

# 論 說 報 告

第 29 卷 第 6 號 昭和 15 年 6 月

## 若干の高次不静定構橋の解法に就て (1)

正會員 工學博士 棚 橋 諒\*

**緒 言** 高次不静定の架構は普通解きにくいので橋梁の様に精解を必要とする場合には理論的には避けるのがよいのであるが、具體的には仲々そうは行かない。普通静定と考へられて居るトラスにしても節點の剛な條件を考へに入れれば高次の不静定構であつて、その精解は回避せられて居るわけである。こう云ふ高次不静定の構橋の中から若干の解析の簡単な形式のものを抽出して解法を提示する。

不静定構はたとへどの様に高次のものであつても、形の上ではこれを解くべき方程式を見出すことは出来るのであるが、これを解く上に實際上の困難を伴ふのである。従つて彈性方程式の未知量をいかなるものに撰べば解き易い方程式が得られるか、と云ふ事が考察の主題である。近時未知量として断面力をとらずに變形量をとることによつて矩形の剛節架構の解法が簡易化されたため、變形を未知量にとる方法が他の架構にもしばしば應用されたが、この方法は架構の形状變形の自由度の大なる場合には解法を簡易にすると云ふ點で殆ど成功しないのである。筆者は断面力を未知量にとつて、彈性方程式を三項等式方程式にすることの出来る若干の高次不静定構について考察を進めたのである。尙右研究について學術研究會議の應用力學部門講演會に於ける講演に際して田中 豊博士の御示教のあつたこと、日本學術振興會から「不静定架構解法」の研究について援助を受けて居ることを附記して筆者の深甚の謝意を表する次第である。

### 1.

#### 1. 架 構 型 式

圖-1 に示す様な補剛桁では豎材が剛桁に滑節にとりつけられるものと普通は考へられ、従つて一次不静定構と考へて解かれて居るのであるが、剛桁との間が剛にとりついて居る様な場合を考察する。力學的にこれと相似な多くの構橋型式が考へられる。我々は今は豎材及び剛桁を單材として考察を進めるが、これらがトラスに組まれて居ても、それは同様である。

架構の一般的記號は圖-3 の様に定める。 $h, \lambda$  は長さ、 $\beta$  は角度、 $F$  は材斷面積、 $J$  は材二次率である。

#### 2. 基本架構、不静定力及び彈性方程式

圖-2 に示す様に剛桁の各格間の中間に鉸を想定すれば静定となる故これを基本構と見なし、鉸の位置に於て作用すべきモーメント  $X_1, X_2, \dots, X_n$  を不静定量と考へる(この場合上の

部材の材軸力を未知量としてもよいのであつて方程式も全く同形で得られるが、基本架構の性状があまりに架構そのものの性質と異なるために解が誤差に敏感になるので解法として良くない(この種の撰擇は不静定架構の解法に關して重要な事項である)。

鉸位置を格間の中央とし、圖-4 の如く、 $X_r=1$  なる不静定力はこの鉸位置に、互に逆向きに  $M_r = \frac{h_r + h_{r-1}}{2}$

\* 京都帝國大學助教授

圖-1.

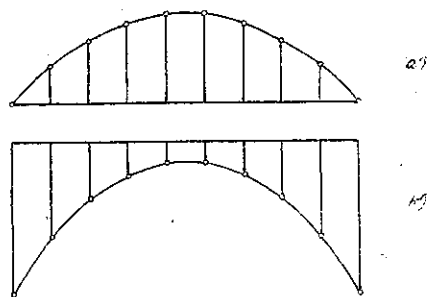


圖-2.

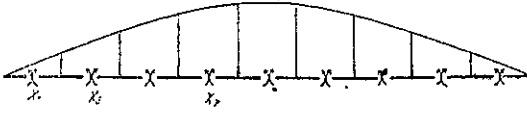


圖-3.

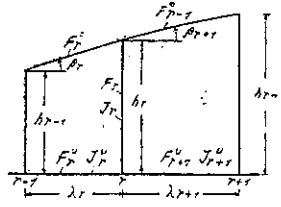
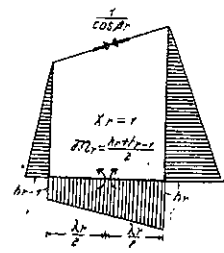


圖-4.



なるモーメントの作用する状況とすれば、方程式係数  $\delta_{r,r}$ ,  $\delta_{r,r-1}$ ,  $\delta_{r,r+1}$  は次の形となる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{r,r} &= \frac{h'_r}{3} h^2_r + \frac{h'_{r-1}}{3} h^2_{r-1} + \frac{\lambda'_r}{3} (h^2_{r-1} + h_r h_{r-1} + h^2_{r-1}) \\ &\quad + \frac{1}{\cos^2 \beta_r \cos \beta_r} \frac{J_c}{F_r^0} + \tan^2 \beta_r \left( \frac{J_c}{F_r} h_r + \frac{J_c}{F_{r-1}} h_{r-1} \right) + \frac{J_c}{F_r^u} \lambda_r \\ \delta_{r,r+1} &= -\frac{1}{3} h'_r h^2_r - \tan \beta_r \tan \beta_{r+1} \frac{J_c}{F_r} h_r \\ \delta_{r,r-1} &= -\frac{1}{3} h'_{r-1} h^2_{r-1} - \tan \beta_r \tan \beta_{r-1} \frac{J_c}{F_{r-1}} h_{r-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

但し上式に於て、

$$\left. \begin{aligned} h'_r &= h_r \frac{J_c}{J_r} \\ \lambda'_r &= \lambda_r \frac{J_c}{J_r^u} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

従つて弾性方程式は次の形で示される。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 &= -\sum P_m \delta_{m1} \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 &= -\sum P_m \delta_{m2} \\ \dots \dots \dots \\ \delta_{r,r-1} X_{r-1} + \delta_{r,r} X_r + \delta_{r,r+1} X_{r+1} &= -\sum P_m \delta_{mr} \\ \dots \dots \dots \\ \delta_{m,n-1} X_{n-1} + \delta_{mn} X_n &= -\sum P_m \delta_{mn} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

(3) 式の  $\delta_{mr}$  は  $X_r=1$  をあたへたときの任意の載荷点  $m$  の載荷方向の變移量であつて下弦上に荷重が走行する様な場合には勿論下弦の各點の垂直變移量である。

3.  $\delta_{mr}$  の算出

今  $X_r=1$  をあたへたときの架構の變形を求めめるためには圖-5 の如き Netzlinie を考へ、それぞれの變長  $\Delta v_r, \Delta v_r', \Delta v_r'', \Delta v_r, \Delta d_r, \Delta d'_{r-1}$  を求めてこれらから Williot の變移圖を描けば求められる。但し上の値の中、 $\Delta d_r, \Delta d'_{r-1}$  は曲げモーメントの状況によつて定められる。乃ち

圖-5.

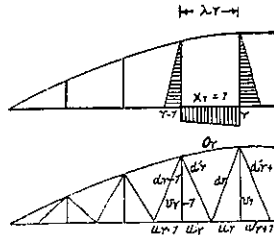
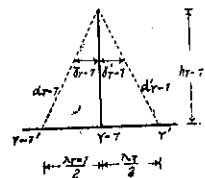


圖-6.



$$\begin{aligned}
 \Delta o_r &= \frac{1}{\cos \beta_r} \frac{J_c}{F r^0} \frac{\lambda_r}{\cos \beta_r} \\
 \Delta v_{r-1} &= \tan \beta_r \frac{J_c}{F r-1} h_{r-1} \\
 \Delta v_r &= -\tan \beta_r \frac{J_c}{F r} h_r \\
 \Delta u_r &= \frac{J_c}{F r^2} \frac{\lambda_r}{2} \\
 \Delta u'_r &= \frac{F_c}{F r^2} \frac{\lambda_r}{2} \\
 \Delta d_{r-1} &= \left[ \frac{h'_{r-1}}{3} h^2_{r-1} \right] \sin \gamma_{r-1} + \left[ \frac{J_c}{F r-1} h_{r-1} \tan \beta_r \right] \cos \gamma_{r-1} \\
 \Delta d'_{r-1} &= -\left[ \frac{h'_{r-1}}{3} h^2_{r-1} \right] \sin \gamma_{r-1} + \left[ \frac{J_c}{F r-1} h_{r-1} \tan \beta_r \right] \cos \gamma'_{r-1} \\
 &\quad - \frac{\lambda'_r}{2} h_{r-1} \sin \gamma_{r-1} \cdot \frac{1}{6} \left[ 2h_{r-1} + \frac{h_{r-1} + h_r}{2} \right] - \left[ \frac{J_c \lambda_r}{F r^2} \frac{\lambda_r}{2} \right] \sin \gamma'_{r-1} \\
 \Delta d_r &= -\left[ \frac{h'_r}{3} h^2_r \right] \sin \gamma_r - \left[ \frac{J_c}{F r} h_r \tan \beta_r \right] \cos \gamma_r \\
 &\quad - \frac{\lambda'_r}{2} h_r \sin \gamma_r \cdot \frac{1}{6} \left[ 2h_r + \frac{h_{r-1} + h_r}{2} \right] - \left[ \frac{J_c \lambda_r}{F r^2} \frac{\lambda_r}{2} \right] \sin \gamma_r \\
 \Delta d'_r &= \left[ \frac{h'_r}{3} h^2_r \right] \sin \gamma_r - \left[ \frac{J_c}{F r} h_r \tan \beta_r \right] \cos \gamma'_r
 \end{aligned} \tag{4}$$

(4) 式の諸値と (1) 式の諸値との間には共通な部分がある故に、この部 (4) と (1) とは關聯して計算し置くのが便利である。

尙荷重が節點以外にも作用するときは圖-7 の様に  $r-1$  と  $r'$  及び  $r'$  と  $r$  の間は曲げによる變形を加へねばならない。その量は圖-8 に示す様に

圖-7.

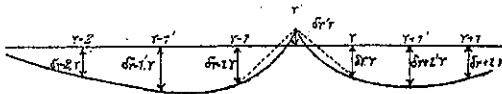
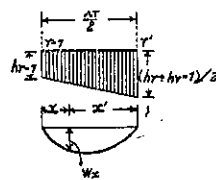


圖-8.



$$W'_x = \frac{1}{6} \frac{\lambda_r}{2} \cdot \frac{\lambda_r}{2} \left( h_{r-1} v'D + \frac{h_{r-1} + h_r}{2} \omega D \right)$$

但し  $\omega D = \xi - \xi^3, \quad \omega'D = \xi' - \xi'^3, \quad \xi = x / \frac{\lambda_r}{2}, \quad \xi' = x' / \frac{\lambda_r}{2}$

4. 方程式の一般解と不静定力に對する影響線

( ) の方程式は三項等式であるから簡単に連分數計算又は圖式に一般解が求められる。従つて  $[\delta_{ik}]$ -Matrix の共軛マトリックスを  $[\beta_{ik}]$ -Matrix とすれば

$$\begin{aligned}
 X_r &= -[\beta_{r1} \sum P_m \delta_{m1} + \beta_{r2} \sum P_m \delta_{m2} + \dots + \beta_{rn} \sum P_m \delta_{mn}] \\
 &= -\sum P_m (\beta_{r1} \delta_{m1} + \beta_{r2} \delta_{m2} + \dots + \beta_{rn} \delta_{mn}) \\
 &= -\sum P_m A_{mr} \dots \dots \dots \tag{5}
 \end{aligned}$$

$-4m_r$  は  $X_r$  に対する影響線であつて、 $\delta_{mr}$ -Line を  $\beta$  に従つて組合すことによつて得られる。この操作は連分計算の際の係数値を用ゐるか若しくは、圖式で行ふことによつて簡易にせられる。

### 5. 各部材の部材断面力に対する影響線

各部材の部材断面力の影響線は基本架構の影響線と不静定力の影響線とを組み合わせることによつて得られるのであるが、弾性方程式が三項等式になる様に不静定力が撰ばれて居る場合には組み合わせべき不静定力の影響線は 1 又は 2 個であるから組み合わせが簡単である。

#### a) 上弦材の部材力の影響線

$O_r$  を上弦材部材力、 $O_r^0$  を基本架構の上弦部材力とする。

$$\begin{aligned} O_r &= O_r^0 + X_r \frac{s_r}{s_r \cos \beta_r} & s_r &= (l_r - 1 + l_r)/2 \\ &= -\frac{M_r^0}{s_r \cos \beta_r} + \frac{X_r}{\cos \beta_r} = \frac{1}{\cos \beta_r} \left( -\frac{M_r^0}{s_r} + X_r \right) \end{aligned}$$

但し  $M_r^0$  は  $r'$  點を通る断面に関する基本架構の外力による曲げモーメントを意味する。従つて  $M_r^0/s_r$ -Line と  $X_r$ -Line を組み合わせれば得られる。

#### b) 下弦材材軸力の影響線

$$U_r = U_r^0 - X_r = \frac{M_r^0}{s_r} - X_r$$

但し  $U_r$  を下弦部材力、 $U_r^0$  を基本架構の下弦部材力とする。

従つて  $U_r$ -Line と  $O_r$ -Line とは同形で符號と乗數 (Multiplikator) を異にするのみである。

#### c) 下弦材材端のモーメントに対する影響線

$$M_{r,r-1} = -Q_r^0 \frac{\lambda_r}{2} - Pc + X_r/l_r$$

但し  $Q_r^0$  は基本構について  $r'$  點に對する外力による剪斷力を意味し、 $P$  は  $r'r$  の間に作用する外力、 $c$  はその作用點から  $r$  までの距離

$$Q_r^0 = Q_r^0 + Pc$$

とすれば  $Q_r^0/l_r$ -Line は簡単な折線形であつて、 $Q_r^0$ -Line の  $r$  に對する點と  $r'$  に對する點を直線で結んだ線となる。

$$\therefore Q_r = -l_r \left( \frac{Q_r^0}{l_r} - X_r \right)$$

$Q_r^0/l_r$ -Line と  $X_r$ -Line を組み合わせれば得られる。

#### d) 垂直材下端のモーメントに対する影響線

これは下弦材の材端のモーメントの差であるから下弦材材端モーメントの影響線から簡単に得られる。

〔例題〕

圖-9 に示すが如き張間 80 m 下弦格間數 10 の場合の解法を次に示す。

部材断面は上弦材及垂直材は  $30 \times 30$  cm, 下弦材  $30 \times 80$  cm とし  $J_0$  は下弦材の二次モーメントを取る。然る時は  $\lambda_r = 800$  cm,  $h_r = 18.785$  hr となる。圖-9 に材長, 断面積, 二次モーメント, 上弦材の  $tg$  値等を示し, 餘力の記號を圖-10 に記入する。

方程式係数の計算過程は表-1 a), b) によつて示され、表に示す如く材軸力による變形は微量で實際には無視し得る。方程式係数表として表-2 が得られる。

次に方程式の右邊の  $\delta_{mr}$  乃ち基本構に  $X_r=1$  の作用した場合の各點の撓みを求めるためには先づ部材及想定部材の變長を (1)~(4) 式によつて求めねばならない。表-3 は  $Ad$  の計算の表であつてこの表に示す如く材軸力による變形は微量であつて無視することが出来るであらう。表-4 は、各部材の變長を示したものでこれによつて明らかな様に  $Ad$  の曲げによる變長のみ計算しおけば、他は無視して實用には差支へない。これらの諸値から Williot 變移圖によつて  $\delta_{ms}$  を求めたものを表-5 に示し、 $\delta_{ms}$  の値から (5) 式によつて  $X_r$  に対する影響線の各節點縦距

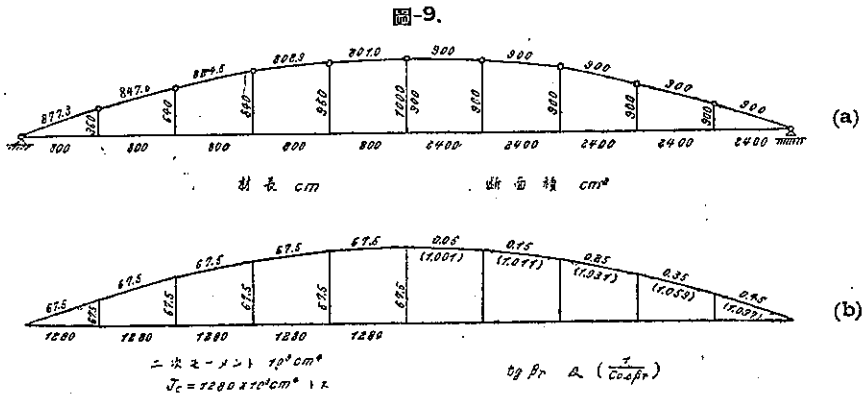


圖-10.

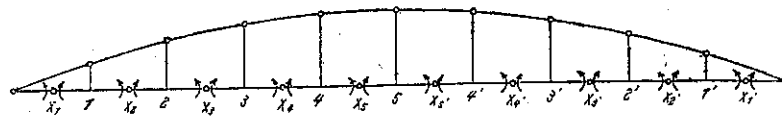


表-1. (a)

$r$		1	2	3	4	5	6	單位
曲ト げによる モー メン ン	$\frac{h'_r}{3} h_r^2$	0.29216	1.64138	3.71120	5.53998	6.26160	5.53998	$10^9$
	$\frac{h'_{r-1}}{3} h_{r-1}^2$	0	0.29216	1.64138	2.71120	5.53998	6.26160	"
	$\frac{\lambda'_r}{3} (h_{r-1}^2 + h_r h_{r-1} + h_r^2)$	0.03456	0.20523	0.44075	0.64896	0.76844	0.76844	"
材軸力による 項	$\frac{1}{\cos^2 \beta_r} \frac{J_c}{F_r} \frac{\lambda_r}{\cos \beta_r}$	0.00150	0.00135	0.00124	0.00117	0.00114	0.00114	"
	$\tan \beta_r^2 \left( \frac{J_c}{F_r} h_r + \frac{J_c}{F_{r-1}} h_{r-1} \right)$	0.00010	0.00017	0.00013	0.00006	0.00001	0.00001	"
	$\frac{J_c}{F u_r} \lambda_r$	0.00043	0.00043	0.00043	0.00043	0.00043	0.00043	"
$\Sigma = \delta_{rr}$		328.75	2140.72	5795.14	9901.80	12571.60	12571.60	$10^9$

(b)

r	1	2	3	4	5	6	單位
$-\frac{h'_r}{3} h^2_r$	-0.29216	-1.64138	-3.71120	-5.53998	-6.26160	-5.53998	10°
$-\tan \beta_r \tan \beta_{r+1} \frac{J_c}{F_r} h_r$	-0.00008	-0.00008	-0.00004	-0.00001	0	-0.00001	"
$\Sigma = \delta_{r,r+1}$	-292.24 $\delta_{12}$	-1641.46 $\delta_{23}$	-3711.24 $\delta_{34}$	-5539.99 $\delta_{45}$	-6261.60 $\delta_{56}$	-5539.99 $\delta_{67}$	10°

表-2. 方程式係数  $\delta_{rs}$  の表 (單位 10° cm³)

S \ r	1	2	3	4	5	5'	4'	3'	2'	1'
1	0.329	-0.292								
2	-0.292	2.141	-1.641							
3		-1.641	5.795	-3.711						
4			-3.711	9.901	-5.540					
5				-5.540	12.571	-6.261				
5'					-6.261	12.571	-5.540			
4'						-5.540	9.901	-3.711		
3'							-3.711	5.795	-1.641	
2'								-1.641	2.141	-0.292
1'									-0.292	0.329

$\Delta_{mr}$  を求めたものを表-6 に示す。走行荷重が節点荷重としてのみ作用する場合には、表-6  $\Delta_{mr}$  の値を結んだ  $\Delta_{mr}$ -Line が  $X_r$  に對する影響線となるのであるが、走行荷重が下弦材に直接作用する場合には次の如き考慮を要する。

表-3.  $X_r=1$  に對する  $\Delta d$  の計算 (a) (單位 10°)

		r=2	r=3	r=4	r=5	r=6	r=7
a	$\frac{1}{3} h'_{r-1} h^2_{r-1} \sin \gamma_{r-1}$	217.19	869.79	1595.53	2130.21	2326.18	2130.21
b	$\frac{J_c}{F_{r-1}} h_{r-1} \tan \beta_r \cos \gamma_{r-1}$	0.12	0.19	0.16	0.06	0.07	0.19
c	$\frac{\lambda'_r}{2} h_{r-1} \sin \gamma_{r-1} \frac{1}{6} [2h_{r-1} + \frac{h_{r-1} + h_r}{2}]$	21.77	45.68	62.11	71.38	73.79	69.27
d	$\frac{J_c \lambda_r}{F_r \alpha 2} \sin \gamma'_{r-1}$	0.15	0.11	0.09	0.08	0.08	0.08
	$\Delta d_{r-1} = a + b$	217.31	869.79	1595.69	2130.27	2326.24	2130.02
	$\Delta d'_{r-1} = -a + b - c - d$	-238.99	-915.39	-1657.57	-2201.07	2400.10	2199.90

(b)

(単位 10<sub>6</sub>)

		r=1	r=2	r=3	r=4	r=5	r=6
a	$\frac{h'_r}{3} h^2_r \sin \gamma_r$	217.19	869.79	1 595.53	2 130.21	2 326.18	2 130.21
b	$\frac{J_c}{F_r} h_r \tan \beta_r \cos \gamma'_r$	0.15	0.27	0.27	0.18	0.07	0.06
c	$\frac{\lambda'_r}{2} h_r \sin \gamma_r \frac{1}{6} \left[ 2h_r + \frac{h_{r-1} + h_r}{2} \right]$	16.06	40.25	58.26	69.42	73.78	71.38
d	$\frac{J_c}{F_r} \frac{\lambda_r}{2} \phi \sin \gamma_r$	0.15	0.11	0.09	0.08	0.08	0.08
	$\Delta d_r = -a - b - c - d$	-233.55	-910.42	-1 654.15	-2 199.90	2 400.10	2 201.07
	$\Delta d'_r = a - b$	+217.04	869.52	1 595.26	2 130.02	2 326.12	2 130.27

表-4.  $X_r=1$  による基本構の部材及想定部材の変長(単位 10<sup>3</sup>)

	r=1	r=2	r=3	r=4	r=5
$\Delta o_r$	1.368	1.276	1.209	1.163	1.140
$\Delta V_{r-1}$	0	0.179	0.227	0.179	0.068
$\Delta v_r$	-0.2304	-0.318	-0.299	-0.205	-0.071
$\Delta u_r$	0.213	0.213	0.213	0.213	0.213
$\Delta w'_r$	0.213	0.213	0.213	0.213	0.213
$\Delta d_{r-1}$	0	217.3	870.0	1 595.7	2 130.3
$\Delta d'_{r-1}$	0	-239.0	-915.4	-1 657.6	-2 201.7
$\Delta d_r$	-233.5	-910.4	-1 654.2	-2 200.0	-2 400.1
$\Delta d'_r$	217.04	869.5	1 595.3	2 130.0	2 326.1

表-5. 方程式右邊  $\delta_{ms}$  の値(単位 10<sup>3</sup> cm<sup>3</sup>)

s \ m	1	2	3	4	5	4'	3'	2'	1'
1	-0.196	0.020	0.0175	0.015	0.013	0.010	0.008	0.005	0.003
2	-0.710	-0.520	0.320	0.274	0.228	0.183	0.137	0.137	0.046
3	0.040	-1.220	-0.950	0.610	0.500	0.400	0.300	0.200	0.100
4	0.125	0.250	-1.600	-1.350	0.760	0.608	0.456	0.304	0.152
5	0.203	0.406	0.610	-1.630	-1.550	0.820	0.615	0.410	0.205
5'	0.205	0.410	0.615	0.820	-1.550	-1.630	0.610	0.406	0.203
4'	0.152	0.304	0.456	0.608	0.760	-1.350	-1.600	0.250	0.125
3'	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.610	-0.950	-1.220	0.040
2'	0.046	0.091	0.137	0.183	0.228	0.274	0.320	-0.520	-0.710
1'	0.003	0.005	0.008	0.010	0.013	0.015	0.0175	0.020	-0.196

表-6.  $X_r$  に対する影響線の節点距離  $\Delta_{mr}$  ( $10^6 s_r$  単位)

$r \backslash m$	1	2	3	4	5	4'	3'	2'	1'
1	-1.110	-0.580	-0.142	0.134	0.278	0.331	0.318	0.237	0.145
2	-0.579	-0.702	-0.220	0.100	0.268	0.338	0.331	0.250	0.153
3	-0.125	-0.499	-0.457	-0.060	0.162	0.270	0.292	0.229	1.147
4	0.008	-0.140	-0.361	-0.301	0.000	0.166	0.229	0.193	0.133
5	0.076	0.039	-0.050	-0.254	-0.246	0.016	0.121	0.137	0.121
5'	0.121	0.137	0.121	0.016	-0.246	-0.254	-0.050	0.039	0.076
4'	0.133	0.193	0.229	0.166	0.000	-0.301	-0.361	-0.140	0.008
3'	0.147	0.229	0.292	0.270	0.162	-0.060	-0.457	-0.499	-0.125
2'	0.153	0.250	0.331	0.338	0.268	0.100	-0.220	-0.702	-0.579
1'	0.145	0.237	0.318	0.331	0.278	0.134	-0.142	-0.580	-1.110

表-7. 方程式右邊の項としての中間点の撓み  $\delta_{ms'}$  (単位  $10^6 \text{ cm}^3$ )

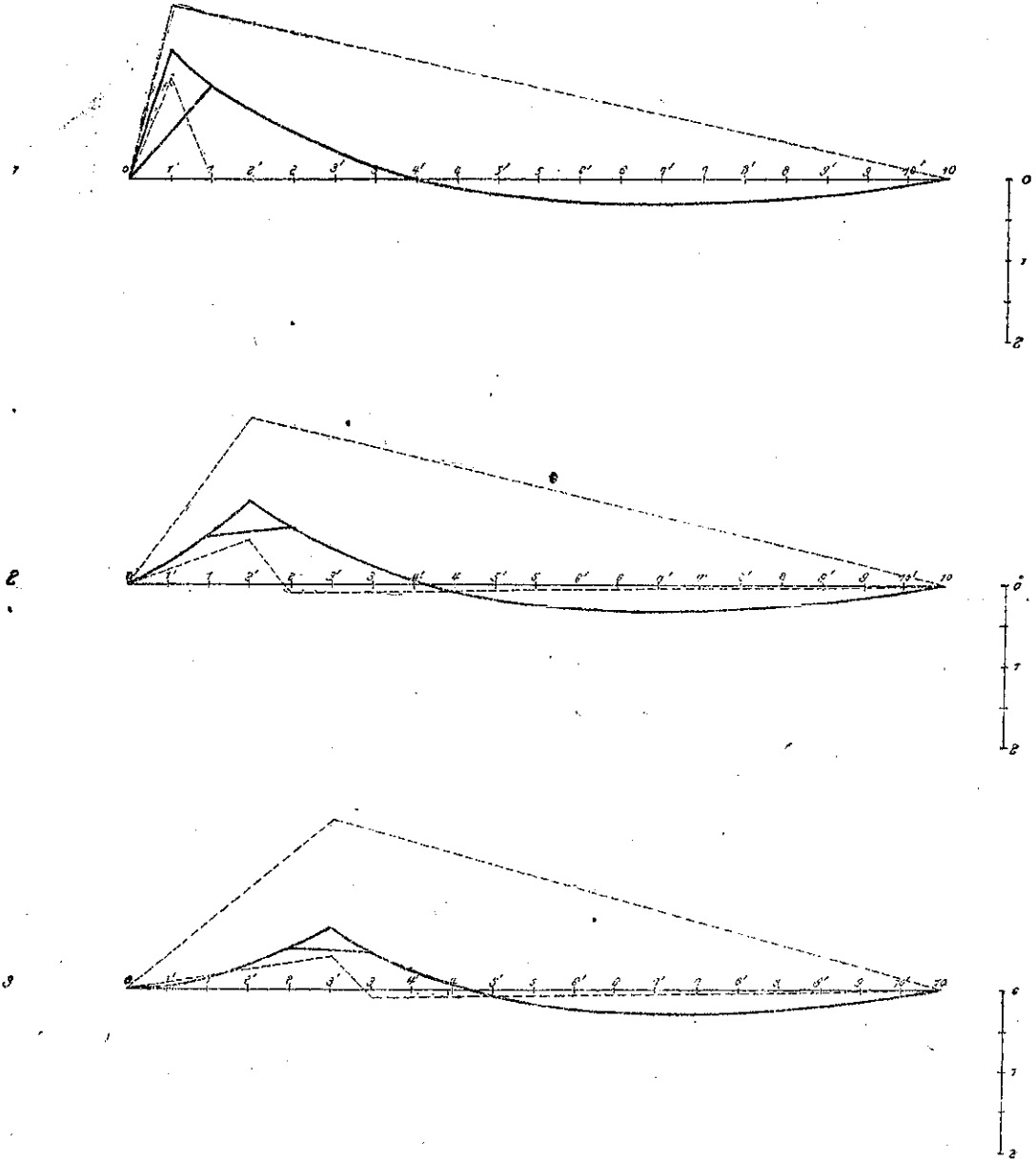
$s \backslash m''$	1''	2''	3''	4''	5''	5'''	4'''	3'''	2'''	1'''
1	-0.355	0.112								
2	0.335	-0.810	0.440							
3		0.630	-1.490	0.800						
4			0.980	-2.120	1.140					
5				1.230	-2.500	1.240				
5'					1.240	-2.500	1.230			
4'						1.140	-2.120	0.980		
3'							0.800	-1.490	0.630	
2'								0.440	-0.810	0.335
1'									0.112	0.255

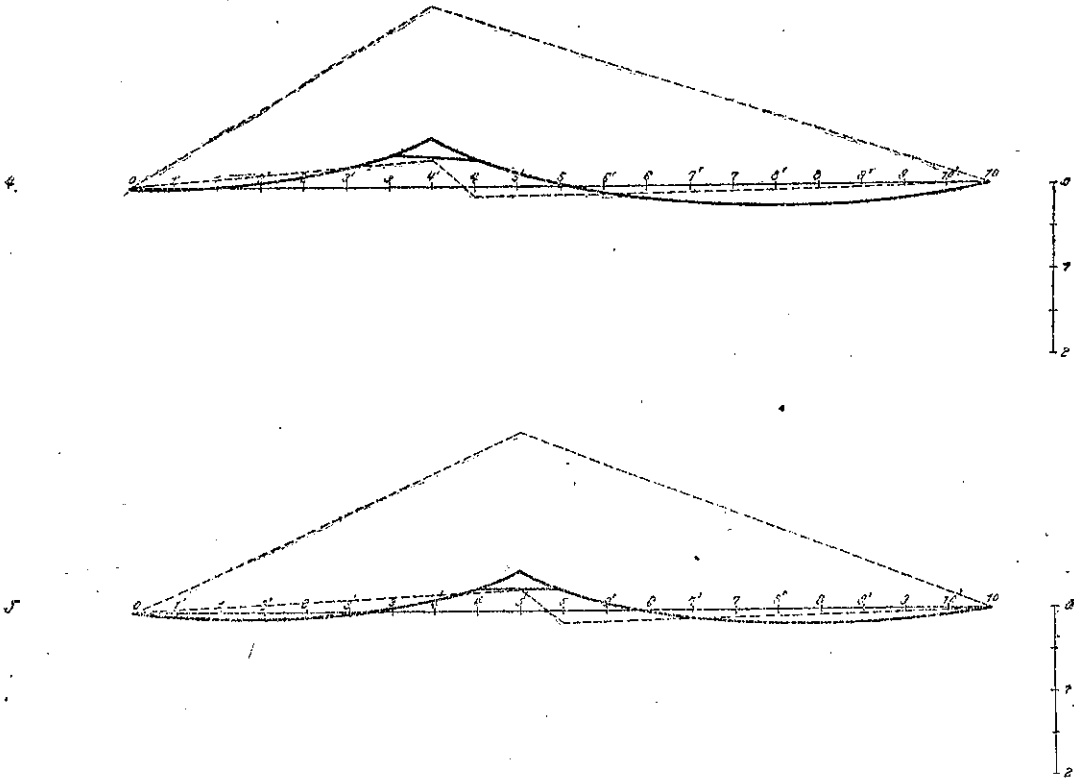
表-8.  $X_r$  に対する影響線の中間点に対する附加縦距  $\Delta_{mr'}$  (単位  $10^6 s_r$ )

$r \backslash m'$	1''	2''	3''	4''	5''	5'''	4'''	3'''	2'''	1'''
1	-1.063	0.009	0.020	0.009	0.008	0.003	0.007	0.004	0.002	0.002
2	0.018	-0.373	0.023	0.010	0.009	0.003	0.008	0.005	0.002	0.002
3	0.009	0.005	-0.241	0.012	0.010	0.004	0.009	0.006	0.002	0.002
4	0.006	0.003	0.014	-0.201	0.012	0.005	0.010	0.007	0.002	0.002
5	0.004	0.002	0.010	0.015	-0.191	0.006	0.012	0.008	0.002	0.002



圖-11





$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  に対する影響線を各太線にて示す (単位  $sr$ )。  
 但し荷重が横桁を介して節點位置にのみ作用する場合は各節點に於ける縦距を結ぶ折線となる。  
 上の山形點線と  $X_r$ -影響線との間の縦距は上下弦材の軸方向力の影響量 (單位は、上弦材に對して  $1/\cos\beta_r$ , 下弦材に對して 1)。  
 下の折れ曲つた點線と  $X_r$ -影響線との間の縦距は、下弦  $r$  格間の右端の下弦材端曲げモーメントに對する影響量 (單位  $hr$ )。

乃ち不静定力の假定された中間節點の變移量を附加し、之に尙曲げによる變形を附加しなければならない。  
 $X_r=1$  に對する基本架構の Williot 變形圖から測られた中間節點の附加變移量  $\delta_{ms'}$  は表-8 に示される。  
 $X_r$  のはたらく點が  $r'$  點であるが、今この例では  $X_1, X_2, \text{etc.}$  の作用する點を  $1'', 2'', \text{etc.}$  で表し、 $X_1', X_2', \text{etc.}$  の作用する點を  $1''', 2''', \text{etc.}$  で表はす。従つて  $\delta_{ms'}$  を (5) 式によつて組み合せた  $\delta_{ms}$  は表-9 に示す如く、この變移量を前の  $\delta_{ms}$ -Line の中間節點位置に於て附加するのである。曲げによる變形は微少であるから各節點變移を曲線で結べばよい。従つて  $X_r$ -Line は圖-11 に示す如く求められる。

2. ロ - ゼ 桁

1. 架構型式

圖-12に示す如きものに對して基本架構及び不静定力を圖-13, 14に示す如く撰ぶものとする。架構の一般性状は圖-15に圖示する如く、 $X_r=1$ に對して斷面力を生ずる部分を抽出すれば、圖-16の如くその狀況も亦圖示の如

圖-12.



圖-13.



圖-14.

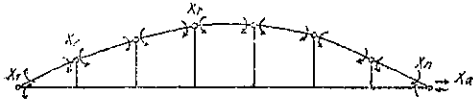


圖-16.

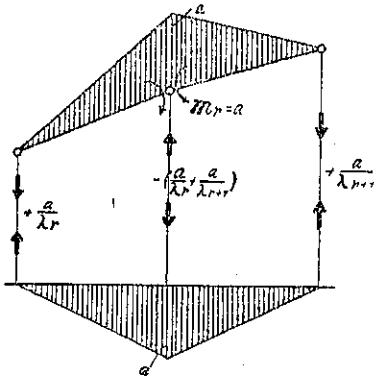


圖-15.

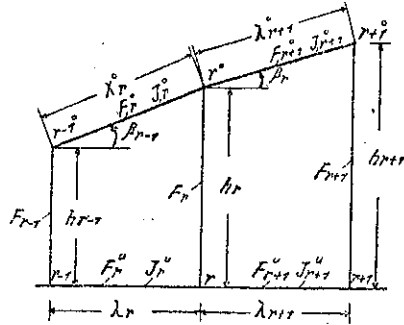
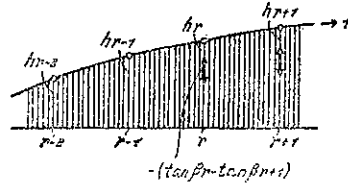


圖-17.



くである (圖-12 の太線は Biegefest な部材, 他はしからず)。

2. 方程式係数

$$\begin{aligned}
 \delta_{rr} &= \frac{1}{3} a^2 (\lambda^{u_r} + \lambda^{o_r} + \lambda^{u_{r+1}} + \lambda^{o_{r+1}}) + \left(\frac{a}{\lambda_r}\right)^2 (h'_{r-1}) \\
 &\quad + \left(\frac{a}{\lambda_{r+1}}\right)^2 (h'_{r+1}) + \left(\frac{a}{\lambda_r} + \frac{a}{\lambda_{r+1}}\right)^2 h'_r \\
 \delta_{r,r+1} &= \frac{1}{6} a^2 (\lambda^{o_{r+1}} + \lambda^{u_{r+1}}) - \left[ \frac{a^2}{\lambda_{r+1}} \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}}\right) h'_r + \frac{a^2}{\lambda_{r+1}} \left(\frac{1}{\lambda_{r+1}} + \frac{1}{\lambda_{r+2}}\right) h'_{r+1} \right] \\
 \delta_{r,r-1} &= \frac{1}{6} a^2 (\lambda^{o_r} + \lambda^{u_r}) - \left[ \frac{a^2}{\lambda_r} \left(\frac{1}{\lambda_{r-1}} + \frac{1}{\lambda_r}\right) h'_{r-1} + \frac{a^2}{\lambda_r} \left(\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}}\right) h'_r \right] \\
 \delta_{r,r+2} &= (h'_{r+1}) a^2 \frac{1}{\lambda_{r+1} \lambda_{r+2}} \\
 \delta_{r,r-2} &= (h'_{r-1}) a^2 \frac{1}{\lambda_r \lambda_{r-1}}
 \end{aligned} \tag{6}$$

但し上式の

$$\lambda^{o_r} = \frac{J_c}{J_r^0} \lambda^0_r$$

$$\lambda^{u_r} = \frac{J_c}{J_r^u} \lambda^u_r$$

$$h'_r = \frac{J_c}{F_r} h_r$$

$X_a=1$  に対する曲げモーメント 状況は圖-17 に示す如く 架構形状に 對應し, 豎材の材軸力  $V_r = \tan \beta_r - \tan \beta_{r+1}$  で示される。従つて

$$\begin{aligned} \delta_{ra} = & \lambda^{u_r} \frac{1}{3} \left( h_r + \frac{h_{r-1}}{2} \right) + \lambda^{u_{r+1}} \frac{1}{3} \left( h_r + \frac{h_{r+1}}{2} \right) \\ & - h'_{r-1} \left( \frac{1}{\lambda_r} \right) (\tan \beta_{r-1} - \tan \beta_r) \\ & + h'_r \left( \frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) (\tan \beta_r - \tan \beta_{r+1}) \\ & - h'_{r+1} \left( \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) (\tan \beta_{r+1} - \tan \beta_{r+2}) \end{aligned} \quad \dots (7)$$

$$\delta_{aa} = \sum_r \frac{1}{3} \lambda^{u_r} (h^2_{r+1} + h_{r-1} h_r + h^2_r) + \sum_r h'_r (\tan \beta_r - \tan \beta_{r+1})^2 + \sum_r \lambda^{u_r} \frac{J_c}{F_{u_r}} + \sum_r \lambda^{u_r} \frac{J_c}{F_r} \left( \frac{1}{\cos \beta_r} \right)^2 \quad \dots (8)$$

$\delta_{aa}$  に関しては弦材の軸方向變形の項として第三項以下があるが, これは無視することが出来る。

3. 方程式

$$\begin{aligned} \delta_{r,r-1} X_{r-1} + \delta_{r,r} X_r + \delta_{r,r+1} X_{r+1} + \delta_{ra} X_a &= - \sum P_m \delta_{mr} \\ r &= (1, 2, \dots, n) \\ \delta_{0i} = \delta_{n,n+1} &= 0 \\ \sum_{r=1}^n \delta_{ra} X_r + \delta_{aa} X_a &= - \sum P_m \delta_{ma} \end{aligned} \quad \dots (9)$$

(9) の上の式では  $\delta_{r,r-2}, \delta_{r,r+2}$  は無視したので  $X_a$  以外の未知數に關して三項等式の形になつて居るのである。

$\delta_{mr}$  は  $X_r=1$  による基本架構の各  $m$  點の  $P_m$  方向の變移を意味する。

4.  $\delta_{mr}, \delta_{ma}$ -Line の決定

$\delta_{mr}, \delta_{ma}$  は圖-18 に示す如く, 單梁の  $M_r$  及び  $M_a$  による變曲線を求めればよい。

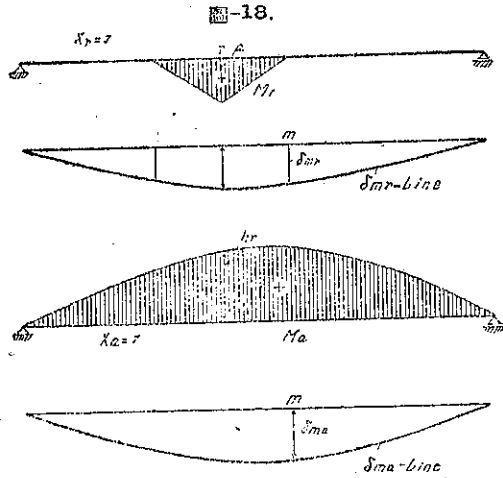
5. 方程式の解と不静定力の影響線

今 (9) の (a) 式を解けば次の形となる。

$$X_r = - \left\{ \sum_{s=1}^n \beta_{rs} \delta_{sa} X_a + \sum_m P_m \sum_{s=1}^n \beta_{rs} \delta_{ms} \right\} \quad \dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=1}^n \beta_{rs} \delta_{ms} &= A_{mr} \\ \sum_{s=1}^n \beta_{rs} \delta_{sa} &= E_{ra} \end{aligned} \right\} \quad \dots (11)$$

$A_{mr}, E_{ra}$  を算出し, 之を (9), (10) 式に入れれば



$$\{\delta_{aa} - \sum_{r=1}^n \epsilon_{ra} \delta_{ra}\} X_a = -\sum P_m \{\delta_{ma} - \sum_{r=1}^n \delta_{ra} d_{mr}\} \dots\dots\dots (12)$$

$$\therefore X_a = -\sum P_m d_{ma} \dots\dots\dots (12)'$$

但し

$$d_{ma} = \frac{1}{\delta_{aa} - \sum_{r=1}^n \epsilon_{ra} \delta_{ra}} \{\delta_{ma} - \sum_{r=1}^n \delta_{ra} d_{mr}\} \dots\dots\dots (13)$$

$-d_{ma}$ -Line は  $X_a$  に對する影響線である。

(12)' を (10) 式に入れよば

$$X_r = -\sum P_m (d_{mr} - \epsilon_{ra} d_{ma}) \dots\dots\dots (14)$$

$$= -\sum P_m d'_{mr} \dots\dots\dots (14)'$$

但し

$$d'_{mr} = d_{mr} - \epsilon_{ra} d_{ma} \dots\dots\dots (15)$$

$-d'_{mr}$ -Line は  $X_r$  に對する影響線である。

**6. 部材断面力に對する影響線**

(a) 上下弦材の材軸力に對する影響線

$$O_r = X_a \frac{1}{\cos \beta_r}, \quad U_r = -X_a, \quad \text{故に } X_a\text{-Line そのものから明らかである。}$$

(b) 上弦節點モーメント は  $X_r$ -Line である。

(c) 下弦節點モーメントに對する影響線

$$\left. \begin{aligned} M_r &= M_r^0 + X_a h_r + \alpha_r X_r \\ &= h_r \left( \frac{M_r^0}{h_r} + X_a + \frac{\alpha_r}{h_r} X_r \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

但し  $M_r^0$  は、下弦を單梁と見なし、 $r$  點の曲げモーメント、從つて  $M_r^0 = \sum P_m \eta_{mr}$  なる形で表せば

$$M_r = h_r \sum P_m \left\{ \frac{\eta_{mr}}{h_r} - d_{ma} - \frac{\alpha_r}{h_r} d'_{mr} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

(d) 豎材の材軸力に對する影響線

$$T_r = -(\tan \beta_r - \tan \beta_{r-1}) X_a - \left( \frac{\alpha_r}{\lambda_r} + \frac{\alpha_r}{\lambda_{r+1}} \right) X_r + \frac{\alpha_r}{\lambda_r} X_{r-1} + \frac{\alpha_r}{\lambda_{r+1}} X_{r+1} \dots\dots\dots (18)$$

$X_a, X_{r-1}, X_r, X_{r+1}$  の線の組み合わせによつて得られる。

**〔例題〕**

1) 架橋形状、材長、各部材断面二次モーメントは圖-19 (a) に示す (下弦梁成 2.30 m)。

圖-19 (b) には各節點記號並びに不静定力を示す。

2) 方程式係数の算出

表-9 に示す如く、從つて方程式の係数表は表-10 に示す如くである。

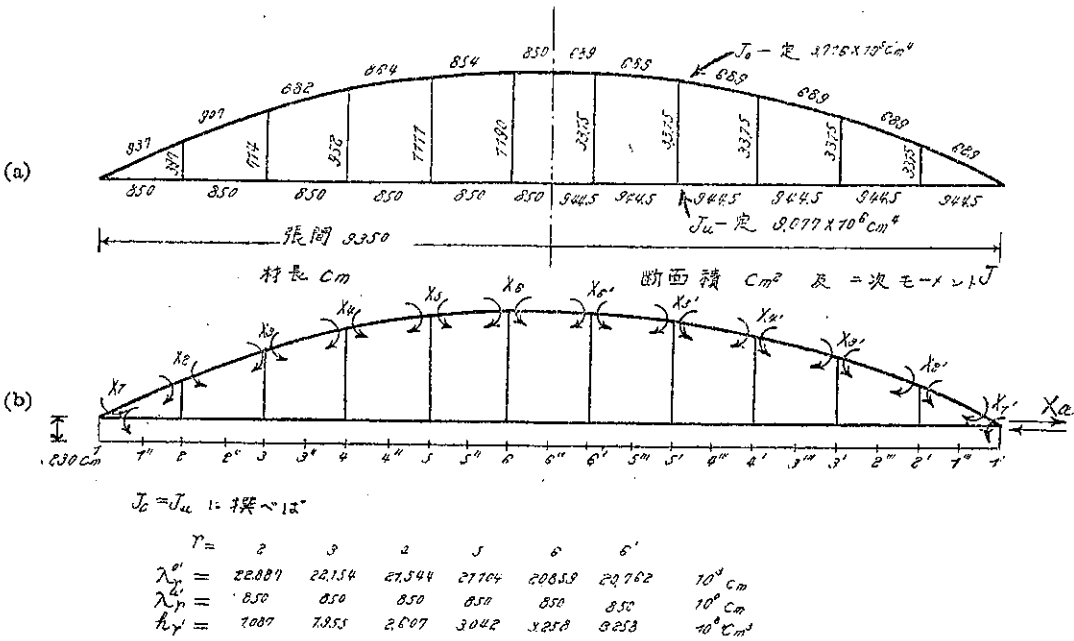
3) 方程式荷重項  $\delta_{ms}$  の算出

表-11 にその結果を示す。

4)  $d_{mr}$  の算出

三項彈性方程式の性質を利用して簡單に求められ、その結果は表-12 に示す。

圖-19.



3

5)  $\Delta_{ma}$  の算出

$\sum_{r=1}^n \Delta_{mr} \delta_{ra}$  を表-13 の如く算出すれば、これと  $\delta_{ma}$  から表-14 に示す如く、 $\Delta_{ma}$  が算出せられる。

6)  $\Delta_{mr}'$  の算出

表-15 に示す如く、 $\Delta_{ma} \delta_{ra}$  を算出し、之と  $\Delta_{mr}$  と組み合せて表-16 の如く  $\Delta_{mr}'$  が算出せられる。

7) 附加縦距

荷重が節点荷重である場合には  $\Delta_{ma}$  及び  $\Delta_{mr}'$  の各節点の値を結べば、 $X_a$  及び  $X_r$  に対する影響線が求められるのであるが、荷重が下弦材上を移行する場合には節点間の撓みを追加しなければならない。今  $\delta_{mr}$ -Line 節点間中央点の値を表-17 に示せば、之から節点間中央点に対して、前と同様にして附加縦距が算出せられる (表-18)。

表-9. 1)

$\delta_{rr}$  の表 (0) 式の  $\alpha=1$  とす

	$r=0$	$r=1$	$r=2$	$r=3$	$r=4$	$r=5$	
$\frac{1}{3} (\lambda_{r,r}^0 + \lambda_{r,r+1}^0 + \lambda_{r+1,r}^0 + \lambda_{r+1,r+1}^0)$	7.913	15.58	15.13	14.78	14.55	14.44	単位 $10^3$
$(\frac{1}{\lambda_r})^2 h'_{r-1} + (\frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}}) h'_r + \frac{1}{\lambda_{r+1}} h'_{r+1}$	0.1504	0.8724	1.5935	2.135	2.496	2.676	"
$\Sigma = \delta_{rr}$	8.063	16.45	16.72	16.91	17.05	17.11	"

ii)  $\delta_{r,r+1}$  の表

	r=0	r=1	r=2	r=3	r=4	r=5	
$\frac{1}{6}(\lambda^{0,r+1} + \lambda^{r,r+1})$	3.957	3.833	3.732	3.658	3.618	3.585	単位 $10^6$
$-h'_r \left( \frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) \frac{1}{\lambda_{r+1}}$	0	-0.3009	-0.5411	-0.7216	-0.8419	-0.9017	"
$-h'_{r+1} \left( \frac{1}{\lambda_{r+1}} + \frac{1}{\lambda_{r+2}} \right) \frac{1}{\lambda_{r+1}}$	-0.3009	-0.5411	-0.7216	-0.8419	-0.9017	-0.9017	"
$\Sigma = \delta_{r,r+1}$	3.656	2.991	2.469	2.094	1.874	1.782	

iii)  $\delta_{ra}$  の表

	r=0	r=1	r=2	r=3	r=4	r=5	
$\frac{1}{3} \lambda^{0,r} \left( h_r + \frac{h_{r+1}}{2} \right)$	0	0.1614	0.3074	0.4198	0.4985	0.5434	単位 $10^6$
$\frac{1}{3} \lambda^{r,r+1} \left( h_r + \frac{h_{r+1}}{2} \right)$	0.1051	0.2625	0.3860	0.4760	0.5322	0.5546	"
$-h'_{r-1} \frac{1}{\lambda_r} \Delta \tan \beta_{r-1}$	0	0	-0.1279	-0.2300	-0.3067	-0.3578	単位 $0.09830 \times 10^6$
$+h'_r \left( \frac{1}{\lambda_r} + \frac{1}{\lambda_{r+1}} \right) \Delta \tan \beta_r$	0	0.2557	0.4599	0.6134	0.7157	0.7665	"
$-h'_{r+1} \frac{1}{\lambda_{r+1}} \Delta \tan \beta_{r+1}$	-0.1279	-0.2300	-0.3067	-0.3578	-0.3833	-0.3833	"
$\Sigma = \delta_{ra}$	93.17	426.3	695.8	898.2	1033.1	1100.4	単位 $10^6$
	(0.0982)	(0.04263)	(0.6950)	(0.8982)	(1.0331)	(1.1004)	"

$X_r$  の単位力を  $10^{-3}$  単位にとれば ( ) 内の値となる。

$$\delta_{aa} = 8.9125 \times 10^6 + 0.0268 \times 10^6 = 8.9393 \times 10^6$$

$$X_a \text{ の単位力を } 10^{-3} \text{ にとれば } = 8.9393 \times 10^6$$

8)  $X_r$  及び  $X_a$  に対する影響線

圖-20 に示す如くである。

今  $X_r$  及び  $X_a$  に対する影響線として  $\Delta'_{mr}, \Delta'_{ma}$  を用ふれば前者に対する乗数は  $-1$ , 後者に対しては  $-10^{-3}$  である。

9) 下弦節點モーメントに対する影響線

下弦材の節點モーメント  $M_r$  は下で示される。

$$M_r = h_r \left( \frac{M_{r0}}{h_r} + X_a + \frac{\alpha}{h_r} X_r \right)$$

但し  $M_{r0}$  は基本構の  $r$  點の荷重による曲げモーメントであるから、單梁の曲げモーメントと同じ意味を持つ。上式を書きかへて、

$$\frac{M_r}{h_r} = \sum P_m \left( \frac{\eta_{m0}}{h_r} - \Delta'_{ma} \times 10^{-3} - \frac{1}{h_r} \Delta'_{mr} \right)$$

表-10. 方程式係数  $\delta_{rs}$  の表 (10<sup>8</sup> 単位)

$s \backslash r$	1	2	3	4	5	6	6'	5'	4'	3'	2'	1'	$\alpha$
1	8.063	3.656											0.093
2	3.656	16.45	2.991										0.426
3		2.991	16.72	2.469									0.696
4			2.469	16.91	2.094								0.898
5				2.094	17.05	1.874							1.033
6					1.874	17.11	1.782						1.100
6'						1.782	17.11	1.874					1.100
5'							1.874	17.05	2.094				1.033
4'								2.094	16.91	2.469			0.898
3'									2.469	16.72	2.991		0.696
2'										2.991	16.45	3.656	0.426
1'											3.656	8.063	0.093
$\alpha$	0.093	0.426	0.696	0.898	1.033	1.100	1.100	1.033	0.898	0.696	0.426	0.093	8.923

但し  $\lambda_r=1$   
 $\lambda_\alpha=0.001$  }

表-11. 方程式右邊  $\delta_{ms}$  の表 (10<sup>8</sup> 単位)

$s \backslash m$	2	3	4	5	6	6'	5'	4'	3'	2'
1	0.1095	0.0985	0.0876	0.0766	0.0657	0.0547	0.0438	0.0328	0.0219	0.0110
2	0.5366	0.5915	0.5260	0.4600	0.3942	0.3287	0.2630	0.1971	0.1314	0.0657
3	0.5912	1.0611	1.0505	0.9192	0.7879	0.6566	0.5253	0.3937	0.2626	0.1313
4	0.5255	1.0509	1.4562	1.3792	1.1822	0.9852	0.7881	0.5911	0.3941	0.1970
5	0.4597	0.9195	1.3794	1.7186	1.5763	1.3136	1.0509	0.7882	0.5255	0.2627
6	0.3941	0.7883	1.1824	1.5765	1.8503	1.6418	1.3134	0.9851	0.6567	0.3283
6'	0.3283	0.6567	0.9851	1.3134	1.6418	1.8503	1.5765	1.1824	0.7883	0.3941
5'	0.2627	0.5255	0.7882	1.0509	1.3136	1.5763	1.7186	1.3794	0.9195	0.4597
4'	0.1970	0.3941	0.5911	0.7881	0.9852	1.1822	1.3792	1.4562	1.0505	0.5255
3'	0.1313	0.2626	0.3937	0.5253	0.6566	0.7879	0.9192	1.0505	1.0611	0.5912
2'	0.0657	0.1314	0.1971	0.2630	0.3287	0.3942	0.4600	0.5260	0.5915	0.5366
1'	0.0110	0.0219	0.0328	0.0438	0.0547	0.0657	0.0766	0.0876	0.0985	0.1095
$\alpha$	3.5206	6.6809	9.2518	11.0613	12.1880	12.1880	11.0613	9.2518	6.6809	3.5206



表-12.  $A_{mr}$  の数値表 (10<sup>8</sup> 単位)

$r \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0.01114	0.00171	0.00380	0.00292	0.00265						
2	0	0.27494	0.20565	0.23122	0.20308	0.17388						
3	0	0.26832	0.51446	0.48226	0.41746	0.35847						
4	0	0.24451	0.49225	0.70913	0.65016	0.55321						
5	0	0.21870	0.43706	0.65931	0.84421	0.75587						
6	0	0.18987	0.37984	0.56931	0.76292	0.91569						
7	0	0.15835	0.31676	0.47523	0.63319	0.79553						
8	0	0.12533	0.25070	0.37602	0.50139	0.62628						
9	0	0.09237	0.18453	0.27602	0.36910	0.46148						
10	0	0.05974	0.11944	0.17903	0.23893	0.29803						
11	0	0.02896	0.05796	0.08699	0.11606	0.14506						
12	0	0.00051	0.00088	0.00123	0.00170	0.00207						

記入略  
(前のもの、行及列を各逆)  
にならべたる数値となる)  
梁構対稱なるにより

表-13.  $A_{mr}\delta_{ra}$  及  $\sum_{r=1}^{12} A_{mr}\delta_{ra}$  の数値表 (10<sup>8</sup> 単位)

$r \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0.104	0.016	0.035	0.027	0.025						
2	0	11.712	11.316	9.850	8.651	7.497						
3	0	18.675	35.806	33.565	29.055	24.950						
4	0	21.957	44.204	63.680	58.384	49.678						
5	0	22.592	45.148	68.107	87.207	78.081						
6	0	20.886	41.782	62.624	83.921	100.725						
7	0	17.419	34.844	52.275	69.651	87.508						
8	0	12.947	25.897	38.843	51.794	64.695						
9	0	8.286	16.575	24.863	33.145	41.441						
10	0	4.153	8.313	12.460	16.629	20.785						
11	0	1.224	2.469	3.706	4.944	6.180						
12	0	0.005	0.008	0.011	0.016	0.019						
$\Sigma$	0	139.975	266.378	370.019	443.424	481.494						

記入略

表-14.  $A_{ma}$  の計算

$m$	1	2	3	4	5	6	
$\delta_{ma}$	0	3.5206	6.6809	9.2518	11.0613	12.1880	(10 <sup>8</sup> 単位)
$\sum A_{mr}\delta_{ra}$	0	0.1400	0.2664	0.3770	0.4334	0.4815	( " )
$\delta_{ma} - \sum A_{mr}\delta_{ra}$	0	3.3806	6.4145	8.8748	10.6279	11.7065	( " )
$A_{ma}$	0	0.3942	0.7480	1.0357	1.2381	1.3651	(10 <sup>8</sup> " )

$$\frac{1}{\delta_{aa} - \sum \epsilon_{ra}\delta_{ra}} = 1.16607 \times 10^{-4}$$

圖-20.

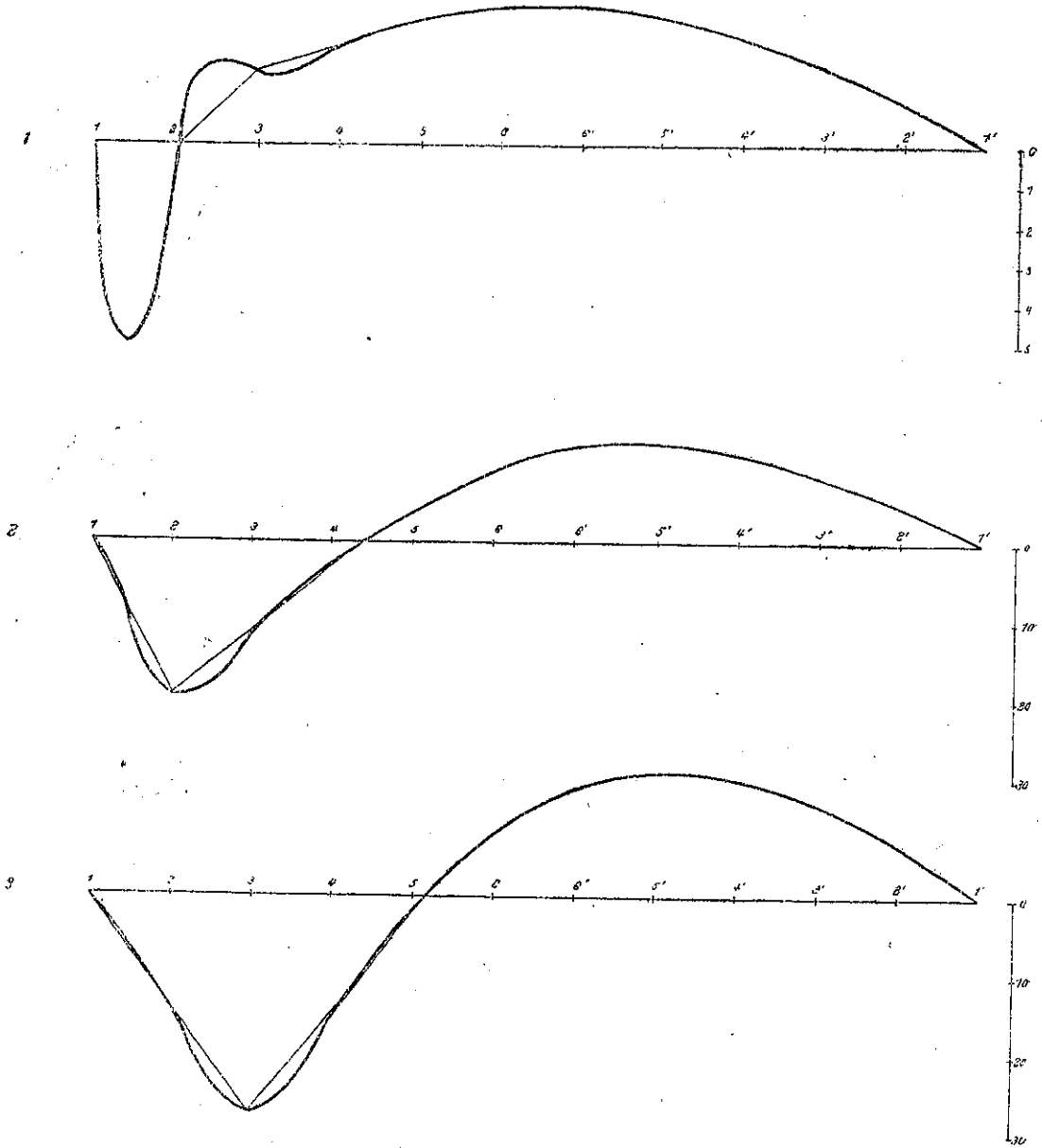


圖-20.

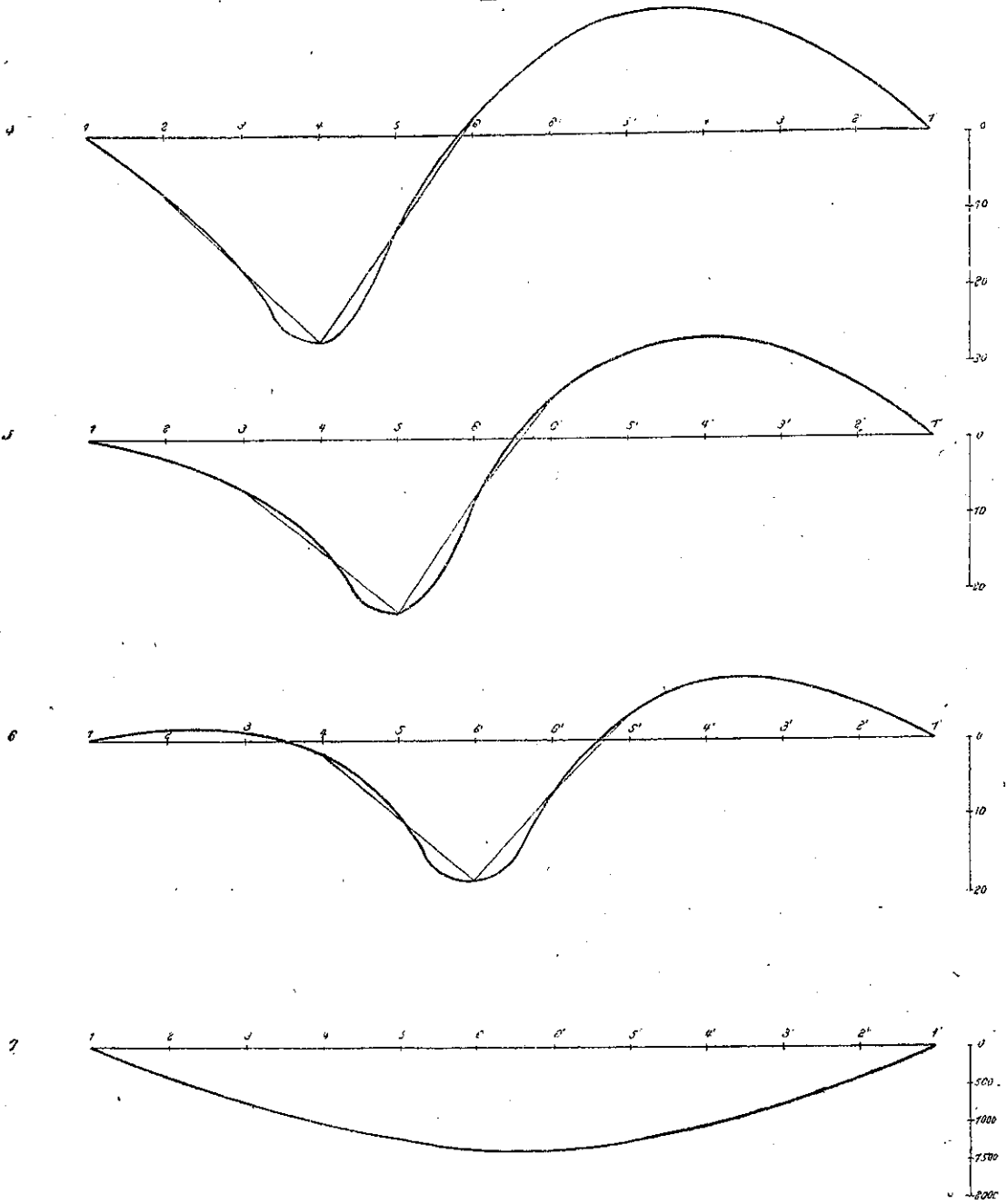


表-15.  $\Delta_{ma\epsilon r}$  の計算 (10<sup>-2</sup> 単位)

$r \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0.0106 0	0.0201 2	0.0278 6	0.0333 0	0.0367 2						
2	0	0.0768 7	0.1458 6	0.2019 6	0.2414 3	0.2661 9						
3	0	0.1257 1	0.2385 4	0.3302 8	0.3948 3	0.4353 3						
4	0	0.1668 1	0.3165 5	0.4333 0	0.5239 6	0.5777 1						
5	0	0.1952 5	0.3704 8	0.5129 8	0.6132 3	0.6761 3						
6	0	0.2101 5	0.3987 5	0.5521 3	0.6600 3	0.7277 3						
7	0											
8	0											
9	0											
10	0											
11	0											
12	0											

対稱, 記入略

表-16.  $\Delta'_{mr} = \Delta_{mr} - \Delta_{ma\epsilon r}$  の表 (10<sup>2</sup> 単位)

$r \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	0.0005 4	-0.0184 0	-0.0240 6	-0.0303 8	-0.0340 7						
2	0	0.1980 7	0.1197 9	0.0292 6	-0.0383 5	-0.0923 1						
3	0	0.1426 1	0.2759 2	0.1519 8	0.0226 3	-0.0768 6						
4	0	0.0776 9	0.1757 0	0.2708 3	0.1262 6	-0.0245 0						
5	0	-0.0234 5	0.0665 8	0.1463 3	0.2309 8	0.0797 4						
6	0	-0.0202 8	-0.0189 1	0.0171 8	0.1023 9	0.1879 6						
7	0	-0.0518 0	-0.0819 9	-0.0769 0	-0.0263 4	0.0678 0						
8	0	-0.0699 2	-0.1197 8	-0.1369 6	-0.1118 4	-0.0498 5						
9	0	-0.0745 5	-0.1319 7	-0.1614 3	-0.1548 0	-0.1162 3						
10	0	-0.0659 7	-0.1191 0	-0.1512 5	-0.1557 0	-0.1367 0						
11	0	-0.0479 0	-0.0879 0	-0.1149 7	-0.1253 7	-0.1211 3						
12	0	-0.0100 9	-0.0192 4	-0.0266 3	-0.0316 0	-0.0346 5						

點對稱, 記入略

この式の第 3 項  $\Delta_{mr}$  の項は微小であつて, これを無視することが出来る (圖-21)。

圖-21.

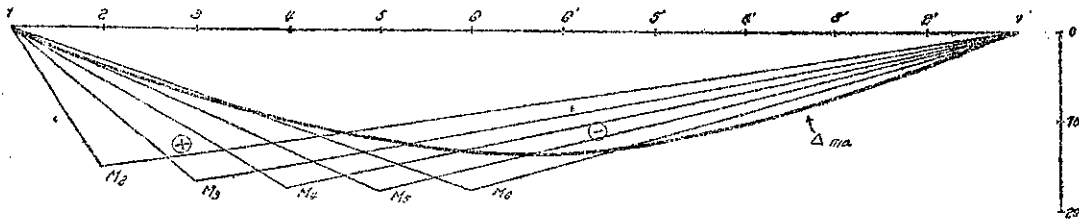


表-17. 節点間中央点の附加撓み  $\delta'_{ms}$  の表

$s \backslash m$	1''	2''	3''	4''	5''	6''	5'''	4'''	3'''	2'''	1'''
1	45.155										○ ↓ ○
2	45.155	45.155									
3		45.155	45.155								
4			45.155	45.155							
5				45.155	45.155						
6					45.155	45.155					
6'						45.155	45.155				
5'							45.155	45.155			
4'								45.155	45.155		
3'									45.155	45.155	
2'										45.155	45.155
1'											45.155
$\alpha$											

表-18. 節点間中央点附加縦距  $\Delta m_r''$  (10° 単位)

$r \backslash m$	1''	2''	3''	4''	5''	6''	5'''	4'''	3'''	2'''	1'''
1	4.8181	-1.1737	0.2248	-0.0328	0.0058	0.0010	0.0014	0.0013	0.0010	0.0007	0.0003
2	1.7348	2.5953	-0.4862	0.0847	-0.0011	0.0120	0.0105	0.0094	0.0076	0.0053	0.0023
3	-0.3132	2.2962	2.4546	-0.3569	0.0642	0.0127	0.0178	0.0153	0.0124	0.0086	0.0037
4	0.0519	-0.3278	2.3665	2.4506	-0.2839	0.0580	0.0194	0.0209	0.0165	0.0115	0.0049
5	0	0.0556	-0.0098	2.4027	2.4489	-0.2420	0.0551	0.0208	0.0197	0.0133	0.0058
6	0.0068	0.0097	0.0531	0.2376	2.4289	2.4466	-0.2242	0.0535	0.0174	0.0149	0.0061
6'	0.0061	0.0149	0.0174	0.0535	0.2242	2.4466	2.4289	0.2376	0.0531	0.0097	0.0068
5'	0.0058	0.0133	0.0197	0.0208	0.0551	-0.2420	2.4489	2.4027	-0.0098	0.0556	0.0000
4'	0.0049	0.0115	0.0165	0.0209	0.0194	0.0580	-0.2839	2.4506	2.3665	-0.3278	0.0519
3'	0.0037	0.0086	0.0124	0.0153	0.0178	0.0127	0.0642	-0.3569	2.4546	2.2962	-0.3132
2'	0.0023	0.0053	0.0076	0.0094	0.0105	0.0120	-0.0011	0.0847	-0.4862	2.5953	1.7348
1'	0.0003	0.0007	0.0010	0.0013	0.0014	0.0010	0.0058	-0.0328	0.2248	-1.1737	4.8181
$\alpha$	-0.1168	0.2706	-0.3907	-0.4836	-0.5415	-0.5614	-0.5415	-0.4836	-0.3907	-0.2706	-0.1168

10) 上弦材の繊維應力に対する影響線

今  $\sigma_0$  を曲げによる繊維應力,  $\sigma_n$  を材軸力によるそれとすれば, 繊維應力  $\sigma$  は次式で示される。

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_n = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W}$$

上部縁邊の繊維應力を考へれば正符號をとる。従つて

$$\sigma = \frac{X_a}{F \cos \beta_r} \pm \frac{X_{r.a}}{W}$$

$$= -\sum P_m \left( \frac{+A_{ma} \times 10^{-3}}{F \cos \beta_r} \pm \frac{A_{mr,a}}{W} \right)$$

故に括弧内の式に従つて、 $A_{ma}$  と  $A_{mr}$  とを組み合せたものが繊維應力に対する影響線になるのである。

今上弦材  $F=689 \text{ cm}^2$ ,  $W=12.2 \times 10^3 \text{ cm}^3$ , 中央格間のものにとれば  $\cos \beta_r=1$ , 表-19 及圖-22 に示す如くである。

表-19. 66' 部材 6 端繊維應力に対する影響線

$m$	2	3	4	5	6	6'	5'	4'	3'	2'	
$A_{mr}/W$	-0.166	-0.155	+0.141	0.844	1.549	0.556	-0.220	-0.630	-0.672	-0.425	
$10^{-3} J_{mr}/F$	0.572	1.087	1.500	1.707	1.982	1.982	1.798	1.502	1.087	0.572	$10^{-3}$ 單位
	0.406	0.932	1.641	2.641	3.522	2.438	1.578	0.872	0.415	0.147	$10^{-3} \text{ cm}^{-2}$ 單位

圖-22.

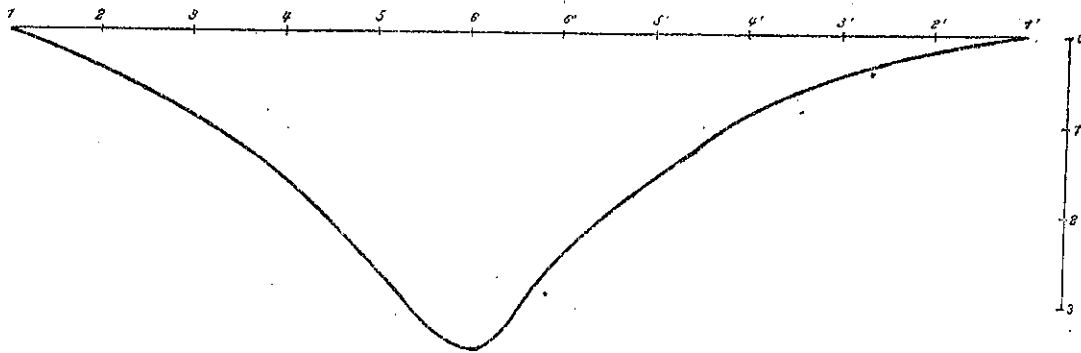


表-20.  $A_{ma}$  の精解と近似解の比較

$m$	2	3	4	5	6
$A_{ma}$ (精解)	0.394	0.748	1.036	1.238	1.365
$A_{ma}$ (近似解)	0.394	0.748	1.035	1.237	1.363

近似解の精度に関する吟味

圖-14 に示す不静定力の中  $X_1 \sim X_n$  までを 0 とおき、 $X_a$  のみを存在するものと考へれば、普通の近似解として用ゐられる一次不静定構が得られる。この場合には (12)' 式は

$$Y_a = -\sum P_m A_{ma}$$

であるが (15) 式は次の簡単な式となる。

$$A_{ma} = \frac{\delta_{m1}}{\delta_{aa}} \dots \dots \dots (13)''$$

この式に従つて、 $A_{ma}$ -Line を求めれば表-20 の如き數値が得られ、これは精確にとかれた  $A_{ma}$  と殆ど一致することが知られるのである。且つ下弦材モーメントに對しては  $X_r$  の影響は無視出来ることと、下弦材のモーメントに關しては表-19 の結果から推して、滿載荷重に對する撓みを近似解によつて求めて、之による曲げモーメントを連梁の如くして計算する事によつて、充分精度ある解と見なすことが出来るであらう。

3. 剛弦トラス

1. 架構型式

図-23.



図-23 に示す様に一方の弦材が剛に連続せる場合であつて、特に大張間のクレーンガーダー等では上弦上をクレーンが走行するために、上弦材の剛度が他材に比して大きくなる様な場合にはこの型式のトラスと考へられる。

2. 基本架構及不静定力

図-24 に示す様に撰ぶ。

架構の標準部分について材長及び断面積を図-25 の如く記するものとする。

$X_r=1$  に対する断面積は図-26 に示す如くして求められる。 $O_r^{(r)}, V_r^{(r)}$  等の  $(r)$  は  $X_r=1$  により起る材軸力なることを示す。

図-24.

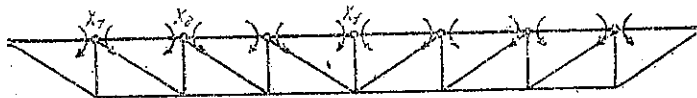


図-25.

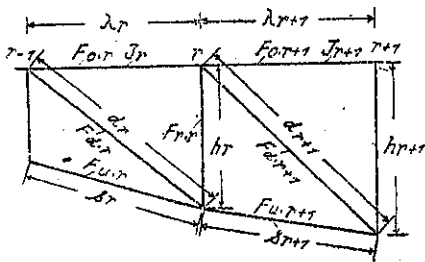
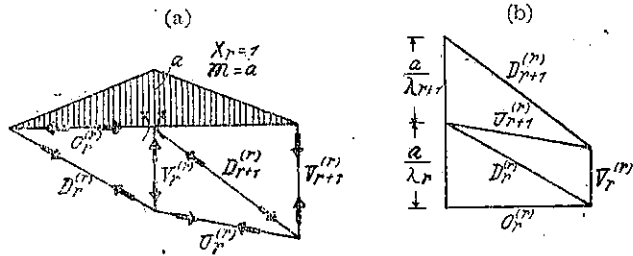


図-26.



3. 方程式係数

今  $\lambda_r \frac{J_0}{J_r} = \lambda''_r, \lambda_r \frac{J_0}{F_{0,r}} = \lambda'_r, d_r \frac{J_0}{F_{d,r}} = d'_r, h_r \frac{J_0}{F_{r,r}} = h'_r, \varepsilon_r \frac{J_0}{F_{u,r}} = \varepsilon'_r$  と記すれば一般の節点  $r$  に関して

$$\left. \begin{aligned} \delta_{r,r} &= \frac{1}{3} a^2 (\lambda''_r + \lambda''_{r+1}) + V^{(r)r^2} h'_r + V^{(r)r+1} h'_{r+1} \\ &\quad + D_r^{(r)2} d'_r + D^{(r)r+1} d'_{r+1} \\ &\quad + O_r^{(r)2} \lambda'_r + U^{(r)r+1} \varepsilon'_{r+1} \\ \delta_{r,r+1} &= \frac{1}{6} a^2 \lambda''_{r+1} + D^{(r)r+1} D^{(r+1)r+1} d'_{r+1} + V^{(r)r+1} V^{(r)r+1} h'_{r+1} \\ \delta_{r,r-1} &= \frac{1}{6} a^2 \lambda''_r + D^{(r-1)r} D^{(r)r} d'_r + V^{(r-1)r} V^{(r)r} h'_r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

尚中央節點  $f$  に関して (但し, 必ずしも中央節點  $f$  に限らず一般に同様に部材が組まれて居る場合)

$$\left. \begin{aligned} \delta_{f-1, f} &= \frac{1}{6} a^2 \lambda''_f + D(f)_f D(f-1)_f l'_f + \Gamma(f)_f \Gamma(f-1)_f l'_f \\ \delta_{f-1, (f+1)} &= \Gamma(f-1)_f \Gamma(f+1)_f l'_f \\ \delta_{ff} &= \frac{1}{3} (a^2 \phi (\lambda''_f + \phi \lambda''_{f+1}) + O(f)_f^2 \lambda'_f + O(f)_{f+1}^2 \lambda'_{f+1} \\ &\quad + D(f)_f^2 d_f + D(f)_{f+1}^2 l'_{f+B}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

$f$  に対して架構が対稱であれば  $f+1=(f-1)'$  と記し,

$$\left. \begin{aligned} \delta_{(f-1)', (f-1)'} &= \Gamma(f-1)_{f'}^2 l_{f'} \\ \delta_{ff} &= \frac{2}{3} (a^2 \lambda''_{f'} + 2(O(f)_f)^2 \lambda'_{f'} + D(f)_f^2 d_{f'}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)'$$

方程式  $\delta_{f, f-1} X_{f-1} + \delta_{ff} X_f + \delta_{f, f+1} X_{f+1} = -\sum P_m \delta_{mf} \dots\dots\dots (21)$

$\therefore X_f = -\frac{\delta_{f, f-1}}{\delta_{ff}} X_{f-1} - \frac{\delta_{f, f+1}}{\delta_{ff}} X_{f+1} - \frac{1}{\delta_{ff}} \sum P_m \delta_{mf} \dots\dots\dots (21)'$

(21)' 式を

$$\left. \begin{aligned} \delta_{f-1, f-2} X_{f-2} + \delta_{f-1, f-1} X_{f-1} + \delta_{f, f} X_f + \delta_{f-1, f+1} X_{f+1} &= -\sum P_m \delta_{m(f-1)} \\ \delta_{f+1, f-1} X_{f-1} + \delta_{f+1, f} X_f + \delta_{f+1, f+1} X_{f+1} + \delta_{f+1, f+2} X_{f+2} &= -\sum P_m \delta_{m(f+1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

(22) に入れれば  $X_f$  を消去して, 全體として三項等式が得られる。乃ち

$$\left. \begin{aligned} \delta_{f+1, f-2} X_{f-2} + \delta_{f-1, f-1} X_{f-1} + \delta_{f-1, f+1} X_{f+1} &= -\sum P_m \delta_{m(f-1)} \\ \delta_{f+1, f-1} X_{f-1} + \delta_{f+1, f+1} X_{f+1} + \delta_{f+1, f+2} X_{f+2} &= -\sum P_m \delta_{m(f+1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)'$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \delta_{f-1, f-1}^0 &= \delta_{f-1, f-1} - \delta_{f, f-1} \frac{\delta_{f, f-1}}{\delta_{ff}} \\ \delta_{f-1, f+1}^0 &= \delta_{f-1, f+1} - \delta_{f, f-1} \frac{\delta_{f, f+1}}{\delta_{ff}} \\ \delta_{f+1, f+1}^0 &= \delta_{f+1, f+1} - \delta_{f, f+1} \frac{\delta_{f, f+1}}{\delta_{ff}} \\ \delta_{m(f-1)}^0 &= \delta_{m(f-1)} + \frac{\delta_{f, f-1}}{\delta_{ff}} \delta_{mf} \\ \delta_{m(f+1)}^0 &= \delta_{m(f+1)} + \frac{\delta_{f, f+1}}{\delta_{ff}} \delta_{mf} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$\delta_{f-1, f+1}$  の量は微量であるから之を無視すれば,  $X_f$  を消去せずして三項等式方程式の形となる。實用的にはこれで差つかへないものと思ふ。

4. 方程式の解その他

前例と同様にして得られる。

〔例題〕

今架橋を圖-27. a) に示す如き上弦材剛にして, その上を荷重の走行する場合を考察する。圖-27. b) は不静定力及び剛弦の二次モーメント, 圖-27. c) に材長及び断面積を示す。

- 1) 方程式係数: (19) 式に従つて計算すれば表-21 が得られる。但し  $X_f$  の單位の力として 250 ton をもちふ。
- 2) 方程式荷重項  $\delta_{ms}$  の表: Williot 變形圖から各節點の變移を求めれば表-22 の如き値が得られる。



表-21. 方程式係数  $\delta_{rs}$  の表 (10<sup>7</sup> cm<sup>5</sup>)

s \ r	1	2	3	4	3'	2'	1'
1	1.3875	0.0975					
2	0.0975	1.4109	0.0975				
3		0.0975	1.4109	0.0397			
4			0.0397	1.5120	0.0397		
3'				0.0397	1.4109	0.0975	
2'					0.0975	1.4109	0.0975
1'						0.0975	1.3875

表-22.  $\delta_{ms}$  の値 (10<sup>6</sup> cm<sup>5</sup>)

s \ m	1	2	3	4	3'	2'	1'
1	18.0425	1.4976	1.2472	0.9978	0.7484	0.4989	0.2495
2	3.2499	22.7962	5.4165	4.3332	3.2499	2.1666	1.0833
3	1.9860	3.9720	22.2544	3.6110	2.7083	1.8055	0.9028
4	1.4444	2.8888	4.3333	27.8520	4.3333	2.8888	1.4444
3'	0.9028	1.8055	2.7083	3.6110	22.2544	3.9720	1.9860
2'	1.0833	2.1666	3.2499	4.3332	5.4165	22.7962	3.2499
1'	0.2495	0.4989	0.7484	0.9978	1.2472	1.4967	18.0425

図-27.

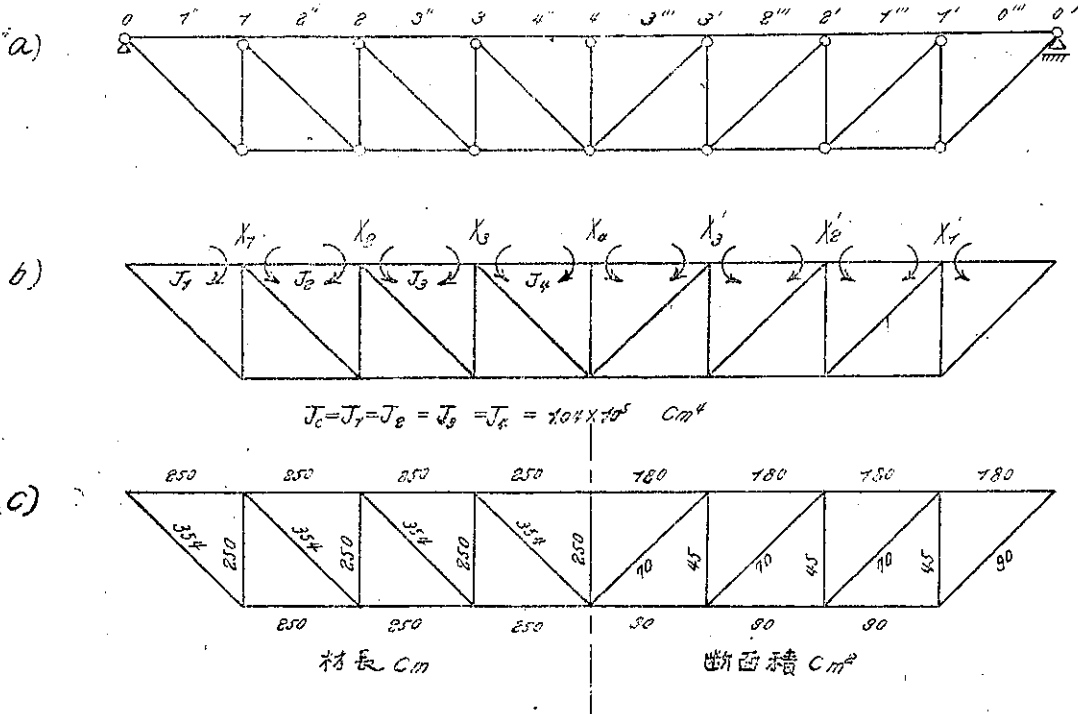


圖-28.

$X_1, X_2, X_3, X_4$  の各影響線を太線で示す。單位 (250 tcm)  
 上の山形の細線と  $X_1$ -Line との間の縦距が上弦材縁邊應力に対する影響量。  
 單位 (-250 tcm/W), 但し W は上弦材の斷面係數

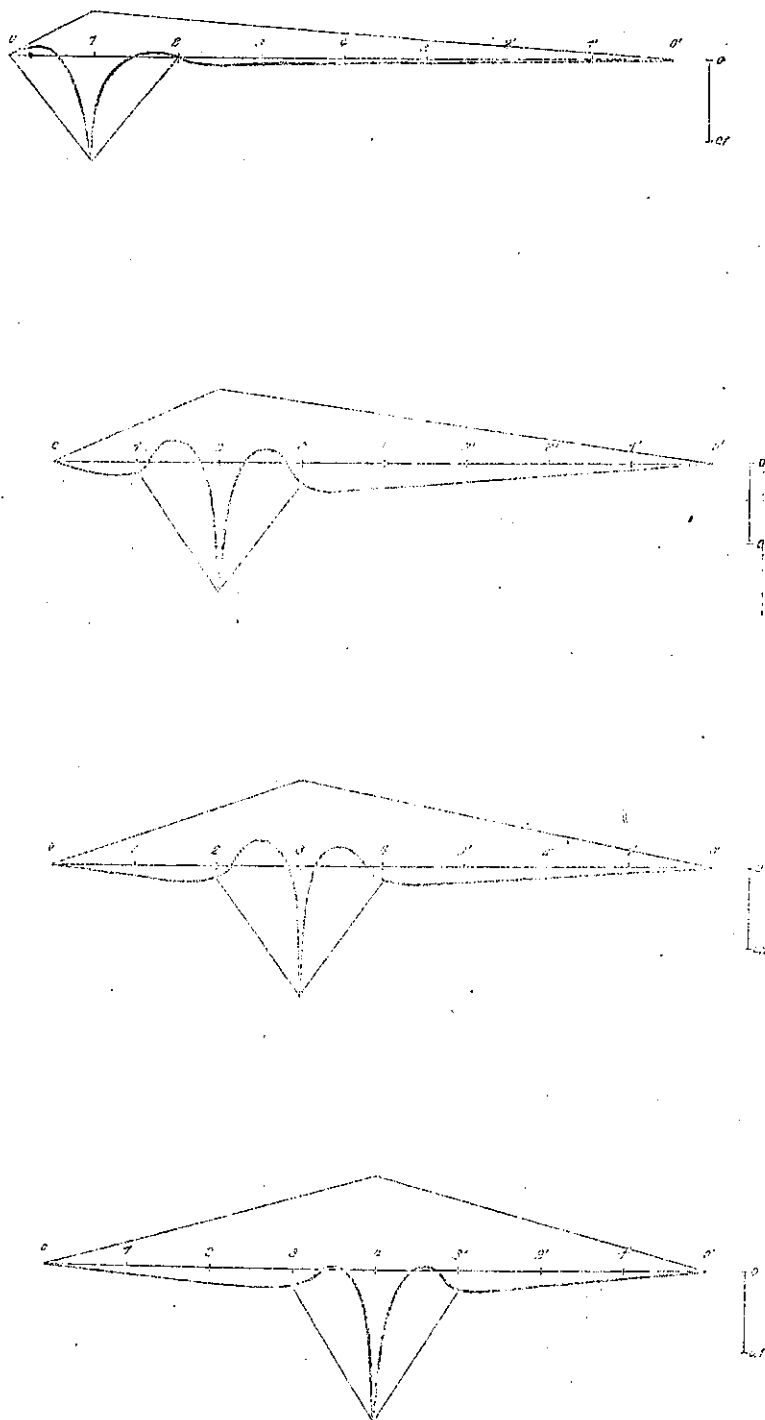


表-23. 方程式解  $\Delta_{mr}$  (10<sup>-2</sup>)

$r \backslash m$	1	2	3	4	3'	2'	1'
1	12.9107	-0.0488	0.7079	0.5148	0.3876	0.2584	0.1292
2	1.3220	16.0459	2.7178	2.9083	2.1590	1.4397	0.7199
3	1.2727	1.6546	15.5273	1.8428	1.7023	1.1285	0.5645
4	0.9066	1.8375	2.4137	18.3239	2.4137	1.8375	0.9066
3'	0.5645	1.1285	1.7023	1.8428	15.5273	1.6546	1.2727
2'	0.7199	1.4397	2.1590	2.9083	2.7178	16.0459	1.3220
1'	0.1292	0.2584	0.3876	0.5148	0.7079	-0.0488	12.9107

3) 方程式の解: 表-23 に  $\Delta_{mr}$  が示され、之は  $X_r$  に対する影響線である (乗数 250 tcm)。

4) 中間點の附加縦距: 走行荷重が節點上のみ作用する場合  $r$  は  $\Delta_{mr}$  のみでよいが、節點間にも作用する場合には中間點の撓みを求めねばならぬ。今節點間中央點に對して  $\delta_{ms}$  の撓みに附加すべきそれを求めれば、表-24  $\delta_{ms}'$  の表の如く、從つて之によつて影響線の附加縦距  $\Delta_{ms}'$  を求めれば表-25 の如くである。

從つて、 $X_r$  に対する影響線を求めれば圖-28 に示す如くである。

表-24. 方程式右邊としての格間中央點附加撓み  $\delta_{ms}'$  (10<sup>6</sup> cm<sup>3</sup>)

$s \backslash m$	1''	2''	3''	4''	3'''	2'''	1'''	0'''
1	0.978	0.978						
2		0.978	0.978					
3			0.978	0.978				
4				0.978	0.978			
3'					0.978	0.978		
2'						0.978	0.978	
1'							0.978	0.978

表-25. 格間中央點の附加縦距  $-\Delta_{mr}'$  (10<sup>-2</sup>)

$r \backslash m$	1''	2''	3''	4''	3'''	2'''	1'''	0'''
1	7.0832	6.5914	-0.4578	0.0330	-0.0009			
2	-0.4919	6.5072	6.5151	-0.4703	0.0124	-0.0003		
3	0.0340	-0.4500	6.4862	6.7832	-0.1780	0.0048	-0.0003	
4	-0.0009	0.0118	-0.1705	6.2947	6.2947	-0.1705	0.0118	-0.0009
3'		-0.0003	0.0048	-0.1780	6.7832	6.4862	-0.4500	0.0340
2'			-0.0003	0.0124	-0.4703	6.5151	6.5072	-0.4919
1'				-0.0009	0.0330	-0.4578	6.5914	7.0832

5) 弦材軸力に對する影響線

$$O_r = \left( \frac{M_r^0}{h_r} + \Delta_r S_r \right)$$

但し上式の  $M_r^0$  は  $O_r, U_r$  に對向する節點に關する單梁としての荷重による曲げモーメントを意味する。したがつて  $M_r^0 = -\sum P_m \eta_{mr}$  で表すことが出来る。  $s_r$  は  $\pm 1$  であるから

$$\frac{O_r}{U_r} = -\sum P_m \left( \frac{\eta_{mr}}{h_r} \mp \Delta_{mr} \right)$$

この場合  $\Delta_{mr}$  の量は  $\eta_{mr}/h_r$  に比して殆ど無視し得る程微量である。

6) 上弦材纖維應力に對する影響線

上弦材の  $F=180 \text{ cm}^2$ ,  $W=2.6 \times 10^4 \text{ cm}^3$  とすれば上部縁邊纖維應力

$$\begin{aligned} \sigma_T &= \frac{S}{F} + \frac{M}{W} = \frac{1}{W} \left\{ \frac{W}{F} S + M \right\} = -\frac{1}{W} \sum P_m \left\{ \frac{W}{F} \left( \frac{\eta_{mr}}{h_r} - \Delta_{mr} \right) + \Delta_{mr} \times 250 \right\} \\ &= -\frac{250}{W} \sum P_m \left\{ \frac{\eta_{mr}}{h_r} \cdot \frac{W}{F \times 250} + \Delta_{mr} \left\{ 1 - \frac{W}{F \times 250} \right\} \right\} \end{aligned}$$

$\frac{W}{F \times 250} = 0.058$  故に今  $1 - \frac{W}{F \times 250} \approx 1$  とすれば、圖-28 に示す如き  $\frac{\eta_{mr}}{h_r} \times 0.050$ -Line と  $\Delta_{mr}$ -Line との間の縦距によつて縁邊應力に對する影響線が求められるのである。

節點以外の中間點の附加縦距について、我々は單に中央の一個の點についてのみ求めたのであるが、精度を要する場合には之を以て足りとはしないのである。併し乍ら中間の各點の附加縦距は、次の如く簡単に求めることが出来る。

乃ち圖-29 b) に示す様な  $X_t$ -Line の  $t-1, t$  節點間の中間點  $m$  の附加縦距  $\delta_{mt}'$  は  $t-1, t$  間の梁が兩材端に於て  $\beta_{tt}, \beta_{t-1,t}$  なる材端モーメントをうけるときの撓みに相當するのである。

$X_t$ -Line について見れば

$$\begin{aligned} \beta_{tt} &= 0.66236 \times 10^{-7} \\ \beta_{t-1,t} &= -0.01872 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

$$\therefore \delta_{mt}' = \beta_{tt} \times \lambda^* \lambda \frac{1}{6} \lambda' \left\{ \frac{x'}{\lambda} - \left( \frac{x}{\lambda} \right)^3 \right\} + \beta_{t-1,t} \times \lambda^* \lambda \frac{1}{6} \lambda' \left\{ \frac{x'}{\lambda} - \left( \frac{x'}{\lambda} \right)^3 \right\} \dots \dots \dots (24)$$

(\*この算例に於ては單位のモーメントとして  $\lambda$  をとる故)

(24) 式の  $\frac{x}{\lambda} - \left( \frac{x}{\lambda} \right)^3$  及び  $\frac{x'}{\lambda} - \left( \frac{x'}{\lambda} \right)^3$  は表によつて求めることが出来る。

「あとがき」 普通に二次應力として取扱はれて居るものは、架構全體の釣合ひに關する限り第二次的なものであるから、これを無視した場合の釣合ひの狀況を考へて良いのであるが、縁邊應力の値としては仲々それどころでない。殆ど一次應力と二次應力は等しい位の大きさを持つものである。従つて重要な構造物になる程この二次應力の問題は、解の精度に大きい影響を持つものなのである。(昭. 18. 1. 8. 受付)

圖-29.

