次に剪斷應力は

$$S_{max}=H\cdots\cdots\cdots 100\,\mathrm{kg}$$

であり杭の斷面積は 177 cm² であるから杭剪强度は

$$S=\frac{100}{177}=0.57\ \mathrm{kg/cm^2}$$

S の安全係數を 2.6 とすれば

$$S=0.57\times 2.6=1.5\ \mathrm{kg/cm^2}$$

である。

林業試驗所報告によれば f_t は赤松で 239～574 kg/cm², 黒松で 239 kg/cm² であり, f_c は赤松で 393～515 kg/cm², 黒松で 440 kg/cm² である。

又 S は赤松で 82.6 kg/cm, 黒松で 76.0 kg/cm² となつてゐる。

6. 結　論

以上の實驗結果から次のことが言へる。

イ). 底雪崩最盛期に於ける匐進壓の重心の位置は其の積雪を測つて底から約 1/5 乃至 1/6 以内の高さにある。

ロ). 1 本の杭に積雪の匐進が影響する範圍に關しては, 未だ試驗中に屬する點もあるので斷定は出來ないが略次の如くである。即ち影響範圍は傾斜地の勾配度よりは寧ろ雪質の如何により多少異つてゐるが, 底雪崩最盛期の小締り綿雪又はヌレザラメ（見掛比重 0.5～0.6 程度）等の場合に最大の値を持つものと思はれる。

ハ). 雪崩防止杭の間隔は一般に杭の中心から中心迄を杭徑の 12 倍内外とすれば適當であらう。

ニ). 杭の高さは主として雪崩最盛期の匐進壓に抵抗し得ればよい, 故に防止施設を必要とする場所の年内平均積雪高の 1/4 程度とすれば足りる。若し之れ以上あまり高くすると積雪期間中上層の匐進壓が不絶杭に作用するため, 杭の根入部が著しく弱められる結果雪崩最盛期頃の稍强大な壓力に抵抗し得ないことになる。

ホ). 杭徑の平均は 15 cm 以上とし, その根入れは土質の如何に關係なく一般に地上部と等しくする, 止むを得ない場合でも 80 cm 程度は必要である。尙根固めは碎石の類を以てし, 充分搗き固めておく事が望ましい。

ヘ). 杭列の配置は通常各列を千鳥形にする。然してその列間隔は未だ決定的には言へないが, 杭の心々距離を杭徑の約 30 倍前後にすれば大きな誤謬は生じないと思はれる。

次に地形上晩春迄も相當量の殘雪を見ることがあるが, 此のやうな場所では殘雪が融け始めると大きな雪塊が水にのつて急に辷り出すものである。これが防止杭に對し甚だ危險であるから, 寧ろ千鳥形の配列を避けた方がよいこともある。

ト). 杭の纖維應力は剪斷應力に比較して相當大である。故に松・栂等の如く比較的纖維應力の大なる木材を使用する必要がある。

チ). 杭に對して支索や支柱等を用ひる事は沈降壓の面から見て寧ろ有害である場合が多いので, これは止めた方がよい。

リ). 匐進を完全に防止した結果(ヘ)に述べた如く積雪の相當量が晩春迄で殘る場合, 雪解期に相當量の水が地表面を流下するのが通例である。從つて附帶施設として土質に適應する流水溝等をも考慮する必要がある。

終りに本試驗に當り終始指導を賜つた東大教授沼田政矩先生, 並に現場實驗に協力を吝まなかつた, 技研第二部, 淺野郁司, 宇田川元助, 原禮次の諸君に感謝の意を表しておく。

河幅擴大部及び狹窄部の水面形

准員　井　部　勇　一*

概　要

河川の水流を不等速定流として考へ, 河幅擴大部及び狹窄部の水面形狀を求めたものである。

(I) 基本式

幅が徐々に變化する河川に於ける不等速定流の基本式は本間仁著「水理學」P 162 に次頁の如く與へられている。

原點を上流に取り, 河底線を x 軸に, 鉛直上向きに水位 h 軸をとる。斷面は廣矩形と假定する。

* 建設省最上川下流工事事務所技官

$$\frac{dh}{dx}=\frac{i-\frac{Q^2}{c^2h^3b^2}+\frac{\alpha'Q^2}{gh^2b^3}\cdot\frac{db}{dx}}{1-\frac{\alpha'Q^2}{gh^3b^2}}\cdots\cdots\cdots (1)$$

i=一定の河底勾配 b=河幅 Q=流量

g=重力加速度 c=平均流速係數 α'=常數$\fallingdotseq 1.1$

(II) 河幅が直線的に變化する場合

$x=0$ なる點の河幅を b_0 とすれば

$b=b_0+k\cdot x$ k は常數

これより直ちに $db=k\cdot dx$ が得られる

(1) 式の分子$=H_0$ 分母$=H_c$ とおく 即ち

$$H_0=i-\frac{Q^2}{c^2h^3b^3}+\frac{\alpha'Q^2}{gh^2b^3}\cdot\frac{db}{dx}=i-\frac{Q^2}{c^2h^3b^2}+\frac{\alpha'Q^2}{gh^2b^3}k \cdots\cdots (1)'$$

$$H_c=1-\frac{\alpha'Q^2}{gh^3b^2}\cdots\cdots (1)''$$

$H_0=0$ のときの h を h_0 とし, $H_c=0$ のときの h を h_c (限界水深) とする。即ち

$$h_c=\sqrt[3]{\frac{\alpha'Q^2}{gb^2}}$$

(III) b と h_0 との關係

(1)′ 式より $H_0(h_0)=i-\dfrac{Q^2}{c^2h_0^3b^2}+\dfrac{\alpha'Q^2}{gh_0^2b^3}k=0$

これより $\dfrac{i}{k}h_0^3b^3-\dfrac{Q^2}{c^2k}b+\dfrac{\alpha'Q^2}{g}h=0$

$\alpha=i/k$ $\beta=Q^2/c^2k$ $\gamma=\alpha'Q^2g$ とおけば

$$\alpha h_0^3b^3-\beta b+\gamma h_0=0 \cdots\cdots (2)$$

(2) 式を微分して $\dfrac{dh_0}{db}=\dfrac{\beta-3\alpha h_0^3b^2}{3\alpha h_0^2b^3+\gamma} \cdots\cdots (3)$

更に微分して

$$\frac{d^2h_0}{db^2}=\frac{1}{(3\alpha h_0^2b^3+\gamma)^2}\left[-3\alpha\left\{3h_0^2\frac{dh_0}{db}b^2+2h_0^3b\right\}(3\alpha h_0^2b^3+\gamma)-3\alpha\left\{2h_0\frac{dh_0}{db}b^3+h_0^2 3b^2\right\}(\beta-3\alpha h_0^3b^2)\right]$$
$$\cdots\cdots (4)$$

極値を求むる爲に (3)式より $\dfrac{dh_0}{db}=0$ とおけば

$$\beta-3\alpha h_0^3b^2=0 \cdots\cdots (5)$$

この場合 (4)式より $\dfrac{d^2h_0}{db^2}$ の値を求むれば

$$\frac{d^2h_0}{db^2}=\frac{-3\alpha h_0^2b(2\gamma h_0+2\beta b)}{(3\alpha h_0^2b^3+\gamma)^2}$$

極値の値は(5)式と(2)式とより

$$\frac{2}{3}\beta b=\gamma h_0 \cdots\cdots (6)$$

(5)式と(6)式とより

$$b^5=\frac{9}{8}\frac{\gamma^3}{\beta^2\alpha}=\frac{9}{8}\frac{\alpha'^3k^3c^4Q^2}{ig^3}\fallingdotseq 0.00158\frac{k^3c^4Q^2}{i}\cdots\cdots (7)$$

(i) $k>0$ なるとき $\alpha>0$ $\beta>0$ $\gamma>0$

$\therefore \dfrac{d^2h_0}{db^2}<0$

極値は極大値であることを示す。

(ii) $k<0$ なるとき $\alpha<0$ $\beta<0$ $\gamma>0$

(6) 式に於て 左邊<0 右邊>0 不合理となり

$\therefore \dfrac{dh_0}{db}\neq 0$

(3) 式より $\dfrac{dh_0}{db}$ の分母を 0 とする場合は

$3\alpha h_0^2b^3+\gamma=0$

(2) 式より $2\gamma h_0=3\beta b$ となり左邊>0 右邊<0

故に $\dfrac{dh_0}{db}$ の分母は 0 とならない。

次に(2)式に於て b の變化による h_0 の變化を吟味する。

(i) $k>0$ なるとき

$b\to 0$ なるとき $h_0\to 0$ ($h_0\to\infty$ 又は常數とすれば不合理)

$b\to\infty$ なるとき $h_0\to 0$ (同上)

(ii) $k<0$ なるとき

$b\to\infty$ なるとき $h_0\to 0$

$b\to 0$ なるとき $h_0\to 0$ 又は $h_0\to\infty$

(3)式の分子は(2)式より $\dfrac{3\gamma h_0-2\beta b}{b}>0$

分母は $\dfrac{3\beta b-2\gamma h_0}{h_0}<0$ $\therefore \dfrac{dh_0}{db}<0$

(2)式に於て b を一定例へば 1 とすれば

$$\alpha h_0^3+\gamma h_0-\beta=0 \cdots\cdots (8)$$

$k>0$ なるとき $\alpha,\ \beta,\ \gamma>0$

根を $h_{01},\ h_{02},\ h_{03}$ とすれば

(8) 式は $(\alpha h_0-h_{01})(h_0-h_{02})(h_0-h_{03})=0$

$\therefore -\beta=(-h_{01})(-h_{02})(-h_{03})$

これより實數の正根としては3つあるか又は1つあるかである。3つあるとすれば, h_0^2 の係數が0とならず不合理となるので, 實數の正根は1つのみあることになる。

$k<0$ なるとき $\alpha<0$ $\beta<0$ $\gamma>0$

故に(8)式を $-\alpha h_0^3-\gamma h_0+\beta=0$ とすれば前と同樣にして實數の正根は1つのみあることになる。

(IV) h と H_0 との關係

水路の或る箇處に於て (b は一定となる) h と H_0 との關係を調べてみる。 (1) 式より

$$H_0=i-\frac{Q^2}{c^2h^3b^2}+\frac{\alpha'Q^2}{gh^3b^3}\frac{db}{dx}$$

h を非常に大きくすると H_0 は i に接近する

h を非常に小さくすると H_0 は $-\infty$ に近づく

$$\text{尙}\quad \left.\begin{array}{lll} h<h_0 & \text{なるとき} & H_0<0 \\ h=h_0 & 〃 & H_0=0 \\ h>h_0 & 〃 & H_0>0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (9)$$

(V)　$\dfrac{dh}{dx}$ の符號と h との關係

(1) 式に於て $\dfrac{dh}{dx}$ の符號と h との關係を調べる

(i)　$h_0>h_c$ の場合　$h>h_0$ なるとき　$\dfrac{dh}{dx}>0$

　　$h_c<h<h_0$　〃　〃 <0

　　$h<h_c$　〃　〃 >0

(ii)　$h_0<h_c$ の場合　$h<h_0$ なるとき　$\dfrac{dh}{dx}>0$

　　$h_0<h<h_c$　〃　〃 <0

　　$h>h_c$　〃　〃 >0

なほ水位曲線 (h) が (h_0) 曲線と交る處では水面は河底に平行となり，之が (h_c) 曲線と交る處では水面は河底に垂直となる。

(VI)　h_0 と h_c との關係

(1)′ 式より　$H_0(h)=i-\dfrac{Q^2}{c^2h^3b^2}+\dfrac{\alpha'Q^2k}{gh^2b^3}$

$h_c{}^3=\dfrac{\alpha'Q^2}{gb^2}$　$H_0(h_0)=0$ であり　$H_0(h_c)=i-\dfrac{g^2}{c^2\alpha'}+\dfrac{h_ck}{b}$　となる。故に

$$H_0(h_c)=\frac{1}{c^2\alpha'b}\left\{(\alpha'c^2i-g)b+\alpha'c^2kh_c\right\}$$

(1)　$k>0$ の場合

(i)　$\alpha'c^2i-g>0$ なる場合

　　$H_0(h_c)>0$　　$\therefore\ h_c>h_0$

(ii)　$\alpha'c^2i-g<0$ なる場合

　　$b\to 0$　なるとき　$H_0(h_c)\to+\infty$

　　$b\to\infty$ なるとき　$H_0(h_c)$ は (負の一定値)に近づく

　　h_0 と h_c との交點では $H_0(h_c)=0$ であつて，この根は 1 つであつて b_c とすれば

$$b_c{}^5=\frac{\alpha'^4Q^2c^6k^3}{g(g-c^2i\alpha')^3}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

　　$b<b_c$ なるとき　$H_0(h_c)>0$　　$\therefore\ h_c>h_0$

　　$b>b_c$ なるとき　$H_0(h_c)<0$　　$\therefore\ h_c<h_0$

(2)　$k<0$ の場合

(i)　$\alpha'c^2i-g<0$ なる場合

　　$H_0(h_c)<0$　　$\therefore\ h_c<h_0$

(ii)　$\alpha'c^2i-g>0$ なる場合

　　$b\to 0$ なるとき　$H_0(h_c)\to-\infty$

　　$b\to+\infty$ なるとき $H_0(h_c)$ は (正の一定値) に近づく

　　h_0 と h_c との交點では $H_0(h_c)=0$ であつて，この根は 1 つであつて b_c とすれば

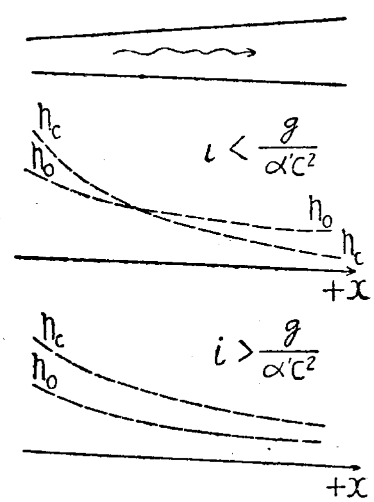
$$b_c{}^5=\frac{\alpha'^4Q^2c^6k^3}{g(g-c^2i\alpha')^3}$$

　　$b<b_c$ なるとき　$H_0(h_c)<0$　　$\therefore\ h_c<h_0$

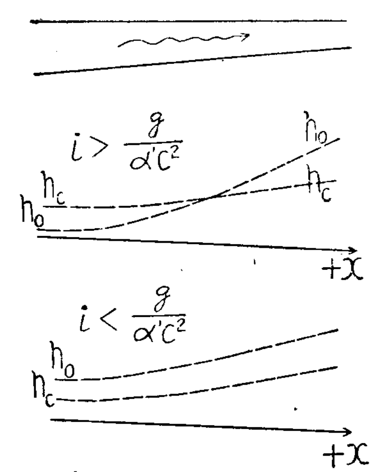
　　$b>b_c$ なるとき　$H_0(h_c)>0$　　$\therefore\ h_c>h_0$

(3)　以上を括めれば，h_0 と h_c との關係は，河幅が徐々に擴大する場合は圖—1 に示す如くなり，河幅が徐々に縮少する場合は圖—2 に示す如くなる。

圖—1.



圖—2.



(VII)　河幅が徐々に擴大する場合

河幅漸變部の兩端を I, II とし夫々の河幅を b_{I} b_{II} とし，

(1)　(7)式を滿足する b を b_m とすれば，

　$b_{\mathrm{I}}>b_m$ なるとき h_0 曲線は一様に減小する

　$b_{\mathrm{II}}<b_m$ なるとき h_0 曲線は一様に増大する

$b_{\mathrm{I}} < b_m < b_{\mathrm{II}}$ なるとき h_0 曲線は I, II 間で極大を生ずる。一般河川では $b_{\mathrm{I}} > b_m$ である。

(2) II 點に於て $v=c\sqrt{h_0''i}$ $\quad\therefore\ \dfrac{Q^2}{b^2h_0''^2}=c^2h_0''i$

$\therefore\ \dfrac{Q^2}{c^2h_0''^3b^2}=i$ 故に (1)′ 式に於て

$$H_0(h_0'')=\frac{\alpha'Q^2}{gh_0''^2b^3}\cdot k>0$$

(9) 式より $\qquad h_0''>h_0$

同様に I 點に於ても $\qquad h_0'>h_0$

(3) 以上によつて水位曲線は次の如くなる。

(i) $k>0,\ h_0>h_c,\ i<g/\alpha'c^2$ なる場合，**圖—3** 上段右側の如くなる。即ち河幅漸變部では水位の極小となる箇所が生じ，且つこの極小の箇所は h_0 線に沿ふて移動する。

(ii) $k>0, h_0$ と h_c とが交る，$i<g/\alpha'c^2$ なる場合上流部は射流狀態にまで低下背水され，河幅漸變部では，h_c 線と交る箇所で跳水現象を生じ常流狀態に移るか，又は h_0 線と交る箇所で水位極小となり下流常流狀態に移る。(圖面略)

(iii) $k>0,\ h_0<h_c,\ i>g/\alpha'c^2$ なる場合，**圖—3** 下段右側の如くなる。即ち河幅漸變部では一樣に水位變化し，漸變部の端で h_0 線に接して極小となり水面は下流側に漸近線を持つ。

(Ⅷ) 河幅が徐々に縮小する場合

(1) $k<0$ であつては h_0 は I, II 間では一樣に上昇する。

(2) II 點に於て $v=c\sqrt{h_0''i}$ $\quad\therefore\ \dfrac{Q^2}{b^2h_0''^2}=c^2h_0''i$ $\quad\therefore\ i=\dfrac{Q^2}{c^2h_0''^3b^2}$

故に (1)′ 式に於て $H_0(h_0'')=\dfrac{\alpha'Q^2}{gh_0''^2b^3}\cdot k<0$

(9) 式より $\qquad h_0''<h_0$

同様に I 點に於いても $\qquad h_0'<h_0$

(3) 以上によつて水位曲線は次の如くなる。

(i) $k<0,\ h_0>h_c,\ i<g/\alpha'c^2$ なる場合，**圖—3** 上段左側の如くなる。即ち河幅漸變部では水位の極大となる箇所が生じ，且つこの極大の箇所は h_0 線に沿うて移動する。

(ii) $k<0,\ h_0$ と h_c とが交り，$i>g/\alpha'c^2$ なる場合，河幅漸變部で，常流にまではね上り h_0 線と交る箇所で水位極大となつて下流射流狀態に移り，水面は漸近的に等速水深に接近する。(圖面省略)

(iii) $k<0,\ h_0<h_c,\ i<g/\alpha'c^2$ なる場合，**圖—3** 下段左側の如くなる。即ち河幅漸變部では一樣に水位變化し，漸變部の端で h_0 線に接して極大となり，水面は下流側に漸近線を持つ。

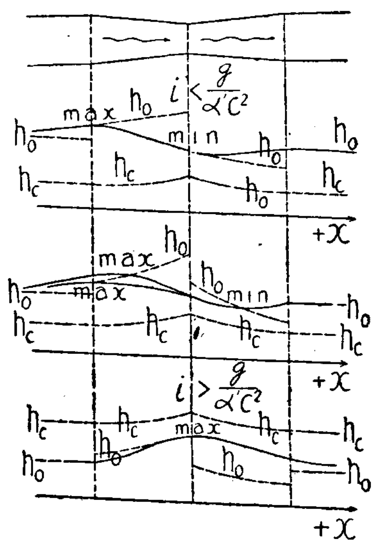
(XI) 河川狹窄部

以上によつて河川狹窄部の水位は **圖—3** の如くなる。(h_0 線と h_c 線とが交る場合を省略する) 即ち常流 ($i<g/\alpha'c^2$) の場合は，河幅漸變部の上流部では極大，下流部では極小の水面を生じ，この結果狹窄部では水面勾配急となつて流速は大きくなり河床に洗掘が生ずる。射流 ($i>g/\alpha'c^2$) の場合は河幅漸變部では水位一樣に變化し，最狹部で極大となる。

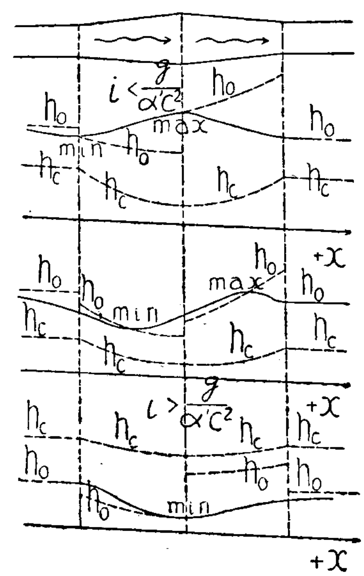
(X) 河川擴大部

河川擴大部の水位は **圖—4** の如くなる。即ち常流 ($i<g/\alpha'c^2$) の場合は，河幅漸變部の上流部では極小，下流部では極大の水面を生じ，この結果擴大部では水面勾配緩となつて流速は小さくなり土砂の堆積が生ずる。射流 ($i>g/\alpha'c^2$) の場合は河幅漸變部では水位一樣に變化し最擴部では極小となる。

圖—3.



圖—4.



附記　本論文は東大教授本間仁博士によつて，射流の場合の水面形狀について誤を指摘され，訂正したもので，丁寧に指導して下さつた先生に對し深く感謝する次第である。

(紙面の都合により多くの附圖を省略した‥編集部)