

論 說 報 告

第 29 卷 第 10 號 昭 和 18 年 10 月

曲梁に於ける垂直應力度並に断面常數に就て

正會員 大 野 諫*

要 旨 先に發表したる曲梁の應力度に對する研究¹⁾の中で、特に梁断面に生ずる梁軸の方向の垂直應力度 σ のみを取上げ、各個々別々に出したる σ の諸公式が互に密接不離の關係を有し、一方の式より容易に他へ變換し得ることを示し、且つ各種断面常數の意義を鮮明にすると共に、其等常數間の關係を検討し、最後に通例出てくる断面形に對し其等の常數値を求め其結果を一覽表として掲げた。

目 次

- | | |
|--------------------------------|--------------------------|
| 1. 緒 言 | 6. 曲率中心モーメントによる式 |
| 2. 曲梁における σ の各公式及び記號の説明 | 7. 常數 S_0 を用ひたる式 |
| 1. 断面常數 K を用ひたる式 | 8. 係數 ν, μ を用ひたる式 |
| 2. 断面常數 Z 又は J を用ひたる式 | 3. σ に對する各公式の關係 |
| 著者の公式: | 4. 常數値一覽表 |
| 3. 断面常數 Z_0 又は J_0 を用ひたる式 | 表-1. 曲梁の垂直應力度公式及び各種断面常數値 |
| 4. 核モーメントによる式 | 表-2. 直梁の垂直應力度公式及び各種断面常數値 |
| 5. 中立軸モーメントによる式 | |

1. 緒 言

曲梁が曲げモーメント M 又は偏心力 N を受ける場合及び曲げモーメント M と同時に軸力 N の作用を受ける場合に對し、從來設計計算に廣く用ひられつゝある Bach 及び Müller-Breslau の公式の外に、著者は中立軸に關する断面常數 Z を用ひた新公式を發表したが、其後核モーメント、中立軸モーメント、曲率中心モーメント、常數 S_0 、係數 ν, μ を用ひた種々の形の公式を考へ、断面常數も亦從來のものに囚はれること無く全く自由に断面常數 J 又は J_0 等を導入し、且各公式における諸記號を整齊統一し、成るべく分りよい暗記し易い形とした。而して計算的方法による場合 K, Z, Z_0, J, J_0 等を直接定義に従ひ求むるよりも、著者の導入せる断面常數 L を基本値に取り計算する方が有利なるを知つた。

2. 曲梁における σ の各公式及び記號の説明

曲梁に對する σ の各種公式並に断面常數及び其等の關係につき考察した結果を要約し簡潔に述べることにしよう。次に示す公式の中 1, 2 は從來の公式であつて、3~8 は著者の公式である。各常數値は積分の形に留置かず L を基本値として求め得る公式を出した。各記號の説明は、4. 常數値一覽表に一括して與へらるゝを以て以下一一説明するを省略する。

1. 断面常數 K を用ひたる式 (C. Bach の公式)²⁾

* 徳島高等工業學校教授

1) 拙著: ラーメン隅部の應力度の研究, 特に圖解法について (曲梁の應力度の研究). 土木學會誌. 昭和 18 年 4 月號. (昭和 17. 10. 10. 土木學會第四年次學術講演會に於て大要講演)

2) 參考文獻については、前掲の拙著: ラーメン隅部の應力度の研究, 土木學會誌. 昭和 18 年 4 月號に悉く示したので今回は省略する。

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{Fr_g} + \frac{M}{\kappa Fr_g r_g + v} \frac{v}{r}, \quad \kappa = -\frac{\int \frac{v}{r} dF}{F} = -\frac{\int v dL}{F}, \quad L = \int dL = \int \frac{dF}{r} \dots\dots\dots(1)$$

Bach の原書には $\sigma = \frac{P}{f} + \frac{M_b}{fr} + \frac{M_b}{\kappa fr r + \eta}$ と書いてあるが、係數 κ を除き他のものは記號を揃へるため (1) 式の如く書き變へた。但し距離 v 及びモーメント M の正負は原の儘とした。

κ は断面素 dF に乘數 $\frac{v}{r}$ を乘じて變體したる断面の全断面についての積分、即ち變體断面 $-\int \frac{v}{r} dF$ と断面 F との比を表す一つの断面常數である。實際計算の場合は、後で分る如く $L = \int \frac{dF}{r}$ なる常數は他の常數値計算の基本値として重要な役割をなす。

(1) 式は曲げモーメント M と軸力 N との作用の和として立てた公式であつて、距離 v の測り方も κ の値も重心軸 g に関して考へてゐる。この式では v は梁軸 g より曲率中心 O に反する方向、即ち外方に測りたるを正とし、 N は張力を正、 M は内縁に壓應力度生ずる場合を正とす。

2. 断面常數 Z 又は J を用ひたる式 (Müller-Breslau の公式)

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Mv}{Z r_g - v}, \quad N = \frac{M}{r_g} \dots\dots\dots(2)$$

又は

$$\sigma = \frac{N}{F} - \frac{M}{Fr_g} + \frac{Mv}{Z r_g - v} = \frac{N}{F} - \frac{M}{Fr_g} + \frac{Mv}{J} \dots\dots\dots(2a)$$

$$Z = \int v^2 \frac{r_g}{r} dF = r_g \int v^2 \frac{dF}{r} = r_g \int v^2 dL, \quad Z = \kappa r_g^2 F = z^2 F, \quad z^2 = \frac{Z}{F} \dots\dots\dots(2b)$$

$$Z = \int v^2 dF + \frac{1}{r_g} \int v^3 dF + \frac{1}{r_g^2} \int v^4 dF + \frac{1}{r_g^3} \int v^5 dF + \dots\dots\dots(2c)$$

$$= \int v^2 dF + \int v^2 \frac{v}{r_g} dF + \int v^2 \frac{v^2}{r_g^2} dF + \int v^2 \frac{v^3}{r_g^3} dF + \dots\dots\dots(2d)$$

$$J = \int v^2 \frac{r_p}{r} dF = r_p \int v^2 \frac{dF}{r} = r_p \int v^2 dL = \frac{r_p}{r_g} Z, \quad r_p = r_g - v_p \dots\dots\dots(2e)$$

$$Z = r_g \Sigma v^2 \Delta L, \quad J = r_p \Sigma v^2 \Delta L, \quad \Delta L = \frac{\Delta F}{r} \dots\dots\dots(2f)$$

Müller-Breslau の原書には r_g を r と表はしてあるが、曲率中心より断面の任意點に到る距離を r と表したため、重心軸 g までの距離といふことを明示する必要上 r_g とした。(2) 式において v は考へる點 P の r なる故 v_p とすべきも簡略のため只 v としして表した。

Z は Müller-Breslau の断面常數であつて、慣性モーメント J の一般化したものと見做して J' と表はしてある書もある。又 Z は F' としして表はしてある書もある。

Z は断面 dF に乘數 $\frac{r_g}{r}$ を乘じたる變體断面の重心軸に関する二次モーメントの積分であつて、直梁の場合重心軸に関する慣性モーメントに歸着する値である。定義としてはかく考へたがよいが、實際計算の際には r_g を積分記號の前に出したが便利である。(2b) 式における z は直梁の場合同轉半徑 (或は慣性半徑) j に歸着する値である。(2c) 式は Z の展開式であつて、(2d) 式の如く書直せば一層意味が出てくる。即ち展開式の第 1 項は断面 dF の重心軸に對する二次モーメントにして、直梁の場合の慣性モーメントであり、第 2 項、第 3 項、第 4 項、……は夫々、變體断面 $\frac{v}{r_g} dF$, $\frac{v^2}{r_g^2} dF$, $\frac{v^3}{r_g^3} dF$, …… の重心軸に對する二次モーメントの積分を表す。

(2e) 式に示す J は變體断面 $\frac{rP}{r}dF$ の重心軸に關する二次モーメントの積分であつて、 r_P は断面における考へる點 P (σ に對應する點) の曲率中心よりの距離を表す。著者はこゝに J なる断面常数を新しく導入したが、この J は直梁の場合慣性モーメント $J = \int v^2 dF$ に歸着す。この兩場合を區別するため、直梁の場合は J 、又曲梁の場合は \bar{J} といふ様に記號を異にし考へて見たが、慣れば混同の憂ひも無く、むしろ便利であるので、特に區別の必要ある場合の外、同じ記號とし、記號の數を節約することにした。而して同じ J を以て、曲梁の場合は断面常数 $J = \int r^2 \frac{rP}{r} dF = \frac{rP}{r_0} Z$ 、直梁の場合は慣性モーメント $J = \int v^2 dF$ を表すものと考へることにした。 Z は断面寸法及曲率半径のみの函数であるが、 J はそれに加ふるに断面點 P の函数である。著者が先に發表した Z の圖解は、直ちに J の圖解に應用せらる、即ち唯 r_0 を r_P と置換ふればよい。(2f) 式は圖解或は近似解に對する Z 又は J の公式である。こゝに ΔF は實地上充分小と見做し得る分割面の面積を表す。

3. 断面常数 Z_0 又は J_0 を用ひたる式

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{My}{Z_0} \gamma, \quad \gamma = \frac{r_1}{r_P} \quad \text{即ち} \quad \sigma = \frac{N}{F} + \frac{My}{Z_0} \frac{r_1}{r_P} \quad \text{又は} \quad \sigma = \frac{N}{F} + \frac{My}{J_0} = \frac{N}{F} + \frac{My}{Fj_0^2} \quad \dots (3)$$

$$Z_0 = \int y^2 \frac{r_1}{r} dF = r_1 \int y^2 \frac{dF}{r} = r_1 \int y^2 dL = r_1(r_0^2 L + Fr_0 - 2Fr_0) = r_1(r_0 - r_0)F = r_1 e F = z_0^2 F \quad \dots (3a)$$

$$z_0^2 = r_1 e = \frac{Z_0}{F}, \quad e = r_0 - r_0 \quad \dots (3b)$$

$$r_0 = \frac{F}{L}, \quad L = \int \frac{dF}{r}, \quad L \doteq \Sigma \frac{\Delta F}{r} \quad \dots (3c)$$

$$J_0 = \int y^2 \frac{rP}{r} dF = rP \int y^2 \frac{dF}{r} = rP \int y^2 dL = \frac{rP}{r_1} Z_0 = rP e F = j_0^2 F, \quad j_0^2 = r_1 e = \frac{J_0}{F} \quad \dots (3d)$$

$$Z_0 = r_1 \left(\frac{Z}{r_0} - e^2 L \right) = \frac{r_1}{r_0} Z - e^2 \frac{r_1}{r_0} F \quad \dots (3e)$$

$$r_0 = r_0 - e, \quad e = r_0 \frac{\kappa}{1 + \kappa} = \frac{Zr_0}{Z + Fr_0^2} = \frac{z^2}{r_0 + \frac{z^2}{r_0}}, \quad z^2 = \frac{Z}{F}, \quad j^2 = \frac{J}{F} \quad \dots (3f)$$

$$Z_0 = r_1 r_0 \frac{\kappa}{1 + \kappa} F = r_1 \frac{Zr_0}{Z + Fr_0^2} F = r_1 \frac{z^2}{r_0 + \frac{z^2}{r_0}} F \quad \dots (3g)$$

$$Z = \kappa r_0^2 F = \frac{r_0}{r_0} r_0^2 F = \frac{r_0}{r_0} r_0^2 F = \frac{r_0}{r_0} r_0 e F = r_0^2 (r_0 L - F), \quad \kappa = \frac{e}{r_0} = \frac{r_0}{r_0} - 1 = \frac{r_0}{F} L - 1 \quad \dots (3h)$$

公式 (3) は中立軸 O (曲梁に曲げモーメント M のみ作用する場合) に關して考慮せる著者の公式であつて、式中 r_P は σ に對する點 P の曲率中心よりの距離であつて、 r_P を積分記號の内部に入れば、任意點の曲率中心よりの距離 r と區別する必要ができたので、特に p なる添字を附加することにした。初め著者は Müller-Breslau の記號に倣ひ Z_0 なる断面常数を導入したが、今回は夫に囚はれること無く、更に J_0 なる新断面函数を考へることにした。かくして (3) 式に示す如く全く直梁の場合と同形の公式となり、一層暗記し易くなつた。

Z_0 は變體断面 $\frac{r_1}{r} dF$ の中立軸 O に對する二次モーメントの積分であり、 J_0 は變體断面 $\frac{rP}{r} dF$ の中立軸 O に對する二次モーメントの積分である。但し Z_0 は断面寸法曲率半径のみの函数であるが、 J_0 は夫に加ふるに考へる點 P の函数である。兩者共に直梁の場合は重心軸に關する慣性モーメントに歸着す。 Z_0 、 J_0 の値は (3a)、(3d) 式にて與へらる。 z_0 、 j_0 共に直梁の場合は回轉半径 j に歸着す。

(3) 式によれば先づ中立軸 O の曲率中心よりの距離 r_0 が必要となるが、其爲に計算が面倒になるのではなく、 $Z_0 = r_1 c F = r_1 (r_0 - r_1) F$, $J_0 = r_1 r_0 F = r_1 (r_0 - r_1) F$ にて分る如く、 r_0 の値は断面常數 Z_0 , J_0 の計算に入用の値であり、 r_0 が分れば、直ちに上式にて Z_0 及び J_0 は求められるのである。(3e) 式は Z_0 と Z との関係、(3f) 式は c を κ , 又は Z, \bar{c}, j にて表した式である。 \bar{J}, \bar{j} は特に直梁に對する値なることを示したものである。

(3g) 式は Z_0 を κ 又は Z, ε にて、(3h) 式は Z を r_0, c 及び L にて表した式である。著者の導出せるこの $Z = r_0^2 (r_0 L - F)$ 及び $\kappa = \frac{r_0}{F} L - 1$ なる式は、實地計算に甚だ便利である。

(3c) 式は r_0 の公式であつて、 L なる常數は近似的に $\Sigma \frac{\Delta F}{r}$ にて計算し得る故、複雑なる断面形と雖も、適當數の細帯面に分割すれば實用上充分精密なる値を得、しかも其計算は甚だ容易である。 L なる常數値さへ出せば Z_0, J_0, Z も亦其他の量も一覽表にて分る如く容易に算出することが出来る。かくの如く各断面常數は L なる値を基本として算出せられ、 κ 及 Z, Z_0 等を夫等の定義に従ひ計算するより極めて容易である。 $L = \int \frac{dF}{r}$ は長さの次元を有する断面常數である。

3 より 8 に到る公式では ψ 及び η は中立軸 O 及 O より曲率中心の方向に測りたるを正とし、垂直力 N は張力なる時正、曲げモーメント M は内縁に張應力度を生ずる場合を正とす。

4. 核モーメントによる式

$$\sigma_1 = \frac{M k_1}{W_{01}}, \quad \sigma_2 = -\frac{M k_2}{W_{02}} \dots \dots \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{y_1}{F} = \frac{y_1}{F} = \frac{W_{01}}{F} \quad \text{又は} \quad k_1 = \frac{e r_1}{y_1} = \frac{z_0^2}{y_1} = \frac{j_{01}^2}{y_1} \\ k_2 &= \frac{r_2 Z_0}{F} = \frac{y_2}{F} = \frac{W_{02}}{F} \quad \text{又は} \quad k_2 = \frac{e r_2}{y_2} = \frac{r_2 z_0^2}{y_2} = \frac{j_{02}^2}{y_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4a)$$

$$j_{01}^2 = \frac{J_{01}}{F} = \frac{Z_0}{F} = c_0^2 = e r_1, \quad j_{02}^2 = \frac{J_{02}}{F} = \frac{r_2 Z_0}{F} = \frac{r_2 z_0^2}{r_1} = e r_2 \dots \dots \dots (4b)$$

$$M k_1 \cong N(\eta + k_1), \quad M k_2 = N(\eta - k_2) \dots \dots \dots (4c)$$

(4) 式は (3) 式より誘導したる著者の核モーメントによる公式³⁾である。但し記號は前に發表したものと統一上少々改めたのがある。

W_0 は直梁の場合断面率 (Widerstandsmoment, Section factor) に斷着するものであつて、 W_{01} は曲率半径 r_0 なる中立軸 O に對する内縁 (曲率半径 r_1) に關する一般断面率と見做さるゝ断面常數であり、 W_{02} は同じく中立軸 O に對する外縁 (曲率半径 r_2) に關する一般断面率を表す。

5. 中立軸モーメントによる式

$$\sigma = \sigma_1 \frac{y}{y_1} \frac{r_1}{r_0} = \frac{M_0}{J_0} y, \quad \sigma_1 = \frac{M_0}{W_{01}}, \quad \sigma_2 = -\frac{M_0}{W_{02}} \dots \dots \dots (5)$$

$$W_{01} = \frac{J_{01}}{y_1} = \frac{r_1 Z_0}{y_1} = \frac{Z_0}{y_1}, \quad J_{01} = Z_0, \quad W_{02} = \frac{J_{02}}{y_2} = \frac{r_2 Z_0}{y_2}, \quad J_{02} = \frac{r_2}{r_1} Z_0 \dots \dots \dots (5a)$$

3) 拙著：曲梁の核點及應力度に就ての研究 (偏心力を受くる曲梁) 土木雜誌、昭和 18 年 2 月號。

$$r_0 = r_0 \frac{r_g + c}{r_0 + c} = r_0 \frac{1 + \frac{r_g}{c}}{1 + \frac{r_0}{c}} = \frac{F r_g}{F + c L} = \frac{\eta}{1 + \frac{c}{r_0}} \quad \dots (5b)$$

$$\begin{aligned} Z_0 &= \int y^2 \frac{r_1}{r} dF = r_1 \int y^2 \frac{dF}{r} = r_1 \int y^2 dL = r_1 \int (y_0 - r)^2 dL = r_1 (y_0^2 L + r_g F - 2F r_0) \\ &= r_1 e F + r_1 (y_0^2 L - r_0 F), \quad e = r_g - r_0 \quad \dots (5c) \end{aligned}$$

$$Z_0 = r_1 \left(\frac{Z}{r_g} - e^2 L - 2e \frac{S_0}{r_1} \right) = \frac{r_1}{r_g} Z - e^2 \frac{r_1}{r_0} F - 2e S_0 \quad \dots (5d)$$

$$Z_0 = Z_0 - e_0^2 r_1 L + 2e_0 S_0 = Z_0 - e_0^2 \frac{r_1}{r_0} F + 2e_0 S_0, \quad e_0 = r_0 - r_0 = e - e \quad \dots (5e)$$

$$Z_0 = \frac{c(c+r_0) + (c+r_g)r_0}{(c+r_0)^2} r_1 e F = \frac{c(c+r_0) + (c+r_g)r_0}{(c+r_0)^2} Z_0 \quad \dots (5f)$$

$$Z_0 = (c+r_0) S_0, \quad S_0 = \int y \frac{r_1}{r} dF = \int y dL \quad \dots (5g)$$

$$J_0 = \int y^2 \frac{r_1}{r} dF = r_1 \int y^2 \frac{dF}{r} = r_1 \int y^2 dL = r_1 (y_0^2 L + r_g F - 2F r_0) = r_1 e F + r_1 (y_0^2 L - r_0 F) \quad \dots (5h)$$

公式 (5) は中立軸 O に関するモーメントの釣合条件より誘導されたものである。 M_0 は偏心力 N が作用する場合の中立軸 O に対するモーメントで、 W_{01} , W_{02} は同じ中立軸 O に関する一般断面率と見做さるゝ断面常數である。

Z_0 は変體断面 $\frac{r_1}{r} dF$ の中立軸 O に関する二次モーメントの積分を表し、 J_0 は變體断面 $\frac{r_1}{r} dF$ の中立軸 O に関する二次モーメントの積分を表す。

(5b) 式に示す如く中立軸 O の曲率半径 r_0 は r_0 を以て表すを得。但し r_0 は η を含むを以て力の作用點に關係する。従つて Z_0 も J_0 も力の作用點に關係する。

(5d)~(5g) 式は Z_0 と Z , Z_0 , S_0 との關係を示す。 S_0 は變體断面 $\frac{r_1}{r} dF$ の中立軸 O に関する一次モーメントを表す。 $N=0$ にてモーメント M のみ作用する場合、 $c \rightarrow \infty$, $Z_0 \rightarrow Z_0$, $J_0 \rightarrow J_0$, $e \rightarrow e$ となる。

(5d) 式は次の如くにして出さる。

$$\begin{aligned} Z &= r_g \int y^2 dL = r_g \int (e + y)^2 dL = r_g \left(\int e^2 dL + \int 2ey dL + \int y^2 dL \right) = r_0 e^2 L + 2r_0 e \frac{S_0}{r_1} + \frac{r_g}{r_1} Z_0 \\ \therefore Z_0 &= r_1 \left(\frac{Z}{r_g} - e^2 L - 2e \frac{S_0}{r_1} \right) \end{aligned}$$

又 (5e) 式は次の如くにして出さる。

$$\begin{aligned} Z_0 &= r_1 \int y^2 dL = r_1 \int (y - e_0)^2 dL = r_1 \int (y^2 - 2e_0 y + e_0^2) dL = Z_0 - 2e_0 S_0 + e_0^2 r_1 L \\ \therefore Z_0 &= Z_0 - e_0^2 r_1 L + 2e_0 S_0 \end{aligned}$$

(5f) 式は $Z_0 = r_1 (y_0^2 L + r_g F - 2F r_0)$ に $r_0 = r_0 \frac{r_g + c}{r_0 + c}$, $L = \frac{F}{r_0}$ を代入すれば直ちに得らる。又 (5g) 式は次の如くにして得らる。

$$\begin{aligned} (c+r_0) S_0 &= (c+r_0) r_1 (y_0 L - F) = r_1 \left(c + r_0 \frac{r_g + c}{r_0 + c} \right) \left(r_0 \frac{r_g + c}{r_0 + c} \frac{F}{r_0} - F \right) = r_1 \frac{c^2 + 2r_0 c + r_0 r_g}{(c+r_0)^2} (r_g - r_0) F \\ &= \frac{c^2 + 2r_0 c + r_0 r_g}{(c+r_0)^2} r_1 e F = \frac{c(c+r_0) + (c+r_g)r_0}{(c+r_0)^2} Z_0 = Z_0 \end{aligned}$$

又 (5b) 式は次の如くにして求められる。

$$\int (r_0 - r)(c + r) \frac{dF}{r} = 0 \quad \text{よ} \quad r_0 \int (c + r) \frac{dF}{r} = \int r(c + r) \frac{dF}{r}$$

$$\therefore r_0 = \frac{\int (c + r) dF}{c \int \frac{dF}{r} + F} = \frac{F(c + r_0)}{cL + F} = \frac{F\eta}{F + cL} = \frac{\frac{F}{L}(r_0 + c)}{\frac{F}{L} + c} = r_0 \frac{r_0 + c}{r_0 + c}$$

6. 曲率中心モーメントによる式

$$\sigma_1 = \frac{M\eta_1}{Z_{y(-r)}} = \frac{M\eta_1}{Fr_1e}, \quad \sigma_2 = \sigma_1 \frac{y_2 r_1}{y_1 r_2} \dots \dots \dots (6)$$

$$Z_{y(-r)} = \int y(-r) \frac{r_1}{r} dF = r_1 e F, \quad e = -\frac{\int y dF}{F}, \quad e = r_0 - r_0 = r_0 - r_0 \frac{r_0 + c}{r_0 + c} = \frac{ce}{c + r_0} \dots \dots \dots (6a)$$

$$Z_0 = Z_{yy} = Z_{y(-r)} + Z_{y(r+y)} = Fr_1e + r_1(r_0^2 L - r_0 F) \dots \dots \dots (6b)$$

(6) 式は曲率中心に関するモーメントの釣合条件より誘導したる公式である。

$Z_{y(-r)}$ は變體断面 $\frac{r_1}{r} dF$ に任意點より中立軸 \mathbf{O} に到る距離 y と曲率中心に到る距離 r (負) との乘積 $y(-r)$ を乗じたるものと積分にして、 Z_0 に類する断面常數を表す故に、 Z に添字 $y(-r)$ を附加した。この記號に従へば Z_0 は Z_{yy} と書かる。

7. 常數 S_0 を用ひたる式

$$\sigma_1 = \frac{N\eta_1}{S_0}, \quad \sigma_2 = \sigma_1 \frac{y_2 r_1}{y_1 r_2} \dots \dots \dots (7)$$

$$S_0 = \int y \frac{r_1}{r} dF = r_1 \int y \frac{dF}{r} = r_1 \int y dL = r_1 \int (r_0 - r) \frac{dF}{r} = r_1(r_0 L - F) \dots \dots \dots (7a)$$

$$S_0 = \frac{1}{r_0 + c} r_1 e F = \frac{1}{r_0 + c} Z_0 \dots \dots \dots (7b)$$

(7) 式は断面に垂直なる方向の力の釣合条件より誘導されたる公式である。

S_0 は變體断面 $\frac{r_1}{r} dF$ の中立軸 \mathbf{O} に関する一次モーメントである。先に著者は $\int y \frac{dF}{r}$ を S_0 として表はしたが、その r_1 倍を S_0 とし、 Z_0, Z_0 等と歩調を合せ $\frac{r_1}{r} dF$ なる變體断面を取ることにした。又先には換算断面と呼んが變體断面といふ事に改めた。(7b) 式は $S_0 = r_1(r_0 L - F)$ に $r_0 = r_0 \frac{r_0 + c}{r_0 + c}$, $L = \frac{F}{r_0}$ を代入すれば得らる。

8. 係數 ν, μ を用ひたる式⁴⁾

$$\sigma = \nu \frac{N}{F} \quad \text{又は} \quad \sigma = \mu \frac{M\eta}{Z_0} \frac{r_1}{r_2} = \mu \frac{M\eta}{J_0} \dots \dots \dots (8)$$

$$\nu = 1 + \alpha = 1 + \frac{\eta\eta}{erP} = 1 + \frac{\eta\eta}{j_0^2} \quad \text{又は} \quad \mu = 1 + \frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{erP}{\eta\eta} = 1 + \frac{j_0^2}{\eta\eta} \dots \dots \dots (8a)$$

$$\sigma_1 = \nu_1 \frac{N}{F}, \quad \sigma_2 = \nu_2 \frac{N}{F} \quad \text{又は} \quad \sigma_1 = \mu_1 \frac{M\eta_1}{J_{01}}, \quad \sigma_2 = \mu_2 \frac{M\eta_2}{J_{02}} \dots \dots \dots (8b)$$

$$\nu_1 = 1 + \frac{\eta_1\eta_1}{j_{01}^2} = 1 + \frac{\eta_1}{k_1}, \quad \nu_2 = 1 + \frac{\eta_2\eta_2}{j_{02}^2} = 1 + \frac{\eta_2}{k_2} \quad \text{又は} \quad \mu_1 = 1 + \frac{j_{01}^2}{\eta_1\eta_1} = 1 + \frac{k_1}{\eta_1}, \quad \mu_2 = 1 + \frac{j_{02}^2}{\eta_2\eta_2} = 1 + \frac{k_2}{\eta_2} \dots \dots \dots (8c)$$

(8) 式は軸力 N に曲げモーメント M が追加したら $\sigma = \frac{N}{F}$ が如何に變化するか、又は曲げモーメント M に軸

4) 撰著：直梁の曲應力度公式に對する研究，土木技術，昭和18年5月號。

力 N が追加されたら $\sigma = \frac{My}{J_0}$ が如何に變化するであらうかと考へ、其の修正係数を ν 、 μ と置いた式である。
 ν 、 μ は (3) 式より直ちに求められ、断面寸法及考へる點 P の函數としての断面常数である。
 $\sigma = \nu \frac{N}{F}$ 又は $\sigma = \mu \frac{My}{J_0}$ 又は $\sigma = \frac{N}{S}$ 、 $\sigma = \frac{My}{S_0}$ (こゝに $S = \nu' F = \frac{F}{\nu}$ 、 $S_0 = \mu' J_0 = \frac{J_0}{\mu}$) なる形にも書けるが、 F 及 J_0 を修正するより、 N 又は M を修正する方が自然の考へ方であるようだから、今はこの方を探ることにした。

Müller-Breslau は N を修正した ν と M との影響の和として考へてゐるようだが、そうであるとしたら、其考へを一步進めると (8) 式の如くまとまる。かゝる修正の考へはあらゆる場合に應用されてゐる。例へば Bleich: *Eiserne Brücken* の書を繙いても其例はいくらでも拾へる。即ち例へば弾性領域の挫屈に對する Euler の公式があれば夫に τ なる修正係数を乗じたものは塑性領域の挫屈に對する Engesser-Kármán の公式であり、變化的断面を有する抗壓部材の挫屈公式は慣性モーメント J_m に修正係数 μ を用ひ、又組合部材の挫屈公式では挫屈長 l に γ なる修正係数を探つてゐる。

3. σ に對する各公式の關係

(a) 公式 (1) と (3) とは相等し

式 (1) において v を $-r$ 、 M を $-M$ と置いて符號の取方を (2) 式の場合に變へ $Z = \kappa r_0^2 F$ を代入すれば直ちに (2) 式となる。

(b) 公式 (2) と (3) とは相等し

式 (2) を $r_P = r_0 - r$ 、 $v = y + e$ 、 $Z = \frac{e}{r_0} r_0^2 F$ 、 $r_0 = r_0 - e$ 、 $r_P = r_0 - e - y$ を用ひ變形すれば

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{N}{F} - \frac{M}{Fr_0} + \frac{My}{Z} \frac{r_0}{r_P} = \frac{N}{F} + M \left\{ \frac{y+e}{e} \frac{r_0}{r_P} - \frac{1}{Fr_0} \right\} = \frac{N}{F} + M \left\{ \frac{(y+e)(r_0-e)}{er_0r_P} - \frac{1}{Fr_0} \right\} \\ &= \frac{N}{F} + M \frac{y r_0 + e(r_0 - e - y) - er_P}{er_0r_P} = \frac{N}{F} + \frac{My}{er_P F} = \frac{N}{F} + \frac{My}{J_0} \end{aligned}$$

(c) 公式 (3) と (4) とは相等し

式 (4) は (3) より導出したるものなれば勿論相等し。

(d) 公式 (4) と (5) とは相等し

例へば σ_1 について考ふるに、

(4) 式より

$$\sigma_1 = \frac{M_{k_1}}{W_{01}} = \frac{N(y+k_1)}{\frac{Z_0}{y_1}} = \frac{N(c+r_0 + \frac{Z_0}{y_1 F}) y_1}{Z_0}$$

又 (5) 式より

$$\sigma_1 = \frac{M_0}{W_{01}} = \frac{N(c+r_0)}{\frac{Z_0}{y_1}} = \frac{N(c+r_0) y_1}{Z_0}$$

故に兩式が等しくなる爲には

$$\frac{Z_0}{(c+r_0) y_1} = \frac{Z_0}{(c+r_0 + \frac{Z_0}{y_1 F}) y_1} \quad \text{即ち} \quad Z_0 = \frac{(c+r_0) y_1}{(c+r_0) y_1 + \frac{Z_0}{F}}$$

とならねばならぬ。然るにこの式の右邊に $r_0 = r_0 \frac{r_0+c}{r_0+c}$ 、 $y_1 = r_0 - r_1$ 、 $Z_0 = Fr_1(r_0 - r_0)$ 、 $y_1 = r_0 - r_1$ を代入して變形

すれば、結局

$$\frac{c^2 + 2r_0c + r_0^2}{(c+r_0)^2} (r_0 - r_1) r_1 F \quad \text{即ち } Z_0$$

となる。

(e) 公式 (5) と (7) とは相等し

例へば (5) 式より

$$\sigma_1 = \frac{M_0 y_1}{Z_0} = \frac{N(c+r_0)y_1}{Z_0} = \frac{N y_1}{\frac{Z_0}{c+r_0}}$$

又 (7) 式より

$$\sigma_1 = \frac{N y_1}{S_0}$$

然るに $Z_0 = (c+r_0)S_0$ なる故に兩式は相等し。

(f) 公式 (6) と (7) とは相等し

例へば (6) 式に於て $e = \frac{ce}{c+r_0}$ を代入すれば

$$\sigma_1 = \frac{M_0 y_1}{F r_1 e} = \frac{N c y_1}{F r_1 \frac{ce}{c+r_0}} = \frac{N y_1}{\frac{F r_1 c}{c+r_0} \cdot \frac{r_0+c}{r_0+c}}$$

然るに (7b) 式より

$$\frac{F r_1 c}{r_0+c} = S_0$$

従つて $\sigma_1 = \frac{N y_1}{S_0}$ 、依つて (6) 式と (7) 式とは相等し。

(g) 公式 (8) と (3) とは相等し

式 (8) は (3) 式より誘導したものでなれば勿論相等し。

以上の證明により、 σ に対する各公式はすべて、一方より他へ變換され互に相等しきものとなる。

(h) 摘 要

以上種々の形の式を考ふるは興味はあるが、實地計算においては著者が先に土木學會誌に發表した断面常數 Z_0 、又は S_0 を用ひたる式及び核モーメント式が便利であり、又従來の公式は慣れて居るので用ひ易い。

4. 常數値一覽表

表-1. 曲梁の垂直應力度公式及び各種断面常數

表-2. 直梁の垂直應力度公式及び各種断面常數⁵⁾

5) 拙著：直梁の曲應力度公式に対する研究。土木技術、昭和 18 年 5 月號。表-2 は曲梁の特別の場合として考へた結果を示す。

表-1 a. 曲梁の垂直應力度 σ の公式及び各種断面常数値

(偏心力 N 又は軸力 N と曲げモーメント M を受くる曲梁)

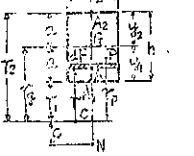
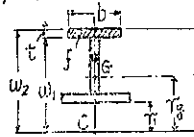
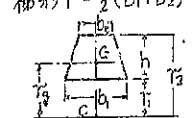
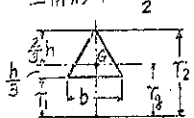
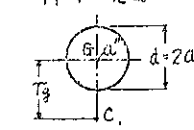
<p>曲梁断面 F</p> <p>公式</p>	<p>1. 断面常数 K を用いたる式 (C. Bach)</p> <p>$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{F r_g} + \frac{M}{K F r_g} \frac{v}{r_g + v}$</p> <p>$K = \frac{\int \frac{v^2}{r} dF}{F} = \frac{\int v dL}{F}$</p> <p>$L = \int dL = \int \frac{dF}{r}$</p> <p>$K = \frac{r_g}{r_0} - 1 = \frac{e}{r_0} = \frac{r_g}{F} L - 1$</p> <p>$e = r_g - r_0$</p>	<p>2. 断面常数 Z 又は J を用いたる式 (Müller-Breslau)</p> <p>$\sigma = \frac{N}{F} - \frac{M}{F r_g} + \frac{M v}{Z r_g - v}$</p> <p>又は $\sigma = \frac{N}{F} - \frac{M}{F r_g} + \frac{M v}{J}$</p> <p>$Z = \int v^2 \frac{1}{r} dF = r_g \int v^2 dL$</p> <p>$J = \int v^2 \frac{1}{r} dF = r_p \int v^2 dL$</p> <p>$J = \frac{r_p}{r_g} Z, r_p = r_g - v$</p> <p>$Z = K r_g^2 F = z^2 F, z^2 = \frac{Z}{F}$</p> <p>$Z = \bar{J} + \frac{1}{r_g} \int v^3 dF + \frac{1}{r_g^2} \int v^2 dF r$</p> <p>$Z = \frac{r_g}{r_0} r_g e F = r_g^2 (r_g L - F)$</p>	<p>3. 断面常数 Z_0 又は J_0 を用いたる式</p> <p>$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M v}{Z_0 r_p}$</p> <p>又は $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M v}{J_0} = \frac{N}{F} + \frac{M v}{F J_0^2}$</p> <p>$Z_0 = \int y^2 \frac{1}{r} dF = r_i \int y^2 dL$</p> <p>$J_0 = \int y^2 \frac{1}{r} dF = r_p \int y^2 dL$</p> <p>$r_0 = \frac{F}{L}$</p> <p>$L = \int \frac{dF}{r} = \sum \frac{\Delta F}{r}$</p> <p>$e = r_g - r_0$</p> <p>$Z_0 = r_i e F, J_0 = r_p e F$</p>
<p>矩形 $F = bh, h = 2a$</p> 	<p>$K = \frac{r_g}{h} \ln \frac{r_g}{r_i} - 1$</p> <p>$r_g > a$</p> <p>$K = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{r_g} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{a}{r_g} \right)^4 + \frac{1}{7} \left(\frac{a}{r_g} \right)^6 + \dots$</p>	<p>$Z = r_g^2 (r_g b \ln \frac{r_g}{r_i} - F)$</p> <p>$J = r_p r_g (r_g b \ln \frac{r_g}{r_i} - F)$</p> <p>$r_g > a, \bar{J} = \frac{b h^3}{12}$</p> <p>$Z = \bar{J} \left[1 + \frac{3}{5} \left(\frac{a}{r_g} \right)^2 + \frac{3}{7} \left(\frac{a}{r_g} \right)^4 + \frac{3}{9} \left(\frac{a}{r_g} \right)^6 + \dots \right]$</p>	<p>$L = b \ln \frac{r_g}{r_i}$</p> <p>$r_0 = \frac{h}{\ln \frac{r_g}{r_i}}$</p> <p>$Z_0 = r_i \left(r_g - \frac{h}{\ln \frac{r_g}{r_i}} \right) b h = r_i (r_g - r_0) F$</p> <p>$J_0 = r_p \left(r_g - \frac{h}{\ln \frac{r_g}{r_i}} \right) b h = r_p (r_g - r_0) F$</p>
<p>組立断面 $F = \sum b t = \sum F_i$</p> 	<p>$K = r_g \sum \left(\frac{1}{t} \ln \frac{w_2}{w_1} - \frac{1}{r_g} \right)$</p>	<p>$Z = r_g^2 (r_g \sum b \ln \frac{w_2}{w_1} - F)$</p> <p>$J = r_p r_g (r_g \sum b \ln \frac{w_2}{w_1} - F)$</p>	<p>$L = \sum b \ln \frac{w_2}{w_1}$</p> <p>$r_0 = \frac{F}{\sum b \ln \frac{w_2}{w_1}}$</p> <p>$Z_0 = r_i F \left(r_g - \frac{F}{\sum b \ln \frac{w_2}{w_1}} \right)$</p> <p>$J_0 = r_p F \left(r_g - \frac{F}{\sum b \ln \frac{w_2}{w_1}} \right)$</p>
<p>梯形 $F = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) h$</p> 	<p>$K = \frac{2 r_g}{(b_1 + b_2) h} \left[\frac{b_1 r_2 - b_2 r_1}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - b_1 - b_2 \right] - 1$</p>	<p>$Z = r_g^2 \left[\left(r_g \frac{b_1 r_2 - b_2 r_1}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - b_1 - b_2 \right) F \right]$</p> <p>$J = r_p r_g \left[\left(r_g \frac{b_1 r_2 - b_2 r_1}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - b_1 - b_2 \right) F \right]$</p>	<p>$L = \frac{b_1 r_2 - b_2 r_1}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - (b_1 + b_2)$</p> <p>$r_0 = \frac{F}{L}$</p> <p>$Z_0 = r_i (r_g - r_0) F, J_0 = r_p (r_g - r_0) F$</p>
<p>三角形 $F = \frac{b h}{2}$</p> 	<p>$K = \frac{2 r_g}{h} \left[\frac{r_2}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right] - 1$</p>	<p>$Z = r_g^2 \left(r_g \frac{b}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - b \right) F$</p> <p>$J = r_p r_g \left(r_g \frac{b}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - b \right) F$</p>	<p>$L = \frac{b}{h} \ln \frac{r_2}{r_1} - b$</p> <p>$r_0 = \frac{h}{2} \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} - 1$</p> <p>$Z_0 = r_i (r_g - r_0) F, J_0 = r_p (r_g - r_0) F$</p>
<p>円 $F = \pi a^2$</p> 	<p>$r_g > a$</p> <p>$K = \frac{1}{4} \left(\frac{a}{r_g} \right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{a}{r_g} \right)^4 + \frac{5}{64} \left(\frac{a}{r_g} \right)^6 + \dots$</p>	<p>$r_g > a, \bar{J} = \frac{\pi a^4}{4}$</p> <p>$Z = \bar{J} \left[1 + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{r_g} \right)^2 + \frac{3}{5} \left(\frac{a}{r_g} \right)^4 + \frac{3}{8} \left(\frac{a}{r_g} \right)^6 + \dots \right]$</p>	<p>$L = 2\pi (r_g - \sqrt{r_g^2 - a^2}) = 2\pi \left(\frac{r_g}{2} - \sqrt{\frac{r_g^2}{4} - a^2} \right)$</p> <p>$r_0 = \frac{a^2}{2(r_g - \sqrt{r_g^2 - a^2})}$</p> <p>$Z_0 = r_i (r_g - r_0) F, J_0 = r_p (r_g - r_0) F$</p>

表-1 b. (續き)

4. 核モーメントによる式	5. 中立軸モーメントによる式	6. 曲率中心モーメントによる式	7. 常數 S_0 を用いた式
$\sigma_1 = \frac{Mk_1}{W_{o1}}, \sigma_2 = -\frac{Mk_2}{W_{o2}}$ $Mk_{1,2} = N(\gamma \pm K_{1,2})$ $K_1 = \frac{\frac{Z_0}{y_1} - \frac{J_{o1}}{y_1}}{\frac{Z_0}{y_1} - \frac{J_{o1}}{y_1}} = \frac{W_{o1}}{F}$ $= \frac{\frac{Z_0}{y_1} - \frac{J_{o1}}{y_1}}{\frac{Z_0}{y_1} - \frac{J_{o1}}{y_1}} = \frac{e\gamma}{y_1}$ $K_2 = \frac{\frac{\gamma_2 Z_0}{y_2} - \frac{J_{o2}}{y_2}}{\frac{\gamma_2 Z_0}{y_2} - \frac{J_{o2}}{y_2}} = \frac{W_{o2}}{F}$ $= \frac{\frac{\gamma_2 Z_0}{y_2} - \frac{J_{o2}}{y_2}}{\frac{\gamma_2 Z_0}{y_2} - \frac{J_{o2}}{y_2}} = \frac{e\gamma_2}{y_2}$ $Z_0^2 = \frac{Z_0}{F}, J_0^2 = \frac{J_0}{F}, \eta = \gamma_2 + C$	$\sigma = \sigma_1 \frac{y}{y_1} \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{M_0}{J_0} y$ $\sigma_1 = \frac{M_0}{W_{o1}}, \sigma_2 = -\frac{M_0}{W_{o2}}$ $Z_0 = \int y^2 \frac{\gamma}{r} dF = \gamma_1 \int y^2 dL$ $= \gamma_1 (r_0^2 L + F r_0 - 2F r_0)$ $J_0 = \int y^2 \frac{\gamma}{r} dF = \gamma_1 \int y^2 dL$ $= \gamma_1 (r_0^2 L + F r_0 - 2F r_0)$ $r_0 = \gamma_0 \frac{\gamma_2 + C}{\gamma_0 + C} = \frac{\eta}{1 + \frac{C}{\gamma_0}}$ $W_{o1} = \frac{J_{o1}}{y_1}, W_{o2} = \frac{J_{o2}}{y_2}$ $Z_0 = \frac{C(C+\gamma_0) + (C+\gamma_0)\gamma_0}{(C+\gamma_0)^2} \gamma_1 e F$	$\sigma_1 = \frac{Mc y_1}{Z y(\gamma)} = \frac{Mc y_1}{F r_1 e}$ $\sigma_2 = \sigma_1 \frac{y_2}{y_1} \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ $Z y(\gamma) = \int y(\gamma) \frac{\gamma}{r} dF = F r_1 e$ $e = \gamma_2 - r_0 = \frac{ce}{C + \gamma_0}$	$\sigma_1 = \frac{N y_1}{S_0}, \sigma_2 = \sigma_1 \frac{y_2}{y_1} \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$ $S_0 = \int y \frac{\gamma}{r} dF = \gamma_1 \int y dL$ $= \gamma_1 (\gamma_0 L - F)$ $S_0 = \frac{L}{\gamma_0 + C} \gamma_1 e F = \frac{Z_0}{\gamma_0 + C}$
$K_2 = \frac{\gamma_1}{y_2} \left(\gamma_2 - \frac{h}{\ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1}} \right)$	$r_0 = \frac{\eta}{1 + \frac{C}{h} \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1}}$ $Z_0 = \gamma_1 (r_0^2 b \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + F r_0 - 2F r_0)$	$e = \gamma_2 - r_0 = \frac{ce}{C + \gamma_0}$	$S_0 = \gamma_1 (r_0 b \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - b h)$
$K_2 = \frac{\gamma_1}{y_2} \left(\gamma_2 - \frac{F}{\sum b \ln \frac{w_2}{w_1}} \right)$	$r_0 = \frac{\eta}{1 + \frac{C}{F} \sum b \ln \frac{w_2}{w_1}}$ $Z_0 = \gamma_1 (r_0^2 \sum b \ln \frac{w_2}{w_1} + F r_0 - 2F r_0)$	<p>全 上</p>	$S_0 = \gamma_1 (\gamma_0 \sum b \ln \frac{w_2}{w_1} - F)$ $F = \sum b t$
$K_1 = \frac{J_{o1}}{y_1}, K_2 = \frac{J_{o2}}{y_2}$	$r_0 = \frac{1}{1 + \frac{C}{F} \left[\frac{b_1 \gamma_2 - b_2 \gamma_1}{h} \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - b_1 - b_2 \right]}$	<p>全 上</p>	$S_0 = \gamma_1 \left[r_0 \left(\frac{b_1 \gamma_2 - b_2 \gamma_1}{h} \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - b_1 - b_2 \right) - \frac{h}{2} (b_1 + b_2) \right]$
<p>全 上</p>	$r_0 = \frac{1}{1 + \frac{2C}{h} \left(\frac{\gamma_2}{h} \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1 \right)}$	<p>全 上</p>	$S_0 = \gamma_1 \left[r_0 \left(\frac{b \gamma_2}{h} \ln \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - b \right) - \frac{b h}{2} \right]$
<p>全 上</p>	$r_0 = \frac{\eta}{1 + \frac{C}{\gamma_0}}$	<p>全 上</p>	$S_0 = \gamma_1 \left[r_0 2L \left(\gamma_2 \sqrt{\gamma_2^2 - a^2} - \pi a^2 \right) \right]$

表-1 c. (續き)

<p>8, 係數 ν, μ と用ひたる式</p> $\sigma = \nu \frac{N}{F} \text{ 又は } \sigma = \mu \frac{M}{J_0}$ $\nu = 1 + \alpha = 1 + \frac{\nu_1 y_1}{j_0^2}$ $\mu = 1 + \alpha = 1 + \frac{j_0^2}{\nu_2 y_2}$ $\sigma_2 = \nu_2 \frac{N}{F} \text{ 又は } \sigma_2 = \mu_2 \frac{M}{J_0^2}$ $\nu_2 = 1 \pm \frac{\nu_1 y_1}{j_0^2}$ $\mu_2 = 1 \pm \frac{j_0^2}{\nu_1 y_1}$	<p style="text-align: center;">記 號</p> <p>σ: 断面における考へる点 P の垂直応力度, N: 軸力, F: 横断面, M: 曲モーメント, M_{K1}, M_{K2}: 核モーメント, M_c: 曲率中心 C に対する偏心力 N のモーメント, M_o: 中立軸 O に関する偏心力 N のモーメント, $K, \gamma, \mu, Z, Z_o, j_o, j_{o1}, j_{o2}, J, J_o, W_o, W_{o2}, Z, Z_o, J_o, J_{o1}, J_{o2}, Z_o,$ $Z_y(r), S_o, L$: 各種断面常數 (Z, J, Z, J 曲梁の變形断面 二次モーメント), r_0: 梁軸の曲率半径, γ: 曲率中心より断面の任意点に到る距離, γ_1, γ_2: 内縁及外縁の半径, r_p: 曲率中心より考へる点 P に到る距離 r_o: 曲モーメント M のみ働く場合の中立軸 O の曲率半径 r_o: 偏心力 N (又は軸力 N と曲モーメント M とを同時に) を受ける 場合の中立軸 O の曲率半径 K_1, K_2: 核半径即ち核点 K_1, K_2 の梁軸からの距離 ν, γ, μ: 又々梁軸, 中立軸 O, 中立軸 O より断面の任意点に 到る距離 y_1, y_2 又は y_1, y_2: 又々中立軸 O 又は O より内縁点 A_1 及外縁点 A_2 に到る距離 e, e: 中立軸 O 及 O の梁軸に対する偏心距, e_o: 中立軸 O の中立軸 O に対する偏心距, c: 曲率中心 C より偏心力 N に到る距離 ν: 偏心力 N の梁軸からの距離 \ln: 自然対数 J: 直梁の断面の重心軸に関する慣性モーメント</p>
<p>$\nu_1 = 1 + \frac{\nu_1 y_1}{j_{o1}^2}, \nu_2 = 1 - \frac{\nu_1 y_2}{j_{o2}^2}$</p> <p>$\mu_1 = 1 + \frac{j_{o1}^2}{\nu_1 y_1}, \mu_2 = 1 - \frac{j_{o2}^2}{\nu_1 y_2}$</p>	
<p style="text-align: center;">全 上</p>	
<p style="text-align: center;">全 上</p>	
<p style="text-align: center;">全 上</p>	
<p style="text-align: center;">全 上</p>	

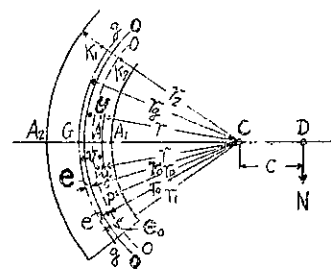
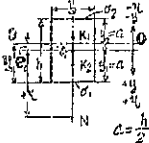
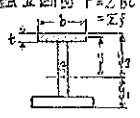
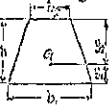
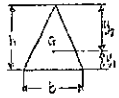
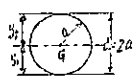


表-2 a. 直梁の垂直應力度 σ の公式及び各種断面常數値
(偏心力 N 又は軸力 N と曲げモーメント M を受くる直梁)

<p>直梁断面 F</p> <p>公式</p>	<p>1. 重心軸に因しての式</p> $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{My}{J} = \frac{N}{F} + \frac{My}{FJ^2}$ $\sigma_2 = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W_2}, \quad M = N^2$ $W_2 = \frac{J}{y_2}, \quad J^2 = \frac{J}{F}$ $J = \int y^2 dF = \sum y^2 \Delta F$	<p>2. 核モーメントによる式</p> $\sigma_1 = \frac{Mk_1}{W_1}, \quad \sigma_2 = -\frac{Mk_2}{W_2}$ $Mk_2 = N(\gamma \pm K_2)$ $K_1 = \frac{W_1}{F} = \frac{J^2}{y_1}, \quad W_1 = \frac{J}{y_1}$ $K_2 = \frac{W_2}{F} = \frac{J^2}{y_2}, \quad W_2 = \frac{J}{y_2}$
<p>矩形 $F = bh$</p> 	$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{2}{3} ba^3$ $W_1 = W_2 = \frac{bh^2}{6} = \frac{2}{3} ba^2$ $J = \frac{h}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ $\sigma_1 = \frac{N}{bh} \pm \frac{6M}{bh^2}$	$K_1 = K_2 = \frac{h}{6} = \frac{a}{3}$
<p>組立断面 $F = \sum bt$</p> 	$J = \sum \left(\frac{bt^3}{12} + fy^2 \right)$ $W_2 = \frac{J}{y_2}, \quad J^2 = \frac{J}{F}$	$K_2 = \frac{W_2}{F}$
<p>梯形 $F = \frac{h}{2}(b_1 + b_2)$</p> 	$J = \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{33(b_1 + b_2)} h^3, \quad y_1 = \frac{h}{3} \frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2}$ $y_2 = \frac{h}{3} \frac{2b_1 + b_2}{b_1 + b_2}, \quad W_1 = \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{12(b_1 + 2b_2)} h^2$ $W_2 = \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{12(2b_1 + b_2)} h^2$	$K_1 = \frac{h}{6} \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{(b_1 + b_2)(b_1 + 2b_2)}$ $K_2 = \frac{h}{6} \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{(b_1 + b_2)(2b_1 + b_2)}$
<p>三角形 $F = \frac{bh}{2}$</p> 	$J = \frac{bh^3}{36}$ $y_1 = \frac{h}{3}, \quad y_2 = \frac{2}{3} h$ $W_1 = \frac{bh^2}{12}, \quad W_2 = \frac{bh^2}{24}$	$K_1 = \frac{h}{6}$ $K_2 = \frac{h}{12}$
<p>円 $F = \frac{\pi d^2}{4} = \pi a^2$</p> 	$J = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi a^4}{4} = F \frac{a^2}{4}$ $y_1 = y_2 = a$ $W_1 = W_2 = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi a^3}{4} = F \frac{a}{4}$	$K_1 = K_2 = \frac{a}{4} = \frac{d}{8}$

1 及び 2 は従来式

3 及び 4 は著者の公式

表-2 b. (續き)

<p>3. 係數 ν, μ を用ひたる式</p> $\sigma = \nu \frac{N}{F} \text{ 又 } \sigma = \mu \frac{M y}{J}$ $\nu = 1 + \alpha = 1 + \frac{\nu y}{j^2}, \mu = 1 + \alpha = 1 + \frac{j^2}{\nu y}$ $\sigma_1 = \nu_1 \frac{N}{F}, \quad \sigma_2 = \mu_1 \frac{M y_1}{J}$ $\nu_2 = 1 \pm \frac{\nu y_2}{j^2}, \quad \mu_2 = 1 \pm \frac{j^2}{\nu y_2}$	<p>4. 中立軸に關しての式</p> $\sigma_1 = \frac{M_0 y_1}{J_0} = \frac{M}{J} y_1, \quad \sigma_2 = \frac{M_0 y_2}{J_0} = \frac{M}{J} y_2$ $y_2 = y_1 \pm e_0, \quad e_0 = \frac{J}{F \nu} = \frac{j^2}{\nu}$ $J_0 = \int y^2 dF = J + F e_0^2$ $M_0 = N(\nu + e_0)$	<p>記 號</p> <p>σ : 垂直應力度</p> <p>N : 垂直力</p> <p>M : 曲 モーメント</p> <p>F : 横 断 面</p> <p>J : 重心軸の慣性モーメント</p> <p>j : 回転半径</p> <p>W : 重心軸の断面率</p> <p>M_{K1}, M_{K2} : 核モーメント</p> <p>M_0 : 中立軸モーメント</p> <p>J_0 : 中立軸の慣性モーメント</p> <p>K_1, K_2 : 核半径</p> <p>e_0 : 中立軸の偏心距離</p> <p>y_1, y_2 : 重心軸より下縁又上縁に到る距離</p> <p>y_1, y_2 : 中立軸より下縁又上縁に到る距離</p>
$\nu_2 = 1 \pm \frac{3\nu}{a}$ $\mu_2 = 1 \pm \frac{a}{3\nu}$	$e_0 = \frac{a^2}{3\nu}$	
$\nu_2 = 1 \pm \frac{\nu y_1}{j^2}$ $\mu_2 = 1 \pm \frac{j^2}{\nu y_1}$	$e_0 = \frac{j^2}{\nu}$	
<p>全 上</p>	<p>全 上</p>	
$\nu_1 = 1 + \frac{6\nu}{h}, \quad \nu_2 = 1 - \frac{12\nu}{h}$ $\mu_1 = 1 + \frac{h}{6\nu}, \quad \mu_2 = 1 - \frac{h}{12\nu}$	$e_0 = \frac{h^2}{18\nu}$	
$\nu_2 = 1 \pm \frac{4\nu}{a}$ $\mu_2 = 1 \pm \frac{a}{4\nu}$	$e_0 = \frac{a^2}{4\nu}$	