土の簡易透水試驗法

正員　工學博士　最　上　武　雄[*1]

正員　　加　藤　茂[*2]

1. 緒　論

土の透水係數を求める事は色々な意味で大變重要な事である。土の力學的性質を決定する二大要素が含水量と粘土量である事からも容易に推察されるように土の中の水の移動は土の性質，土構造物の安定性に大きな影響を持つてゐる。

粘土分の多い土の透水係數を求める事は簡單でない。通常の透水試驗に依れば多くの日時を要する。比較的容易なロームの透水試驗でも一日か二日はかゝる。

著者が此處に提案しようとする方法は，あまり高い精度は望まれぬが，甚だ簡單に短時間に土の透水係數を求める方法で，20分位で困難な粘土の透水係數をも求める事が出來る。たゞ自然狀態に於ける土の透水係數を求める事は不可能である。

2. 方　法

透水係數を測らんとする土に飽和以上の水を入れて，遠心分離機のガラスコップに塡める。其の重量，コップに入れた土の深さ，含水量，見掛比重は豫め測つておく。これを遠心分離機にかけて廻轉する。（廻轉角速度 ω）しかる時は土は緊密される時と同じ機構で變形し，水は軸に近い方にしぼり出され，收縮する。豫め土の上に脫脂綿を挿入しておいて，しぼり出された水はこれに吸收せしめる。廻轉する事5分，10 分，20分と言う風に時間を區切り廻轉を止め脫脂綿を取り出し重量を測り，その時間間隔にしぼり出された水量を知る。又土の收縮量も同時に測り，見掛比重は其都度測つて行く。かくの如くして次節で求める公式に依り其時の土の狀態に於ける透水係數を算定し得る。

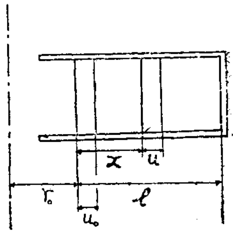
3. 理　論

元 x にあつた土が $x+u$ に移つたとすれば初め x，$x+dx$ の間にあつた土の收縮量は斷面積を A とすれば

$$A\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)dx-A\,dx$$

$$=\frac{\partial u}{\partial x}A\,dx$$

圖



dt 時間內の容積變化 ΔV は

$$\Delta V=\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial t}A\,dx\,dt\ \cdots(1)$$

以上の容積變化は間隙の水の流出による。ある時間に於ける容積 $A\left(1+\frac{\partial x}{\partial x}\right)dx$ の中土と水の容積を夫夫 V_s，V_w とする。この時の間隙比を ε とすると $\varepsilon=V_w/V_s$ であり，dt 間に $\Delta\varepsilon$ だけ間隙比の變化があつたとすると V_s は不變なる故 $\Delta\varepsilon=\Delta V_w/V_s$ 又一方

$$V_s=\frac{1}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)Adx$$

$$V_w=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)Adx$$

であり　$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]=0$$

$$\therefore\quad 1+\frac{\partial u}{\partial x}=c(1+\varepsilon)$$

$t=0$ のとき $\partial u/\partial x=0$ $\varepsilon=\varepsilon_0$ とすれば $c=1/(1+\varepsilon_0)$ となる故 $$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{1+\varepsilon_0}\ \cdots\cdots(2)$$

又土中の應力 σ の中，土粒子から土粒子に傳へられるものを p，水から水に傳へられるものを w とする。

$$\sigma=p+w$$

$$=\frac{1}{g}\omega^2 u_0\left(r_0+\frac{u_0}{2}\right)+\frac{\omega^2}{g}\int_0^x\rho(r_0+x+u)dx\ \cdots\cdots(3)$$

第一項は滲み出て來た水に働く遠心力によるもの第二項は土の遠心力に依るものである。透水すると共に p は增加し w は小となる。時間 dt の間に p が Δp だけ增し，それと共に容積は ΔV だけ變化する。從つて

---

*1. 東京大學教授　第一工學部土木工學教室
*2. 文部敎官　〃　同　上

$$\Delta V=\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]A\,dx\,dt$$

$$=\left[\frac{1}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\varepsilon\left\{\frac{-1}{(1+\varepsilon)^2}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{1}{1+\varepsilon}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}\right\}\right]A\,dx\,dt$$

$$=\left[\frac{1}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\sigma t}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{1}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\right\}\right]A\,dx\,dt$$

$$=\frac{\partial\varepsilon/\partial p}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial p}{\partial t}A\,dx\,dt$$

$$=\frac{a}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial p}{\partial t}A\,dx\,dt \quad\cdots\cdots\cdots(4)$$

但し $\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial p}=a$ ……………(5)

又元 x にあつた斷面の過剩水壓を w とすれば元 $x+dx$ にあつた斷面の過剩水壓は $w+(\partial w/\partial x)\,dx$ である。x 斷面より流入する流量 Q は dt 間に

$$Q=k\frac{\partial w}{\partial(x+u)}A\,dt=k\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial(x+u)}A\,dt$$

$$=\frac{k}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}\frac{\partial w}{\partial x}A\,dt$$

$x+dx$ 斷面より dt 間に流出する水量 Q' は

$$Q'=\left[\frac{k}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{k}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}\frac{\partial w}{\partial x}\right\}dx\right]A\,dt$$

從つて dt 間に兩斷面間にたまる水量 $Q'-Q$ は

$$Q'-Q=-\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{k}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}\frac{\partial w}{\partial x}\right\}A\,dxdt$$

一方 (3) より

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x}=\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial x}=\frac{\rho\omega^2}{g}(r_0+u+x)$$

$$\therefore\quad \frac{\partial w}{\partial x}=\frac{\rho\omega^2}{g}(r_0+u+x)-\frac{\partial p}{\partial x}$$

依つて

$$\frac{a}{1+\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{k}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}\frac{\partial p}{\partial x}\right\}-\frac{\omega^2}{g}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{k\rho}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}(r_0+x+\rho)\right\}\quad\cdots\cdots(6)$$

又 $$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{\omega^2}{g}(r_0+u_0)\frac{\partial u_0}{\partial t}+\frac{\omega^2}{g}\int_0^x\frac{\partial}{\partial t}\{\rho(r_0+x+u)\}dx\quad\cdots(7)$$

ρ＝一定とすれば

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{\omega^2}{g}(r_0+u_0)\frac{\partial u_0}{\partial t}+\frac{\omega^2}{g}\int_0^x\frac{\partial u}{\partial t}dx$$

今 $\omega=2\pi\times3000/$分 $\partial u_0/\partial t\fallingdotseq\partial u/\partial t\fallingdotseq0.2mm/30$ 分とすれば

$$\frac{\omega^2}{g}\frac{\partial u}{\partial t}\fallingdotseq\frac{\omega^2}{g}\frac{\partial u_0}{\partial t}$$

$$\fallingdotseq\frac{0.02\times4\pi^2}{980\times30\times60}\left(\frac{3000}{60\times60}\right)^2$$

$$\fallingdotseq\frac{9}{7.7}\times10^{-6}\fallingdotseq1.2\times10^{-6}$$

であるから (7) の右邊は大變小さい。$\partial p/\partial t$, $\partial w/\partial t$ の大いさは今は分らぬが，この夫々はこれ程小でないとすると

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\frac{\partial w}{\partial t}$$

從つて

$$\Delta V=\frac{a}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial p}{\partial t}A\,dx\,dt$$

$$=-\frac{a}{1+\varepsilon}\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)\frac{\partial w}{\partial t}A\,dx\,dt$$

$$=-\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{k}{1+\dfrac{\partial u}{\partial x}}\frac{\partial w}{\partial x}\right\}A\,dx\,dt$$

$(\partial u/\partial x)\ll1$, $(\partial k/\partial x)\fallingdotseq0$ とすれば

$$\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{k(1+\varepsilon)}{a}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

今土の表面にたまる水は少ない事及び脱脂綿に吸收されこれは應力に對し影響小なりとして省略し，變位 u の遠心力に對する影響も小なりとして省略すれば

$$p+w=\frac{\omega^2}{g}\int_0^x\rho(r_0+x)dx$$

$$=\frac{\rho\omega^2}{2g}(x+2r_0)x\quad\cdots\cdots\cdots(9)$$

$x=0$ では $w=0$ であり，コップの底からは中々水はぬけぬ故 $x=l$ では $w\gg p$ であると思はれる故 $x\fallingdotseq l$ で

$$w=\frac{\rho\omega^2}{2g}(l+2r_0)l\quad\cdots\cdots\cdots(10)$$

又 $t=0$ では $p\fallingdotseq0$ であるから

$$w=\frac{\rho\omega^2}{2g}(x+2r_0)x\quad\cdots\cdots\cdots(11)$$

である。

$$w=w'+w''=\frac{\rho\omega^2 x}{2gl}(l+2r_0)l+w''$$

とすれば $\dfrac{\partial w''}{\partial t}=\dfrac{k(1+\varepsilon)}{a}\dfrac{\partial^2 w''}{\partial x^2}$

尚ほ $x=0$, $x=l$ にて $w''=0$, $t=0$ にて

$$w''=\frac{\rho\omega^2}{2g}[(x+2r_0)x-(l+2r_0)x]$$

$$=\frac{\rho\omega^2}{2g}(x^2-lx)$$

$$=-\frac{4\rho\omega^2 l^2}{g\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\sin\frac{(2n-1)\pi}{l}x$$

依つて

$$w=\frac{\rho\omega^2}{2g}(l+2r_0)x-\frac{4\rho\omega^2 l^2}{\pi^3 g}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}$$
$$\times e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2 k(1+\varepsilon)t}{al^2}}\sin\frac{(2n-1)\pi}{l}\cdots\cdots(12)$$

$x=0$ にて時間 t, $t+dt$ 間に出る水量 dQ は

$$dQ=\left[k\frac{\partial w}{\partial x}A\,dt\right]_{x=0}$$

$$=kA\left[\frac{\rho\omega^2}{2g}(l+2r_0)-\frac{4\rho\omega^2 l}{\pi^2 g}\right.$$
$$\left.\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2 k(1+\varepsilon)}{al^2}t}\right]dt$$

$t=0$ より $t=T$ までに出る水量 Q は

$$Q=kA\left[\frac{\rho\omega^2}{2g}(l+2r_0)T-\frac{4\rho\omega^2 al^3}{\pi^4 gk(1+\varepsilon)}\right.$$
$$\left.\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^4}\left(1-e^{-\frac{(2n-1)^2\pi^2 k(1+\varepsilon)}{al^2}T}\right)\right]\cdots(13)$$

$\rho=1.5$, $\omega=300$, $r_0=8$, $l=7$ とすれば w は

$$\frac{9\times1.5\times10^4}{2\times980}7\times23\doteqdot1.1\ \mathrm{kg/cm^2}$$

これに對する a は 10^{-3} の order である。$T=10$ 分とすれば

$$O\left\{\frac{\pi^2(1+\varepsilon)T}{al^2}\right\}=\frac{10\times2\times600}{10^{-3}\times50}=2.4\times10^5$$

$$O(k)=10^{-6}$$

なら $O\left\{\dfrac{\pi^2(1+\varepsilon)T}{al^2}k\right\}=2.4\times10^{-1}$

$$O\left\{e^{-\frac{\pi^2(1+\varepsilon)kT}{al^2}}\right\}=O(e^{-0.2})\doteqdot0.8$$

$$O\left\{e^{-\frac{9\pi^2(1+\varepsilon)kT}{al^2}}\right\}=O(e^{-2})=0.14$$

$$\therefore\ O\left[1-e^{-\frac{\pi^2(1+\varepsilon)kT}{al^2}}\right]=0.2,$$

$$O\left[\frac{1}{81}\left\{1-e^{-\frac{9\pi^2(1+\varepsilon)\kappa T}{al^2}}\right\}\right]=0.01$$

$$O\left(\frac{4\rho\omega^2 al^3}{\pi^4 gk(1+\varepsilon)}\right)$$
$$=\frac{4\times1.5\times900\times10^{-3}\times350\times100}{10^2\times980\times10^{-6}\times2}=10^5$$

$$O\left(\frac{\rho\omega^2}{2g}(l+2r_0)T\right)$$
$$=\frac{1.5\times9\times10^4\times23\times10\times60}{2\times980}=10^5$$

從つて (13) の $n=2$ 以下を省略する事は Q に約 5% の誤差を與へるのみである。そこで

$$Q=\frac{\rho\omega^2 kA}{2g}(l+2r_0)T$$
$$-\frac{4\rho\omega^2 al^3 A}{\pi^4 g(1+\varepsilon)}\left(1-e^{-\frac{\pi^2 k(1+\varepsilon)}{al^2}T}\right)$$
$$\doteqdot\frac{\rho\omega^2 kA}{2g}(l+2r_0)T-\frac{4\rho\omega^2 lkAT}{\pi^2 g}$$
$$=\frac{\rho\omega^2 kAT}{2g}\left\{l+2r_0-\frac{8l}{\pi^2}\right\}$$

$$\therefore\ k=\frac{2gQ}{\rho\omega^2 AT}\frac{1}{l+2r_0-\frac{8l}{\pi^2}}$$
$$=\frac{2gQ}{\rho\omega^2 AT}\frac{1}{0.19l+2r_0}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

4. 實驗

用ひた土は大學構内の赤土，印旛沼周圍數ケ所より採集した砂混り粘土等數種である。前に記した方法によつて遠心分離器のガラスコップ内に土を詰め，毎分 3000 回轉，2000 回轉，1000 回轉にて回轉する。5分間廻轉の後，廻轉を止め，前述の如く脱脂綿に吸收された水量を測定すると共に，土の收縮を水理實驗に用ひる水面測定器を利用して測つた。これは臺の上にコップを立て，土の表面の高さを測ることに依つて行つた。測定後後再び遠心分離器にかけて5分間廻轉して今述べた測定を行ひ，又遠心分離器にかけて 10 分間廻轉した後測定を繰返へす。かくの如くして試驗開始後廻轉する事 5分，10分，20分，30分，60分，120分，210分毎に前記の測定した。測定した量は 收縮量 Δl, 脱水量 ΔQ, 見掛比重 ρ, 土のコップ内の長さ l, 土の表面と廻轉軸の中心との距離 r, 試驗開始時，試驗終了時の含水率である。

大學構内の關東ロームにより 3000 回/分の廻轉をして實驗して得た一例を示す (表—1)。これはコップ 3ケの平均値である。

表—1.

時間 (分)	收縮量 Δl (mm)	脱水量 $\Delta Q(gr)$	ρ	l (cm)	r (cm)	含水率 %
0	0	0	1.34	8.35	6.65	58.4
5	13.57	8.37	1.435	6.96	8.04	
10	14.37	8.92	1.430	6.88	8.12	
20	14.70	9.18	1.430	6.85	8.15	
30	14.93	9.39	1.435	6.83	8.17	
60	15.63	9.78	1.440	6.76	8.24	
120	16.77	10.73	1.460	6.64	8.36	
210	17.53	11.40	1.460	6.56	8.55	47.8

表—2.

時間 (分)	A 脱水量 $A\Delta l$	B 含水率 (%)	C 間隙比 ε	D 間隙比 ε	E 差の百分率 $\frac{D-C}{C}\times 100$	F 透水係數 k
0	—	—	3.54	—	—	—
5	1.0017	52.6	2.72	2.81	3.15	1.5×10^{-6}
10	1.0079	52.2	2.70	2.76	2.22	5.6×10^{-7}
20	1.0138	52.0	2.68	2.74	2.31	4.5×10^{-7}
30	1.0210	51.8	2.66	2.73	2.59	2.9×10^{-7}
60	1.0157	51.5	2.62	2.69	25.7	3.3×10^{-7}
120	1.0387	50.7	2.51	2.63	4.79	—
210	1.0557	50.2	2.48	2.59	4.23	—

我々の理論では土が收縮したゞけ水が出るのであるがこの點を確めるために，コップの斷面積 A と收縮量 Δl と掛け合せたものと實測値より求めた脱水量との關係を求めると，**表—2** A 列の如くなり，兩者は良く一致してゐる。又初めの見掛比重 ($\rho=1.34$) と土の容積と含水率より初めに含まれてゐた水の量が求められ，各段階の脱水量を引けば各段階に於ける土中の水量が分かるから各段階での含水率が求められる。これを求めると **表—2** B 列の如くになる。

最後の値 50.2 と測定値 47.8 とは 2.4% の開きがある。これは今計算した値はコップ内の平均値であり，測定値はコップの一部の含水率なるに依るのであらう。卽ち，コップ内にはこの程度の含水率の不均一があると思はれる。

用ひた土の眞比重 ρ_s は 25.3 であり，含水率 w は以上に求めた故，間隙比 ε は

$$\varepsilon=\frac{1}{1-w}\frac{\rho_s}{\rho_v}-1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

に依り計算出來る。計算した結果は **表—2** の C 列の如くである。

一方 (2) から初めの間隙比を ε_0 として，各段階に於ける間隙比を求める式が次の如く與へられる。卽ち

$$\varepsilon=(1+\varepsilon_0)\frac{\partial u}{\partial x}+\varepsilon_0$$

$$=\varepsilon_0-(1+\varepsilon_0)\frac{\Delta l}{l}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

初めの間隙比 ε_0，各段階の Δl, l が測定されてゐる故，この式より ε を計算し，前に計算した間隙比との差の前の計算値に對する割合を求めると，**表—2** D 列 E 列の如くになる。

この結果から見るに時間は 10分～20分 が一番差少く，我々の理論も信頼度が最も高いと思はれる。30分以上，10分以下では信頼度が少しくおちる。10分以下では廻轉數が規定の値になる迄に約2分を要するために生ずる誤差もあるかと思はれる。30分以上となると土のコップ内での移動が困難となるから，かゝる差が生ずるのかと思はれる。

最後に，(14) 式より透水係數 k を求めて見ると **表—2** F 列の如くである。

このように透水係數 k が求められるが，これは間隙比と關係があると思はれるが，この事を述べ得る程現在の研究は進んでゐない。

鐵道省土質調査委員會報告第二輯によると Proc. A. S. C. E. Oct., 1931, vol. 57 pp 1165—1188 に於て Gilboy は壓密試驗に依つて求めた透水係數と普通の透水試驗に依る結果を比較せしめる圖を與へてゐる。これは本文の方法と趣旨は良く似てゐる。上述の圖で兩方の値が良く一致してゐる事は筆者達にとつても喜ばしい事である。尙ほ本研究に於て，理論並に本文をまとめる事は最上が行ひ，實驗は加藤が行つた。　完

(昭 22. 10. 20 受付)