多径間連続板の挫屈荷重の計算法（要旨）

（論文集掲載予定）

正員* 倉 田 宗 章

等間隔に中間剛支承された多径間連続長柱が軸圧力を受くる場合の挫屈荷重は Fr. Bleich に依つて Differenzgleichung を用いて簡易に解決されている*，著者は上記連続長柱を径間に平行な方向の相対二辺が単純支承された連続板で置換えたと見做される場合——此場合中間剛支承は板幅にわたる線支となる——に就き同様の取扱の出來る事を示そうと思う。

今各径間毎に通常の如く座標系を定める——径間方向を x 軸それに直交方向を y 軸に採り第 r 番目の径間に属する事を示す爲添数 r を付すものとする——然る時は y 方向に m-1 個の節線を有つ如き挫屈形は次式で表される。

$$W_r=\{K_r\cosh\pi\lambda_1\xi_r+L_r\sinh\pi\lambda_1\xi_r+M_r\cosh\pi\lambda_2\xi_r+N_r\sinh\pi\lambda_2\xi_r\}\sin m\pi\eta_r$$

但し $K_r,\ L_r,\ M,\ N_r$：未定常数

$$\xi_r=\frac{x_r}{a},\quad \eta_r=\frac{y_r}{b}$$

a：一径間長，　b：連続板 幅

$$\left.\begin{matrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{matrix}\right\}=\frac{a}{b}\sqrt{\left\{m^2-\frac{P}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right\}\pm\sqrt{\left\{m^2-\frac{P}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^2\right\}^2-(m^2-Q)m^2}}$$

$P=\dfrac{pa^2}{D\pi^2}$，$Q=\dfrac{ab^2}{D\pi^2}$，p：x 方向の圧縮力強度，

q：y 方向の圧縮力強度，D：板の曲げ剛度，

上の表式を用い中間支承に於ける連続の條件を考慮すれば新な未定常数 B に関する次の如き Differenzengleichung を得る。

$$B_{r-1}-2B_r\frac{T}{S}+B_{r+1}=0$$

$$\text{但し}\quad\left.\begin{aligned}T&=\lambda_1\coth\pi\lambda_1-\lambda_2\coth\pi\lambda_2\\ S&=\lambda_1\operatorname{cosech}\pi\lambda_1-\lambda_2\operatorname{cosech}\pi\lambda_2\end{aligned}\right\}$$

上式の一般解は更に新たな未定常数 C_1，C_2 を用いて次の如く求められる。

$$B_r=C_1\sin r\alpha+C_2\cos r\alpha\qquad \text{但し}\quad \cos\alpha=\frac{T}{S}$$

上式の未定常数 C_1，C_2 を端末——此を端辺と仮称しよう——の條件により消去すれば挫屈條件方程式が求められる，実算の結果を示せば次の如くである。

1） 両端辺単純支承の場合

$$\cos s\frac{\pi}{k}=\frac{T}{S}\quad(\text{但し}\ k:\text{径間数},\ s=0,1,2,\cdots\cdots 2k-1)\cdots\cdots(1)$$

例へば $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}$ の場合荷重 p のみが作用するものとすれば $s=k$ と置いて上式より k に無関係に $P=1.5625$ なる結果を得る，又上式に於て $b\to 0$ なる極限の場合に Bleich の用いた長柱に関する公式に到達する。

2） 一端辺固定他端辺単純支承の場合

$$\cos\left(s+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{k}=\frac{T}{S}\cdots\cdots(2)$$

先づ上式の右辺 $\dfrac{T}{S}$ を P 或は Q の函数として図示して置き，左辺に於て $s=k-1$ と置いて任意の径間数 k に対する P 或は Q を図式に読み取る事が出來る。

3） 両端辺固定の場合

$$\cos s\frac{\pi}{k}=\frac{T}{S}\cdots\cdots(3)$$

挫屈荷重は $s=k-1$ と置いて求められる。

4） 一端辺自由他端辺単純支承辺の場合

$$\frac{\sin(k-1)\alpha}{\sin k\alpha}=\frac{ST'}{\bar{S}S''},\qquad \cos\alpha=\frac{T}{S}\cdots\cdots(4)$$

但し上式中

$$T'=\frac{\gamma_1+P\lambda_1}{\beta_1}\coth\pi\lambda_1-\frac{\gamma_2+P\lambda_2}{\beta_2}\coth\pi\lambda_2$$

$$\bar{S}=\frac{\lambda_1}{\beta_1}\operatorname{cosech}\pi\lambda_1-\frac{\lambda_2}{\beta_2}\operatorname{cosech}\pi\lambda_2$$

$$S''=(\gamma_1+P\lambda_1)\operatorname{cosech}\pi\lambda_1-(\gamma_2+P\lambda_2)\operatorname{cosech}\pi\lambda_2$$

茲に
$$\left.\begin{matrix}\beta_1\\ \beta_2\end{matrix}\right\}=\left.\begin{matrix}\lambda_1^2\\ \lambda_2^2\end{matrix}\right\}-\nu\left(\frac{ma}{b}\right)^2,$$

$$\left.\begin{matrix}\gamma_1\\ \gamma_2\end{matrix}\right\}=\left.\begin{matrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{matrix}\right\}\left[\left.\begin{matrix}\lambda_1^2\\ \lambda_2^2\end{matrix}\right\}-(2-\nu)\left(\frac{ma}{b}\right)^2\right]$$

厚 (4) 式は α を parameter とする挫屈條件方程式であつて (4) の第一式両辺を P 或は Q の函数として図示し任意の k に対する P 或は Q の値を読みとる事が出來る，特に $k=\infty$ ならば (4) 式は

$$\frac{T}{S}\pm\sqrt{\left(\frac{T}{S}\right)^2-1}=\frac{ST'}{\bar{S}S''}\cdots\cdots(5)$$

5） 一端辺自由他端辺固定の場合

$$\frac{\cos(k-1)\alpha}{\cos k\alpha}=\frac{ST'}{\bar{S}S''},\quad \cos\alpha=\frac{T}{S}\cdots\cdots(6)$$

特に $k=\infty$ なる極限の場合を考へると上式は (5) 式に一致する。

6） 両端辺自由辺の場合 （18頁へ）

北海道大学助教授 土木工學教室

* Bleich und Melan "Die Gewöhnlichen und Partiellen Differenzengleichungen der Baustatik" 1927 S. 216