がないものと考えて

$$m_y = -\frac{Y^2}{Bf} m_p + \frac{Y}{f} m_f \quad (2.8)$$

こゝに、 $m_y$ 、 $m_p$ 、 $m_f$  はそれぞれ測定すべき点までの距離、視差、焦点距離の測定に伴う中等誤差である。

$m_p$  は大体  $\pm 0.001\text{mm}$  程度で測定出来るから、 $Y=1000\text{m}$ 、 $B=50\text{m}$ 、 $f=19\text{cm}$  とすると、 $m_p$  によつて生ずる  $m_y$  は  $m_y = \pm 1.0\text{cm}$

即ち、基線長の 20 倍の距離にある点について、約  $1/10000$  の精度が得られることになる。従つて、主点距離の中等誤差は、これに適合させるために

1) 乾板は種類共、富士寫真フィルム會社にて地形測量用として特に調整した乳剤を用いている。

$$m_f = \pm \frac{f}{Y} m_p = \pm \frac{2}{100} (\text{mm}) \quad (2.9)$$

の精度が必要であることがわかる。

(a) 乾板座標測定の誤差が主点位置の決定に及ぼす影響

式-(2.3)から、 $f$  及び  $d$  に対して、 $a+b$  はこれに  $\text{cosec}(\alpha+\beta) \cos\phi\cos\theta$ ;  $\text{cosec}(\alpha+\beta) \cos\phi\sin\theta$  をそれぞれ掛けただけの影響を與えることになる。この式中の値を大約

$$\alpha + \beta \approx 2\alpha \quad \phi \approx \alpha \quad \theta \approx \alpha$$

とすれば、通常  $\alpha \approx 18^\circ$  であるから

$$\Delta f(\max) = 1.5 \Delta(a+b)$$

$$\Delta d(\max) = 0.5 \Delta(a+b)$$

今の場合  $1/1000\text{mm}$  まで読みとることが出来るから、 $\Delta(a+b)$  を  $0.01\text{mm}$  にとどめる事は困難ではない。しかし後述するように、 $a+b$  の測定は、 $\theta$  の値に、大きい影響を與えるから座標測定は出来るだけ精密であることが望ましい。

### (b) 測角の精度について

圖-3 を参照して、先ず  $\alpha$  の誤差が  $\theta$  に及ぼす影響について考えて見る

$$\frac{\alpha \cos \theta}{\sin \alpha} = \frac{b \cos \phi}{\sin \beta} \quad (2.10)$$

を全微分し、 $a=b$   $\alpha=\beta$   $\theta=\phi=\varphi$ ,  $\Delta\alpha = \Delta\theta + \Delta\varphi$  を入れると、

$$|\Delta\theta| = (\cot^2 \alpha + \frac{1}{2}) |\Delta\alpha| \quad (2.11)$$

$\alpha = 18^\circ$   $a = 6.5\text{cm}$  の場合には、大約次のようになる。

$$|\Delta\theta| : |\Delta\alpha| \approx 10:1 \quad (2.12)$$

### fについて

$f = (a+b) \text{cosec}(\alpha+\beta) \cos\theta \cos\phi$  を全微分して、 $a=b$ ,  $\alpha=\beta$   $\theta=\phi=\varphi$ ,  $\Delta(a+b) = \Delta\alpha$  を入れると、次の関係式がえられる。

$$\Delta f = -2a \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 2\alpha} \Delta\alpha$$

$$\text{即ち } \Delta f(\max) = 2a \frac{1}{4 \sin^2 \alpha} |\Delta\alpha| = \frac{a}{2 \sin^2 \alpha} |\Delta\alpha|$$

これに  $a = 6.5\text{cm}$   $\alpha = 18^\circ$  を代入すれば

$$\Delta f(\max) = 344 |\Delta\alpha| (\text{mmラヂアン}) \\ = 0.0016 |\Delta\alpha| (\text{mm秒}) \quad (2.13)$$

### dについて

$$d = (a+b) \text{cosec}(\alpha+\beta) \cos\phi \sin\theta$$

を全微分し、 $f$  に対するのと同じ条件を入れると

$$|\Delta d| \max = a \text{cosec} 2\alpha (|\Delta\alpha| + 2|\Delta\theta|)$$

これに  $a = 6.5\text{cm}$ ,  $\alpha = 18^\circ$  を代入すると、(2.12) を参照して

$$\left. \begin{aligned} |\Delta d|_{\max} &= 2.3 \times 10^3 |\Delta \alpha| (\text{mmラヂアン}) \\ &= 0.0111 |\Delta \alpha| (\text{mm秒}) \end{aligned} \right\} (2.14)$$

となる。

(c) 乾板座標測定と測角誤差が同時に起つた場合  
一般的の場合には  $\Delta f$  と  $\Delta d$  は同時に生じ、従つて  $\Delta f$ ,  $\Delta d$  は (a) (b) で述べた誤差の組合せの影響をうけ、しかもその影響は、主として  $\theta$  の計算値にあらわれてくる。

式-(2.10)を全微分する場合、 $a$  及び  $b$  も変数であると考えると

$$|\Delta \theta| = (\cot^2 \alpha + \frac{1}{2}) |\Delta \alpha| + \frac{\cot \alpha}{a} |\Delta a|$$

となるから  $a=6.5\text{cm}$   $\alpha=18^\circ$  を入れると

$$\left. \begin{aligned} |\Delta \theta| &\doteq 10 |\Delta \alpha| + 0.048 |\Delta a| (\text{mmラヂアン}) \\ &\doteq 10 |\Delta \alpha| + 9.9 \times 10^3 |\Delta a| (\text{mm秒}) \end{aligned} \right\} (2.15)$$

#### fについて

これらの関係を用いて  $\Delta f$  を算定すると

$$|\Delta f| \doteq \frac{a}{2 \sin^2 \alpha} |\Delta \alpha| + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} |\Delta a|$$

この式で、第2項は第1項にくらべて非常に小さいから、 $\Delta a$  のために生ずる  $\theta$  の変化によつて  $\Delta f$  がうける影響は殆んど無視してよい。

#### dについて

同様にして  $|\Delta d|$  を計算すると

$$|\Delta d| \doteq a \operatorname{cosec} 2\alpha \{ |\Delta \alpha| + 2 |\Delta \theta| \} + \frac{1}{2} |\Delta a|$$

表-2

点の組合せ	磨きガラス乾板		普通ガラス乾板		カットフィルム	
	f	d	f	d	f	d
1-7-13	193 779	79 046	193 734	79 023	192 670	79 902
1-7-12	193 770	79 010	193 735	78 962	192 529	79 295
2-7-13	193 749	78 961	193 692	78 890	192 596	78 674
2-7-12	193 745	78 975	193 692	78 867	192 483	79 119
2-7-11	193 763	78 901	193 711	78 818	192 577	78 728
3-7-11	193 728	78 585	193 695	78 695	192 591	78 919
3-7-10	193 782	78 330	193 730	78 486	192 651	78 557
4-7-10	193 768	78 104	193 719	78 388	192 657	78 611
平均	193 761	78 739	193 714	78 766	192 594	78 976
1-8-13	193 775	79 100				
1-8-12	193 784	78 774				
2-8-13	193 761	79 044				
2-8-12	193 739	79 127				
2-8-11	193 748	79 085				
3-8-11	193 725	78 942				
3-8-10	193 774	78 547				
4-8-10	193 762	78 778				
平均	193 759	78 925				

$$= 2 \operatorname{acosec} 2\alpha \{ \operatorname{cosec}^2 \alpha |\Delta \alpha| + \frac{\cot \theta}{a} |\Delta z| \}$$

この式に  $a=6.5\text{cm}$ ,  $\alpha=18^\circ$  を代入すると

$$|\Delta d| \doteq 0.011 |\Delta \alpha| + 10.6 |\Delta z| \quad \dots (2.16)$$

#### (d) 総括

Zeiss C3B Phototheodolite について、測角の誤差と座標測定誤差が、 $\Delta f$  及び  $\Delta d$  に及ぼす影響を総括し、最も大きい影響を與える場合を組合せて見ると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} |\Delta f| &= 0.0016 |\Delta \alpha| + 0.015 |\Delta z| \\ |\Delta d| &= 0.011 |\Delta \alpha| + 0.111 |\Delta z| \end{aligned} \right\} \dots (2.17)$$

茲に、 $\Delta \alpha$  は秒、 $\Delta z$  は  $1/100\text{mm}$  の単位で表わした。

従つて式-(2.17)から測定器機、測定方法などがきまる。(a) で述べた程度の精度で  $\Delta f$ ,  $\Delta d$  を計算するためには、表-1 で示す精度の測定が必要となる。

表-1

$\Delta f$	$\Delta d$	$\Delta \alpha$	$\Delta z$
0.02mm	0.26mm	3''	0.02mm

上述のような理由から、今回の測定には、0.1''読みの Wild 製 Theodolite と  $1/1000\text{mm}$  読みの Comparator を用いた。

#### 5. 計算の結果

3点法による場合の内部定位常数の計算値は表-2 の如くになる。

5点法による場合の前同様の計算値は表-3 (次頁) の如し。

以上の結果からわかつることは

1. 用いた乾板、支持体の種類によつて差があること
2. 同じ種類の乾板でも、測定に用いた点の配列によつて、得られた結果に差があること

である。これらの差異は 3 にあげたような原因から生じたものと考えられる。実際に、写真機について内部定位の常数を決定し、これを用いて測定をしようとする場合には、常数決定に当つての測定の精度、乾板の種類などによる変化について充分な知識がなければならない。これらの影響を吟味して始めて、求められた内部定位の常数についての意味が明かになり、これらの影響についての補正が出来ることになる。

#### 6. 計算に用いる点の選定について

普通、乾板上の各部分は殆んど一様に作図の対象となる点から考えると、内部

定位の常数を決定するのに、中央部と縁部との点だけを用いて、その中間の点を無視するのは不合理である。一般に、レンズによる像の“ひずみ”は主点を中心とした円心円環帯を単位として考えることが出来る。この点からすると、計算に用いる点はほぼ等距離に数ヶの点を選んで計算し、最大誤差を減ずるようにするのがよいことになる。然し一方式—(2.3)を見ると

- (i)  $a+b$  の長短は、その観測誤差が  $f, d$  に與える影響には関係がない。
- (ii)  $\text{cosec}(\alpha+\beta)$  は  $(\alpha+\beta)$  の大きい程観測誤差の  $f, d$  に及ぼす影響は小さい。
- (iii)  $\cos\phi, \cos\theta$  は、 $\theta, \phi$  の小さい程、観測誤差による変動は少いが、一般に、 $\theta, \phi$  は  $20^\circ$  以下であるから、その大小はそれ程問題にならない。
- (iv)  $\sin\theta$  は、 $\theta$  の大きい程影響は小さい。観測誤差の影響が最も大きくこの項であるから、 $\theta$  は出来るだけ大きくとることが望ましい。

以上のような点から、レンズの収差が比較的大きい場合には全面に亘つて点を選び、収差が測定精度に比べて小さい場合には、外縁部の点を選んで計算するのが望ましい。今度用いたレンズは Tессar  $1/24$  であつて、このレンズのひずみは、Rudolph の計算によると圖-6 のようで比較的小さく、又、ひずみの影響を小さくするために相当しづつてあるので、後者の方法によるのが、この場合適当と思われる。表-2 は、各点についての計算値をあげたものであるが、これから上述の関係を大体確認することが出来る。

#### 7. 乳剤の支持体（乾板、フィルム）の種類による影響

写真像は、ガラス板又はフィルム上に塗布された乳剤の上に結ばれるものであるが、露光され、現像された写真は、これを利用するまでの間に、乳剤、支持体あるいはそれら相互の間の変化のために、画面上の各点の相対的な位置が変化し、投影上の誤差がおこる。

ガラス乾板を用いる場合には、この種の誤差は無視できる程度であるが、フィルムを用いる場合には、相当大きい差が生ずる。この大きさは、天候、湿度などによつても異なるが、フィルムを用いて写真測定を行う場合には、この影響を考えて、主点距離の値を補正しなければならない。

測定の結果によると、磨きガラス乾板を用いた場合に比べて、主点距離

表-3

点の組合せ	磨きガラス乾板		普通ガラス乾板		カットフィルム	
	$f$	$d$	$f$	$d$	$f$	$d$
1-7-8-9-13	193 762		193 724	78 856	192 658	78 882
1-5-7-9-13	193 766	78 926				
1-6-7-8-13	193 778	78 977				
平均	193 769		193 724	78 856	192 658	78 882

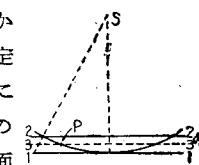
3 点法の平均値 ..... 1 167mm

5 点法の平均値 ..... 1 211mm

の差を生ずる。写真測定では、主点距離が 1mm 以上の誤差を伴うことは 4 からわかるように、測定結果に相当大きい影響を與えるものである。又、フィルムには、不規則な収縮を起すこと、乳剤は、フィルムにはガラスに対するようには完全に付着しないために、フィルムとは別に乳剤の不規則な変化が起りうること、などの理由から、大縮尺の精密測量には、フィルムよりは乾板を用いることが望ましい。

#### 8. 乾板面のくぼみによる影響

一般に、市販の乾板は、全く平らかであることは稀で、乳剤をぬつた面に相当のくぼみを示すのが普通である。このように乾板面にくぼみがあると、この乾板を用いて決定した内部定位の常数には、その彎曲の程度に応じた影響をうけることは当然である。圖-7 は、ごくわずか彎曲した乾板を用いた時、内部定位の常数のうける影響を図解的に示したもので、1-1 を乾板面の基準にした場合と 2-2 を基準面とした場合では明かに鉛直方向の誤差を生ずる。



測定の結果、磨きガラス乾板を用いた場合と比べると表-4 のような差が認められる。

表-4

	$f$ に対して (mm)	$d$ に対して (mm)
3 点法の場合	$4/100 \sim 5/100$	$3/100 \sim 5/100$
5 点法の場合	$4/100$	

測定誤差を考えた場合この程度の誤差は地上写真測量の目的に対しては充分許容できるものと考えられる。それで今後の地上写真測量には、普通ガラス乾板を用いて作業を行つてもよい事がわかつた。

#### 9. 結論

内部定位の常数は、写真測量を行う上に非常に重要な事項である。これを測定することは写真測定の第一歩である。これを決定するために上述のような簡単な方法を用いたが、それらの実測の結果得られた結論は

次のようにある。

- (1) 内部定位の常数を求める時の精度は、その写真から図化する地図に必要な精度によつてきまる。
- (2) 内部定位の常数に必要な精度がきまれば、測角座標測定は、その精度に応ずる精度の器械と方法で測定しなければならない。
- (3) 測角の誤差、座標測定の誤差が、 $f$  及び  $d$  にどの程度の影響を與えるかは、用いる写真機によつて異なる。又、乾板上の点の位置によつても異なる。各々の場合について数値を入れて計算することが

必要である。

- (4) 乾板を使用する場合には、それは磨きガラスでも普通ガラスでも、実用上の目的には何れでもよい。しかし、フィルムでは適當な補正を施すことなく用いることは、大縮尺の精密測定には不適當である。
- (5) 測定に用いる点の選定は、なるべく全画面一様に分布し、平均の主点位置がきまるようになるのが望ましい。しかし、中央に近い点を用いると、測定誤差の影響が大きくなる可能性がある。

## 構築物の撓み記録に対する補正について

正員 工学博士 三瀬 幸三郎\*

### ON THE CORRECTIONS FOR DEFLECTION RECORDS OF STRUCTURES

(JSCE May 1950)

Dr. Eng. Kozaburo Mise C.E. Member

**Synopsis** It is the aim of this paper first to investigate the errors of deflection records taken by ordinary deflectionmeters with springs, and then to introduce the correction formulas necessary to determine the real values. It is also illustrated by actual examples the degree of error included in the measured values for different springs and sag wires.

#### I 緒 言

総じて構築物はその強さが安全であると同時にまたその剛度が充分でなければならない。然るに一般構造物の設計は多く材料の強弱によりその形態及び断面を定めるものであつて、先づ強さに関して充分安全なる様に作られるのが普通である。而して剛度に関してはその設計の出来たものに就いて最後に最大撓みを算出して構造物としての剛性を吟味し、その値が実用に差支えなければこれで設計は完了することになるのである。若しその剛度不充分と思考される場合には設計変更となり、桁などであればその高さを増大して剛度を增强する様に今一度設計をやり直すことになるのである。

次に新しく建設せられた構築物の設計の巧拙及び製作架設の良否等を吟味するには、その外形及び各細部の検査をなすは勿論、時に応力計に依る検査をなすこともあるが、併しこれを全部材について測定することは非常なる手数を要する厄介な仕事であつて容易でない。そこで一般には撓み計を用いてその撓みを検査してその剛性を吟味し構造物としての出来栄を査定するのが普通である。この方法は至極軽便であつて橋梁などでは新しく架設した場合その開通前試験荷重を載せ

最大撓みを検査してがい橋の強剛度如何を検査するのが例である。而してその撓みの大さが、所定の範囲内のものであれば往來に差支なしとして橋上の交通を公開することになる。

さらに現時の橋梁に就いて見るに近來活荷重は鉄道橋に於てもまた道路橋にあつても共に逐年その重量増大して時には設計荷重を超過するものがあり、且つ速度も著しく急速となり衝撃の一層過大となつて居るのが少なくない様な状態である。斯る條件下に在つて現在の橋梁が果してそれらの荷重に対して安全であるや否やを検するには、一般に撓み計を以て最大変位及び振動状態を検査して、その強剛性を吟味するのである。而して之が一定の範囲内にあれば何等差支なしと云うことになり、若し撓み変位が過大であつて危険視せられるものであれば補強を施すか或は活荷重の重量又は速度に制限を置いて使用する等の窮屈を講じねばならないことになるのである。

上述の如く新橋架設の際は勿論既設橋梁、特に命脉の盡きんとする橋梁の検査等には必ず撓み検査をなすべきものであつて、現在使用中の橋梁に於ても兎角超過荷重となる處ある今の如き過度期に於ては、数年に1回、若し出来れば毎年1回検査を行つて、材料の腐蝕、風雨寒暑及びその他の天災に因る被害の有無等を

\* 九州大学名誉教授