

混合砂の容積

正員 堀 武 男*

内容梗概 土質力学及びコンクリート工学の研究に於て粒徑の異なる砂、一般には粉状體を混合する場合が甚だ多い。今2種の粒徑の砂を混合した場合にその容積又は間隙比が如何に變化するかを實驗的に調べて見た。尙この混合砂に對して搗固め試験を行ひその容積の變化をもしらべた。それらの結果に依ると、相馬標準砂と九味浦標準砂については混合比が3:7(重量比)の時容積が最小である。

目 次

1. 實驗方法
2. 最大最小容積に對する吟味
3. 混合砂の理論的考察
4. 砂利と砂の混合容積
5. 理想的砂に對する修正

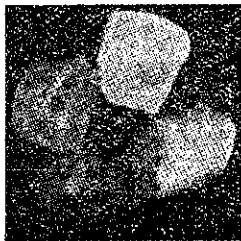
1. 實驗方法

相馬標準砂と九味浦標準砂とを混合し、メスシリンダーの中に入れて容積を測定する。兩者の混合の割合を重量比で0:10; 1:9; 2:8; …, 9:1; 10:0の11通りとし、その各場合に於ける最大容積、最小容積及び搗固回数と容積減少との割合を求める。

砂の性質

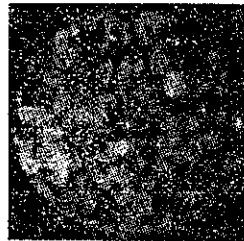
種 類	比 重	粒 徑	形 狀
相馬標準砂	2.65	1.0 mm	直六面體に近し
九味浦標準砂	2.65	0.1 mm	丸味を帯ぶるも完全なる球にあらず

圖-1.



相馬標準砂顯微鏡寫眞 (×300)

圖-2.



九味浦標準砂顯微鏡寫眞 (×300)

搗棒 直徑 2.6 mm の針金

メスシリンダー 容積 200 cc

砂は全重量を200gとし之を所要の混合割合にとり、ピーカーの中で充分攪亂する。然る後漏斗により靜か

にメスシリンダーに注入して容積を測る。

搗固めの影響を見るには搗棒を出来るだけ深く貫入せしめる。搗固回數が増すと搗棒は容器の底までは到達しない。

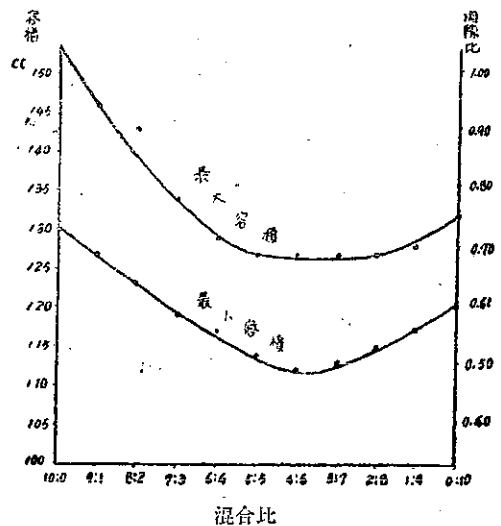
2. 最大最小容積に對する吟味

混合砂の最大値を求めることは非常に困難である。例へば相馬標準砂のみについて圖-4の方法で詰める、各々異つた容積を示して來る。

A) 漏斗上すぐ上から砂をあげ、漏斗の口を眞直ぐ下にに向けた時

B) 漏斗上すぐ上から砂をあげ、漏斗の口をメスシリンダーの側壁にそらせた時

圖-3. 混合重量比 九味浦砂:標準砂

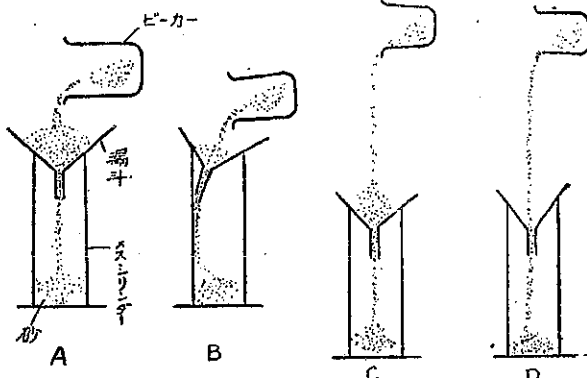


* 工學士

表-1. 混合砂の容積 (c.c.)

混合比	試験番號	搗固回数						
		0	20	40	60	80	100	200
10:0	I	152	139	135	132	130	130	130
	II	163	138	136	132	131	130	130
	平均	155	138.5	135.5	132.0	130.5	130.0	130.0
9:1	I	146	136	131	128	128	127	127
	II	145	136	128	128	127	126	126
	平均	145.5	136.0	129.5	128.0	127.5	126.5	126.5
8:2	I	142	128	126	124	124	123	123
	II	143	126	125	124	124	123	123
	平均	142.5	127.0	125.5	124.0	124.0	123.0	123.0
7:3	I	134	126	125	123	121	120	119
	II	134	123	121	121	119	119	119
	平均	134.0	124.5	123.0	122.0	120.0	119.5	119.0
6:4	I	128	120	118	118	117	116	116
	II	130	121	119	118	117	117	117
	平均	129.0	120.5	118.5	118.0	117.0	116.5	116.5
5:5	I	128	117	116	116	114	114	114
	II	126	116	114	114	114	114	114
	平均	127.0	116.5	115.0	115.0	114.0	114.0	114.0
4:6	I	128	118	114	113	113	113	113
	II	126	114	113	113	112	112	112
	平均	127.0	116.0	113.5	113.0	112.5	112.5	112.5
3:7	I	127	117	114	113	113	113	113
	II	126	117	112	112	112	112	112
	平均	126.5	117	113	112.5	112.5	112.5	112.5
2:8	I	127	115	114	115	115	115	115
	II	127	116	114	115	115	115	115
	平均	127.0	115.5	114.0	115.0	115.0	115.0	115.0
1:9	I	128	118	117	117	117	117	117
	II	127	117	116	116	116	116	116
	平均	127.5	117.5	116.5	116.5	116.5	116.5	116.5
0:10	I	132	122	122	121	120	120	120
	II	132	124	124	120	120	120	120
	平均	132.0	123.0	123.0	120.5	120.0	120.0	120.0

圖-4. 砂の詰め方



C) 漏斗上から相當はなして砂を一度にあけた時
 D) 漏斗上から相當はなして砂を少しづつあけ、砂が漏斗にたまらぬ様にした時
 以上の4種の試験を行ひ、搗固回数 $n=0$ の時の容積を求めると次の如くなる。

表-2. 詰め方の爲による最大容積の偏倚

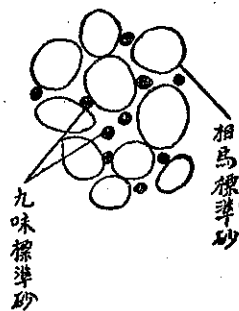
	A	B	C	D
試験-1	134 cc	133 cc	131 cc	118 cc
試験-2	132	134	130	118
平均	133.0	133.5	130.5	118.0

表-2 で明かな如く最大容積は砂の詰め方により相當差がある事が判る。

A によれば比較的正しい最大容積を得られる。然し餘り回数を増すと逆に容積を増すこともあり得る。この時に得られた最小容積は棒の大きさと砂の粒徑による常數である。

混合比を變化させると容積も變化するのは、相馬標準砂の中に九味浦標準砂が入つて行くためと思はれる。特に九味浦標準砂の少量の場合は、その全容積は殆んど相馬標準砂だけの容積であつて、即ちその時は砂が圖-5の状態にあると考へられる。而して混合砂の容積

圖-5.



1) 砂の間隙が砂の組成のみならず、その履歴により支配されることは明かである。

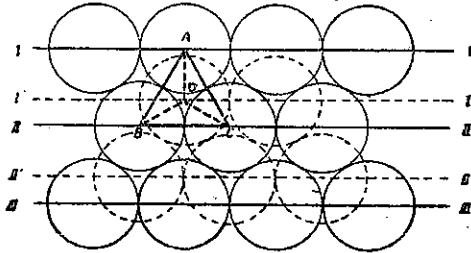
(Terzaghi: Erdbaumechnik)

が極小になる、又間隙比が極小になる混合比は相馬標準砂と九味浦標準砂との比が3:7~4:6の時である。

3. 混合砂の理論的考察

今砂は全部同じ大きさの半径 r の球からなつてゐると假定する。斯る砂が最少容積を示すのは圖-6 の如き

圖-6.



排列をなした時である。即ち互に相接する4個の球の中心を A, B, C, D とすれば四面體 ABCD は正四面體であつて、その一稜の長さは $2r$ である。この様な排列の砂を粒徑に比して十分大きな容器に入れる。この時左右に n_1 個、前後に n_2 個、上下に n_3 個の砂が排列したとすると、その時の砂全體の容積 V は

$$V = (2rn_1) \left(\sqrt{3} n_2 \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \cdot 2rn_3 \right) \dots (1)$$

$$= 4\sqrt{2} r^3 n_1 n_2 n_3$$

又砂の實質部の容積 V_s は

$$V_s = \frac{4}{3} \pi r^3 n_1 n_2 n_3 \dots (2)$$

故に間隙の容積 V_v は

$$V_v = V - V_s$$

$$= \left(4\sqrt{2} - \frac{4}{3}\pi \right) r^3 n_1 n_2 n_3 \dots (3)$$

従つてその時の間隙比 e は次の如くなる

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{4\sqrt{2} - \frac{4}{3}\pi}{\frac{4}{3}\pi}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{\pi} - 1 = 0.35 \dots (4)$$

これは容器と砂との接觸部の影響はないものと假定してゐるのであつて、 e が粒徑 r には關係しない、即ち等粒徑の砂は如何に稠密につめても間隙比を 0.35 以下にすることは出来ない。圖-3 によつてみると

相馬標準砂のみの場合 $e = 0.60$

九味浦標準砂のみの場合 $e = 0.75$

であつて、この値は 0.35 より遙かに大である。これは砂の形が圖-1 及び圖-2 に示す如く完全には球形でないために圖-6 の如き排列が起らなかつたことを示してゐる。

次に2種の粒徑の砂を混合した場合の砂の容積又は間隙比を考察してみよう。

大小2種の粒徑の砂をとり、その最小容積を V 及び V' とし、實質部の容積を V_s 及び V'_s とする。然る時は単一砂からなる場合の最小間隙比は夫々

$$e = \frac{V - V_s}{V_s} = \frac{V_v}{V_s} = 0.35$$

$$e' = \frac{V' - V'_s}{V'_s} = \frac{V'_v}{V'_s} = 0.35$$

混合砂の容積は V' が V_s より大なるか、小なるかによつて異つた型を示す。

1) $V' \leq V_s$ の場合

この場合は大粒砂の間隙中に小粒砂が全部入つて了ふ。従つて、この時の間隙の容積は

$$v = V_v - V'_s$$

$$= 0.35 V_s - V'_s$$

故に間隙比は

$$e = \frac{0.35 V_s - V'_s}{V_s + V'_s} = \frac{0.35 - k}{1 + k} \dots (5)$$

但し

$$k = \frac{V'_s}{V_s} \dots (6)$$

$V' = V_s$ の時はこれを k_0 とおくと

$$k_0 = \frac{V'_s}{V_s} = \frac{V' - V_v}{V_s} = \frac{V_s - V'_v}{V_s}$$

$$= 0.35 \frac{V_s - V'_s}{V_s} = 0.35(1 - k_0)$$

$$\therefore k_0 = \frac{0.35}{1.35} = 2:8 \dots (7)$$

即ち混合比が 2:8 附近で最小間隙比の混合砂が得られる。然し本実験では最小間隙比が 4:6 附近となつてゐる。これは大粒徑の砂の間隙の大きさが小粒徑の砂の粒徑に比して十分大きくないために、接觸面の影響が表はれたからである。この時の間隙比は

$$e_0 = \frac{0.35 - \frac{0.35}{1.35}}{1 + \frac{0.35}{1.35}} = \frac{(0.35)^2}{1.70} = 0.072$$

である。この値も實驗値とは甚だしく異つてゐる。これは搗棒及び粒形のためであると考へられる。

混合比は本実験では重量比で表はしたが比重が等しければ、最小容積の比を以て表はしてもよい。

但しこれは球形砂についてである。

2) $V < V_v$ の場合

この場合は小粒径の砂の中に大粒径の砂が存在してゐる構造になつてゐる。然しこの場合は次の如く考へる。大粒径の砂が最小間隙比の構造を有し、その間隙を完全に小粒径の砂が埋めて居り、残部の小粒径の砂は單にそれだけで最小間隙比の構造をなしてゐるものとする。小粒径砂の混合部分の實質部を V'_{s1} 、非混合部分の實質部を V'_{s2} にすれば

$$V_s' = V'_{s1} + V_s$$

$$\frac{V'_{s1}}{V_s} = \frac{0.35}{1.35}$$

又混合部分の間隙量は

$$v_1 = 0.072(V_s + V'_{s1})$$

非混合部分の間隙量は

$$v_2 = 0.35 V'_{s2}$$

故に間隙比 e は

$$e = \frac{v_1 + v_2}{V_s + V'_{s1}} = \frac{0.072(V_s + V'_{s1}) + 0.35 V'_{s2}}{V_s + V'_{s1}}$$

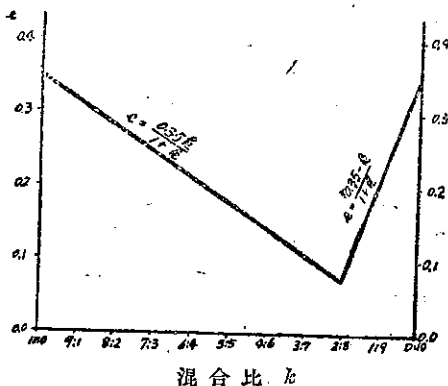
$$= \frac{0.072(V_s + \frac{0.35}{1.35} V_s) + 0.35(V_s' - \frac{0.35}{1.35} V_s)}{V_s + V'_{s1}}$$

$$= \frac{0.35k}{1+k} \dots\dots\dots (8)$$

$k = \frac{0.35}{1.35}$ の時 $e_0 = \frac{0.35^2}{1.35} = 0.072$

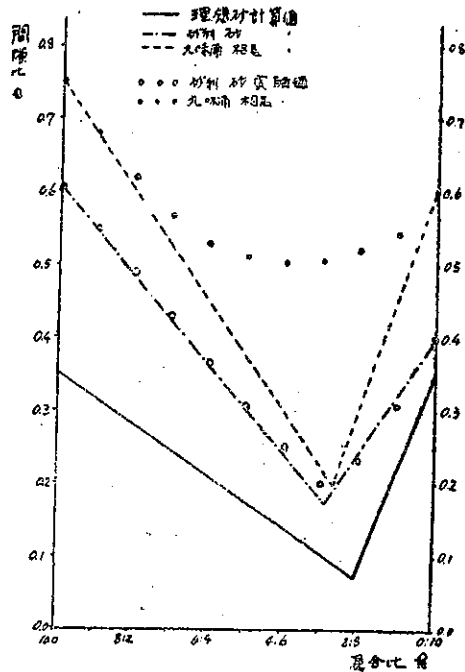
$k \rightarrow \infty$ の時 $e = 0.35$

圖-7. $e-k$ 曲線



理想的な形状の砂を混合した時の間隙比は圖-7 の如くなる。これを圖-3 の最小容積の間隙比とを比べてみると、數値は著しく異つてゐるが、傾向はよく似て

圖-8. $e-k$ 曲線



ゐることが分る。二種の粒徑が等しければ圖-7 の 2 直線は横軸に平行な一直線で表はされる筈である。又理想砂でないために最小間隙比が 0.35 にならず、そのため 2 直線の交點が理論と實驗と位置を異にすると考へられる。例へば本實驗では

$$e = \frac{V_v}{V_s} = 0.60$$

$$e' = \frac{V'_v}{V'_s} = 0.75$$

..... (9)

故に $V' = V_v$ の時の k の値は

$$k = \frac{V'_s}{V_s} = \frac{V' - V'_v}{V_s} = \frac{V_v - V'_v}{V_s} = \frac{0.60 V_s - 0.75 V'_s}{V_s}$$

$$= 0.60 - 0.75 k$$

$$\therefore k = \frac{0.60}{1.75} = 0.343 = 2.6 : 7.4$$

となつて實驗迄の最小間隙比をあたる 3 : 7 の混合比に大部近づいて来る。

實はこの理論は砂利と砂の如き粒徑の著しく異つた砂について (9) の如き條件を考慮して計算すれば實驗とよく一致する結果が得られるであらう。

3 種以上の砂を混合する時も同様に計算することが出来る。

4. 砂利と砂との混合容積

理論計算値と実験値とを一致させるためには理論を立てた時の假定から明かな如く、使用するべき砂の粒径差を大にし、且つ容器を大にすればよい。今使用砂を次の如くする。

	平均直径	真比重	形 状
大 粒 徑 砂	20 mm	2.6	丸味を帯ぶ
小 粒 徑 砂	0.2 mm	2.6	丸味を帯ぶ

砂の容積は直径 20 cm の圓筒を用ひ、砂の總重量を 10 kg とした。従つて次表の重量比が例へば 3 : 7 とあるは小粒径砂 3 kg と大粒径砂 7 kg とからなる混合砂のことである。

最小容積を得るには容器を振動させ且つ表面を板で軽く締固めた。実験結果は次表の通りである。

表-3. 砂利-砂, 混合容積

混 合 比	10:0	9:1	8:2	7:3	6:4	5:5	4:6	3:7	2:8	1:9	0:10
最 小 容 積 (b)	6.2	5.9	5.7	5.5	5.2	5.0	4.8	4.6	4.7	5.0	5.4
最 大 比 重	1.61	1.69	1.75	1.81	1.92	2.00	2.08	2.17	2.12	2.00	1.85
最 小 間 隙 比	0.61	0.54	0.48	0.43	0.36	0.30	0.25	0.20	0.23	0.30	0.40

前に述べたと同様な計算を行へば

$$e = \frac{V_v}{V_s} = 0.40$$

$$e' = \frac{V_v'}{V_s'} = 0.61$$

故に $V' = V_v$ の時の k の値は

$$k = \frac{V_s'}{V_s} = 0.40 - 0.61k$$

$$\therefore k = 0.248 = 2.9 : 7.1$$

5. 理想砂に対する修正

相馬砂と丸味浦砂との混合砂より、砂利と砂との混合砂の方が理論値に近いであるが、今この理論値からの偏差を考察してみよう。

理想砂の時は最小間隙比が 0.35 であるが、普通の砂はこの値が 0.35 より遙かに大きい。そして一般に砂の粒径が小なる程その 0.35 よりの偏差が大である。

單一砂からなる場合の最小間隙比が実験的に求めら

れたとすると、前と同様に考へて混合砂の間隙比は次の如くなる。

1) $V' \leq V_v$ の場合

この場合は大粒径砂の間隙中に小粒径砂が全部入つて了ぶから間隙の容積は

$$v = V_v - V_s'$$

$$= e_1 V_s - V_s'$$

故に間隙比は

$$e = \frac{e_1 V_s - V_s'}{V_s + V_s'} = \frac{e_1 - k}{1 + k} \dots \dots \dots (10)$$

但し e_1 は大粒径砂の間隙比である。

$V' = V$ の時は

$$k = \frac{V_s'}{V_s} = \frac{V' - V_v'}{V_s} = \frac{V_v - V_v'}{V_s} = \frac{e_1 V_s - e_2 V_s'}{V_s}$$

$$= e_1 - e_2 k_0$$

$$\therefore k_0 = \frac{e_1}{1 + e_2} \dots \dots \dots (11)$$

但し e_2 は小粒径砂の最小間隙比である。この時の混合

砂の間隙比 e_0 は

$$e_0 = \frac{e_1 e_2}{1 + e_1 + e_2} \dots \dots \dots (12)$$

2) $V' \geq V_v$ の場合

小粒径砂の混合部分の實質部を V_{s1}' ; 非混合部分の實質部を V_{s2}' とすれば、(11) より

$$\frac{V_{s1}'}{V_s} = k_0 = \frac{e_1}{1 + e_2} \dots \dots \dots (13)$$

故に混合部分の間隙量 v_1 は (12) を代入して

$$v_1 = \frac{e_1 e_2}{1 + e_1 + e_2} (V_s + V_{s1}') \dots \dots \dots (14)$$

非混合部分の間隙量 v_2 は

$$v_2 = e_2 V_{s2}'$$

故に

$$e = \frac{v_1 + v_2}{V_s + V_s'} = \frac{\frac{e_1 e_2}{1 + e_1 + e_2} (V_s + V_{s1}') + e_2 V_{s2}'}{V_s + V_s'}$$

$$= \frac{e_1 e_2}{1 + e_1 + e_2} \left(\frac{V_s + \frac{e_1}{1 + e_2} V_s}{V_s + V_s'} \right) + e_2 \left(\frac{V_s' - \frac{e_1}{1 + e_2} V_s}{V_s + V_s'} \right)$$

$$= \frac{1}{1+k} \left\{ \frac{e_1 e_2}{1+e_1+e_2} \left(\frac{1+e_1+e_2}{1+e_2} \right) + e_2 \left(k - \frac{e_1}{1+e_2} \right) \right\}$$

$$= \frac{e_2 k}{1+k} \dots \dots \dots (15)$$

e_1 及び e_2 の 0.35 以上の偏差は砂の本質及び搗固に關係するものであり、 e_0 及 k_0 の計算と實驗値との偏差は 2 種の砂の粒徑に關係するものである。

以上の結果より判定してこの理論は粒徑差の大なる砂の混合物に就いては適用出来る。

以上が修正を加へた理論式である。

而して e_1, e_2 及び e_0, k_0 の値は次の通りである。

(昭 19. 4. 28 受付)

表-4.

	e_1	e_2	e_0 (計算)	e_0 (實驗)	k_0 (計算)	k_0 (實驗)
丸味浦砂：相馬砂	0.60	0.75	0.48	0.48	2.6 : 7.4	2.2 : 7.8
砂 利：砂	0.40	0.61	0.121	0.20	2.9 : 7.1	2.8 : 7.2
理 想 砂	0.35	0.35	0.072	—	2 : 8	—

(32 頁より續く)

上げられ、下流側 760 呎にも達するものと思はれる。バケットの外側には、岩盤にしつかりと埋込んだ趾壁がある。是は、放流量が 2,000 個以下の場合に、隧道の水平部で跳水現象が起つてバケツト下流端の唇状の部分が溢流堰となり、約 15 呎を落下する水が脚部を激しく洗刷するのを防ぐ爲である。河水停溜部の兩岸には延長 2,000 呎の石張を施してある。噴射流のエネルギーを放散させるとき停溜部に起る渦によつて剝脱するのを防止する爲大部分は 6 噸以上の石塊を用ひてゐる。實驗の結果によれば、噴射水は放水路の水を放出する作用をなし、上流側水面を低下せしめ、發電所の落差を大きくする作用がある。試運轉は貯水池水面が計畫水位に達する前に行はれた爲、放流量を節約しなくてはならなかつたが、その結果は模型試驗から豫測したものと非常に良く一致してゐた。この試運轉の前後に行なつた深淺測量の結果では、河庭は比較的小期間の中に浸蝕されるものと思はれる。出水の多い年が一回來れば、普通の洪水量約 50,000 個に對する河庭の安定状態が得られるであらう。そしてこの安定状態に達するまでに約 60,000 立方碼の底岩が破碎せられる。これは放水路の水位上昇を來たし、發電所出力に影響があるから取除かなくてはならない。しかし、この余水路のて費は是まで普通に行はれてゐる様式を用ひる場合の約四分の一ですむ。此の資金の節約は河底の浚渫の爲に時々支出する經費を補つて余りがある。