彙　報

第29卷第12號　昭和18年12月

撓角法による閉合多角形ラーメンの彈性方程式表

正會員　工學博士　酒　井　忠　明*

要　旨　多角形又は曲線形閉合ラーメンは暗渠，隧道，井筒，ケーソン其他各種の土木建築の構造物に使用せられるのみならず又船體，航空機胴體等にも應用せられるところであるが，之が解法として撓角法による平易な取扱ひ方を示し且之より極めて簡潔にして規則正しい彈性方程式表を誘導作成したものでこの表によりこの種ラーメンを機械的に且無雑作に解決し得るやうにしたものである。

曲線部材を有する場合のみならず變斷面部材を有する閉合ラーメンにも適用出來るものである。尖頂閉合ラーメン，弧形閉合ラーメン及正多角形閉合ラーメンを計算例題として，その取扱方及その結果を示し特に正多角形ラーメンに對しては種々なる場合の彈性方程式表並にこれから，計算して得た曲げモーメント圖を添へた。

1.　基本式

一般に閉合多角形ラーメンに於ては直應力並に剪斷力の影響は曲げモーメントによるものに比し特に極めて小であり從つて之が影響を考慮する必要なく普通の撓角法による解法が採用しうることゝなる。次に本解法の基本になる諸式をあげん。

一つの構造物又は一部材又は一つの點に力が働いて平衡を保てる場合，是等の力の間には次の平衡條件式が成立することは衆知のことである。

$$\left.\begin{aligned}\Sigma H&=0\\ \Sigma V&=0\\ \Sigma M&=0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(1)$$

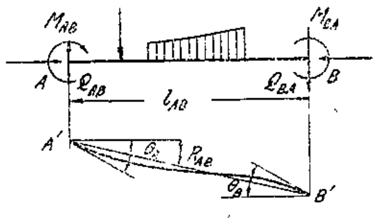
玆に ΣH 及 ΣV は夫々是等外力の水平分力の總和並に垂直分力の總和を，又 ΣM は是等外力の任意點に對するモーメントの總和を表はす。

次に眞直な一部材に働く力と變形との間には，

$$\left.\begin{aligned}M_{AB}&=K_{AB}(2\varphi_A+\varphi_B+\psi_{AB})-C_{AB}\\ M_{BA}&=K_{AB}(2\varphi_B+\varphi_A+\psi_{AB})+C_{BA}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(2)$$

が成立し之が有名な撓角式の基本式である。

圖-1.



玆に M_{AB}，M_{BA} は夫々部材 A-B の材端 A 及 B に働く曲げモーメント，φ_A，φ_B は夫々材端 A 及 B の撓角即ち節點 A 及 B の回轉角 θ_A，θ_B の $2E$ 倍，ψ_{AB} は部材 A-B の回轉角 R の $-6E$ 倍，K_{AB} は部材斷面の慣性モーメント I_{AB} をその部材長 l_{AB} にて除したるもの即ち剛度，E は材料の彈性係數，C_{AB}，C_{BA} は荷重項で部材 A-B 上の荷重にのみ關する項であり，A 及 B が固定せる場合この荷重により是等固定端に生ずる曲げモーメントはこの $-C_{AB}$ 及 C_{BA} に等しきもので，この荷重項はラーメンに

*　北海道帝國大學教授

關する各種書籍に表示せられてある（圖-1 參照）。

尙又一つの閉鎖形に屬する部材の回轉角の間には，部材の伸縮を考慮せざる場合

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\psi x=0\\ \Sigma\psi y=0\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

なる關係があるもので，このことも廣く記載せられてゐることである。玆に x は一部材の水平長，y はその垂直方向の長さで是等の値は上及右方向を正，下及左方向を負にとるものである。この y, x に關しては次節に例を以て說明することゝする。

2.　一般閉合多角形ラーメンの彈性方程式表

n 個の部材よりなる圖-2 の如き一般閉合多角形ラーメンを取扱つて見る。節點番號を圖-2 の如くとる。部材はこれを節點 1 から時針の回轉方向に部材 1，部材 2，‥‥ と呼び中間の任意部材を部材とする。

各部材の水平長及垂直長を夫々，x 及 y にて表はしこれにサフィックスを附して該當部材を表はす。卽ち部材 r の水平長及垂直長を表はすに x_r 及 y_r を以つてする。但し x, y は前述の如く正負の數値をとるもので部材の向きを節點番號順に考へ上及右向きの x, y は正の値を，下及左向きの x, y は負の値をとるものとする。

圖-2．一般閉合多角形ラーメン

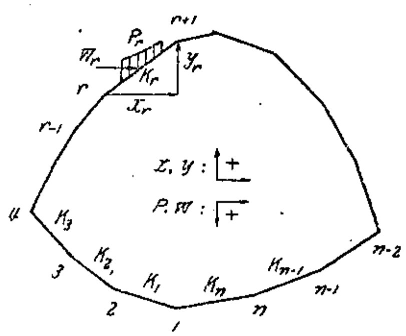
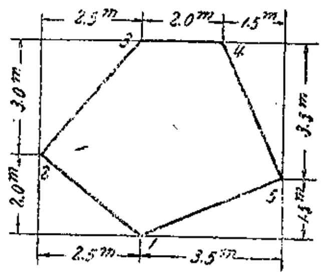


圖-3.



今例を以つて說明すれば次の如し。圖-3 の如きラーメンに於て圖示の如く節點番號を附したる場合には

$$x_1=-2.5\,\mathrm{m},\quad x_2=2.5\,\mathrm{m},\quad x_3=2.0\,\mathrm{m}\quad x_4=1.5\,\mathrm{m},\quad x_5=-3.5\,\mathrm{m}$$

$$y_1=2.0\,\mathrm{m},\quad y_2=3.0\,\mathrm{m},\quad y_3=0\,\mathrm{m}\quad y_4=-3.5\,\mathrm{m},\quad y_5=-1.5\,\mathrm{m}$$

次に剛度 K, 部材回轉角の $-6E$ 倍なる ψ にも該當部材の部材番號をサフィックスとして附するものとす。部材 r の是等を K_r, ψ_r とするのである。

更に各部材上の垂直荷重を

$$P_1,\ P_2,\ P_3\ \cdots\cdots\ P_r\ \cdots\cdots\ P_n$$

水平荷重を

$$W_1,\ W_2,\ W_3\ \cdots\cdots\ W_r\ \ \cdots\ W_n$$

とする。但し P_r は部材 r 上の垂直荷重の總和を又 W_r は同部材上の水平荷重の總和を表はすものである。圖-2 には部材 r 上の荷重のみより示してないが，他のものは省略してあるのである。節點に荷重のある場合にはどちらか一方の部材端にあるものとして，この部材に屬せしめるか，又は之を二等分し兩部材に屬するものとする。

P は下向きを正，上向きを負，W は右向きを正，左向きを負にとることゝする。

(i)　撓角式

基本式の (2) を適用し節點 r に於ては

$$\left.\begin{aligned} M_{r.r-1}&=K_{r-1}(2\varphi_r+\varphi_{r-1}+\psi_{r-1})+C_{r.r-1} \\ M_{r.r+1}&=K_r(2\varphi_r+\varphi_{r+1}+\psi_r)-C_{r.r+1} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(ii)　節點平衡方程式

一つの節點を取り出して考へる時之に働く力の間には (1) 式の $\Sigma M=0$ なる平衡條件が成立すべきを以つて節點 r にては

$$M_{r.r-1}+M_{r.r+1}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

なる條件式が得られる。之に (4) の撓角式を代入して

$$K_{r-1}\varphi_{r-1}+j_r\varphi_r+K_r\varphi_{r+1}+K_{r-1}\psi_{r-1}+K_r\psi_r=C_r \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

但し　$j_r=2(K_{r-1}+K_r)$

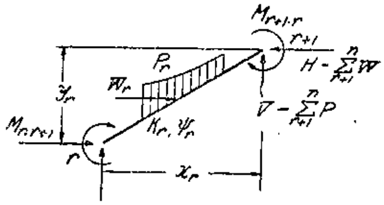
$$C_r=C_{r.r+1}-C_{r.r-1}$$

これが節點平衡方程式又は單に節點方程式と稱せられるものである。斯様な式が節點毎に卽ち未知量 φ の數丈得られる。

(iii)　部材平衡方程式

今部材 n の節點 1 の方の材端に生ずる垂直及水平の力を V 及 H とする。但し V は上向きに，H は左向きに働くものとすれば，任意部材 r を取り出して考へた場合之に働く力は圖-4 に示すやうになる。卽ち兩端には曲げモーメントの他に垂直及水平の力が働くもので材端 $r+1$ に於ける垂直力は

圖-4.



$V-\sum_{r+1}^{n}P$，水平力は $H-\sum_{r+1}^{n}W$ である。

r 部材に働く是等の力の間にも (1) の $\Sigma M=0$ なる平衡條件が成立すべきものでこの條件を節點 r に於て考へれば

$$M_{r.r+1}+M_{r+1.r}+M_r-\left(V-\sum_{r+1}^{n}P\right)x_r-\left(H-\sum_{r+1}^{n}W\right)y_r=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

茲に M_r は r 部材上の荷重による節點 r の廻りのモーメントを表はす。この式に (4) 式に示すが如き撓角式を代入し整理すれば

$$K_r\varphi_r+K_r\varphi_{r+1}+\frac{2}{3}K_r\psi_r-\frac{1}{3}Vx_r-\frac{1}{3}Hy_r=S_r \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

但　$$S_r=-\frac{1}{3}\left\{M_r+\left(\sum_{r+1}^{n}P\right)x_r+\left(\sum_{r+1}^{n}W\right)y_r+(C_{r+1.r}-C_{r.r+1})\right\}$$

これを部材平衡方程式又は單に部材方程式と呼ぶことにする。かゝる式が各部材毎に卽ち未知量 ψ の數丈け得られる。(8) 式に於て部材 r 上に中間荷重無き場合又はあつても對稱荷重の場合には $C_{r+1.r}$ と $C_{r.r+1}$ は相等しく

$$C_{r+1.r}-C_{r.r+1}=0$$

となる。

(iv)　角方程式

各部材回轉角の間には (3) 式の關係があるを以つて

$$\left.\begin{array}{l}\psi_1 x_1+\psi_2 x_2+\psi_3 x_3+\cdots\cdots+\psi_r x_r+\cdots\cdots\psi_n x_n=0\\ \psi_1 y_1+\psi_2 y_2+\psi_3 y_3+\cdots\quad+\psi_r y_r+\cdots\quad\psi_n y_n=0\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

の 2 式卽ち未知量 V と H の數丈得られる。之を角方程式と呼ぶことゝする。

(v) 彈性方程式表

以上の φ, ψ, V 及 H を未知量とする節點方程式, 部材方程式及角方程式を一括して是等を彈性方程式と稱し之を解いて各未知量を決定することが出來る。今是等の諸式を表示すれば **表-1 (A)** となる。この表は極めて簡潔な規則正しき形をなし左邊の如きは何等の豫備計算なしに卽座に書きならべることが出來る。その上未知量 φ, ψ, $-\frac{1}{3}V$, $-\frac{1}{3}H$ の係數表は左上から右下への對角線に對し全く對稱的配列をなすもので興味のあるところである。

尙表の左邊はラーメンの構造にのみ關係し荷重には全く關係なく右邊のみが荷重に關係してゐる。

表-1 (A). 一般閉合多角形ラーメンの彈性方程式表 (A)

式		方程式左辺																						方程式左辺
		φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	→	φ_{r+1}	→	φ_{n-2}	φ_{n-1}	φ_n	ψ_1	ψ_2	ψ_3	→	ψ_r	→	ψ_{n-3}	ψ_{n-2}	ψ_{n-1}	ψ_n	$-\frac{1}{3}V$	$-\frac{1}{3}H$	
節點方程式	(1)	j_1	K_1								K_n	K_1									K_n			C_1
	(2)	K_1	j_2	K_2								K_1	K_2											C_2
	(3)		K_2	j_3	K_3								K_2	K_3										C_3
	(4)			K_3	j_4	↘								K_3	↘									C_4
	↓				K_4	↘	K_r								↘	K_r								↓
	(r+1)					↘	j_{r+1}	↘								K_r	↘							C_{r+1}
	↓						K_{r+1}	↘	K_{n-3}								↘	K_{n-3}						↓
	(n-2)							↘	j_{n-2}	K_{n-2}								K_{n-3}	K_{n-2}					C_{n-2}
	(n-1)								K_{n-2}	j_{n-1}	K_{n-1}								K_{n-2}	K_{n-1}				C_{n-1}
	(n)	K_n								K_{n-1}	j_n									K_{n-1}	K_n			C_n
部材方程式	(1)	K_1	K_1									$\frac{2}{3}K_1$										x_1	y_1	S_1
	(2)		K_2	K_2									$\frac{2}{3}K_2$									x_2	y_2	S_2
	(3)			K_3	K_3									$\frac{2}{3}K_3$								x_3	y_3	S_3
	↓				↘	↘									↘							↓	↓	↓
	(r)					K_r	K_r									$\frac{2}{3}K_r$						x_r	y_r	S_r
	↓						↘	↘									↘					↓	↓	↓
	(n-3)							K_{n-3}	K_{n-3}									$\frac{2}{3}K_{n-3}$				x_{n-3}	y_{n-3}	S_{n-3}
	(n-2)								K_{n-2}	K_{n-2}									$\frac{2}{3}K_{n-2}$			x_{n-2}	y_{n-2}	S_{n-2}
	(n-1)									K_{n-1}	K_{n-1}									$\frac{2}{3}K_{n-1}$		x_{n-1}	y_{n-1}	S_{n-1}
	(n)	K_n									K_n										$\frac{2}{3}K_n$	x_n	y_n	S_n
角方程式	(1)											x_1	x_2	x_3	→	x_r	→	x_{n-3}	x_{n-2}	x_{n-1}	x_n			0
	(2)											y_1	y_2	y_3	→	y_r	→	y_{n-3}	y_{n-2}	y_{n-1}	y_n			0

$$j_r=2(K_{r-1}+K_r),\quad j_1=2(K_n+K_1),\qquad C_r=C_{r,r+1}-C_{r,r-1},\quad C_1=C_{1,2}-C_{1,n}$$

$$S_r=-\frac{1}{3}\left\{M_r+\left(\sum_{r+1}^{n}P\right)x_r+\left(\sum_{r+1}^{n}W\right)y_r+(C_{r+1,r}-C_{r,r+1})\right\}$$

表-1 (B). 一般閉合多角形ラーメンの彈性方程式表 (B)

式	方程式左辺												方程式右辺
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	→	φ_{r+1}	→	φ_{n-2}	φ_{n-1}	φ_n	V	H	
(1)	K_n+K_1	$-K_1$								$-K_n$	x_n+x_1	y_n+y_1	τ_1
(2)	$-K_1$	K_1+K_2	$-K_2$								x_1+x_2	y_1+y_2	τ_2
(3)		$-K_2$	K_2+K_3	$-K_3$							x_2+x_3	y_2+y_3	τ_3
(4)			$-K_3$	K_3+K_4	↘						x_3+x_4	y_3+y_4	τ_4
↓				$-K_4$	↘	$-K_r$					↓	↓	↓
(r+1)					↘	K_r+K_{r+1}	↘				x_r+x_{r+1}	y_r+y_{r+1}	τ_{r+1}
↓						$-K_{r+1}$	↘	$-K_{n-3}$			↓	↓	↓
(n-2)							↘	$K_{n-3}+K_{n-2}$	$-K_{n-2}$		$x_{n-3}+x_{n-2}$	$y_{n-3}+y_{n-2}$	τ_{n-2}
(n-1)								$-K_{n-2}$	$K_{n-2}+K_{n-1}$	$-K_{n-1}$	$x_{n-2}+x_{n-1}$	$y_{n-2}+y_{n-1}$	τ_{n-1}
(n)	$-K_n$								$-K_{n-1}$	$K_{n-1}+K_n$	$x_{n-1}+x_n$	$y_{n-1}+y_n$	τ_n
(n+1)	x_n+x_1	x_1+x_2	x_2+x_3	x_3+x_4	→	x_r+x_{r+1}	→	$x_{n-3}+x_{n-2}$	$x_{n-2}+x_{n-1}$	$x_{n-1}+x_n$	$-\frac{1}{3}\sum_1^n\left(\frac{x^2}{K}\right)$	$-\frac{1}{3}\sum_1^n\left(\frac{xy}{K}\right)$	$\sum_1^n\left(\frac{Sx}{K}\right)$
(n+2)	y_n+y_1	y_1+y_2	y_2+y_3	y_3+y_4	→	y_r+y_{r+1}	→	$y_{n-3}+y_{n-2}$	$y_{n-2}+y_{n-1}$	$y_{n-1}+y_n$	$-\frac{1}{3}\sum_1^n\left(\frac{xy}{K}\right)$	$-\frac{1}{3}\sum_1^n\left(\frac{y^2}{K}\right)$	$\sum_1^n\left(\frac{Sy}{K}\right)$

$$\tau_r = 2C_r - 3(S_{r-1}+S_r), \qquad \tau_1 = 2C_1 - 3(S_n+S_1)$$

併し乍ら之をこの儘で解くには不便であり，繰返し法による解法が容易なるやうに變形する必要がある。最も取扱ひの便利なのは，先づすべての ψ を消去して得られる表-1 (B) を作る。この表も又極めて簡潔な規則正しき形をなし容易に表-1 (A) とは別に如何なる形の閉合ラーメンに對しても作ることが出來る。

然る後 V と H を消去法により消去すれば繰返法の極めて容易な φ 丈を含む方程式が得られる。之を繰返法により解き φ を決定する。次に表-1 (B) から V, H を求め更に表-1 (A) の部材方程式から ψ を計算しすべての未知量を得るのである。φ 及 ψ を撓角式に代入して各部材の材端に働く曲げモーメントを，從つて又任意部材の剪斷力並に軸力を求めることが出來る。この剪斷力及軸力は又 V 及 H からも計算することが出來る。

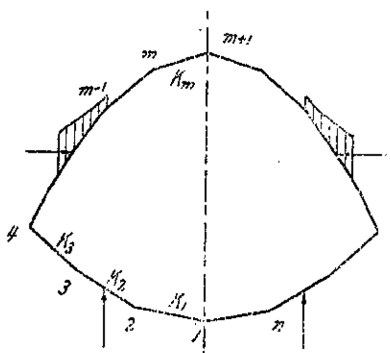
一般に吾々の取扱ふ實際の閉合多角形ラーメンとしては構造，荷重共に對稱の場合が多くこの場合には次節にも説明するが以上の計算は簡單になる。

次に表-1 (B) のかはりに表-1 (A) から V, H を消去し彈性變形 φ 及 ψ のみを未知量とする方程式の表をも作製しうるも閉合多角形ラーメンに對しては，簡單に之を解き得るやうな結果が得られない。

3. 一軸對稱閉合多角形ラーメンの彈性方程式表

次に一軸に對し構造並に荷重が對稱なる閉合多角形ラーメンを取扱ふ。この場合圖-5 の如く對稱軸が縱になるやうにして考へ節點番號を圖示の如く附するものとす。

圖-5. 一軸對稱閉合多角形ラーメン



構造並に荷重が對稱なる故對稱軸に對し左半分を考へれば充分である。尙この場合節點 1 及 $m+1$ に於ける節點廻轉角は零で

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_{m+1} = 0$$

更に又 n 部材の左端に働く垂直力 V に關しては

$$V=0$$

である。今 圖-6 (A) の如き場合を考へる。この構造物が平衡にある爲めには任意水平斷面 $S-S$ の上と下の各部に働く垂直荷重の總和は相等しく方向反對なるべきである。圖に於ては各 $6P$ である。次に $S-S$ 斷面の下の部分のみを考へるにこの切口には對稱なる故にその上部の垂直荷重の半分宛の垂直力が働くことになる。從つてこの下の部分の中央即ち部材 n の左端に働く垂直剪斷力 V が零なることは容易に首肯しうる所である。

圖-6.

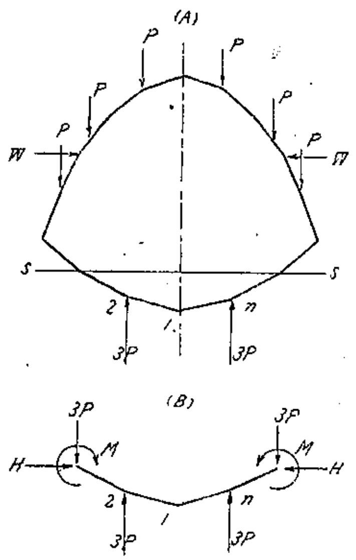
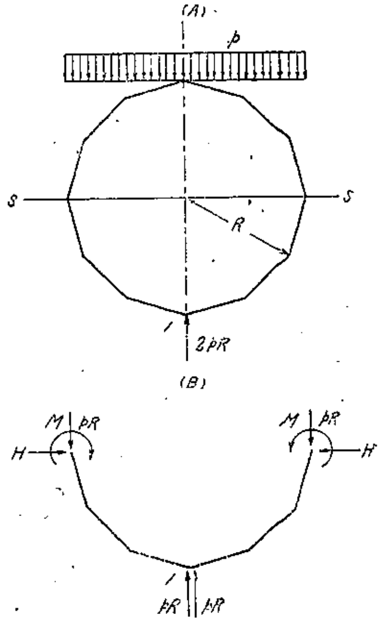


圖-7.



又 圖-7 (A) の如き場合に於ては節點 1 の外力は之を二等分し各々が節點 1 の極めて僅か左，右に 圖-7 (B) の如く働くものと考へ即ち半分は部材 1 に半分は部材 n に屬するものと考へ同樣の結果を説明することが出來る。

次に對稱ラーメンに於ては

$$y_1=-y_n,\quad y_2=-y_{n-1},\quad \cdots\cdot\ y_m=-y_{m+1}$$

$$\psi_1=-\psi_n,\ \ \psi_2=-\psi_{n-1},\ \ \cdots\cdot\ \psi_n=-\psi_{n+1}$$

なる故角方程式は

$$\sum_{r=1}^{n}\psi y=2\sum_{1}^{m}\psi y=0$$

從つて

$$\sum_{1}^{m}\psi y=0$$

$\sum_{1}^{n}\psi x$ の方は ψ の値に無關係に常に零となり不定でこの式は不必要となる。從つて一軸對稱閉合多角形ラーメンに對する彈性方程式表として表-1 (A) から 表-2 (A) を 表-1 (B) から 表-2 (B) 表が得られる。

圖-8 の如く部材の中央を對稱軸が通る場合にはこの部材を二つに分けて別々の部材と考へ圖の如く節點番號を附せば，表-2 (A) 及 (B) が其の儘使用が出來る。この場合この各部の剛度は別々に分けて考へない場合の倍になることに注意を要する。

圖-8.

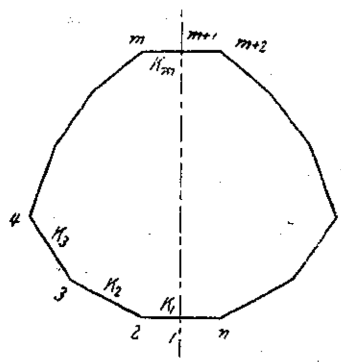


表-2 (A). 一軸對稱閉合多角形ラーメンの彈性方程式表 (A)

式	方程式左辺																			方程式右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	→	φ_{r+1}	→	φ_{m-2}	φ_{m-1}	φ_m	ψ_1	ψ_2	ψ_3	→	ψ_r	→	ψ_{m-3}	ψ_{m-2}	ψ_{m-1}	ψ_m	$-\frac{1}{3}H$	
節點方程式	j_2	K_2								K_1	K_2										C_2
	K_2	j_3	K_3								K_2	K_3									C_3
		K_3	j_4	↘								K_3	↘								C_4
			K_4	↘	K_r								↘	K_r							↓
				↘	j_{r+1}	↘								K_r	↘						C_{r+1}
					K_{r+1}	↘	K_{m-3}								↘	K_{m-3}					↓
						↘	j_{m-2}	K_{m-2}								K_{m-3}	K_{m-2}				C_{m-2}
							K_{m-2}	j_{m-1}	K_{m-1}								K_{m-2}	K_{m-1}			C_{m-1}
								K_{m-1}	j_m									K_{m-1}	K_m		C_m
部材方程式	K_1									$\frac{2}{3}K_1$										y_1	S_1
	K_2	K_2									$\frac{2}{3}K_2$									y_2	S_2
		K_3	K_3									$\frac{2}{3}K_3$								y_3	S_3
			↘	↘									↘							↓	↓
				K_r	K_r									$\frac{2}{3}K_r$						y_r	S_r
					↘	↘									↘					↓	↓
						K_{m-3}	K_{m-3}									$\frac{2}{3}K_{m-3}$				y_{m-3}	S_{m-3}
							K_{m-2}	K_{m-2}									$\frac{2}{3}K_{m-2}$			y_{m-2}	S_{m-2}
								K_{m-1}	K_{m-1}									$\frac{2}{3}K_{m-1}$		y_{m-1}	S_{m-1}
									K_m										$\frac{2}{3}K_m$	y_m	S_m
層式										y_1	y_2	y_3	→	y_r	→	y_{m-3}	y_{m-2}	y_{m-1}	y_m		0

$$j_r = 2(K_{r-1}+K_r), \qquad C_r = C_{r,r+1} - C_{r,r-1}$$

$$S_r = -\frac{1}{3}\left\{M_r + \left(\sum_{r+1}^{n} P\right)x_r + \left(\sum_{r+1}^{n} W\right)y_r + \left(C_{r+1,r} - C_{r,r+1}\right)\right\}$$

$$\varphi_1 = 0, \qquad \varphi_{m+1} = 0$$

表-2 (B). 一軸對稱閉合多角形ラーメンの彈性方程式表 (B)

式	方程式左辺										方程式右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	→	φ_{r+1}	→	φ_{m-2}	φ_{m-1}	φ_m	H	
(1)	K_1+K_2	$-K_2$								y_1+y_2	τ_2
(2)	$-K_2$	K_2+K_3	$-K_3$							y_2+y_3	τ_3
(3)		$-K_3$	K_3+K_4	↘						y_3+y_4	τ_4
↓			$-K_4$	↘	$-K_r$					↓	↓
(r)				↘	K_r+K_{r+1}	↘				y_r+y_{r+1}	τ_{r+1}
↓					$-K_{r+1}$	↘	$-K_{m-3}$			↓	↓
(m-3)						↘	$K_{m-3}+K_{m-2}$	$-K_{m-2}$		$y_{m-3}+y_{m-2}$	τ_{m-2}
(m-2)							$-K_{m-2}$	$K_{m-2}+K_{m-1}$	$-K_{m-1}$	$y_{m-2}+y_{m-1}$	τ_{m-1}
(m-1)								$-K_{m-1}$	$K_{m-1}+K_m$	$y_{m-1}+y_m$	τ_m
(m)	y_1+y_2	y_2+y_3	y_3+y_4	→	y_r+y_{r+1}	→	$y_{m-3}+y_{m-2}$	$y_{m-2}+y_{m-1}$	$y_{m-1}+y_m$	$-\frac{1}{3}\sum_1^m\left(\frac{y^3}{K}\right)$	$\sum_1^m\left(\frac{Sy}{K}\right)$

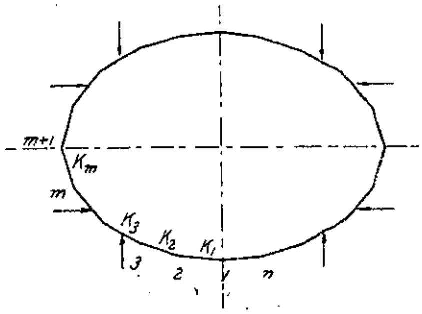
$$\tau_r = 2C_r - 3(S_{r-1}+S_r)$$

$$\varphi_1 = 0, \qquad \varphi_{m+1} = 0$$

4. 二軸對稱閉合多角形ラーメンの彈性方程式表

茲に於ては二軸に對し構造並に荷重共に對稱なる閉合多角形ラーメンを取扱ふ。この場合は全體の四分の一を考へればよく，節點番號は 圖-9 に示すやうにとる。

圖-9. 二軸對稱閉合多角形ラーメン



この場合節點 1 及 $m+1$ の節點廻轉角は零で

$$\varphi_1=0$$

$$\varphi_{m+1}=0$$

である。

又部材 n の左端に働く垂直力 V に關しては一軸對稱の場合と同様にして

$$V=0$$

更にこの點に働く水平力 H は二軸對稱なることより

表-3 (A). 二軸對稱閉合多角形ラーメンの彈性方程式表 (A)

式	方程式左辺																			方程式右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	→	φ_{r+1}	→	φ_{m-2}	φ_{m-1}	φ_m	ψ_1	ψ_2	ψ_3	→	ψ_r	→	ψ_{m-3}	ψ_{m-2}	ψ_{m-1}	ψ_m	
節點方程式	j_2	K_2								K_1	K_2									C_2
	K_2	j_3	K_3								K_2	K_3								C_3
		K_3	j_4	↘								K_3	↘							C_4
			K_4	↘	K_r								↘	K_r						↓
				↘	j_{r+1}	↘								K_r	↘					C_{r+1}
					K_{r+1}	↘	K_{m-3}								↘	K_{m-3}				↓
						↘	j_{m-2}	K_{m-2}								K_{m-3}	K_{m-2}			C_{m-2}
							K_{m-2}	j_{m-1}	K_{m-1}								K_{m-2}	K_{m-1}		C_{m-1}
								K_{m-1}	j_m									K_{m-1}	K_m	C_m
部材方程式	K_1									$\frac{2}{3}K_1$										$S_1+\frac{1}{3}Hy_1$
	K_2	K_2									$\frac{2}{3}K_2$									$S_2+\frac{1}{3}Hy_2$
		K_3	K_3									$\frac{2}{3}K_3$								$S_3+\frac{1}{3}Hy_3$
			↘	↘									↘							↓
				K_r	K_r									$\frac{2}{3}K_r$						$S_r+\frac{1}{3}Hy_r$
					↘	↘									↘					↓
						K_{m-3}	K_{m-3}									$\frac{2}{3}K_{m-3}$				$S_{m-3}+\frac{1}{3}Hy_{m-3}$
							K_{m-2}	K_{m-2}									$\frac{2}{3}K_{m-2}$			$S_{m-2}+\frac{1}{3}Hy_{m-2}$
								K_{m-1}	K_{m-1}									$\frac{2}{3}K_{m-1}$		$S_{m-1}+\frac{1}{3}Hy_{m-1}$
									K_m										$\frac{2}{3}K_m$	$S_m-\frac{1}{3}Hy_m$

$$j_r=2(K_{r-1}+K_r),\qquad C_r=C_{r\,r+1}-C_{r\,r-1}\,,\quad H=-\sum_1^m W$$

$$S_r=-\frac{1}{3}\left\{M_r+\left(\sum_{r+1}^n P\right)x_r+\left(\sum_{r+1}^n W\right)y_r+\left(C_{r+1\,r}-C_{r\,r+1}\right)\right\}$$

$$\varphi_1=0\,,\qquad \varphi_{m+1}=0$$

$$H=-\sum_{1}^{m}W$$

なること明かである。即ち二軸對稱ラーメンの場合は V, H は既知量となる。$\sum_{1}^{n}\psi x$, $\sum_{1}^{n}\psi y$ はいづれも ψ の値に無關係に常に零となり不定で，この角方程式はいづれも不必要である。

以上の關係を用ひ **表-1 (A)** 及 **(B)** から二軸對稱閉合多角形ラーメンに對する彈性方程式表が得られ **表-3 (A)** 及 **(B)** となる。この場合は **表-3 (B)** より値ちに繰返計算法により極めて容易に未知量を決定することが出來る。又この表のやうな形の聯立方程式は消去法によるも比較的容易に結果を求めることが出來る許りでなく圖式解法も可能である。

表-3 (B). 二軸對稱閉合多角形ラーメンの彈性方程式表

式	方程式左辺									方程式右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	→	φ_{r+1}	→	φ_{m-2}	φ_{m-1}	φ_m	
(1)	K_1+K_2	$-K_2$								τ_2'
(2)	$-K_2$	K_2+K_3	$-K_3$							τ_3'
(3)		$-K_3$	K_3+K_4	↘						τ_4'
↓			$-K_4$	↘	$-K_r$					↓
(r)				↘	K_r+K_{r+1}	↘				τ_{r+1}'
↓					$-K_{r+1}$	↘	$-K_{m-3}$			↓
(m-3)						↘	$K_{m-3}+K_{m-2}$	$-K_{m-2}$		τ_{m-3}'
(m-2)							$-K_{m-2}$	$K_{m-2}+K_{m-1}$	$-K_{m-1}$	τ_{m-1}'
(m-1)								$-K_{m-1}$	$K_{m-1}+K_m$	τ_m'

$$\tau_r'=2C_r-3(S_{r-1}+S_r)+\left(\sum_{1}^{m}W\right)(y_{r-1}+y_r)$$

$$\varphi_1=0,\quad \varphi_{m+1}=0$$

5. 曲線形部材並に變斷面部材を有する閉合多角形ラーメン

曲線形部材又は變斷面部材を有する場合はこの部材を幾つかに分け各部分は直線形又は一定斷面を有するものと見做してこれを取扱ふことが出來る。

6. 尖頂閉合ラーメン

閉合多角形ラーメンの簡單な一例として**表-4** の中に示すが如き一軸對稱尖頂閉合ラーメンをとり，これに對する彈性方程式表並にその計算結果を示さん。圖には特に荷重を示してないが任意の對稱荷重があるものとする。この場合彈性方程式の一般表式は **表-2 (A)** 及 **(B)** から **表-4** 中の **(A)** 及 **(B)** なる彈性方程式表の如くなる。

次に　$l=6\text{ m}$,　$h=4\text{ m}$,　$f=2\text{ m}$

即ち　$x_1=-3\text{ m}$,　$x_2=0$,　$x_3=3\text{ m}$

　　　$y_1=0$　$y_2=4\text{ m}$　$y_3=2\text{ m}$

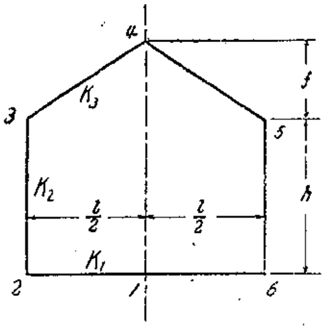
更に　$K_1=2K$,　$K_2=K$,　$K_3=K$

なる場合從つて又

$$j_2=2(K_1+K_2)=6K$$

$$j_3=2(K_2+K_3)=4K$$

表-4. 一軸對稱尖頂閉合ラーメン一般對稱荷重



單位 m

x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
$-\frac{l}{2}$	0	$\frac{l}{2}$	0	h	f

彈性方程式表 (A)

式	方程式左辺						方程式右辺
	φ_2	φ_3	ψ_1	ψ_2	ψ_3	$-\frac{1}{3}H$	
(1)	j_2	K_2	K_1	K_2			C_2
(2)	K_2	j_3		K_2	K_3		C_3
(3)	K_1		$\frac{2}{3}K_1$			y_1	S_1
(4)	K_2	K_2		$\frac{2}{3}K_2$		y_2	S_2
(5)		K_3			$\frac{3}{3}K_3$	y_3	S_3
(6)			y_1	y_2	y_3		0

$\varphi_1=0,\quad \varphi_4=0$

$j_r=2(K_{r-1}+K_r)\ ,\ C_r=C_{r\cdot r+1}-C_{r\cdot r}.$

$S_r=-\frac{1}{3}\{M_r+(\sum_{r+1}^{6}P)x_r+(\sum_{r+1}^{6}W)y_r$
$+(C_{r+1\cdot r}-C_{r\cdot r+1})\}$

$$-\frac{1}{3}\sum_1^3\left(\frac{y^2}{K}\right)=-\frac{20}{3K}\mathrm{m}^2$$

彈性方程式表 (B)

式	方程式左辺			方程式右辺
	φ_2	φ_3	H	
(1)	K_1+K_2	$-K_2$	y_1+y_2	τ_2
(2)	$-K_2$	K_2+K_3	y_2+y_3	τ_1
(3)	y_1+y_2	y_2+y_3	$-\frac{1}{3}\sum\left(\frac{y^2}{K}\right)$	$\sum\left(\frac{Sy}{K}\right)$

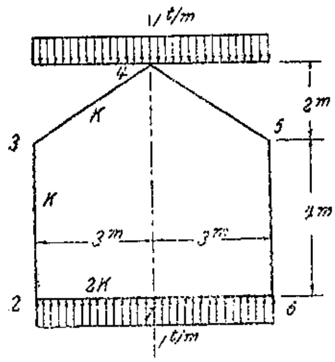
$\tau_r=2C_r-3(S_{r-1}+S_r)$

なる場合垂直等布荷重に對する計算を示さん。

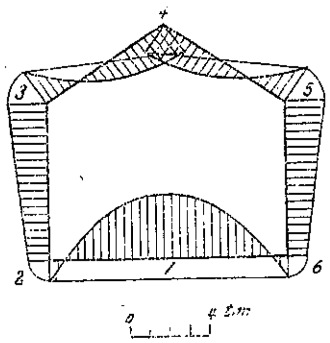
彈性方程式の左邊は荷重に關係なく上の値を代入して得られる。

表-5 中の圖に示したやうな垂直等布荷重に對しては

表-5. 一軸對稱尖頂閉合ラーメン垂直等布荷重



曲げモーメント圖



彈性方程式表 (A)

式	左辺						右辺 係數：$\frac{1}{K}$ t·m
	φ_2	φ_3	ψ_1	ψ_2	ψ_3	$-\frac{H}{3K}$	
(1)	6	1	2	1			$-\frac{3}{4}$
(2)	1	4		1	1		$\frac{3}{4}$
(3)	2		$\frac{4}{3}$			0	$\frac{3}{2}$
(4)	1	1		$\frac{2}{3}$		4	0
(5)		1			$\frac{2}{3}$	2	$-\frac{3}{2}$
(6)			0	4	2		0

$\varphi_1=0\quad \varphi_4=0$

彈性方程式表 (B)

式	左辺			右辺 係數：$\frac{1}{K}$ t·m
	φ_2	φ_3	$\frac{H}{K}$	
(1)	3	−1	4	−6
(2)	−1	2	6	6
(3)	4	6	$-\frac{20}{3}$	−3

$$C_{12}=C_{21}=\frac{1}{12}\times1\times3^2=\frac{3}{4}\ \mathrm{t{\cdot}m}$$

$$C_{34}=C_{43}=\frac{1}{12}\times1\times3^2=\frac{3}{4}\ \mathrm{t{\cdot}m}$$

$$C_{23}=C_{32}=0$$

從つて

$$C_2=C_{23}-C_{21}=-\frac{3}{4}\ \mathrm{t{\cdot}m}$$

$$C_3=C_{34}-C_{32}=\frac{3}{4}\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

又

$$S_1=-\frac{1}{3}\left\{M_1+\left(\sum_2^6 P\right)x_1\right\}$$

$$=-\frac{1}{3}\left\{3\times\frac{3}{2}+3\times(-3)\right\}=\frac{3}{2}\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$S_2=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_3^6 P\right)x_2\right\}=-\frac{1}{3}\{3\times 0\}=0$$

$$S_3=-\frac{1}{3}\left\{M_3+\left(\sum_4^6 P\right)x_3\right\}=-\frac{1}{3}\left\{3\times\frac{3}{2}+0\times 3\right\}=-\frac{3}{2}\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

從つて又

$$\tau_2=2C_2-3(S_1+S_2)=2\times\left(-\frac{3}{4}\right)-3\left(\frac{3}{2}+0\right)=-6\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$\tau_3=2C_3-3(S_2+S_3)=2\times\frac{3}{4}-3\left(0-\frac{3}{2}\right)=6\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$\sum_1^3\left(\frac{Sy}{K}\right)=\left(\frac{3}{2}\times 0\times\frac{1}{2}+0\times 4-\frac{3}{2}\times 2\right)=-\frac{3}{K}\,\mathrm{t{\cdot}m^2}$$

以上の結果を**表-4 (A)** 及 **(B)** に代入して**表-5** の彈性方程式 (A) 及 (B) が得られる。この彈性方程式 (B) を式の數が少いから普通に解いて

$$\varphi_2=-1.9970,\qquad \varphi_3=1.1476\qquad \left(係數:\ \frac{1}{K}\right)\qquad H=0.2846\,\mathrm{t}$$

なる結果が求まる。

是等の結果を彈性方程式表 (A) の (3)～(5) 式に代入して

$$\psi_1=4.1205,\qquad \psi_2=1.8435,\qquad \psi_3=-3.6867\qquad \left(係數:\ \frac{1}{K}\right)$$

以上の計算結果を撓角式に代入して材端曲げモーメントが次の如く得られる。

$$M_{12}=K_1(\varphi_2+\psi_1)-C_{12}=2(-1.9970+4.1205)-0.75=3.497\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$M_{21}=K_1(2\varphi_2+\psi_1)+C_{21}=2(-2\times 1.9970+4.1205)+0.75=1.003\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$M_{23}=K_2(2\varphi_2+\varphi_3+\psi_2)=(-2\times 1.9970+1.1476+1.8435)=-1.003\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$M_{32}=K_2(2\varphi_3+\varphi_2+\psi_2)=(2\times 1.1476-1.9970+1.8435)=2.142\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$M_{34}=K_3(2\varphi_3+\psi_3)-C_{34}=(2\times 1.1476-3.6867)-0.75=-2.142\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

$$M_{43}=K_3(\varphi_3+\psi_3)+C_{43}=(1.1476-3.6867)+0.75=-1.789\,\mathrm{t{\cdot}m}$$

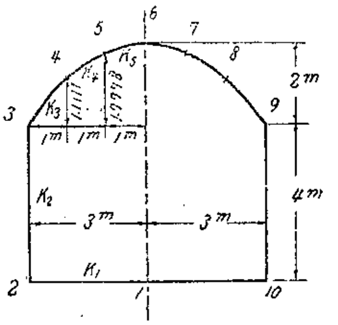
之より曲げモーメント圖を描けば**表-5** 中に示した如くなる。曲げモーメントの大さは引張曲げ應力の生ずる側にとつてある。後述の例題に對しても同樣に描くものとする。

7. 弧形閉合ラーメン

曲線部材を有する閉合ラーメンの一例として **表-6** の中に示すが如き一軸對稱弧形閉合ラーメンを取扱つて見る。弧形は拱矢 2 m, 徑間 6 m なる拋物線とし斷面は一樣とする。今この弧形の部分を各水平長が 1 m なるやうに 6 部分に分けて各部分は直線と見做すとき斯る多角形ラーメンに對する彈性方程式の一般表式は**表-2 (A)** 及 **(B)** から**表-6** の彈性方程式 (A) 及 (B) の如くなる。

尚各部材の水平並に垂直長 x 及 y の値は表-6 中に示すやうになる。又部材斷面の慣性モーメントをすべて同じ場合を取扱ひ部材 1 の剛度を K とすれば各部材の剛度は各部材長に反比例して

表-6. 一軸對稱弧形閉合ラーメン一般對稱荷重



彈性方程式表 (A)

式	方程式左辺										方程式右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	$-\frac{1}{3}H$	
(1)	j_2	K_2			K_1	K_2					C_2
(2)	K_2	j_3	K_3			K_2	K_3				C_3
(3)		K_3	j_4	K_4			K_3	K_4			C_4
(4)			K_4	j_5				K_4	K_5		C_5
(5)	K_1				$\frac{2}{3}K_1$					y_1	S_1
(6)	K_2	K_2				$\frac{2}{3}K_2$				y_2	S_2
(7)		K_3	K_3				$\frac{2}{3}K_3$			y_3	S_3.
(8)			K_4	K_4				$\frac{2}{3}K_4$		y_4	S_4
(9)				K_5					$\frac{2}{3}K_5$	y_5	S_5
(10)					y_1	y_2	y_3	y_4	y_5		0

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_6 = 0$$

$$j_r = 2(K_{r-1} + K_r), \quad C_r = C_{r \cdot r+1} - C_{r \cdot r-1}$$

$$S_r = -\frac{1}{3}\left\{M_r + \left(\sum_{r+1}^{10} P\right)x_r + \left(\sum_{r+1}^{10} W\right)y_r + (C_{r+1 \cdot r} - C_{r \cdot r+1})\right\}$$

單位 m

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-3	0	1	1	1

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
0	4	1.1111	0.6667	0.3333

彈性方程式表 (B)

式	方程式左辺					方程式右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	H	
(1)	K_1+K_2	$-K_2$			y_1+y_2	τ_2
(2)	$-K_2$	K_2+K_3	$-K_3$		y_2+y_3	τ_3
(3)		$-K_3$	K_3+K_4	$-K_4$	y_3+y_4	τ_4
(4)			$-K_4$	K_4+K_5	y_4+y_5	τ_5
(5)	y_1+y_2	y_2+y_3	y_3+y_4	y_4+y_5	$-\frac{1}{3}\sum_1^5\left(\frac{y^2}{K}\right)$	$\sum_1^5\left(\frac{Sy}{K}\right)$

$$\tau_r = 2C_r - 3(S_{r-1} + S_r)$$

$K_1 = 1$,　$K_2 = 0.75$,　$K_3 = 2.00$,　$K_4 = 2.50$,　$K_5 = 2.93$　(係數：K)

是等の値を 表-6 中の一般式に代入してこの問題を解くべき彈性方程式の左邊が得られる。次に垂直等布荷重に對する彈性方程式の右邊を計算しこの問題を解いて見やう。

表-7 中の圖に示すやうな垂直等布荷重に對しては

$$C_{12} = C_{21} = \frac{1}{12} \times 1 \times 3^2 = 0.75 \text{ t·m}$$

$$C_{2 \cdot 3} = C_{3 \cdot 2} = 0$$

$$C_{3 \cdot 4} = C_{43} = C_{45} = C_{54} = C_{56} = C_{65} = \frac{1}{12} \times 1 \times 1^2 = 0.0833 \text{ t·m}$$

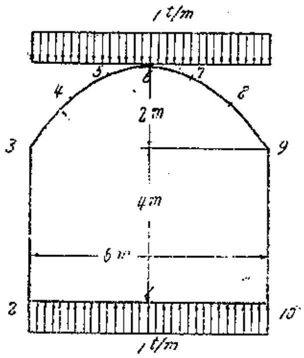
從つて

$$C_2=C_{23}-C_{21}=-0.75\ \mathrm{t{\cdot}m},\qquad C_3=C_{34}-C_{32}=0.0833\ \mathrm{t{\cdot}m}$$

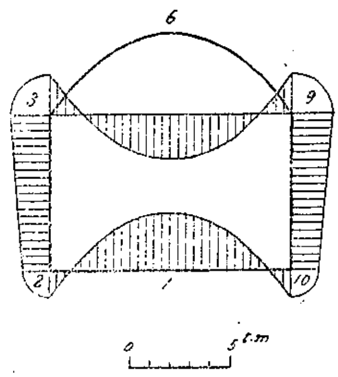
又

$$C_4=C_{45}-C_{43}=0,\qquad C_5=C_{56}-C_{54}=0$$

表-7. 一軸對稱弧形閉合ラーメン垂直等布荷重



曲げモーメント圖



彈性方程式表 (A)

式	左辺										右辺 係數：$\frac{1}{K}$ t.m
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	$-\frac{H}{3K}$	
(1)	3.50	0.75			1.00	0.75					−0.7500
(2)	0.75	5.50	2.00			0.75	2.00				0.0833
(3)		2.00	9.00	2.50			2.00	2.50			0
(4)			2.50	10.86				2.50	2.93		0
(5)	1.00				$\frac{2}{3}\cdot1.00$					0	1.5000
(6)	0.75	0.75				$\frac{2}{3}\cdot0.75$				4.0000	0
(7)		2.00	2.00				$\frac{2}{3}\cdot2.00$			1.1111	−0.8333
(8)			2.50	2.50				$\frac{2}{3}\cdot2.50$		0.6667	−0.5000
(9)				2.93					$\frac{2}{3}\cdot2.93$	0.2222	−0.1667
(10)					0	4.0000	1.1111	0.6667	0.2222		0

$$\varphi_1=0,\quad \varphi_6=0$$

彈性方程式表 (B)

式	左辺					右辺 係數 $\frac{1}{K}$ t.m
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	$\frac{H}{K}$	
(1)	1.75	−0.75			4.0000	−6.0000
(2)	−0.75	2.75	−2.00		5.1111	2.6667
(3)		−2.00	4.50	−2.50	1.7778	4.0000
(4)			−2.50	5.43	0.8889	2.0000
(5)	4.0000	5.1111	1.7778	0.8889	−7.3817	−0.6089

$$S_1=-\frac{1}{3}\left\{M_1+\left(\sum_2^{10}P\right)x_1\right\}=-\frac{1}{3}\left\{3\times\frac{3}{2}+3\times(-3)\right\}=1.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$S_2=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_3^{10}P\right)x_2\right\}\qquad=-\frac{1}{3}\{3\times0\}=0$$

$$S_3=-\frac{1}{3}\left\{M_3+\left(\sum_4^{10}P\right)x_3\right\}=-\frac{1}{3}\left\{1\times\frac{1}{2}+2\times1\right\}=-0.8333\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$S_4=-\frac{1}{3}\left\{M_4+\left(\sum_5^{10}P\right)x_4\right\}=-\frac{1}{3}\left\{1\times\frac{1}{2}+1\times1\right\}=-0.5\ \mathrm{t\cdot m}$$

$$S_5=-\frac{1}{3}\left\{M_5+\left(\sum_6^{10}P\right)x_5\right\}=-\frac{1}{3}\left\{1\times\frac{1}{2}+0\times1\right\}=-0.1667\ \mathrm{t\cdot m}$$

從つて又

$$\tau_2=2C_2-3(S_1+S_2)=-6\ \mathrm{t\cdot m}$$
$$\tau_3=2C_3-3(S_2+S_3)=2.6667\ \mathrm{t\cdot m}$$
$$\tau_4=2C_4-3(S_3+S_4)=4\ \mathrm{t\cdot m}$$
$$\tau_5=2C_5-3(S_4+S_5)=2\ \mathrm{t\cdot m}$$
$$\sum_1^5\left(\frac{Sy}{K}\right)=-0.6089\left(\frac{1}{K}\right)\mathrm{t\cdot m^2}$$

以上の結果を **表-6** の弾性方程式 (A) 及 (B) に代入して **表-7** の弾性方程式 (A) 及 (B) が得られる。この弾性方程式 (B) より H を消去し且左邊の左上から右下への對角線上の φ の係數が 1 になるやうにすれば **表-8** が得られる。

表-8.

式	左辺				右辺 係數: $\frac{1}{K}$ t·m
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	
(1)	1	0.5155	0.2459	0.1229	−1.6158
(2)	0.3212	1	−0.1226	0.3979	0.3570
(3)	0.1955	−0.1561	1	−0.4632	0.7819
(4)	0.0870	0.1111	−0.4128	1	0.3479

之を繰返法によつて解く。卽ち先づ各 φ の概算値をきめる。これには**表-10** の (1) 式に於て φ_2 以外の φ_3, φ_4, φ_5 の項を零と置き

$$\varphi_2=-1.6158\left(\frac{1}{K}\right)$$

(2) 式に於て φ_3 以外の φ_2, φ_4, φ_5 の項を零と置き $\varphi_3=0.3570\left(\frac{1}{K}\right)$, 同樣にして $\varphi_4=0.7819\left(\frac{1}{K}\right)$, $\varphi_5=0.3479\times\left(\frac{1}{K}\right)$

是等の φ_3, φ_4 及 φ_5 の概算値を更に (1) 式に代入して φ_2 の第 1 近似値 $-3.7653\left(\frac{1}{K}\right)$ を，又この値と φ_4 及 φ_5 の概算値を (2) 式に代入して φ_3 の第 1 近似値を，φ_2 と φ_3 の第 1 近似値及 φ_5 の概算値を (3) 式に代入して φ_4 の第 1 近似値を，φ_2, φ_3, φ_4 の是等第 1 近似値を (4) 式に代入して φ_5 の第 1 近似値を得，以下同樣の計算を繰返し各 φ の第 2, 第 3 と段々眞値に近い値を出すことが出來る。**表-9** には第 9 近似値迄示してあるが小數點下 2 桁で滿足する場合には 3～4 回の繰返し計算で充分である。かく收斂性大で繰返計算が容易である。玆には第 9 近似値より φ の値を次の如く決定する。

$$\varphi_2=-3.119,\quad \varphi_3=1.501$$
$$\varphi_4=2.270,\qquad \varphi_5=1.390\ \left(\text{係數}:\ \frac{1}{K}\right)$$

之を**表-7** 中の (B) 表の (1) 式に代入し

表-10. 續き　　　弾性方程式表 (B)

式	方程式左辺										右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}	$\frac{H}{R}$	係数 : $\frac{1}{K}$
(1)	2	−1								y_1+y_2	τ_2
(2)	−1	2	−1							y_2+y_3	τ_3
(3)		−1	2	−1						y_3+y_4	τ_4
(4)			−1	2	−1					y_4+y_5	τ_5
(5)				−1	2	−1				y_5+y_6	τ_6
(6)					−1	2	−1			y_6+y_7	τ_7
(7)						−1	2	−1		y_7+y_8	τ_8
(8)							−1	2	−1	y_8+y_9	τ_9
(9)								−1	2	y_9+y_{10}	τ_{10}
(10)	y_1+y_2	y_2+y_3	y_3+y_4	y_4+y_5	y_5+y_6	y_6+y_7	y_7+y_8	y_8+y_9	y_9+y_{10}	$-\frac{1}{3}\sum_1^{10}(y^2)$	$\sum_1^{10}(Sy)$

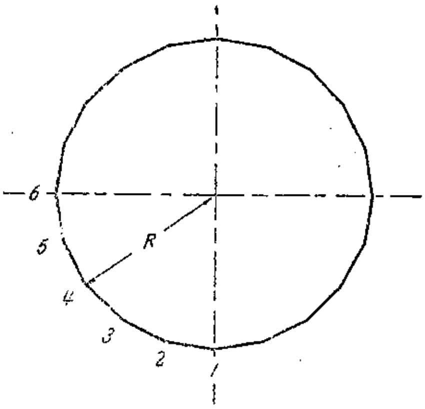
$$\tau_r = 2C_r - 3(S_{r-1}+S_r)$$

$y_r + y_{r+1}$ の値　　　係数 : R

y_1+y_2	y_2+y_3	y_3+y_4	y_4+y_5	y_5+y_6	y_6+y_7	y_7+y_8	y_8+y_9	y_9+y_{10}
0.19098	0.36328	0.50000	0.58778	0.61804	0.58778	0.50000	0.36328	0.19098

$$-\frac{1}{3}\sum_1^{10}(y^2) = -0.16315R^2$$

表-11. 正二十角形閉合ラーメン—軸對稱荷重



係数 : R

$-x_1,\ y_5$	$-x_2,\ y_4$	$-x_3,\ y_3$	$-x_4,\ y_2$	$-x_5,\ y_1$
0.30902	0.27876	0.22124	0.14204	0.04894

式	方程式左辺									右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	係数 : $\frac{1}{K}$
(1)	4	1			1	1				C_2
(2)	1	4	1			1	1			C_3
(3)		1	4	1			1	1		C_4
(4)			1	4				1	1	C_5
(5)	1				$\frac{2}{3}$					$S_1+\frac{1}{3}Hy_1$
(6)	1	1				$\frac{2}{3}$				$S_2+\frac{1}{3}Hy_2$
(7)		1	1				$\frac{2}{3}$			$S_3+\frac{1}{3}Hy_3$
(8)			1	1				$\frac{2}{3}$		$S_4+\frac{1}{3}Hy_4$
(9)				1					$\frac{2}{3}$	$S_5+\frac{1}{3}Hy_5$

$$\varphi_1 = 0\ ,\quad \varphi_6 = 0$$

$$C_r = C_{r\cdot r+1} - C_{r\cdot r-1},\qquad H = -\sum_1^5 W$$

$$S_r = -\frac{1}{3}\left\{M_r + \left(\sum_{r+1}^{20}P\right)x_r + \left(\sum_{r+1}^{20}W\right)y_r + (C_{r+1\cdot r} - C_{r\cdot r+1})\right\}$$

弾性方程式表 (B)

式	左辺				右辺
	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	係数 : $\frac{1}{K}$
(1)	2	−1			τ_2'
(2)	−1	2	−1		τ_3'
(3)		−1	2	−1	τ_4'
(4)			−1	2	τ_5'

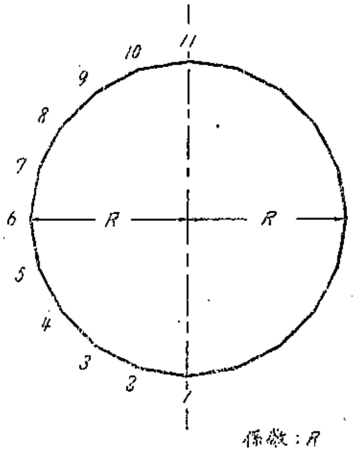
$$\tau_r' = 2C_r - 3(S_{r-1}+S_r) + \left(\sum_1^5 W\right)(y_{r-1}+y_r)$$

表-10. 正二十角形閉合ラーメン一軸對稱荷重
彈性方程式表 (A)

式	方程式左辺																				右辺
	$\mathcal{S}_2$	$\mathcal{S}_3$	$\mathcal{S}_4$	$\mathcal{S}_5$	$\mathcal{S}_6$	$\mathcal{S}_7$	$\mathcal{S}_8$	$\mathcal{S}_9$	$\mathcal{S}_{10}$	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	ψ_6	ψ_7	ψ_8	ψ_9	ψ_{10}	$-\frac{H}{3H}$	係數: $\frac{1}{H}$
(1)	4	1								1	1										C_2
(2)	1	4	1								1	1									C_3
(3)		1	4	1								1	1								C_4
(4)			1	4	1								1	1							C_5
(5)				1	4	1								1	1						C_6
(6)					1	4	1								1	1					C_7
(7)						1	4	1								1	1				C_8
(8)							1	4	1								1	1			C_9
(9)								1	4									1	1		C_{10}
(10)	1									$\frac{2}{3}$										y_1	S_1
(11)	1	1									$\frac{2}{3}$									y_2	S_2
(12)		1	1									$\frac{2}{3}$								y_3	S_3
(13)			1	1									$\frac{2}{3}$							y_4	S_4
(14)				1	1									$\frac{2}{3}$						y_5	S_5
(15)					1	1									$\frac{2}{3}$					y_6	S_6
(16)						1	1									$\frac{2}{3}$				y_7	S_7
(17)							1	1									$\frac{2}{3}$			y_8	S_8
(18)								1	1									$\frac{2}{3}$		y_9	S_9
(19)									1										$\frac{2}{3}$	y_{10}	S_{10}
(20)										y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}		0

$$\mathcal{S}_1 = 0 \quad , \quad \mathcal{S}_{11} = 0$$

$$C_r = C_{r.r+1} - C_{r.r-1}, \qquad S_r = -\frac{1}{3}\left\{M_r + \left(\sum_{r+1}^{20} P\right)x_r + \left(\sum_{r+1}^{20} W\right)y_r + (C_{r+1.r} - C_{r.r+1})\right\}$$



係數 : R

$-x_1, x_{10}$	$-x_2, x_9$	$-x_3, x_8$	$-x_4, x_7$	$-x_5, x_6$
0.30902	0.27876	0.22124	0.14204	0.04894

y_1, y_{10}	y_2, y_9	y_3, y_8	y_4, y_7	y_5, y_6
0.04894	0.14204	0.22124	0.27876	0.30902

$H = 0.1460\ \mathrm{t}$

更に是等を (A) 表中の (5)～(9) に代入して

$\psi_1 = 6.928,\quad \psi_2 = 2.817,\quad \psi_3 = -6.241$

$\psi_4 = -5.770,\quad \psi_5 = -2.165\quad \left(係數：\dfrac{1}{K}\right)$

以上の φ, ψ の値を撓角式に代入して材端曲げモーメントを求めその結果を示せば次の如し。

$M_{12} = 3.059,\quad M_{21} = 1.440,\quad M_{23} = -1.440,$

$M_{32} = 2.023,\quad M_{34} = -2.023,\quad M_{43} = -0.317,$

$M_{45} = 0.317,\quad M_{54} = -1.718,\quad M_{56} = 1.718,$

$M_{65} = -2.188$ (單位 t·m)

是等の結果を用ひ曲げモーメント圖を描けば 表-7 中に示したやうになる。尙參考の爲め最小働の原理による解法の結果をあぐれば

表-9.

係數 $\frac{1}{H}$

	$\mathscr{S}_2$	$\mathscr{S}_3$	$\mathscr{S}_4$	$\mathscr{S}_5$
概算値	-1.6158	0.3570	0.7819	0.3479
第1近似値	-3.7653	1.5963	1.9442	1.2896
第2近似値	-3.1268	1.4734	2.2213	1.3731
第3近似値	-3.0903	1.4875	2.2551	1.3824
第4近似値	-3.1070	1.4961	2.2640	1.3866
第5近似値	-3.1162	1.4991	2.2678	[illegible]
第6近似値	-3.1169	1.5003	[illegible]	1.3892
第7近似値	-3.1180	1.5007	2.2700	1.3895
第8近似値	-3.1184	1.5009	2.2703	1.3896
第9近似値	-3.1186	1.5010	2.2704	1.3897

$H = 0.1436\ \mathrm{t},$

$M_{12} = 3.045,\quad M_{23} = -1.455,\quad M_{34} = -2.030$

$M_{65} = -2.183$ (單位 t·m)

之により弧形部を 6 部分に分けて考へた場合その結果の精度がどの程度のものなるかゞわかる。

8. 正多角形閉合ラーメン

任意の正多角形閉合ラーメンに對しても 表-1 (A) 及 (B) から簡單に之を解くべき彈性方程式が誘導されるが玆には各邊の斷面が一樣な正二十角形の閉合ラーメンに對し，一軸に關し對稱な任意荷重を擔ふ場合と二軸に關し對稱な任意荷重を擔ふ場合の彈性方程式表を 表-2 (A) 及 (B) と 表-3 (A) 及 (B) から求め是等を示せば 表-10 と 表-11 の如くなる。

與へられた荷重に對しこの 表-10 又は 表-11 の右邊の荷重項を計算すればこのラーメンを解くべき彈性方程式が得られるのである。

今 (A) 上半部に垂直等布荷重を擔ひ之を最下部の一點で支へる場合，(B) ラーメンの自重のみを考へ之を最下部の一點で支へる場合，(C) 最上部及最下部を夫々同一の集中荷重にて壓する場合，(D) 上半部及下半部を垂直等布荷重にて壓する場合是等に對する荷重項を計算し 表-10 又は 表-11 を解き，φ, ψ, 材端曲げモーメント及曲げモーメント圖を示せば，圖-10 の如くなる。

尙上記の載荷種類中 (A) 及 (B) は一軸に對し對稱な荷重であり (C) 及 (D) は二軸に對し對稱な荷重である。

今正二十角形ラーメンが上半部に垂直等布荷重を擔ひこれが最下部の一點で支へられる (A) の場合を特に例にとり荷重項の計算法を示さん。

圖-10 (A) に於て各邊の水平長 x 及垂直長 y は 表-10 中にも示してあるが如く

$x_1 = -0.30902,\quad x_2 = -0.27876,\quad x_3 = -0.22124,\quad x_4 = -0.14204,\quad x_5 = -0.04894$

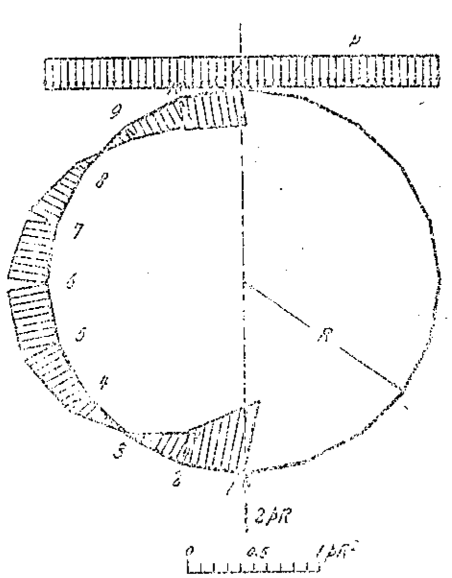
$x_6 = 0.04894,\quad x_7 = 0.14204,\quad x_8 = 0.22124,\quad x_9 = 0.27876,\quad x_{10} = 0.30902$

$y_1 = 0.04894,\quad y_2 = 0.14204,\quad y_3 = 0.22124,\quad y_4 = 0.27876,\quad y_5 = 0.30902$

$y_6 = 0.30902,\quad y_7 = 0.27876,\quad y_8 = 0.22124,\quad y_9 = 0.14204,\quad y_{10} = 0.04894$ (係數： R)

圖-10. 正二十角形閉合ラーメンの曲げモーメント圖

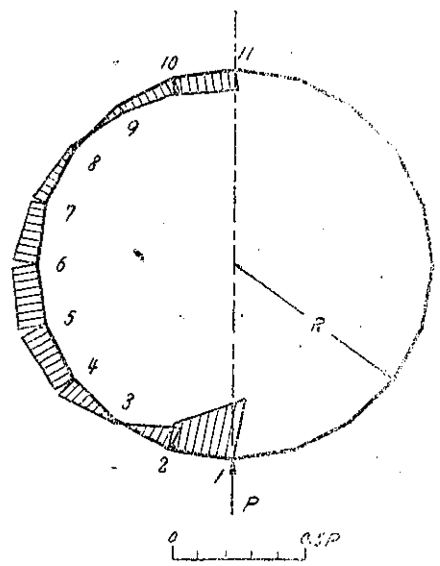
(A)



φ_r	$(\frac{pR^2}{K})$	ψ_r	$(\frac{pR^3}{K})$	$M_{r\,r-1}, M_{r\,r+1}$	(pR^2)
φ_1	0	ψ_1	1.43847	$-M_{12}$	-0.5807
φ_2	-0.85773	ψ_2	3.16071	$M_{21}, -M_{23}$	-0.2770
φ_3	-1.17836	ψ_3	3.28819	$M_{32}, -M_{34}$	-0.0135
φ_4	-0.97807	ψ_4	2.27095	$M_{43}, -M_{45}$	0.1838
φ_5	-0.49855	ψ_5	0.59393	$M_{54}, -M_{56}$	0.3957
φ_6	0.10893	ψ_6	-1.17777	$M_{65}, -M_{67}$	0.3113
φ_7	0.64059	ψ_7	-2.47969	$M_{76}, -M_{78}$	0.2503
φ_8	0.95176	ψ_8	-2.89018	$M_{87}, -M_{89}$	0.0752
φ_9	0.91558	ψ_9	-2.27745	$M_{98}, -M_{9\,10}$	-0.1031
φ_{10}	0.55595	ψ_{10}	-0.86014	$M_{10\,9}, -M_{10\,11}$	-0.2825
φ_{11}	0			$M_{11\,10}$	-0.2955

$H = -0.10775\,pR$

(B)

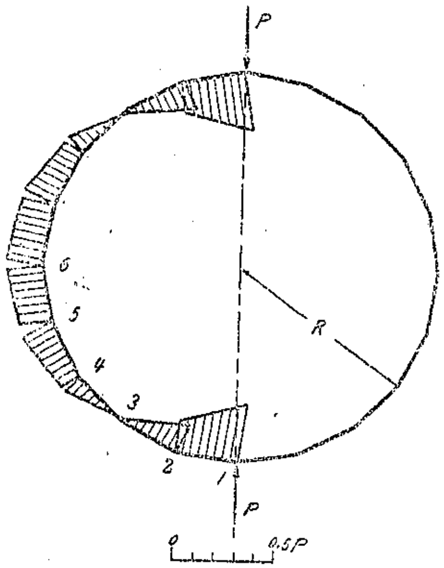


φ_r	$(\frac{PR}{K})$	ψ_r	$(\frac{PR^2}{K})$	$M_{r\,r-1}, M_{r\,r+1}$	(PR)
φ_1	0	ψ_1	0.56100	$-M_{12}$	-0.2361
φ_2	-0.33568	ψ_2	1.14595	$M_{21}, -M_{23}$	-0.0932
φ_3	-0.40357	ψ_3	1.10073	$M_{32}, -M_{34}$	0.0140
φ_4	-0.30327	ψ_4	0.66153	$M_{43}, -M_{45}$	0.0793
φ_5	-0.13273	ψ_5	0.07459	$M_{54}, -M_{56}$	0.1033
φ_6	0.07108	ψ_6	-0.05289	$M_{65}, -M_{67}$	0.0921
φ_7	0.21938	ψ_7	-0.77901	$M_{76}, -M_{78}$	0.0566
φ_8	0.28821	ψ_8	[illegible]	$M_{87}, -M_{89}$	0.0095
φ_9	0.25617	ψ_9	-0.63557	$M_{98}, -M_{9\,10}$	-0.0358
φ_{10}	0.15014	ψ_{10}	-0.20101	$M_{10\,9}, -M_{10\,11}$	-0.0680
φ_{11}	0			$M_{11\,10}$	-0.0796

$H = -0.07564\,P$

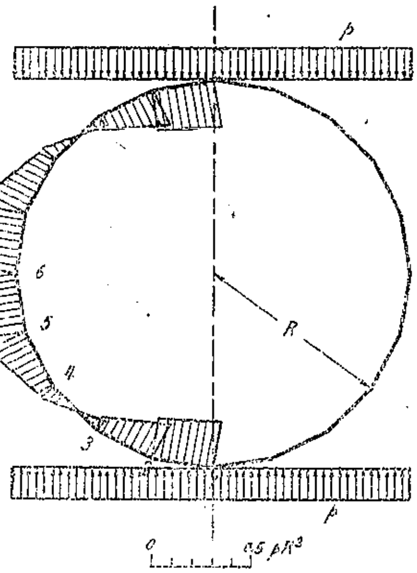
圖-10. 續き

(C)



φ_r	$(\frac{PR^2}{K})$	ψ_r	$(\frac{PR}{K})$	$M_{r.r-1}, M_{r.r+1}$	(PR)
φ_1	0	ψ_1	0.79255	$-M_{12}$	-0.3157
φ_2	-0.47687	ψ_2	1.77475	$M_{21}, -M_{23}$	-0.1612
φ_3	-0.65934	ψ_3	1.93428	$M_{32}, -M_{34}$	-0.0213
φ_4	-0.59281	ψ_4	1.44094	$M_{43}, -M_{45}$	0.0885
φ_5	-0.34415	ψ_5	0.52846	$M_{54}, -M_{56}$	0.1598
φ_6	0			M_{65}	0.1843

(D)



φ_r	$(\frac{pR^3}{K})$	ψ_r	$(\frac{pR^3}{K})$	$M_{r.r-1}, M_{r.r+1}$	(pR^2)
φ_1	0	ψ_1	0.71392	$-M_{12}$	-0.2459
φ_2	-0.46003	ψ_2	1.86907	$M_{21}, -M_{23}$	-0.1982
φ_3	-0.74435	ψ_3	2.31031	$M_{32}, -M_{34}$	-0.0932
φ_4	-0.74435	ψ_4	1.86907	$M_{43}, -M_{45}$	0.0813
φ_5	-0.46003	ψ_5	0.71392	$M_{54}, -M_{56}$	0.2063
φ_6	0			M_{65}	0.2541

又

$$C_{12}=C_{21}=C_{23}=C_{32}=C_{34}=C_{43}=C_{45}=C_{54}=C_{56}=C_{65}=0$$

$$C_{67}=C_{76}=\frac{1}{12}\times p\times(0.0489\,4\,R)^2=0.0002\,0\,pR^2$$

$$C_{78}=C_{87}=\frac{1}{12}\times p\times(0.1420\,4\,R)^2=0.0016\,8 \quad〃$$

$$C_{89}=C_{98}=\frac{1}{12}\times p\times(0.2212\,4\,R)^2=0.0040\,8 \quad〃$$

$$C_{9\,10}=C_{10\,9}=\frac{1}{12}\times p\times(0.2787\,6\,R)^2=0.0064\,8 \quad〃$$

$$C_{10\,11}=C_{11\,10}=\frac{1}{12}\times p\times(0.3090\,2\,R)^2=0.0079\,6 \quad〃$$

従つて又

$$C_2=C_3=C_4=C_5=0$$

$$C_6=0.0002\,0\,pR^2,\qquad C_7=0.0014\,8\,pR^2$$

$$C_8=0.0024\,0\,pR^2,\qquad C_9=0.0024\,0\,pR^2$$

$$C_{10}=0.0014\,8\,pR^2$$

又

$$S_1=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_2^{20}P\right)x_1\right\}=-\frac{1}{3}\times pR\times(-0.3090\,2\,R)=0.1030\,1\,pR^2$$

$$S_2=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_3^{20}P\right)x_2\right\}=-\frac{1}{3}\times pR\times(-0.2787\,6\,R)=0.0929\,2 \quad〃$$

$$S_3=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_4^{20}P\right)x_3\right\}=-\frac{1}{3}\times pR\times(-0.2212\,4\,R)=0.0737\,5 \quad〃$$

$$S_4=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_5^{20}P\right)x_4\right\}=-\frac{1}{3}\times pR\times(-0.1420\,4\,R)=0.0473\,5 \quad〃$$

$$S_5=-\frac{1}{3}\left\{\left(\sum_6^{20}P\right)x_5\right\}=-\frac{1}{3}\times pR\times(-0.0489\,4\,R)=0.0163\,1 \quad〃$$

$$S_6=-\frac{1}{3}\left\{M_6+\left(\sum_7^{20}P\right)x_6\right\}$$

$$=-\frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2}\times p\times(0.0489\,4\,R)^2+0.9510\,6\,pR\times0.0489\,4\,R\right\}=-0.0159\,1 \quad〃$$

$$S_7=-\frac{1}{3}\left\{M_7+\left(\sum_8^{20}P\right)x_7\right\}$$

$$=-\frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2}\times p\times(0.1420\,4\,R)^2+0.8090\,2\,pR\times0.1420\,4\,R\right\}=-0.0416\,7 \quad〃$$

$$S_8=-\frac{1}{3}\left\{M_8+\left(\sum_9^{20}P\right)x_8\right\}$$

$$=-\frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2}\times p\times(0.2212\,4\,R)^2+0.5877\,8\,pR\times0.2212\,4\,R\right\}=-0.0515\,0 \quad〃$$

$$S_9=-\frac{1}{3}\left\{M_9+\left(\sum_{10}^{20}P\right)x_9\right\}$$

$$=-\frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2}\times p\times(0.2787\,6\,R)^2+0.3090\,2\,pR\times0.2787\,6\,R\right\}=-0.0416\,6 \quad〃$$

$$S_{10}=-\frac{1}{3}\left\{M_{10}+\left(\sum_{11}^{20}P\right)x_{10}\right\}$$

$$=-\frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2}\times p\times(0.3090\,2\,R)^2\right\}=-0.0159\,1 \quad〃$$

この計算に於て第 3 節に於て述べた如く最下端に働く $2pR$ なる力は之を二分し各々を部材 1 の右端と部材 20 の左端に働かしめて考へるのである。

以上の C 及 S の値から

$$\tau_2=2C_2-3(S_1+S_2)=-0.5877\,8\,pR^2$$

$$\tau_3=2C_3-3(S_2+S_3)=-0.5000\,0 \quad〃$$

同様に　$\tau_4=-0.3632\,8,\quad \tau_5=-0.1909\,8,\quad \tau_6=-0.0008\,0,\quad \tau_7=0.1757\,0,$

$\tau_8=0.2843\,0,\quad \tau_9=0.2843\,0\quad \tau_{10}=0.1757\,0$　（係數：pR^2）

又　$$-\frac{1}{3}\sum_1^{10}y^2=-0.1631\,5\,R^2,\quad \sum_1^{10}(Sy)=0.0181\,7\,pR^3$$

以上の計算結果を 表-10 の弾性方程式 (A) 及 (B) の右邊の荷重項に代入し，これを前節の例題に述べたと同様にして解き 圖-10 (A) に示したやうな結果が得られるのである。

次に前にあげた (A), (B), (C), (D) の 4 荷重狀態のもとに生ずる各種正多角形並に圓の底に於ける曲げモーメントを計算表示すれば 表-12 の如くなる。

表-12. 底に生ずる曲げモーメント

構造種類＼荷重種類	(A) pR^2	(B) PR	(C) PR	(D) pR^2
正八角形	0.5455	0.2215	0.3018	0.2256
正十二角形	0.5691	0.2313	0.3110	0.2388
正十六角形	0.5771	0.2346	0.3142	0.2437
正二十角形	0.5807	0.2361	0.3157	0.2459
圓	0.588	0.2387	0.3183	0.2500

この表から，正多角形を圓と假定して解いた場合又は逆に圓を正多角形と假定し撓角法により解きたる場合の計算結果の誤差がどの程度のものなるかゞ推定出來る。

複雑な荷重を擔ふ圓形又は曲線形構造物を玆に述べた撓角法により解く場合どの程度の多角形と假定すべきかがその要求する精度に應じてこの表を參考にして決めることが出來る。

9. 閉合多角形ラーメンの變位計算

各部材の廻轉角より任意節點 r の水平並に垂直分變位 δ_{hr} 及 δ_{vr} を次式により計算することが出來る。

$$\delta_{hr}=-\frac{1}{6E}\sum_1^{r-1}\psi y$$

$$\delta_{vr}=+\frac{1}{6E}\sum_1^{r-1}\psi x$$

この式の成立に關しては別に說明を加へずとも明かなところである。

計算例として 圖-10 (B) に扱つてある正十二角形ラーメンをその底部にて支へた場合自重による各節點の變位を計算し表示すれば表-13 の如くなる。P は全自重を表はすものである。

次に厚さ 1.1 cm, 半徑 112.5 cm の鋼管を地上に橫たへた場合の變形を，この鋼管を正二十角形の斷面を有するものと假定して表-13 の値を使用して計算してみる。

但し E は 210 0000 kg/cm², 鋼の重量は 7.85×10^{-3} kg/cm³ とする。

この問題に於ては

$R=112.5\ \mathrm{cm}$

$P=1.1\times 225\times\pi\times 7.85\times 10^{-3}=6.10\ \mathrm{kg}$

表-13. 正二十角形ラーメンの自重による變形計算

r	$\psi_r\left(\frac{PR}{K}\right)$	$y_r\ (R)$	$x_r\ (R)$	$\delta_{hr}\left(\frac{PR^3}{6EK}\right)$	$\delta_{vr}\left(\frac{PR^3}{6EK}\right)$
1	0.5614 6	0.0489 4	−0.3090 2	0	0
2	1.1489 5	0.1420 4	−0.2787 6	−0.0275	−0.1735
3	1.1007 3	0.2212 4	−0.2212 4	−0.1907	−0.4938
4	0.6617 8	0.2787 6	−0.1420 4	−0.4342	−0.7373
5	0.0748 9	0.3090 2	−0.0489 4	−0.6187	−0.8313
6	−0.4534 9	0.3090 2	0.0489 4	−0.6418	−0.8350
7	−0.7790 1	0.2787 6	0.1420 4	−0.5017	−0.8572
8	−0.8332 9	0.2212 4	0.2212 4	−0.2845	−0.9678
9	−0.6255 7	0.1420 4	0.2787 6	−0.1002	−1.1522
10	−0.2310 1	0.0489 4	0.3090 2	−0.0113	−1.3266
11				0	−1.3979

$$I=\frac{1}{12}\times 1\times 1.1^3=0.111\ \mathrm{cm}^4$$

$$l=\frac{2\pi R}{20}=35.4\ \mathrm{cm}$$

從つて

$$K=\frac{0.111}{35.4}=0.00313\ \mathrm{cm}^3$$

$$\frac{PR^3}{6EK}=\frac{6.10\times 112.5\times 112.5}{6\times 2100\,000\times 0.0031\,3}=1.960\ \mathrm{cm}$$

依つて前記鋼管を地上に横たへた場合の各點の變位は **表-13** を用ひ **表-14** に示す如くなる。

表-14. 鋼管の變形

點	δ_{hr} (水平變位) (cm)	δ_{vr} (垂直變位) (cm)
1 (底)	0	0
2	−0.054	−0.340
3	−0.374	−0.968
4	−0.851	−1.445
5	−1.213	−1.629
6	−1.258	−1.637
7	−0.983	−1.680
8	−0.558	−1.897
9	−0.196	−2.258
10	−0.022	−2.600
11 (頂)	0	−2.740

以上各種の閉合ラーメンの解法を示したが，尙 圖-11 の如き楕圓形井筒，圖-12 の如き船體その他複雜な荷重を擔ふ圓形構造物等，その各部材が直線なると曲線なるとを問はず又その斷面一定なると一定ならざるとを問はず極めて簡易に 表-1～3 等よりその彈性方程式を作り是等の問題を解くことが出來る。尙開脚多角形ラーメンに關するものも同樣に取扱ふことが出來るが之に關しては稿をあらためて他日述べることゝする。

圖-11.

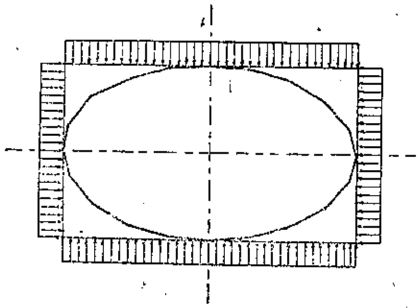
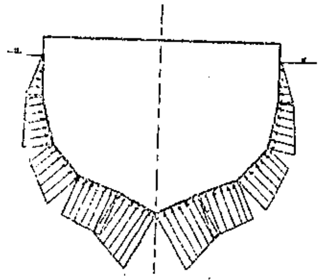


圖-12.



(昭. 18. 10. 1. 受付)