

論 說 報 告

第 29 卷 第 8 號 昭和 18 年 8 月

2 軸車の蛇行及び蛇行が軌條に及ぼす横壓力

正會員 小 野 一 良*

目 次

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| 1. 緒 言 | 5. 4 個の車輪が全部軌條に對して滑る場合 |
| 2. 車輪踏面と軌條との接觸状態 | 6. 4 個の車輪の中の一部が軌條に對して滑らぬ場合 |
| 3. 1 個の車軸に働く力の釣合ひ | 7. 2 軸車又は 2 軸臺車の蛇行運動 |
| 4. 2 軸車又は 2 軸臺車に働く力の釣合ひ | 8. 計 算 例 |

1. 緒 言

鐵道車輛の蛇行運動に關しては從來多くの論文が發表せられて居る。これ等の論文に於ては何れも車輛の蛇行する原因として車輪の踏面に勾配が附せられて居ることを重要な要素として居り、その結果蛇行の週期は踏面の勾配に關係する函数として表はされる。然るに實際の車輛に於ては踏面が磨耗して、その勾配が殆ど零になつた場合にも蛇行することが認められ、又實測せる蛇行の週期は計算値に比して非常に小さいのを例とする。故に車輛の蛇行を論ずるに當つては踏面の勾配のみを主要な原因とせず、車輪の輪縁が軌條頭側面に接觸して車輛の進む方向が變へられること及び車輛が列車として進行する時前後の車輛より引張力を受けて、その結果蛇行の週期が短縮される影響をも考慮に含める必要がある。然し斯くの如き方法にて蛇行の問題を取扱ふことは甚だ複雑なるが爲本論文に於ても車輪の踏面の勾配を原因とする 2 軸車の蛇行に就て述べることにし、これに引續きその他の影響に就て研究を續けたいと考へてゐる。

從來發表せられて居る論文の中で力學的に最も完全に近いと考へられるのは 1938 年の *Glaser's Annalen* に發表せられた Prof. Heumann の論文であり、武藏倉治博士がこれを翻譯して鐵道大臣官房研究所發行業務研究資料第 28 卷第 21 號に發表して居る。この業務研究資料には武藏博士の研究も併せて發表せられて居る。これ等の論文に於ては蛇行の週期の計算に當り車輪踏面に勾配がある爲、車軸と軌條との相對的位置の差に依り左右車輪踏面の軌條接觸點に於ける圓周の長さが異なることを重要な要素として考へて居るが、摩擦力其の他の力の釣合ひを考へる場合に車輪踏面の勾配に原因して車輪が軌條を横方向に押すことを除外して居る。この事は踏面の勾配が小なる限り蛇行の週期を論ずるには大なる影響を及ぼさないが、軌條に加はる横壓力を論ずる場合には除外出来ない。

本論文に於ては車輛の蛇行に原因して軌條に加はる壓力の検討に主力を注ぎ、踏面の勾配が小なりと云ふ條件を設けずに進むこととする。従つて本論文の諸計算式は踏面勾配の比較的大なる車輪を持つ車輛にも適用出來、踏面勾配の吟味にも役立つことと考へられる。

2. 車輪踏面と軌條との接觸状態

車軸と軌條との關係位置を論ずるに當り車軸が軌間内に於て左右に動き得る餘裕は一般に甚だ小なるを以て、

* 工學士 鐵道官 鐵道省施設局保修課

例へ車輪踏面の勾配が急な場合に於ても車軸の中心線は軌條面（左右の軌條の頭面を含む平面）に常に平行なりと見做すことが出来る。

圖-1 に於て X 軸を車軸の中心線に一致せしめ、Z 軸を軌條面に垂直に採り、Y 軸を X, Z 軸に垂直に選ぶ。軌條方向が Y 軸となす角を φ とし、車輪の踏面勾配を α とする。これ等の正の方向を圖に示す方向とする。車輪の踏面は圓錐形の一部をなし、この頂點を原點に選ぶ時はこの圓錐面は次式に依り與へられる。

$$\sqrt{Y^2 + Z^2} = X \tan \alpha \dots\dots\dots (1)$$

従つて車輪と軌條との接觸面の方程式は次の如くなる。

$$X \sin \alpha + Y \sin \alpha \tan \varphi + Z \sqrt{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \tan^2 \varphi} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

一般に φ は甚だ小さいので $\cos^2 \alpha$ に對して $\tan^2 \varphi$ を除外すれば (2) 式は次の如くなる。

$$X \sin \alpha + Y \sin \alpha \tan \varphi + Z \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots (3)$$

車輪と軌條との接觸點に於て軌條より車輪に及ぼす力の接觸面に垂直方向に於ける分力を K とし、 K の X, Y, Z 軸方向の分力を夫々 X^+, Y^+, Z^+ とすれば

$$\frac{X^+}{\sin \alpha} = \frac{Y^+}{\sin \alpha \tan \varphi} = \frac{Z^+}{\cos \alpha} = K \dots\dots\dots (4)$$

車輪と軌條との接觸面内に於て軌條より車輪に及ぼす力の X, Y, Z 軸方向の分力をそれぞれ X', Y', Z' とすればこの力は K と直角をなすを以て

$$X^+ X' + Y^+ Y' + Z^+ Z' = 0 \dots\dots\dots (5)$$

となる。(4) 式を用ひて上式を書き直せば

$$X' \sin \alpha + Y' \sin \alpha \tan \varphi + Z' \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots (6)$$

通常 φ は甚だ小なるを以て 1 に比し $\tan \varphi$ を除外すれば上式は次の如くなる。

$$X' \sin \alpha + Z' \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots (7)$$

車輪が軌條に對して滑らない時はこの間の靜摩擦係數を μ とする時は次の條件を滿さねばならぬ。

$$\sqrt{X'^2 + Y'^2 + Z'^2} \leq \mu K \dots\dots\dots (8)$$

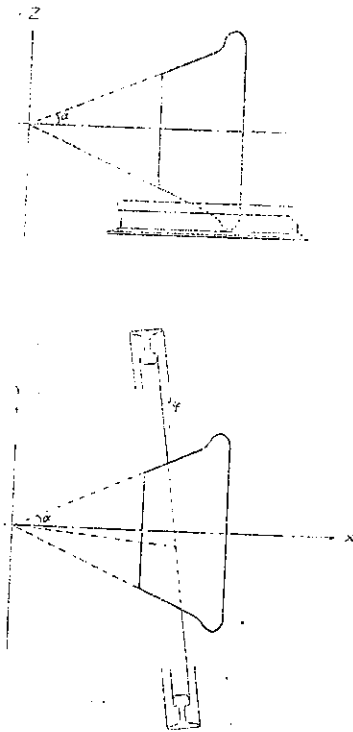
今茲に

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{X'^2 + Y'^2 + Z'^2} &= \nu K \\ \nu &\leq \mu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{-X'}{\sqrt{X'^2 + Y'^2 \cos^2 \alpha}} &= \cos \gamma \\ \frac{-Y' \cos \alpha}{\sqrt{X'^2 + Y'^2 \cos^2 \alpha}} &= \sin \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

と置けば (7), (9), (10) 式より X', Y', Z' が求められる。

圖-1.



$$\left. \begin{aligned} X' &= -vK \cos \alpha \cos \gamma \\ Y' &= -vK \sin \gamma \\ Z' &= vK \sin \alpha \cos \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

車輪が軌條に對して滑る場合には車輪と軌條との間の動摩擦係数を静摩擦係數 μ に等しいと假定し、滑り速度の X, Y, Z 軸方向の分速度を p, q, r とすれば、滑りの方向は軌條が車輪に及ぼす摩擦力に對し正反對の方向なるを以て

$$\left. \begin{aligned} X' &= -\frac{p}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \mu K \\ Y' &= -\frac{q}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \mu K \\ Z' &= -\frac{r}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \mu K \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

車輪が滑らぬ場合と同様に (10) 式に依り γ を定めれば (12) 式に依り次の關係が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2} \cos^2 \alpha} &= \cos \gamma \\ \frac{q \cos \alpha}{\sqrt{p^2+q^2} \cos^2 \alpha} &= \sin \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

(7), (10), (12) 式より X', Y', Z' を求めれば

$$\left. \begin{aligned} X' &= -\mu K \cos \alpha \cos \gamma \\ Y' &= -\mu K \sin \gamma \\ Z' &= \mu K \sin \alpha \cos \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

軌條が車輪に及ぼす力の X, Y, Z 軸方向の分力を夫々 X, Y, Z とすれば

$$\left. \begin{aligned} X &= X^+ + X' \\ Y &= Y^+ + Y' \\ Z &= Z^+ + Z' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

従つて車輪が軌條に對して滑らぬ場合には

$$\left. \begin{aligned} X &= K(\sin \alpha - v \cos \alpha \cos \gamma) \\ Y &= -vK \sin \gamma \\ Z &= K(\cos \alpha + v \sin \alpha \cos \gamma) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

但し上式に於て Y^+ は Y' に較べて甚だ小なるを以て Y^+ は除外してある。

車輪が軌條に對して滑る場合にも同様にして

$$\left. \begin{aligned} X &= K(\sin \alpha - \mu \cos \alpha \cos \gamma) \\ Y &= -\mu K \sin \gamma \\ Z &= K(\cos \alpha + \mu \sin \alpha \cos \gamma) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

(16) 式は K, v, γ が與へられた時に X, Y, Z を求める式であるが、逆に X, Y, Z が與へられた時は K, v, γ は次式に依り計算される。

$$\left. \begin{aligned} K &= X \sin \alpha + Z \cos \alpha \\ \mu &= \frac{\sqrt{(X \cos \alpha - Z \sin \alpha)^2 + Y^2}}{X \sin \alpha + Z \cos \alpha} \\ \tan \gamma &= \frac{X \cos \alpha - Z \sin \alpha}{Y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

3. 1 個の車軸に働く力の釣合ひ

1 個の車軸の左右車輪が軌條に對して滑つて居る場合に、左右の軌條が車輪に及ぼす力の關係を求めることとする。

左右車輪の踏面勾配を等しく α_0 とすれば左側車輪に働く力は (17) 式に於て $\alpha = \alpha_0$ と置き、右側車輪に働く力は (17) 式に於て $\alpha = -\alpha_0$ と置けば求められる。即ち左側車輪に働く力は K, X, Y, Z に 1 なる添字を付けて表し、右側車輪に働く力は 2 なる添字を付けることとすれば

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= K_1 (\sin \alpha_0 - \mu \cos \alpha_0 \cos \gamma_1) \\ Y_1 &= -\mu K_1 \sin \gamma_1 \\ Z_1 &= K_1 (\cos \alpha_0 + \mu \sin \alpha_0 \cos \gamma_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} X_2 &= K_2 (-\sin \alpha_0 - \mu \cos \alpha_0 \cos \gamma_2) \\ Y_2 &= -\mu K_2 \sin \gamma_2 \\ Z_2 &= K_2 (\cos \alpha_0 - \mu \sin \alpha_0 \cos \gamma_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

但し上式に於ける γ_1 及び γ_2 は左右車輪の軌條の對する滑り速度 p_1, q_1 及び p_2, q_2 を用ひて次式に依り與へられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1}{\sqrt{p_1^2 + q_1^2 \cos^2 \alpha_0}} &= \cos \gamma_1 \\ \frac{q_1 \cos \alpha_0}{\sqrt{p_1^2 + q_1^2 \cos^2 \alpha_0}} &= \sin \gamma_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_2}{\sqrt{p_2^2 + q_2^2 \cos^2 \alpha_0}} &= \cos \gamma_2 \\ \frac{q_2 \cos \alpha_0}{\sqrt{p_2^2 + q_2^2 \cos^2 \alpha_0}} &= \sin \gamma_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

左右の車輪は同一の車軸に固定されて居る爲

$$p_1 = p_2 \dots\dots\dots (22)$$

となり、従つて

$$\cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \geq 0 \dots\dots\dots (23)$$

となる。

車軸が左右の軸函を通して車體より受ける力の X, Y, Z 軸方向の分力を U_1, V_1, W_1 及び U_2, V_2, W_2 とし、これ等の正の方向を X, Y, Z の正の方向と反對に採る。左右車輪の軌條に接觸する點の間の距離を G とし、この接觸點に於ける車輪の直径を D とする。 D の大きさは車輪踏面に勾配がある爲、車軸の軌條に對する相對的位置の變化に伴ひ變化する筈であるが、一般に車軸の左右の移動量は僅少なるを以て力の釣合ひを論ずる場合にはを一定と見做すことが出来る。今後は車軸の中心線が軌條方向に對して直角をなし、車軸の中心點が左右の軌

條より等距離にある場合を車軸が正位にある場合と稱することとし、この時の接觸點に於ける車輪の直徑を D を以て示すこととする。又左右の軸函の中心の間の距離を F とする。

車軸の運動の變化が緩かくて且車軸の正位よりの偏りが小さい場合には、圖-2 に示す如く力の釣合ひの條件より次の式が成立つ。

$$X_1 + X_2 = U_1 + U_2 \dots\dots\dots(24)$$

$$Y_1 + Y_2 = V_1 + V_2 \dots\dots\dots(25)$$

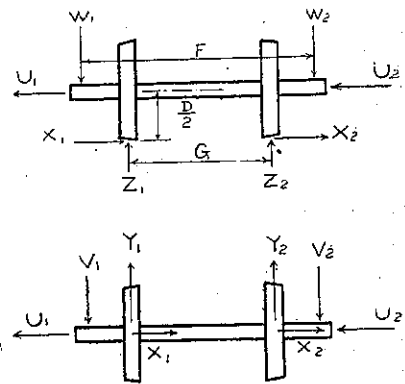
$$Z_1 + Z_2 = W_1 + W_2 \dots\dots\dots(26)$$

$$Y_1 + Y_2 = 0 \dots\dots\dots(27)$$

$$G(Z_1 - Z_2) - D(X_1 + X_2) = F(W_1 - W_2) \dots\dots(28)$$

$$G(Y_1 - Y_2) = F(V_1 - V_2) \dots\dots\dots(29)$$

圖-2.



(27), (26), (28) 式に (18), (19) 式の關係を入れる時は

$$K_1 \sin \gamma_1 + K_2 \sin \gamma_2 = 0 \dots\dots\dots(30)$$

$$K_1(\cos \alpha_0 + \mu \sin \alpha_0 \cos \gamma_1) + K_2(\cos \alpha_0 - \mu \sin \alpha_0 \cos \gamma_2) = W_1 + W_2 \dots\dots(31)$$

$$K_1(G' + \mu D' \cos \gamma_1) - K_2(G' - \mu D' \cos \gamma_2) = F(W_1 - W_2) \dots\dots(32)$$

但し茲に

$$\left. \begin{aligned} G' &= G \cos \alpha_0 - D \sin \alpha_0 \\ D' &= G \sin \alpha_0 + D \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

(30), (31) 式より K_1, K_2 を求めるに當り

$$\Delta = \cos \alpha_0 (\sin \gamma_1 - \sin \gamma_2) - \mu \sin \alpha_0 \sin (\gamma_1 + \gamma_2) \dots\dots\dots(34)$$

と置けば $\Delta \neq 0$ なる時は

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{-1}{\Delta} (W_1 + W_2) \sin \gamma_2 \\ K_2 &= \frac{1}{\Delta} (W_1 + W_2) \sin \gamma_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

この値を (32) 式に入れる時は γ_1 と γ_2 との關係が得られる。

$$\frac{1}{\Delta} (W_1 + W_2) \{-G'(\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2) + \mu D' \sin (\gamma_1 - \gamma_2)\} = F(W_1 - W_2) \dots\dots\dots(36)$$

又 (35) 式を用ひて $X_1 + X_2, X_1 - X_2, Y_1 - Y_2$ を計算すれば次の如くなる。

$$X_1 + X_2 = \frac{-1}{\Delta} (W_1 + W_2) \{\sin \alpha_0 (\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2) + \mu \cos \alpha_0 \sin (\gamma_1 - \gamma_2)\} \dots\dots(37)$$

$$X_1 - X_2 = \frac{1}{\Delta} (W_1 + W_2) \{\sin \alpha_0 (\sin \gamma_1 - \sin \gamma_2) + \mu \cos \alpha_0 \sin (\gamma_1 + \gamma_2)\} \dots\dots(38)$$

$$Y_1 - Y_2 = \frac{2}{\Delta} \mu (W_1 + W_2) \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 \dots\dots\dots(39)$$

以上の計算に於ては W_1 及び W_2 の値を任意としたのであるが、次に $W_1 = W_2 = W \neq 0$ なる場合に付き X_1, Y_1 等を求めることとする。計算の便宜上これを次の 3 つの場合に分けて論ずることとする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(A)} \quad \Delta = 0 \\ \text{(B)} \quad \Delta \neq 0, \quad \sin(\gamma_1 - \gamma_2) = 0 \\ \text{(C)} \quad \Delta \neq 0, \quad \sin(\gamma_1 - \gamma_2) \neq 0 \end{array} \right.$$

(A) $W_1 = W_2 = W \neq 0, \quad \Delta = 0$

$\Delta = 0$ なるを以て (30) 及び (31) 式に依り

$$\sin \gamma_1 = \sin \gamma_2 = 0 \dots\dots\dots (40)$$

となる。然るに (23) 式に依り $\cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \geq 0$ なるを以て γ_1 及び γ_2 の値は下の 2 種となる。

(1) $\gamma_1 = \gamma_2 = 0 \dots\dots\dots (41)$

(2) $\gamma_1 = \gamma_2 = \pi \dots\dots\dots (42)$

(31) 及び (32) 式より K_1, K_2 等を求めれば

$$\left. \begin{array}{l} \text{(1)} \quad K_1 = \frac{W(G' - \mu D')}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \\ \quad \quad K_2 = \frac{W(G' + \mu D')}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_1 + X_2 = -\frac{2\mu GW}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \\ X_1 - X_2 = 2W \frac{G' \sin \alpha_0 + \mu^2 D' \cos \alpha_0}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \\ Y_1 = Y_2 = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{(2)} \quad K_1 = \frac{W(G' + \mu D')}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \\ \quad \quad K_2 = \frac{W(G' - \mu D')}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_1 + X_2 = \frac{2\mu GW}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \\ X_1 - X_2 = 2W \frac{G' \sin \alpha_0 + \mu^2 D' \cos \alpha_0}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \\ Y_1 = Y_2 = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

(B) $W_1 = W_2 = W \neq 0, \quad \Delta \neq 0, \quad \sin(\gamma_1 - \gamma_2) = 0$

(36) 式に以上の条件を入れる時は

$$\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2 = 0 \dots\dots\dots (47)$$

上式と $\sin(\gamma_1 - \gamma_2) = 0$ とより γ_1 及び γ_2 を求めれば次の 3 種類の解が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 = \gamma_2 = 0 \\ \gamma_1 = \gamma_2 = \pi \\ \gamma_1 - \gamma_2 = \pi \end{array} \right.$$

これ等の解の中で $\Delta \neq 0$ なる条件を充すものとしては

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \pi \quad \text{但し} \quad \gamma_1 \neq 0, \quad \gamma_1 \neq \pi$$

に限られる。更に (23) 式の条件を充す爲には γ_1 及び γ_2 は次の値とならねばならぬ。

$$0 < \tan \frac{1}{2} \left(\gamma_1 - \frac{3\pi}{2} \right) < \frac{\mu D'}{G'} \dots\dots\dots (62)$$

$\gamma_1 = -\frac{\pi}{2}$ の時 :

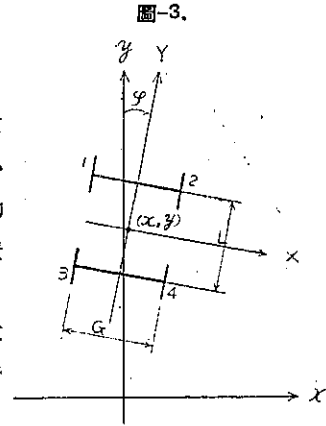
$$0 < \tan \frac{1}{2} \left(\gamma_1 - \frac{\pi}{2} \right) < \frac{\mu D'}{G'} \dots\dots\dots (63)$$

右車輪が軌條に対して滑らずに左車輪のみが軌條に対して滑る場合に就ても、上と同様な關係が導かれるがここでは省略する。

4. 2 軸車又は 2 軸臺車に働く力の釣合ひ

2 軸車又は 2 軸臺車の前後軸は軸箱を通して車體又は臺車枠に固定されて居るが、この間に多少の遊間がある爲各々の車軸は車體又は臺車枠に對し僅かの左右動及び前後動を爲し得るが、この大きさは甚だ小さい爲今後はこの移動量を 0 と見做し、従つて前後兩車軸の X-Y 平面に於ける射影の相對的位置は常に一定であるとする。

圖-3 に於て軌條方向に y 軸を採り、これと直角の方向に x 軸を採り、車體又は臺車枠の中心の座標を x, y とし、車體又は臺車枠の中心線の y 軸に對する傾きを φ とする。これ等の正の方向は圖-3 に示す方向とする。前軸の



左右車輪に 1, 2 なる番號を付け、後軸の左右車輪に 3, 4 なる番號を付け、各車輪の軌條に對する滑り速度は p, q にこれ等の番號を付けて表はすこととする。然る時は

$$\left. \begin{aligned} p_1 = p_2 &= \frac{dx}{dt} \cos \varphi - \frac{dy}{dt} \sin \varphi + \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} \\ q_1 &= \frac{dx}{dt} \sin \varphi + \frac{dy}{dt} \cos \varphi + \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2} D_1 \rho_1 \\ q_2 &= \frac{dx}{dt} \sin \varphi + \frac{dy}{dt} \cos \varphi - \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2} D_2 \rho_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (64)$$

但し上式に於て t は時間を表はし、 D_1, D_2 は左右車輪の軌條接觸點に於ける直径を表はし、 ρ_1 は車軸の回轉角速度を表はすものとする。 D_1 及び D_2 を車軸が正位にある時の車輪の直径 D を用ひて表はせば

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= D - 2 \left(x + \frac{1}{2} L \varphi \right) \tan \alpha_0 \\ D_2 &= D + 2 \left(x + \frac{1}{2} L \varphi \right) \tan \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

となり、この値を (64) 式に入れ、且

$$\varepsilon_1 = \frac{dx}{dt} \sin \varphi + \frac{dy}{dt} \cos \varphi - \frac{1}{2} D \rho_1 \dots\dots\dots (66)$$

と置けば

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \varepsilon_1 + \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} + \left(x + \frac{1}{2} L \varphi \right) \rho_1 \tan \alpha_0 \\ q_2 &= \varepsilon_1 - \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} - \left(x + \frac{1}{2} L \varphi \right) \rho_1 \tan \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (67)$$

車體又は臺車枠の速度を v として今後は $v > 0$ に限ることとする。

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} D\rho_1 \dots\dots\dots (67')$$

又一般に φ の値は小なるを以て $\sin \varphi$ を φ とし、 $\cos \varphi$ を 1 として (64) 式及び (67) 式を書き直せば

$$\left. \begin{aligned} p_1 = p_2 &= \frac{dx}{dt} - v\varphi + \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} \\ q_1 = \varepsilon_1 + \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x + \frac{1}{2} L\varphi\right) \tan \alpha_0 \\ q_2 = \varepsilon_1 - \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} - \frac{2v}{D} \left(x + \frac{1}{2} L\varphi\right) \tan \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (68)$$

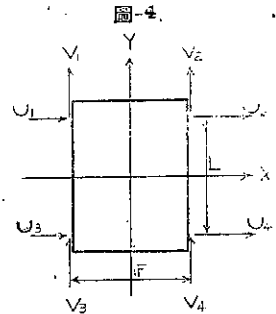
後軸に就いて同様に計算すれば

$$\left. \begin{aligned} p_3 = p_4 &= \frac{dx}{dt} - v\varphi - \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} \\ q_3 = \varepsilon_3 + \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x - \frac{1}{2} L\varphi\right) \tan \alpha_0 \\ q_4 = \varepsilon_3 - \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} - \frac{2v}{D} \left(x - \frac{1}{2} L\varphi\right) \tan \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (69)$$

但し $\varepsilon_3 = \frac{dx}{dt} \sin \varphi + \frac{dy}{dt} \cos \varphi - \frac{1}{2} D\rho_3$

茲に p_3 は後車軸の廻轉角速度を表はす。

次に軸箱を通して車體又は臺車枠に働く力の釣合ひの條件を求めることとする。車體又は臺車枠の運動の變化が緩かにして且車體又は臺車枠の重心がこの中心に一致して居ると爲しその重量を $4W$ とする。前後兩車軸の軸箱に 1, 2, 3, 4 なる番號を付け、軸箱に働く力は U, F, W にこれ等の番號を添へて表すこととすれば圖-4 に示す如く



$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0 \dots\dots\dots (70)$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0 \dots\dots\dots (71)$$

$$W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 4W \dots\dots\dots (72)$$

$$(W_1 + W_2) - (W_3 + W_4) = 0 \dots\dots\dots (73)$$

$$(W_1 + W_3) - (W_2 + W_4) = 0 \dots\dots\dots (74)$$

$$L(U_1 + U_2) - L(U_3 + U_4) + F(V_1 - V_2) + F(V_3 - V_4) = 0 \dots\dots (75)$$

車體又は臺車枠を支へて居る 4 個のバネの強さが等く、且前後左右共に對稱に取付けられて居る場合には

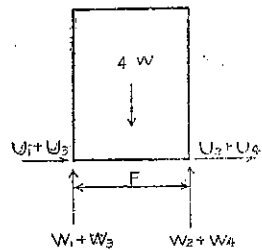
$$W_1 + W_4 = W_2 + W_3 \dots\dots\dots (76)$$

(72), (73), (74), (76) 式に依り

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = W \dots\dots\dots (77)$$

(24) 及び (70) 式に依り

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 0 \dots\dots\dots (78)$$



又 (24), (29) 及び (75) 式に依り

$$L(X_1+X_2)-L(X_3+X_4)+G(Y_1-Y_2)+G(Y_3-Y_4)=0 \dots\dots\dots (79)$$

5. 4 個の車輪が全部軌條に對して滑る場合

次に 4 個の車輪が全部軌條に對して滑つて居るか又は滑つて居なくても、この間に動摩擦に等しい大きさの靜摩擦力が働いて居る場合に就き γ_1 及び γ_2 等の値を求めることとする。この時は各車軸は先に述べた (A), (B), (C) の中の何れか一つの状態となる。

(i) 2 軸の中の一つが (A) の場合

假に第 I 軸が (A) の場合であるとして $\gamma_1=\gamma_2=0$ とする。この時には (78) 式が成立つ爲には $\gamma_3=\gamma_4=\pi$ となる必要がある。然るにこれ等の値を (79) 式に入れるとこの式を満足させることが出来ない。従つて 2 軸の中一方又は両方が (A) となる場合は生じ得ない。

(ii) 2 軸の中の一つが (B) の場合

假に第 I 軸が (B) の場合であるとし、第 II 軸を (C) の場合であるとする。然る時は $X_1+X_2=0$ なるを以て (78) 式に依り $X_3+X_4=0$ となる。(56) 式に依り

$$X_3+X_4=-2W \frac{G(\sin \gamma_3+\sin \gamma_4)}{D' A_3}$$

但し
$$A_3=\frac{1}{G'}(G' \cos \alpha_0-\mu^2 D' \sin \alpha_0)(\sin \gamma_3-\sin \gamma_4)$$

上式に依り
$$\sin \gamma_3+\sin \gamma_4=0$$

となる。然るに (52) 式に依り

$$-G'(\sin \gamma_3+\sin \gamma_4)+\mu D' \sin(\gamma_3-\gamma_4)=0$$

となるを以て $\sin(\gamma_3-\gamma_4)=0$ となり、第 II 軸が (C) であるとの假定に反す。

故に第 I 軸が (B) の場合には第 II 軸も亦 (B) となる必要があり、この時は $X_1+X_2=0, X_3+X_4=0$ となるを以て (78) 及び (79) 式を満足する爲には γ_1, γ_2 は次の値となる必要がある。これを [甲 1] 及び [甲 2] と名付けることとする。

[甲 1]:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\pi}{2}, & \gamma_2 &= -\frac{\pi}{2} \\ \gamma_3 &= -\frac{\pi}{2}, & \gamma_4 &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (80)$$

[甲 2]:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= -\frac{\pi}{2}, & \gamma_2 &= \frac{\pi}{2} \\ \gamma_3 &= \frac{\pi}{2}, & \gamma_4 &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (81)$$

[甲 1] 及び [甲 2] の場合には (20) 又は (21) 式に於て $\cos \gamma_1=0, \cos \gamma_2=0$ なるを以て

$$p_1=p_2=0 \dots\dots\dots (82)$$

同様にして

$$p_3 = p_4 = 0 \dots\dots\dots(83)$$

従つて (68) 及び (69) 式に依り

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi + \frac{1}{2}L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ \frac{dx}{dt} - v\varphi - \frac{1}{2}L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(84)$$

この微分方程式を解き且初期條件として [甲 1] の場合には

$t=0$ の時 $\varphi = \varphi_1$, $x=0$ とし, [甲 2] の場合には

$t=0$ の時 $\varphi = \varphi_2$, $x=0$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \text{[甲 1]:} \quad \varphi &= \varphi_1 \\ \quad \quad \quad x &= v\varphi_1 t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(85)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{[甲 2]:} \quad \varphi &= \varphi_2 \\ \quad \quad \quad x &= v\varphi_2 t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(86)$$

上式に於て [甲 1] の場合には vt を y_1 と置き, [甲 2] の場合には vt を y_2 と置けば

$$\left. \begin{aligned} \text{[甲 1]:} \quad \varphi &= \varphi_1 \\ \quad \quad \quad x &= \varphi_1 y_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(87)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{[甲 2]:} \quad \varphi &= \varphi_2 \\ \quad \quad \quad x &= \varphi_2 y_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(88)$$

(20) 又は (21) 式に於て $\cos \alpha_0 > 0$ なるを以て (80) 式に依り [甲 1] の場合には

$$q_1 \geq 0, \quad q_2 \leq 0, \quad q_3 \leq 0, \quad q_4 \geq 0 \dots\dots\dots(89)$$

従つて

$$q_1 - q_2 \geq 0, \quad q_3 - q_4 \leq 0 \dots\dots\dots(90)$$

上式に (68) 及び (69) 式を入れれば

$$G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{4v}{D} \left(x + \frac{1}{2}L\varphi \right) \tan \alpha_0 \geq 0$$

$$G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{4v}{D} \left(x - \frac{1}{2}L\varphi \right) \tan \alpha_0 \leq 0$$

然るに $\frac{d\varphi}{dt} = 0$ なるを以て上式により

$$-\frac{1}{2}L\varphi \leq x \leq \frac{1}{2}L\varphi$$

上式に依り φ 及び x は次の條件を滿さねばならぬ。

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 \geq 0 \\ -\frac{1}{2}L \leq \frac{x}{\varphi} \leq \frac{1}{2}L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(91)$$

従つて

$$-\frac{1}{2}L \leq y_1 \leq \frac{1}{2}L \dots\dots\dots(92)$$

y_1 がこの範圍で變化する時の φ 及び x の値は表-1 の如くなる。

表-1. [甲 1]

y_1	$-\frac{1}{2}L$	0	$\frac{1}{2}L$
φ	φ_1	φ_1	φ_1
x	$-\frac{1}{2}L\varphi_1$	0	$\frac{1}{2}L\varphi_1$
$\frac{x}{\varphi}$	$-\frac{1}{2}L$	0	$\frac{1}{2}L$

表-2. [甲 2]

y_2	$-\frac{1}{2}L$	0	$\frac{1}{2}L$
φ	φ_2	φ_2	φ_2
x	$-\frac{1}{2}L\varphi_2$	0	$\frac{1}{2}L\varphi_2$
$\frac{x}{\varphi}$	$-\frac{1}{2}L$	0	$\frac{1}{2}L$

[甲 2] の場合に就ても同様な計算を行へば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_2 \leq 0 \\ -\frac{1}{2}L \leq \frac{x}{\varphi} \leq \frac{1}{2}L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (93)$$

従つて y_2 の變化し得る範圍及びこの時の φ 及び x の値は表-2 の如くなる。

(50) 及び (51) 式に依り

[甲 1]:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_3 = W \tan \alpha_0 \\ X_2 &= X_4 = -W \tan \alpha_0 \\ Y_1 &= Y_4 = -\frac{\mu W}{\cos \alpha_0} \\ Y_2 &= Y_3 = \frac{\mu W}{\cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (94)$$

[甲 2]:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_3 = W \tan \alpha_0 \\ X_2 &= X_4 = -W \tan \alpha_0 \\ Y_1 &= Y_4 = \frac{\mu W}{\cos \alpha_0} \\ Y_2 &= Y_3 = -\frac{\mu W}{\cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (95)$$

次に [甲 1] の場合に就き q の値を求めることとする。(68) 及び (69) 式に依り q を計算し、これに (89) 式の條件をつけ加へれば

$$q_1 = \varepsilon_1 + \frac{2v}{D} \left(\frac{1}{2}L + y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \geq 0$$

$$q_2 = \varepsilon_1 - \frac{2v}{D} \left(\frac{1}{2}L + y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \leq 0$$

$$q_3 = \varepsilon_2 - \frac{2v}{D} \left(\frac{1}{2}L - y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \leq 0$$

$$q_4 = \varepsilon_2 + \frac{2v}{D} \left(\frac{1}{2}L - y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \geq 0$$

ε_1 及び ε_2 は上の條件を満たす限り如何なる値としても差支へない筈であるが、[甲 1] の場合は車輪の X 軸方向の滑りが 0 なるを以て左右の車輪が同時に滑るとは考へられない。即ち q_1 及び q_2 の中何れか一方及び q_3 及

び q_4 の中何れか一方は 0 となる。茲に q_2 及び q_3 を 0 と置けば

$$\begin{aligned}
 \text{[甲 1]:} \quad & q_1 = 0 \\
 & q_2 = -\frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L + y_2 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \\
 & q_3 = 0 \\
 & q_4 = \frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L - y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (96)$$

q_2 及び q_4 を 0 と置くことも出来るがこれは、車輛が連続して蛇行する場合には起り得ないことを後に説明することとする。

同様にして [甲 2] の場合に就き q の値を計算すれば

$$\begin{aligned}
 \text{[甲 2]:} \quad & q_1 = \frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L + y_2 \right) \varphi_2 \tan \alpha_0 \\
 & q_2 = 0 \\
 & q_3 = -\frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L - y_1 \right) \varphi_2 \tan \alpha_0 \\
 & q_4 = 0
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (97)$$

(iii) 2 軸の中の一つが (C) の場合

前に述べた如く 2 軸の中の一つが (A) 又は (B) の場合には他方は (C) とは成り得ないので、2 軸の中の一つが (C) となる爲には他方も (C) でなければならぬ。従つて (78) 及び (79) 式に (55) 及び (56) 式を入れる時は

$$-2W \frac{G(\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2)}{D'A_1} - 2W \frac{G(\sin \gamma_3 + \sin \gamma_4)}{D'A_3} = 0 \dots\dots\dots (98)$$

$$\begin{aligned}
 & -2W \frac{LG(\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2)}{D'A_1} + 2W \frac{LG(\sin \gamma_3 + \sin \gamma_4)}{D'A_3} \\
 & + 4\mu W \frac{G \sin \gamma_1 \sin \gamma_2}{A_1} + 4\mu W \frac{G \sin \gamma_3 \sin \gamma_4}{A_3} = 0 \dots\dots\dots (99)
 \end{aligned}$$

但し茲に

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{G'} (G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0) (\sin \gamma_1 - \sin \gamma_2) \\
 A_3 &= \frac{1}{G'} (G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0) (\sin \gamma_3 - \sin \gamma_4)
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A_1 \\ A_3 \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (100)$$

(52) 式に依り $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ の間には次の関係がある。

$$\begin{aligned}
 & -G'(\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2) + \mu D' \sin(\gamma_1 - \gamma_2) = 0 \\
 & -G'(\sin \gamma_3 + \sin \gamma_4) + \mu D' \sin(\gamma_3 - \gamma_4) = 0
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} -G'(\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2) \\ -G'(\sin \gamma_3 + \sin \gamma_4) \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (101)$$

従つて $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ は (98), (99), (101) 式で示された 4 個の関係より計算せられる。今茲に

$$\begin{aligned}
 \gamma_2 &= \gamma_1 + \pi \\
 \gamma_4 &= \gamma_3 + \pi
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \gamma_2 \\ \gamma_4 \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (102)$$

と置けば $A_1 = A_3$, $\sin \gamma_1 + \sin \gamma_4 = 0$, $\sin \gamma_2 + \sin \gamma_3 = 0$ となるので (98) 式は満足せられ、(101) 式の一つが成立すれば他方も必然的に成立する。又 (99) 式は次の如くなる。

$$-2W \frac{LG(\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2)}{D'A_1} + 4\mu W \frac{G \sin \gamma_1 \sin \gamma_2}{A_1} = 0$$

上式を書き換へれば

$$L \sin \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) - \mu D' \left\{ \sin^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) - \sin^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \right\} = 0 \dots\dots\dots (103)$$

然るに (52) 式に依り $\cos \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \neq 0$ なるを以て

$$\sin \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) = \frac{\mu D'}{G'} \sin \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \dots\dots\dots (104)$$

上式を (103) 式に入れる時は

$$G'L \sin \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) + (G'^2 - \mu^2 D'^2) \sin^2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} = 0$$

上式より $\sin(\gamma_1 - \gamma_2) \neq 0$ なるを以て

$$\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = \frac{-G'L}{G'^2 - \mu^2 D'^2} \dots\dots\dots (105)$$

$\tan \gamma_1$ 及び $\tan \gamma_2$ を變形すれば恒等的に次の關係が成立する。

$$\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2 = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)}{\cos^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) - \sin^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)} \dots\dots\dots (106)$$

上式に (104) 式の關係を入れると

$$\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2 = \frac{2 \tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)}{1 - \frac{\mu^2 D'^2}{G'^2} \tan^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)} \dots\dots\dots (107)$$

上式に更に (105) 式を入れる時は

$$\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2 = \frac{-2LG'(G'^2 - \mu^2 D'^2)}{(G'^2 - \mu^2 D'^2)^2 - \mu^2 D'^2 L^2} \dots\dots\dots (108)$$

(20) 及び (21) 式に依り

$$\tan \gamma_1 - \tan \gamma_2 = \left(\frac{q_1}{p_1} - \frac{q_2}{p_2} \right) \cos \alpha_0 \dots\dots\dots (109)$$

茲に

$$\lambda = \frac{L}{G'} \left(\frac{G'^2 - \mu^2 D'^2}{L^2} - \frac{\mu^2 D'^2}{G'^2 - \mu^2 D'^2} \right) \cos \alpha_0 \dots\dots\dots (110)$$

と置けば (108) 及び (109) 式に依り

$$2p_1 + \lambda(q_1 - q_2) = 0 \dots\dots\dots (111)$$

同様に於て

$$2p_2 - \lambda(q_3 - q_4) = 0 \dots\dots\dots (112)$$

(111) 及び (112) に (68) 及び (69) 式を入れれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi + \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} + \lambda \left\{ \frac{1}{2} G' \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x + \frac{1}{2} L\varphi \right) \tan \alpha_0 \right\} &= 0 \\ \frac{dx}{dt} - r\varphi - \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} - \lambda \left\{ \frac{1}{2} G' \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x - \frac{1}{2} L\varphi \right) \tan \alpha_0 \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (113)$$

上式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi + \lambda \frac{L}{D} v\varphi \tan \alpha_0 &= 0 \\ L \frac{d\varphi}{dt} + \lambda G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{4\lambda}{D} vx \tan \alpha_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (114)$$

上の微分方程式を解き初期条件として $t=0$ に於て $\varphi = \varphi_0, x=0$ と置けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \cos \omega_3 vt \\ x &= \frac{1}{2} \varphi_0 \sqrt{\frac{(L+\lambda G)(D-\lambda L \tan \alpha_0)}{\lambda \tan \alpha_0}} \sin \omega_3 vt \\ \omega_3 &= \frac{2}{D} \sqrt{\frac{\lambda \tan \alpha_0 (D-\lambda L \tan \alpha_0)}{L+\lambda G}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (115)$$

上式に於て vt を y_3 と置けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \cos \omega_3 y_3 \\ x &= \frac{1}{2} \varphi_0 \sqrt{\frac{(L+\lambda G)(D-\lambda L \tan \alpha_0)}{\lambda \tan \alpha_0}} \sin \omega_3 y_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (116)$$

上式にて與へられる運動を今後は [乙] の場合と稱することとし、次にこの式の成立する範圍を求めることとする。

$$\begin{aligned} \cos \gamma_4 &= -\cos \gamma_1 \quad \text{なるを以て (20) 又は (21) 式に依り} \\ p_1 p_4 &\leq 0 \end{aligned}$$

なることを要す。上式に (68) 及び (69) 式を入れる時は

$$\left(\frac{dx}{dt} - v\varphi + \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} \right) \left(\frac{dx}{dt} - v\varphi - \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} \right) \leq 0$$

上式に (115) 又は (116) 式を入れて簡単にする時は

$$|\tan \omega_3 y_3| \geq \sqrt{\frac{\lambda(L+\lambda G) \tan \alpha_0}{D-\lambda L \tan \alpha_0}} \dots\dots\dots (117)$$

従つて (116) 式に依り

$$\left| \frac{x}{\varphi} \right| \geq \frac{1}{2} (L+\lambda G) \dots\dots\dots (118)$$

今茲に

$$\tan^{-1} \sqrt{\frac{\lambda(L+\lambda G) \tan \alpha_0}{D-\lambda L \tan \alpha_0}} = \theta_1 \dots\dots\dots (119)$$

但し $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$.

と置く時は (117) 式に依り $\omega_3 y_3$ は次の範圍の値を採り得る。

[乙 1] $\theta_1 \leq \omega_3 y_3 \leq \pi - \theta_1 \dots\dots\dots (120)$

[乙 2] $\pi + \theta_1 \leq \omega_3 y_3 \leq 2\pi - \theta_1 \dots\dots\dots (121)$

$\omega_3 y_3$ がこの範圍で變化する時の φ 及び x の値を計算すれば表-3, 4 の如くなる。

(116) 式を用ひて p_1 及び p_3 を計算すれば次の如くなる。

表-3. [乙 1]

y_3	$\frac{\theta_1}{\omega_3}$	$\frac{\pi}{2\omega_3}$	$\frac{\pi-\theta_1}{\omega_3}$
φ	$\varphi_3 \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	0	$-\varphi_3 \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
x	$\frac{1}{2} \varphi_3 (L+\lambda G) \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2} \varphi_3 \sqrt{\frac{(L+\lambda G)(D-\lambda L \tan \alpha_0)}{\lambda \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2} \varphi_3 (L+\lambda G) \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
$\frac{x}{\varphi}$	$\frac{1}{2} (L+\lambda G)$	$\pm \infty$	$-\frac{1}{2} (L+\lambda G)$

表-4. [乙 2]

y_3	$\frac{\pi+\theta_1}{\omega_3}$	$\frac{3\pi}{2\omega_3}$	$\frac{2\pi-\theta_1}{\omega_3}$
φ	$-\varphi_3 \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	0	$\varphi_3 \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
x	$-\frac{1}{2} \varphi_3 (L+\lambda G) \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2} \varphi_3 \sqrt{\frac{(L+\lambda G)(D-\lambda L \tan \alpha_0)}{\lambda \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2} \varphi_3 (L+\lambda G) \sqrt{\frac{D-\lambda L \tan \alpha_0}{D+\lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
$\frac{x}{\varphi}$	$\frac{1}{2} (L+\lambda G)$	$\pm \infty$	$-\frac{1}{2} (L+\lambda G)$

$$\left. \begin{aligned}
 p_1=p_2 &= -\frac{1}{2} L \varphi_3 v \left(\frac{2\lambda \tan \alpha_0}{D} \cos \omega_3 y_3 + \omega_3 \sin \omega_3 y_3 \right) \\
 p_3=p_4 &= -\frac{1}{2} L \varphi_3 v \left(\frac{2\lambda \tan \alpha_0}{D} \cos \omega_3 y_3 - \omega_3 \sin \omega_3 y_3 \right)
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (122)$$

上式に依り $\varphi_3 > 0$ とすれば

[乙 1] $\theta_1 \leq \omega_3 y_3 \leq \pi - \theta_1$ なる時は

$$p_1=p_2 \leq 0, \quad p_3=p_4 \geq 0 \dots \dots \dots (123)$$

従つて

$$\cos \gamma_1 < 0, \quad \cos \gamma_2 < 0, \quad \cos \gamma_3 > 0, \quad \cos \gamma_4 > 0 \dots \dots \dots (124)$$

(57) 式に依り

$$X_1+X_2 > 0, \quad X_3+X_4 < 0 \dots \dots \dots (125)$$

[乙 2] $\pi + \theta_1 \leq \omega_3 y_3 \leq 2\pi - \theta_1$ なる時は

$$p_1=p_2 \geq 0, \quad p_3=p_4 \leq 0 \dots \dots \dots (126)$$

従つて

$$\cos \gamma_1 > 0, \quad \cos \gamma_2 > 0, \quad \cos \gamma_3 < 0, \quad \cos \gamma_4 < 0 \dots \dots \dots (127)$$

(57) 式に依り

$$X_1+X_2 < 0, \quad X_3+X_4 > 0 \dots \dots \dots (128)$$

(104) 及び (105) 式を解けば γ_1 及び γ_2 の値が 2 組得られ、その一方は $\cos \gamma_1$ 及び $\cos \gamma_2$ が負となり、他方は $\cos \gamma_1$ 及び $\cos \gamma_2$ が正となる。

(56) 式の X_1+X_2 及び Y_1-Y_2 に以上の γ_1 及び γ_2 の値を入れる時は

$$X_1+X_2 = \pm 2W \frac{\mu G}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \sqrt{\frac{G'^2 - \mu^2 D'^2}{L^2 + G'^2 - \mu^2 D'^2}} \dots (129)$$

又

$$Y_1-Y_2 = -\frac{L}{G} (X_1+X_2) \dots (130)$$

なるを以て

$$Y_1-Y_2 = \mp 2W \frac{\mu L}{G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0} \sqrt{\frac{G'^2 - \mu^2 D'^2}{L^2 + G'^2 - \mu^2 D'^2}} \dots (131)$$

後軸に対しては

$$X_3+X_4 = -(X_1+X_2) \dots (132)$$

$$Y_3-Y_4 = Y_1-Y_2 \dots (133)$$

に依り計算せられる。(129) 式の複號は前に述べた事に依り [乙 1] の時は (+) を採り, [乙 2] の時は (-) を採ることとする。

上式に示す如く X_1, Y_1 等の値は φ_0, γ_0 等に関係せずに一定の大きさとなつて居る。

6. 4 個の車輪の中の一部が軌條に対して滑らぬ場合

(iv) 後軸の左右車輪が軌條に対して滑らぬ場合

以上に説明した [甲] 及び [乙] の場合に於ては 4 個の車輪が全部軌條に対して滑つて居るか, 又は滑つて居なくても動摩擦力に等しい大きさの静摩擦力がこの間に働いて居るとして解いたのであるが, 4 個の車輪の中で 1 個, 2 個又は 3 個の車輪が軌條に対して滑らずに運動する場合も考へ得るわけである。但しこの場合には接觸面内に働く力と接觸面に垂直の方向に働く力とは (9) 式の關係を満足して居なければならない。次に後軸の左右車輪が軌條に対して滑らないとした時の車輛の運動をあらはす式, 及び斯様な運動の成立する範圍を求めることとする。前提の條件に依り

$$p_3=p_4=0, \quad q_3=0, \quad q_4=0 \dots (134)$$

従つて $q_3-q_4=0$

上式に (69) 式を入れる時は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi - \frac{1}{2}L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ \frac{1}{2}G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x - \frac{1}{2}L\varphi \right) \tan \alpha_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (135)$$

上の微分方程式を解き初期條件として $t=0$ に於て $\varphi = \varphi_0, \quad \frac{d\varphi}{dt} = 0$ と置けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \cos \omega_4 vt \\ x &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \varphi_0 \sin \omega_4 vt + \frac{1}{2} L \varphi_0 \cos \omega_4 vt \\ \omega_4 &= 2 \sqrt{\frac{\tan \alpha_0}{GD}} \end{aligned} \right\} \dots (136)$$

上式に於て vt を y_4 と置けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 \cos \omega_1 y_1 \\ x &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \varphi_1 \sin \omega_1 y_1 + \frac{1}{2} L \varphi_1 \cos \omega_1 y_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (137)$$

上式にて與へられる運動を今後は〔丙 1〕の場合と稱することとし、次にこの式の成立する範圍を求めることとする。上式が成立する爲には後軸の左右車輪の踏面と軌條との接觸面内に働く力と、この面に垂直に働く力との比が摩擦係數より小さいことが必要であるが、上式の成立する範圍の限界に於てはこの比が摩擦係數に等しくなるべきである。

従つて〔甲〕の場合の條件と〔丙 1〕の場合の條件とを同時に満す點、或ひは〔乙〕の場合の條件と〔丙 1〕の場合の條件とを同時に満す點を求めれば、これが〔丙 1〕の場合の成立する限界を與へることとなる。先づ〔甲〕の場合の條件即ち (82) 及び (83) 式と〔丙 1〕場合の條件即ち (135) 式とを同時に満す點を求めることとする。これ等の式を並べて書くと次の如くなる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi + \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ \frac{dx}{dt} - v\varphi - \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x - \frac{1}{2} L \varphi \right) \tan \alpha_0 &= 0 \end{aligned} \right.$$

上式より

$$\frac{x}{\varphi} = \frac{1}{2} L \dots\dots\dots (138)$$

この値を (137) 式に入れる時は

$$\tan \omega_1 y_1 = 0 \dots\dots\dots (139)$$

$$\therefore \omega_1 y_1 = 0 \quad \text{又は} \quad \pi \dots\dots\dots (140)$$

次に〔乙〕の場合の條件即ち (114) 式と〔丙 1〕の場合の條件即ち (135) 式とを同時に満す點を求めることとする。これ等の式を並べて書くと次の如くなる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi + \lambda \frac{L}{D} v \varphi \tan \alpha_0 &= 0 \\ L \frac{d\varphi}{dt} + \lambda G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{4\lambda}{D} vx \tan \alpha_0 &= 0 \\ \frac{dx}{dt} - v\varphi - \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x - \frac{1}{2} L \varphi \right) \tan \alpha_0 &= 0 \end{aligned} \right.$$

上の 4 式は互に獨立ではなくてこの中の 3 式より他の 1 式を導くことが出来る。従つて上の 4 式を満すべき $\varphi, \frac{d\varphi}{dt}, x, \frac{dx}{dt}$ は 0 に非ざる値を探ることが出来る。上式より $\frac{d\varphi}{dt}$ と $\frac{dx}{dt}$ とを消去すれば φ と x との間の關係が得られる。即ち

$$\frac{x}{\varphi} = \frac{1}{2} (L + \lambda G) \dots\dots\dots (141)$$

この値を (137) 式に入れる時は

$$\tan \omega_4 \gamma_4 = \lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}} \dots\dots\dots (142)$$

今茲に

$$\tan^{-1} \lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}} = \theta_2 \dots\dots\dots (143)$$

但し $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$

と置く時は

$$\omega_4 \gamma_4 = \theta_2 \quad \text{又は} \quad \pi + \theta_2 \dots\dots\dots (144)$$

以上の計算に依つて (137) 式に依る運動の成立する範圍の限界として $\tan \omega_4 \gamma_4$ が 0 なる場合と、 $\lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}}$ となる場合とが得られたのであるが、然らば $\tan \omega_4 \gamma_4$ をこれ等の値の間とすべきか、或ひはこれ等の値の外側とすべきかの疑問が残る。この點を吟味した結果に依れば

$$0 \leq \tan \omega_4 \gamma_4 \leq \lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}} \dots\dots\dots (145)$$

となることが要求せられるが計算の課程はこゝでは略す。上式に依り

$$0 \leq \omega_4 \gamma_4 \leq \theta_2 \dots\dots\dots (146)$$

又は $\pi \leq \omega_4 \gamma_4 \leq \pi + \theta_2 \dots\dots\dots (147)$

$\omega_4 \gamma_4$ がこれ等の限界の値を探る時の φ 及び x は表-5, 6 の如くなる。

表-5. [丙 1]

表-6. [丙-1]

γ_4	0.	$\frac{\theta_2}{\omega_4}$
φ	φ_4	$\varphi_4 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
x	$\frac{1}{2} L \varphi_4$	$\frac{1}{2} (L + \lambda G) \varphi_4 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
$\frac{x}{\varphi}$	$\frac{1}{2} L$	$\frac{1}{2} (L + \lambda G)$

γ_4	$\frac{\pi}{\omega_4}$	$\frac{\pi + \theta_2}{\omega_4}$
φ	$-\varphi_4$	$-\varphi_4 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
x	$-\frac{1}{2} L \varphi_4$	$-\frac{1}{2} (L + \lambda G) \varphi_4 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$
$\frac{x}{\varphi}$	$\frac{1}{2} L$	$\frac{1}{2} (L + \lambda G)$

次に [丙 1] の場合に就き X_1, Y_1 等を計算する方法を述べることにする。(68) 式に (137) 式を入れる時は

$$\left. \begin{aligned} p_1 = p_2 &= -\omega_4 v L \varphi_4 \sin \omega_4 \gamma_4 \\ q_1 &= \varepsilon_1 + \frac{2v}{D} L \varphi_4 \tan \alpha_0 \cos \omega_4 \gamma_4 \\ q_2 &= \varepsilon_1 - \frac{2v}{D} L \varphi_4 \tan \alpha_0 \cos \omega_4 \gamma_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (148)$$

上式に示す如く前軸の左右車輪は軌條に對して滑るので (107) 及び (109) 式はこの場合にも適用し得る。従つて

$$\frac{2 \tan \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_2)}{1 - \frac{\mu^2 D'^2}{G'^2} \tan^2 \frac{1}{2} (\gamma_1 - \gamma_2)} = \left(\frac{q_1}{p_1} - \frac{q_2}{p_2} \right) \cos \alpha_0 \dots\dots\dots (149)$$

上式の右邊を (148) 式に依り計算すれば

$$\left(\frac{q_1}{p_1} - \frac{q_2}{p_2}\right) \cos \alpha_0 = -\frac{4 \sin \alpha_0}{\omega_4 D \tan \omega_4 y_4} \dots\dots\dots (150)$$

(149) 式を (150) 式に入れて $\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$ を計算すれば

$$\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = \frac{G'}{\mu D'} \left\{ \frac{\omega_4 D G' \tan \omega_4 y_4}{4 \mu D' \sin \alpha_0} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_4 D G' \tan \omega_4 y_4}{4 \mu D' \sin \alpha_0} \right)^2} \right\} \dots\dots\dots (151)$$

然るに (23) 式を變形すれば

$$\cos^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) - \sin^2 \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) \geq 0$$

上式に (104) 式を入れて變形すれば

$$\left| \tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \right| \leq \frac{G'}{\mu D'} \dots\dots\dots (152)$$

$\tan \omega_4 y_4$ は正なるを以て上式に依り (151) 式の複號は負に限られる。従つて

$$\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = \frac{G'}{\mu D'} \left\{ \frac{\omega_4 D G' \tan \omega_4 y_4}{4 \mu D' \sin \alpha_0} - \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_4 D G' \tan \omega_4 y_4}{4 \mu D' \sin \alpha_0} \right)^2} \right\} \dots\dots\dots (153)$$

上式より $\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$ の値を得た時は (104) 式に依り $\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ の値が求められる。但しこの際に $\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ は次の條件を満足する必要がある。即ち

$$p_1 \cos \gamma_1 + p_2 \cos \gamma_2 \geq 0$$

なるを以て上式に (148) 式を入れて變形する時は

$$\varphi_4 \sin \omega_4 y_4 \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \leq 0 \dots\dots\dots (154)$$

斯様にして $\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$ 及び $\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ の値がきまればこれより γ_1 及び γ_2 の値が求められる。(153) 式よりは $\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$ の値が 2 通り得られるが、その何れを用ひても γ_1 及び γ_2 は同一の結果となる。

特に $\tan \omega_4 y_4 = 0$ なる時は γ_1 及び γ_2 は次の如くなる。(153) 式に依り

$$\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = -\frac{G'}{\mu D'} \dots\dots\dots (155)$$

上式に (104) 式の關係を入れる時は

$$\sin \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) + \cos \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = 0$$

上式を變形すれば

$$\sin \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \gamma_1 \right) \sin \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \gamma_2 \right) = 0 \dots\dots\dots (156)$$

上式を満足する爲には

$$\gamma_1 = -\frac{\pi}{2} \quad \text{又は} \quad \gamma_2 = -\frac{\pi}{2}$$

となる必要がある。この値を (155) 式に入れる時は次の 2 組の解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= -\frac{\pi}{2} \\ \tan \frac{1}{2} \gamma_2 &= \frac{G' - \mu D'}{G' + \mu D'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (157)$$

又は

$$\left. \begin{aligned} \gamma_2 &= -\frac{\pi}{2} \\ \tan \frac{1}{2} \gamma_1 &= \frac{G' + \mu D'}{G' - \mu D'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (158)$$

(157) 式と (158) 式の何れを探るべきかは次の條件に依つて定まる。即ち (20) 及び (21) 式に依り

$$\sqrt{p_1^2 + q_1^2} \cos^2 \alpha_0 \sin \gamma_1 - \sqrt{p_2^2 + q_2^2} \cos^2 \alpha_0 \sin \gamma_2 = (q_1 - q_2) \cos \alpha_0$$

上式に (148) 式の値を入れ $p_1 = p_2 = 0$ と置けば

$$|q_1| \sin \gamma_1 - |q_2| \sin \gamma_2 = \frac{4v}{D} L \varphi_1 \tan \alpha_0 \cos \omega_1 \gamma_1 \dots\dots\dots (159)$$

上の條件を満す爲には

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 \cos \omega_1 \gamma_1 &> 0 && \text{の時は (158) 式} \\ \varphi_1 \cos \omega_1 \gamma_1 &< 0 && \text{の時は (157) 式} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (160)$$

となる。

以上に述べた方法に依り γ_1 及び γ_2 の値が求められた時は (27) 及び (56) 式に依り X_1, Y_1, X_2, Y_2 の値が計算せられる。次に (78) 及び (79) 式に依り X_3, X_4, Y_3, Y_4 の値が求められる。但しこの際 X_3 と X_4 とを別々に求めることは不可能である。

(v) 前軸の左右車輪が軌條に對して滑らぬ場合

前軸の左右車輪が軌條に對して滑らないとした場合に就ても後軸の場合と同様にして、車輛の運動をあらはす式及び車輪と軌條との間に働く力を求めることが出来る。先づ

$$p_1 = p_2 = 0, \quad q_1 = 0, \quad q_2 = 0 \dots\dots\dots (161)$$

なる條件より

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} - v\varphi + \frac{1}{2} L \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \\ \frac{1}{2} G \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2v}{D} \left(x + \frac{1}{2} L \varphi \right) \tan \alpha_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (162)$$

上の微分方程式を解き初期條件として $t=0$ に於て $\varphi = \varphi_0, \frac{d\varphi}{dt} = 0$ と置けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \cos \omega_0 vt \\ x &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \varphi_0 \sin \omega_0 vt - \frac{1}{2} L \varphi_0 \cos \omega_0 vt \\ \omega_0 &= 2 \sqrt{\frac{\tan \alpha_0}{GD}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (163)$$

上式に於て vt を y_0 と置けば

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \cos \omega_0 y_0 \\ x &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \varphi_0 \sin \omega_0 y_0 - \frac{1}{2} L \varphi_0 \cos \omega_0 y_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (164)$$

上式にて與へられる運動を今後は〔丙 2〕の場合と稱することとし、次にこの式の成立する範圍を求めんとす。先づ〔甲〕の場合の條件と〔丙 2〕の場合の條件とを同時に満す點を求めれば

$$\frac{x}{\varphi} = -\frac{1}{2}L \dots\dots\dots (165)$$

となり、この値を (164) 式に入れれば

$$\tan \omega_s y_s = 0 \dots\dots\dots (166)$$

$$\therefore \omega_s y_s = 0 \quad \text{又は} \quad \pi \dots\dots\dots (167)$$

次に〔乙〕の場合の條件と〔丙 2〕の場合の條件とを同時に満す點を求めれば

$$\frac{x}{\varphi} = -\frac{1}{2}(L + \lambda G) \dots\dots\dots (168)$$

この値を (164) 式に入れれば

$$\tan \omega_s y_s = -\lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}} \dots\dots\dots (169)$$

$$\therefore \omega_s y_s = -\theta_2 \quad \text{又は} \quad \pi - \theta_2 \dots\dots\dots (170)$$

以上の計算に依つて (164) 式に依る運動の成立する範圍として次の條件が得られる。

$$-\lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}} \leq \tan \omega_s y_s \leq 0 \dots\dots\dots (171)$$

上式を書き直せば

$$-\theta_2 \leq \omega_s y_s \leq 0 \dots\dots\dots (172)$$

$$\text{又は} \quad \pi - \theta_2 \leq \omega_s y_s \leq \pi \dots\dots\dots (173)$$

$\omega_s y_s$ がこれ等の境界の値を採る時の φ 及び x は表-7, 8 の如くなる。

表-7. 〔丙 2〕

表-8. 〔丙 2〕

y_s	$-\frac{\theta_2}{\omega_s}$	0	y_s	$\frac{\pi - \theta_2}{\omega_s}$	$\frac{\pi}{\omega_s}$
φ	$\varphi_s \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	φ_s	φ	$-\varphi_s \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\varphi_s$
x	$-\frac{1}{2}(L + \lambda G)\varphi_s \sqrt{\frac{L}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2}L\varphi_s$	x	$\frac{1}{2}(L + \lambda G)\varphi_s \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2}L\varphi_s$
$\frac{x}{\varphi}$	$-\frac{1}{2}(L + \lambda G)$	$-\frac{1}{2}L$	$\frac{x}{\varphi}$	$-\frac{1}{2}(L + \lambda G)$	$-\frac{1}{2}L$

次に〔丙 2〕の場合に就き X_3, Y_3 等を計算する方法を述べることとする。(69) 式に (164) 式を入れる時は

$$\left. \begin{aligned} p_3 &= p_4 = \omega_s^2 L \varphi_s \sin \omega_s y_s \\ q_3 &= e_3 - \frac{2v}{D} L \varphi_s \tan \alpha_0 \cos \omega_s y_s \\ q_4 &= e_3 + \frac{2v}{D} L \varphi_s \tan \alpha_0 \cos \omega_s y_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (174)$$

これより [丙 1] の場合と同様にして $\tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4)$ を求めれば $\tan \omega_3 \gamma_3$ は負なるを以て

$$\tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) = \frac{G'}{\mu D'} \left\{ \frac{\omega_3 D G' \tan \omega_3 \gamma_3}{4 \mu D' \sin \alpha_0} + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_3 D G' \tan \omega_3 \gamma_3}{4 \mu D' \sin \alpha_0} \right)^2} \right\} \dots\dots\dots (175)$$

上式より $\frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4)$ の値を得た時は次式に依り $\frac{1}{2}(\gamma_3 + \gamma_4)$ の値が得られる。

$$\sin \frac{1}{2}(\gamma_3 + \gamma_4) = \frac{\mu D'}{G'} \sin \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) \dots\dots\dots (176)$$

但しこの際に $\frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4)$ は次の條件を満足する必要がある。

$$\varphi_3 \sin \omega_3 \gamma_3 \cos \frac{1}{2}(\gamma_3 + \gamma_4) \cos \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) \geq 0 \dots\dots\dots (177)$$

以上に依り γ_3 及び γ_4 の値が定まる。

特に $\tan \omega_3 \gamma_3 = 0$ なる時は γ_3 及び γ_4 は次の如くなる。

$\varphi_3 \cos \omega_3 \gamma_3 > 0$ なる時は

$$\left. \begin{aligned} \gamma_4 &= \frac{\pi}{2} \\ \tan \frac{1}{2} \gamma_3 &= -\frac{G' + \mu D'}{G' - \mu D'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (178)$$

$\varphi_3 \cos \omega_3 \gamma_3 < 0$ なる時は

$$\left. \begin{aligned} \gamma_3 &= \frac{\pi}{2} \\ \tan \frac{1}{2} \gamma_4 &= -\frac{G' - \mu D'}{G' + \mu D'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (179)$$

以上に依り γ_3 及び γ_4 の値が得られた時は (27) 及び (56) 式に於て 1, 2 の代りに 3, 4 と置けば X_3, Y_3, X_4, Y_4 の値が計算せられる。次に (78) 及び (79) 式に依り $X_1 + X_2, Y_1, Y_2$ の値が求められる。

(vi) 2 軸の中の一方向が (D) の場合

前軸の左車輪が軌條に對して滑らずその他の 3 個の車輪は共に軌條に對して滑るとなし、この時の車輛の運動を調べることにする。

4 個の車輪と軌條との間に働く力の釣合ひの條件より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} 2GZ_2 + D(X_1 + X_2) &= 2GW \\ X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 0 \\ 2L(X_3 + X_4) + 2GY_2 - G(Y_3 - Y_4) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (180)$$

上式の Y_2, Z_2 に (59) 式の値を入れ、 $X_3 + X_4, Y_3 - Y_4$ に (56) 式の値を入れ且 $X_1 + X_2$ を消去すれば

$$\left. \begin{aligned} 2GK_2 \cos \alpha_0 + 2DW \frac{G(\sin \gamma_3 + \sin \gamma_4)}{D' d_3} &= 2GW \\ 4LW \frac{G \sin \gamma_3 + \sin \gamma_4}{D' d_3} \pm 2\mu GK_2 + 4\mu GW \frac{\sin \gamma_3 \sin \gamma_4}{d_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (181)$$

上の 2 式より K_2 を消去し (104) 式の関係を用ふれば $\tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4)$ を求める式として次式が得られる。

$$\mu^2 D' (G'^2 - \mu^2 D'^2) (D \cos \alpha_0 - G' \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + \mu^2 D' \sin^2 \alpha_0) \tan^2 \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4)$$

$$\begin{aligned}
&+2G'(2L \cos \alpha_0 \mp \mu D)(G'^2 - \mu^2 D'^2) \cos \alpha_0 \tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) \\
&+G'^2 \{(G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0)^2 - (2L \cos \alpha_0 \mp \mu D)^2\} = 0 \dots\dots\dots(182)
\end{aligned}$$

上式より $\tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4)$ を解いた時はこの中で次の条件を満足する値のみを採用する必要がある。

$$\left| \tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) \right| \leq \frac{G'}{\mu D'} \dots\dots\dots(183)$$

上式の条件がある時は一般に (182) 式の第 1 項は非常に小さくなるのでこの項を除いて計算をなせば

$$\tan \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) = \frac{G'}{2(G'^2 - \mu^2 D'^2) \cos \alpha_0} \left\{ \frac{(G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0)^2}{2L \cos \alpha_0 \mp \mu D} \right\} \dots\dots(184)$$

上式と (176) 式とに依り γ_3 及び γ_4 が決定され次に (56) 式に依り $X_3 + X_4, Y_3 - Y_4$ が計算される。然る時は (180) 式に依り Y_3 が得られ、又 (59) 式に依り K_2 及び X_2 が計算せられる。次に X_1 及び Y_1 を求め又 Z_1 は次式に依り求められる。

$$2GZ_1 - D(X_1 + X_2) = 2GIV \dots\dots\dots(185)$$

斯くして X_1, Y_1, Z_1 を求めた時は (17') 式に依り v の値を計算し、これが μ の値より小さく出て居るか否かを検査する。若し v の値が μ より大きく出て來たら斯くの如き運動は成立しないこととなる。

種々の軸距の車輛に就き摩擦係数の値を種々に變へて計算した結果に依れば、常に v の値は μ より大きくなつて來る。故に一般に 2 軸の中の一方が (D) となる如き車輛の運動は成立しないのではないかと考へられるがこれを一般的に證明することは困難である。

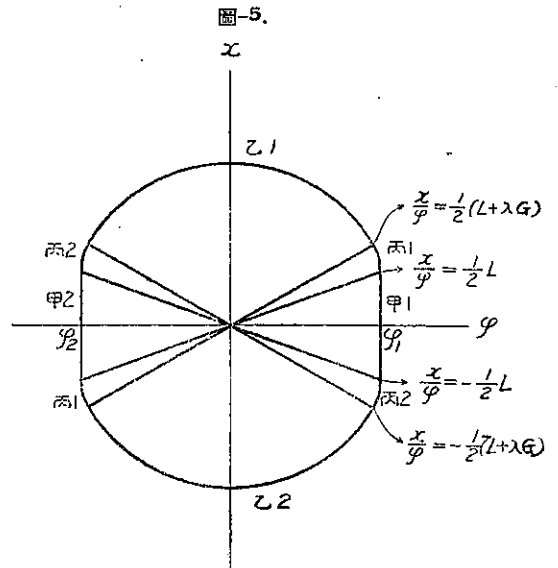
以上の計算に於ては 2 軸の中の一方の車軸を (D) の場合とし、他方の車軸を (C) の場合と假定したのであるが、2 軸共に (D) となる場合も考へ得るわけである。然るにこの様に假定して計算を進めると前に述べた [甲] の場合が導かれ、従つて $v = \mu$ となり假定にも反する。故に 2 軸共に (D) となる場合は生じ得ない。

(vii) 全部の車輪が軌條に對して滑らぬ場合

この時は $p_1 = p_2 = 0, q_1 = 0, q_2 = 0, p_3 = p_4 = 0, q_3 = 0, q_4 = 0$ なるを以て (68) 及び (69) 式より $\varphi = 0, x = 0, e_1 = 0, e_2 = 0$ となる。従つて左右車輪の軌條接觸點に於ける直徑は常に等しく、前軸、後軸共に車軸は正位にあり、車輛は蛇行をしないで進むこととなる。

7. 2 軸車又は 2 軸臺車の蛇行運動

以上に 2 軸車又は 2 軸臺車が軌道上を進む場合の運動に就き種々の場合に分けて説明をしたのであるが、結局蛇行に關係する場合として [甲 1], [甲 2], [乙 1], [乙 2], [丙 1], [丙 2] の 6 種類の運動が考へ得る。然してこれ等 6 種類の運動の成立する範圍を調べると圖-5 に示す如く互に重複する所も無く又不足する箇所もない。従つて車輛が軌道上を進む場合には式の順序



で各種類の運動が繰り返へされることが分る。

[甲 1]→[丙 1]→[乙 1]→[丙 2]→[甲 2]→[丙 1]→[乙 2]→[丙 2]→[甲 1] :

然して [甲 1] に續いて [丙 1] となる爲には表-5 に依り

$$\varphi_4 = \varphi_1 \dots\dots\dots (186)$$

となり、又 [丙 1] に續いて [乙 1] となる爲には表-3 に依り

$$\varphi_4 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}} = \varphi_3 \sqrt{\frac{D - \lambda L \tan \alpha_0}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$$

$$\therefore \varphi_3 = \varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D - \lambda L \tan \alpha_0}} \dots\dots\dots (187)$$

となる。[乙 1] に引き續いて [丙 2] となる爲には表-8 に依り

$$-\varphi_6 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}} = -\varphi_3 \sqrt{\frac{D - \lambda L \tan \alpha_0}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$$

$$\therefore \varphi_6 = \varphi_1 \dots\dots\dots (188)$$

となり、又 [丙 2] に續いて [甲 2] となる爲には表-2 に依り

$$\varphi_2 = -\varphi_6$$

$$\therefore \varphi_2 = -\varphi_1 \dots\dots\dots (189)$$

となる。これより [丙 1], [乙 2], [丙 2] を経て [甲 1] に戻るわけであるが、この間の計算も以上と同様にして行はれる。以上の 1 循環を一括して書けば表-9 の如くなる。

表-9.

[甲 1]	表-1	φ_1	(87) 式
[丙 1]	表-5	$\varphi_4 = \varphi_1$	(137) 式
[乙 1]	表-3	$\varphi_3 = \varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D - \lambda L \tan \alpha_0}}$	(116) 式
[丙 2]	表-8	$\varphi_6 = \varphi_1$	(164) 式
[甲 2]	表-2	$\varphi_2 = -\varphi_1$	(88) 式
[丙 1]	表-6	$\varphi_4 = \varphi_1$	(137) 式
[乙 2]	表-4	$\varphi_3 = \varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D - \lambda L \tan \alpha_0}}$	(116) 式
[丙 2]	表-7	$\varphi_6 = \varphi_1$	(164) 式

表-9 に示す $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_6$ の値を用ひて各種の場合に於ける φ 及び α を示す式を書き直せば表-10 の如くなる。

但し上式に於て

$$\theta_1 = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\lambda(L + \lambda G) \tan \alpha_0}{D - \lambda L \tan \alpha_0}}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}}$$

$$\omega_3 = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{\lambda \tan \alpha_0 (D - \lambda L \tan \alpha_0)}{L + \lambda G}}$$

$$\omega_4 = \omega_6 = 2 \sqrt{\frac{\tan \alpha_0}{GD}}$$

表-10.

	y	φ	x
[甲 1]	$-\frac{1}{2}L \leq y_1 \leq \frac{1}{2}L$	φ_1	$\varphi_1 y_1$
[丙 1]	$0 \leq y_4 \leq \frac{\theta_2}{\omega_4}$	$\varphi_1 \cos \omega_4 y_4$	$\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \sin \omega_4 y_4 + \frac{1}{2} L \varphi_1 \cos \omega_4 y_4$
[乙 1]	$\frac{\theta_1}{\omega_3} \leq y_3 \leq \frac{\pi - \theta_1}{\omega_3}$	$\varphi_1 \sqrt{\frac{D'}{D - \lambda L \tan \alpha_0}} \cos \omega_3 y_3$	$\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{(L + \lambda G)D}{\lambda \tan \alpha_0}} \sin \omega_3 y_3$
[丙 2]	$\frac{\pi - \theta_2}{\omega_5} \leq y_5 \leq \frac{\pi}{\omega_5}$	$\varphi_1 \cos \omega_5 y_5$	$\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \sin \omega_5 y_5 - \frac{1}{2} L \varphi_1 \cos \omega_5 y_5$
[甲 2]	$-\frac{1}{2}L \leq y_2 \leq \frac{1}{2}L$	$-\varphi_1$	$-\varphi_1 y_2$
[丙 1]	$\frac{\pi}{\omega_4} \leq y_4 \leq \frac{\pi + \theta_2}{\omega_4}$	$\varphi_1 \cos \omega_4 y_4$	$\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \sin \omega_4 y_4 + \frac{1}{2} L \varphi_1 \cos \omega_4 y_4$
[乙 2]	$\frac{\pi + \theta_1}{\omega_3} \leq y_3 \leq \frac{2\pi - \theta_1}{\omega_3}$	$\varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D - \lambda L \tan \alpha_0}} \cos \omega_3 y_3$	$\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{(L + \lambda G)D}{\lambda \tan \alpha_0}} \sin \omega_3 y_3$
[丙 2]	$-\frac{\theta_2}{\omega_5} \leq y_5 \leq 0$	$\varphi_1 \cos \omega_5 y_5$	$\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \sin \omega_5 y_5 - \frac{1}{2} L \varphi_1 \cos \omega_5 y_5$

$$\lambda = \frac{L}{G'} \left(\frac{G'^2 - \mu^2 D'^2}{L^2} - \frac{\mu^2 D'^2}{G'^2 - \mu^2 D'^2} \right) \cos \alpha_0$$

$$G' = G \cos \alpha_0 - D \sin \alpha_0$$

$$D' = G \sin \alpha_0 + D \cos \alpha_0$$

表-10 に示す各種の場合の境界に於ける φ 及び x の値を求めれば表-11 の如くなる。

表-11.

境 界	φ	x	$\frac{x}{\varphi}$
[甲 1]-[丙 1]	φ_1	$\frac{1}{2} L \varphi_1$	$\frac{1}{2} L$
[丙 1]-[乙 1]	$\varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2} \varphi_1 (L + \lambda G) \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2} (L + \lambda G)$
[乙 1]-[丙 2]	$-\varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2} \varphi_1 (L + \lambda G) \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2} (L + \lambda G)$
[丙 2]-[甲 2]	$-\varphi_1$	$\frac{1}{2} L \varphi_1$	$-\frac{1}{2} L$
[甲 2]-[丙 1]	$-\varphi_1$	$-\frac{1}{2} L \varphi_1$	$\frac{1}{2} L$
[丙 1]-[乙 2]	$-\varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2} \varphi_1 (L + \lambda G) \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$\frac{1}{2} (L + \lambda G)$
[乙 2]-[丙 2]	$\varphi_1 \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2} \varphi_1 (L + \lambda G) \sqrt{\frac{D}{D + \lambda^2 G \tan \alpha_0}}$	$-\frac{1}{2} (L + \lambda G)$
[丙 2]-[甲 1]	φ_1	$-\frac{1}{2} L \varphi_1$	$-\frac{1}{2} L$

表-10 に依り 2 軸車又は 2 軸臺車が爲す蛇行運動を知ることが出来るのであるが、これより分るように φ の最大値又は最小値は $y_1=0$ 又は $q_2=0$ なる時に生じその絶対値は φ_1 となる。又 x の最大値又は最小値は $y_2 = \frac{\pi}{2\omega_2}$ 又は $y_2 = \frac{3\pi}{2\omega_2}$ なる時に生じその絶対値は $\frac{1}{2} \varphi_1 \sqrt{\frac{(L+\lambda G)D}{\lambda \tan \alpha_0}}$ となり、これが車體又は臺車の重心に於ける蛇行に依る左右動の振幅の 1/2 を示す。

2 軸車又は 2 軸臺車が蛇行を爲す時の蛇行の週期をその間に車輛が進む延長 S を以て表す時は表-10 に依り

$$S = 2 \left(L + \frac{\theta_2}{\omega_4} + \frac{\pi - 2\theta_1}{\omega_3} + \frac{\theta_2}{\omega_5} \right) \dots\dots\dots(190)$$

となる。上式を書き直せば

$$S = 2 \left\{ L + \sqrt{\frac{GD}{\tan \alpha_0}} \tan^{-1} \lambda \sqrt{\frac{G \tan \alpha_0}{D}} + D \sqrt{\frac{L + \lambda G}{\lambda \tan \alpha_0 (D - \lambda L \tan \alpha_0)}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{D - \lambda L \tan \alpha_0}{\lambda (L + \lambda G) \tan \alpha_0}} \right\} \dots\dots\dots(191)$$

上式に示す如く蛇行 1 週期の延長 S は車輛の速度及び蛇行の振幅に關係せず一定値となる。

特に $\tan \alpha_0$ の値が小なる時は $\tan \alpha_0$ を分子に含む項を除外して S は次式に依り計算される。

$$S \doteq \pi \sqrt{\frac{D(L + \lambda G)}{\lambda \tan \alpha_0}} \dots\dots\dots(192)$$

次に蛇行 1 週期を爲す間に於ける p_1, q_1 等を表-9 に示す $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ の値を用ひて書けば下の如くなる。

[甲 1]:

$$\left. \begin{aligned} p_1 = p_2 = 0 \\ p_3 = p_4 = 0 \\ q_1 = 0 \\ q_2 = -\frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L + y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \\ q_3 = 0 \\ q_4 = \frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L - y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(193)$$

[甲 2]:

$$\left. \begin{aligned} p_1 = p_2 = 0 \\ p_3 = p_4 = 0 \\ q_1 = -\frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L + y_1 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \\ q_2 = 0 \\ q_3 = \frac{4v}{D} \left(\frac{1}{2} L - y_2 \right) \varphi_1 \tan \alpha_0 \\ q_4 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(194)$$

[乙 1] 及び [乙 2]:

$$\left. \begin{aligned} p_1 = p_2 = -\frac{1}{2} Lv \sqrt{\frac{D}{D - \lambda L \tan \alpha_0}} \varphi_1 \left(\frac{2\lambda \tan \alpha_0}{D} \cos \omega_3 y_3 + \omega_3 \sin \omega_3 y_3 \right) \\ p_3 = p_4 = -\frac{1}{2} Lv \sqrt{\frac{D}{D - \lambda L \tan \alpha_0}} \varphi_1 \left(\frac{2\lambda \tan \alpha_0}{D} \cos \omega_3 y_3 - \omega_3 \sin \omega_3 y_3 \right) \\ q_1 = p_1 \frac{\tan \gamma_1}{\cos \alpha_0} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 q_2 &= p_2 \frac{\tan \gamma_2}{\cos \alpha_0} \\
 q_3 &= p_3 \frac{\tan \gamma_3}{\cos \alpha_0} \\
 q_4 &= p_4 \frac{\tan \gamma_4}{\cos \alpha_0}
 \end{aligned}
 \tag{195}$$

[丙 1]:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_2 = -\omega_4 v L \varphi_1 \sin \omega_4 \gamma_4 \\
 q_1 &= p_1 \frac{\tan \gamma_1}{\cos \alpha_0} \\
 q_2 &= p_2 \frac{\tan \gamma_2}{\cos \alpha_0} \\
 q_1 - q_2 &= \frac{4v}{D} L \varphi_1 \tan \alpha_0 \cos \omega_4 \gamma_4 \\
 p_3 &= p_4 = 0 \\
 q_3 &= 0 \\
 q_4 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{196}$$

[丙 2]:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_2 = 0 \\
 q_1 &= 0 \\
 q_2 &= 0 \\
 p_3 &= p_4 = \omega_6 v L \varphi_1 \sin \omega_6 \gamma_6 \\
 q_3 &= p_3 \frac{\tan \gamma_3}{\cos \alpha_0} \\
 q_4 &= p_4 \frac{\tan \gamma_4}{\cos \alpha_0} \\
 q_3 - q_4 &= -\frac{4v}{D} L \varphi_1 \tan \alpha_0 \cos \omega_6 \gamma_6
 \end{aligned}
 \tag{197}$$

8. 計算例

2 軸貨車「ト」に就て蛇行の周期及び蛇行が軌道に及ぼす横壓力等を計算することとする。

車輪の踏面及び軌條に全然磨耗がなく、且軌條が水平に敷設せられて居る時は狭軌軌道に於て左右車輪の軌條との接觸點間の距離 G は下の如くなる。

30 kg 軌條	$G = 1.097$ m
37 kg "	$G = 1.099$ "
50 kg "	$G = 1.105$ "

次に述べる計算に於ては 37 kg 軌條の場合として

$$G = 1.099$$

とする。車輛の軸距、車輪の直径、車輪踏面の勾配、車輪踏面と軌條との間の摩擦係数を次の如くする。今後の計算に於ては長さの單位は總て m とする。

$$L = 3.000, \quad D = 0.858, \quad \tan \alpha_0 = 0.050, \quad \mu = 0.200$$

以上の値を用ひて計算を行へば

$$\sin \alpha_0 = 0.050, \quad \cos \alpha_0 = 0.999$$

$$G' = G \cos \alpha_0 - D \sin \alpha_0 = 1.055$$

$$D' = G \sin \alpha_0 + D \cos \alpha_0 = 0.912$$

$$G'^2 - \mu^2 D'^2 = 1.079$$

$$\lambda = \frac{L}{G'} \left(\frac{G'^2 - \mu^2 D'^2}{L^2} - \frac{\mu^2 D'^2}{G'^2 - \mu^2 D'^2} \right) = 0.253$$

$$G' \cos \alpha_0 - \mu^2 D' \sin \alpha_0 = 1.052$$

[甲 1] に就て計算を行へば

(80) 式に依り $\gamma_1 = 90^\circ, \quad \gamma_2 = -90^\circ, \quad \gamma_3 = -90^\circ, \quad \gamma_4 = 90^\circ$

(92) 式に依り $-1.500 \leq y_1 \leq 1.500$

(193) 式に依り

$$p_1 = p_2 = 0 \quad p_3 = p_4 = 0, \quad q_1 = 0, \quad q_3 = 0$$

$$q_2 = -0.233 v \varphi_1 (1.500 + y_1)$$

$$q_4 = 0.233 v \varphi_1 (1.500 - y_1)$$

y_1	-1.500	0	1.500
q_2	0	-0.350 $v \varphi_1$	-0.699 $v \varphi_1$
q_4	0.699 $v \varphi_1$	0.350 $v \varphi_1$	0

(94) 式に依り $X_1 = X_3 = 0.050 W, \quad X_2 = X_4 = -0.050 W$

$$Y_1 = Y_3 = -0.200 W, \quad Y_2 = Y_4 = 0.200 W$$

[丙 1] に就て計算を行へば

(136) 式に依り $\omega_4 = 0.461$

(143) 式に依り $\theta_2 = 3^\circ 40' = 0.0641$

(146) 式に依り $0^\circ \leq \omega_4 y_4 \leq 3^\circ 40' \quad \therefore \quad 0 \leq y_4 \leq 0.1391$

(196) 式に依り $p_1 = p_2 = -1.382 v \varphi_1 \sin \omega_4 y_4$

$\omega_4 y_4$	0°	$1^\circ 50'$	$3^\circ 40'$
y_4	0	0.0696	0.1391
$p_1 = p_2$	0	-0.0442 $v \varphi_1$	-0.0885 $v \varphi_1$

(153) 式に依り $\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$ を求め、次に (104) 式に依り $\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ を求めれば下表の如くなる。 $\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ は $\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$ の 1 個の値に對して 2 通り得られるが、この中で (154) 式の條件を満す値を選ぶ必要がある。

$\omega_4 y_4$	0°	$1^\circ 50'$	$3^\circ 40'$
$\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$	-5.79	-4.04	-2.93
$\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$	$-80^\circ 12'$	$-76^\circ 06'$	$-71^\circ 09'$
$\sin \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$	-0.1704	-0.1678	-0.1636
$\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$	$189^\circ 48'$	$189^\circ 40'$	$189^\circ 25'$
γ_1	$109^\circ 37'$	$113^\circ 34'$	$118^\circ 16'$
γ_2	-90°	$-94^\circ 14'$	$-99^\circ 26'$

$\omega_4 y_4 = 0$ の時の γ_1, γ_2 は (158) 式に依つても計算せられ上表の結果と一致する。

$p_1, p_2, \gamma_1, \gamma_2$ が定つた時は (196) 式に依り q_1, q_2 が求められる。

$\omega_4 y_4$	0°	1°50'	3°40'
q_1	0	0.102 $v\varphi_1$	0.165 $v\varphi_1$
$q_1 - q_2$	0.699 $v\varphi_1$	0.699 $v\varphi_1$	0.698 $v\varphi_1$
q_2	-0.699 $v\varphi_1$	-0.597 $v\varphi_1$	-0.533 $v\varphi_1$

(196) 式に依り

$$p_3 = p_4 = 0, \quad q_3 = 0, \quad q_4 = 0$$

(56) 式に依り

$\omega_4 y_4$	0°	1°50'	3°40'
$X_1 + X_2$	0.072 W	0.102 W	0.137 W
$X_1 - X_2$	0.170 W	0.170 W	0.170 W
$Y_1 - Y_2$	-0.389 W	-0.383 W	-0.373 W
X_1	0.121 W	0.136 W	0.153 W
X_2	-0.049 W	-0.034 W	-0.016 W
Y_1	-0.195 W	-0.192 W	-0.187 W
Y_2	0.195 W	0.192 W	0.187 W

(78) 及び (79) 式に依り

$\omega_4 y_4$	0°	1°50'	3°40'
$X_3 + X_4$	-0.072 W	-0.102 W	-0.137 W
Y_3	-0.003 W	-0.087 W	-0.187 W
Y_4	0.003 W	0.087 W	0.187 W

[乙 1] に就て計算を行へば

(187) 式に依り $\varphi_2 = 1.023 \varphi_1$

(115) 式に依り $\omega_3 = 0.1312$

(119) 式に依り $\theta_1 = 12^\circ 43' = 0.222$

(120) 式に依り $12^\circ 43' \leq \omega_3 y_3 \leq 167^\circ 17'$

$$1.690 \leq y_3 \leq 22.22$$

(105) 式に依り $\tan \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = -2.93$

$$\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) = -71^\circ 09' \quad \text{又は} \quad 108^\circ 51'$$

(104) 式に依り

$$\sin \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) = -0.1637 \quad \text{又は} \quad 0.1637$$

$$\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2) = \begin{cases} -9^\circ 25' \\ 189^\circ 25' \end{cases} \quad \text{又は} \quad \begin{cases} 9^\circ 25' \\ 170^\circ 35' \end{cases}$$

これより γ_1, γ_2 は次の 2 組が得られる。

$$\begin{cases} \gamma_1 = -80^\circ 34' \\ \gamma_2 = 61^\circ 44' \end{cases} \quad \text{又は} \quad \begin{cases} \gamma_1 = 118^\circ 16' \\ \gamma_2 = -99^\circ 26' \end{cases}$$

(124) 式に依り $\cos \gamma_1 < 0, \cos \gamma_2 < 0$ となるを以て結局

$$\begin{cases} \gamma_1 = 118^\circ 16' \\ \gamma_2 = -99^\circ 26' \end{cases}$$

となる。(102) 式に依り

$$\begin{cases} \gamma_3 = 80^\circ 34' \\ \gamma_4 = -61^\circ 44' \end{cases}$$

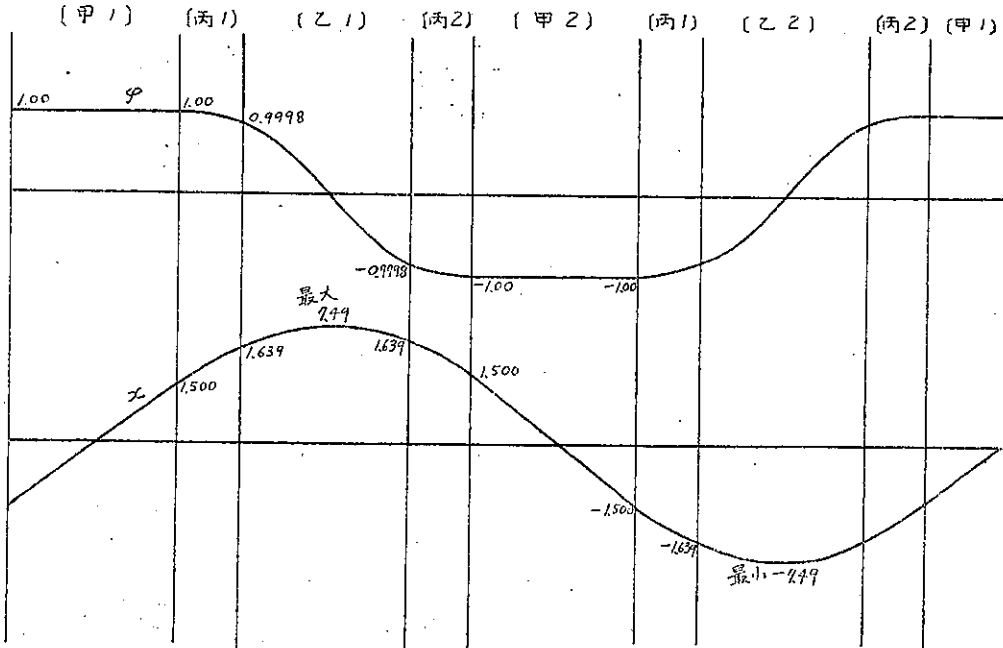
(195) 式に依り

ω_2/ω_1	$12^\circ 45'$	$51^\circ 22'$	$90^\circ 00'$	$128^\circ 38'$	$167^\circ 17'$
$P_1 = P_2$	$-0.089 v\varphi_1$	$-0.186 v\varphi_1$	$-0.202 v\varphi_1$	$-0.129 v\varphi_1$	0
$P_3 = P_4$	0	$0.129 v\varphi_1$	$0.202 v\varphi_1$	$-0.186 v\varphi_1$	$0.089 v\varphi_1$
q_1	$0.165 v\varphi_1$	$0.346 v\varphi_1$	$0.376 v\varphi_1$	$0.234 v\varphi_1$	0
q_2	$-0.533 v\varphi_1$	$-1.118 v\varphi_1$	$-1.216 v\varphi_1$	$-0.759 v\varphi_1$	0
q_3	0	$0.759 v\varphi_1$	$1.216 v\varphi_1$	$1.118 v\varphi_1$	$0.533 v\varphi_1$
q_4	0	$-0.234 v\varphi_1$	$-0.376 v\varphi_1$	$-0.346 v\varphi_1$	$-0.165 v\varphi_1$

(129) 式に依り $X_1 + X_2 = 0.137 W$

(56) 式に依り $X_1 - X_2 = 0.170 W$

圖-6.



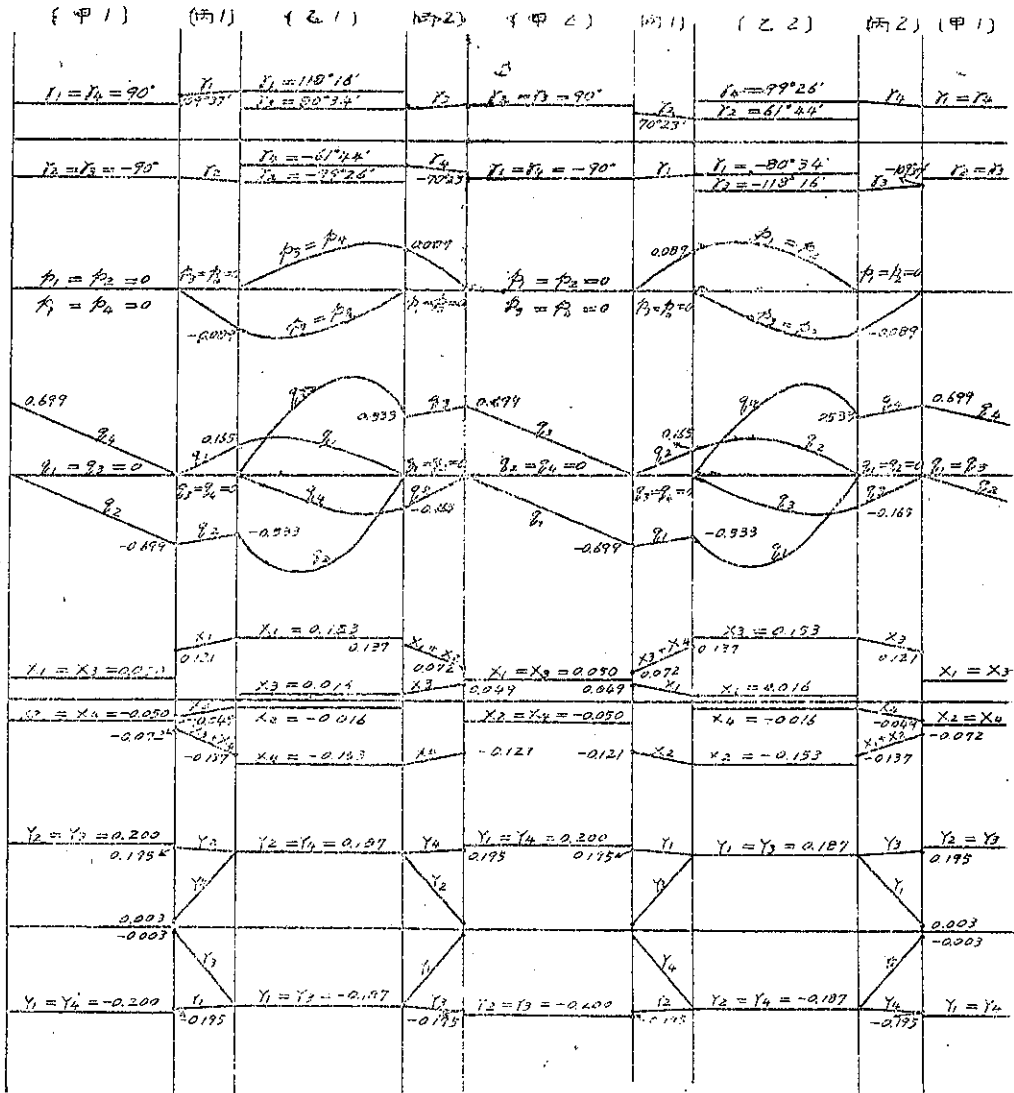
(130) 式に依り $Y_1 - Y_2 = -0.374 W, \quad X_1 = 0.153 W, \quad X_2 = -0.016 W$
 $Y_1 = -0.187 W, \quad Y_2 = 0.187 W$

(132) 及び (133) 式に依り $X_3 = 0.016 W, \quad X_4 = -0.153 W,$
 $Y_3 = -0.187 W, \quad Y_4 = 0.187 W$

これより [丙 2], [甲 2], [丙 1], [乙 2], [丙 2] を経て [甲 1] に戻るのであるが, これ等の場合に於ける γ, p, q, X, Y 等は以上の計算と同様にして行はれるのであるが此處には省略することゝす。

蛇行の一週期の間における γ, p, q, X, Y の變化の状態を一括して示せば圖-6 及び圖-7 の如くなる。これ等の圖は變化の大略を示すに止まり縮尺は一定して居ない。圖-6, 7 に依り見られる如く (96) 式に於ては q_1, q_3 を

圖-7.



0としたのであるが、若し q_1, q_2 を 0 とせずに q_3, q_4 を 0 と置く時は [甲 1] の始點及び終點に於て q_1, q_2, q_3, q_4 が不連続となる爲、結局車輛が連続して蛇行する場合には q_3, q_4 を 0 と爲し得ないこととなる。

次に (190) 式に依り車輛の蛇行の週期を計算すれば 47.6 m となり、(192) 式に依り計算すれば 46.9 m となり略、一致する。蛇行の 1 週期の中に於ける各種の運動の生ずる延長を一括して示せば次表の如くなる。

[甲 1]	[丙 1]	[乙 1]	[丙 2]	[甲 2]	[丙 1]	[乙 2]	[丙 2]	計
3.00	0.14	20.53	0.14	3.00	0.14	20.53	0.14	47.08

上表より見られる如く [丙 1] 及び [丙 2] の生ずる延長は極めて僅かであつて大部分は [乙 1] 及び [乙 2] となる。

蛇行 1 週期の中に於ける X_1, X_2 等の平均値を求めるに當り上記の理由に依り [乙 1] の場合と [乙 2] の場合とだけを考慮すれば充分である。然る時は

$$X_1 = X_3 = 0.085 W$$

$$X_2 = X_4 = -0.085 W$$

車輛が蛇行をせずに進む時は車輪の踏面の勾配に依り

$$X_1 = X_3 = 0.050 W$$

$$X_2 = X_4 = -0.050 W$$

となる筈であるが車輛の蛇行に依り軌條に及ぼす横壓力の平均値が 70% 増加したことになる。車輛の通過時に於て軌條の横移動量又は横方向の應力を測定した結果に於てもその平均値は車輪の踏面の勾配に起因する横壓力より大きな値となり、これを蛇行に起因する横壓力と考へることに依り説明が付けられる。

(昭. 18. 5. 5. 受付)