討　　議

第29卷第2號　昭和18年2月

移動河床を有する小水路及び自然河川に於ける新流速公式

（第28卷第6號及び第7號所載）

正會員　今　野　彦　貞*

永井助教授の新流速公式に關する研究論文を興味深く拜讀した者の一人であるが次に私見を述べて討議にかへたいと思ふ。

移動河床に就て：——著者は滿洲國遼河，松花江等の如き大陸の河川は，河床が微細なる砂礫よりなり，河床砂礫は常に流動し，微粒子は水中に卷き上げられ，恰も日本內地の河川の洪水時に於けるが如く溷濁してゐる河川を移動床河川と稱して，それに最も適當なる流速公式は［$v=\frac{1}{n_N}R^{0.55}I^{0.20}$］なりと發表されたやうであるが，研究の基礎とされた，これ等河川の河床移動の狀態は略〻近似な或一つの型の河床移動狀態であるやうに見受けられる。然る時はこれによつて求め得た指數公式はこれ等河川並びにこれと類似の狀態に移動して居る河床の河川に應用して適當な公式で即ち或河川（遼河又は松花江の如き）の流速公式であるやうに思はれる。若しこれを一般に適應する移動床河川の流速公式なりとすれば，先づ千態萬樣である可き河床移動の狀態を幾つかの程度或は型に定義分類して，其の因つて來る原因を考究し，各型の流水に對する抵抗法則を究め，一貫した理論の許に流速公式は確立さる可きものと思ふ。

著者の實驗水路に於ての研究の移動床の程度を判斷するに，砂粒徑に於ては，松花江筋哈爾濱市の $d_m=0.32$ mm を以て最大とし，遼河支川柳河筋新民のもの $d_m=0.13$ mm を以つて最小となし，流速は松花江河床砂水路に於ては $v=19.13\sim45.81$ cm/sec，遼河支川柳河々床砂水路に於ては $v=11.72\sim57.13$ cm/sec の範圍に於て行ひ，然も新民の砂に就ては $v<0.40$ m/sec なる時は砂粒の大部分は砂漣を描きながら床面を移動し，$v<0.40$ m/sec の時は流動砂粒の各〻が浮遊して流下する程度で，松花江河床砂に於ては $v>0.40$ m/sec でも浮遊比較的少く大部分が砂漣を描きながら床面を移動してゐた程度であつたと云ふ。而して實驗は遼河松花江等の自然河川の河床の狀態と出來る限り同樣となるやうに行つたであらうから，著者の移動床の程度或は型は，河床砂が砂漣を描く程度と云ふ事が此の公式の適應する範圍のやうに見受けられる。若し一般的に適應するものならば，內地の洪水時に於ける河川或は沈澱洗掘等を盛んに行つてゐる河川にも應用して果して如何であらうか。

實驗に就て：——斯かる問題を實驗水路內で研究された著者の熱心と努力とに對しては敬服してゐる者である。著者の實驗は實驗水路の床面に現場の砂礫を敷き均らし，淸水を送つて移動床を人工的に作られたやうであるが，自然河川は沈澱物を含む溷濁水であるから，此の點丈けでも自然河川の流狀に近似の實驗を行ふ事は甚だ困難な事であらう。たゞ河床に自然河川と近似の砂漣を生ずる程度と限定された事により，比較的誤差の少い實際に近い結果を得られた事と思ふ。斯樣な實驗では嚴密に言へば，床面が移動して居るのであるから水面勾配の平衡を保つこと困難である可く，流量の測定は相當の精度を以てなし得たとするも，水深從つて徑深 R の測定を精密

* 仙臺高等工業學校教授

に行ふことはむづかしく，横斷面積從つて平均流速の値は固定床水路の場合のやうな精度は望め得ないであらう。故に實測値より流速公式の指數なり係數なりを最小自乘法によつて定める場合には，餘程考慮して行はないと正鵠は期し難い。

移動床河川に於ける抵抗法則に就て:――著者は移動床水路及び大河川の凡ての流水に對する新抵抗法則として次式を與へてゐる。

$$I^{0.3\sim0.4}=\zeta\frac{v^2}{2gR} \quad\cdots\cdots(29)$$

上式の I の羃 0.3～0.4 の出所を見るに，

遼河々床砂水路に於ては　$\psi=0.7177\,I^{0.668}$ ……(22)

松花江河床砂水路に於ては，　$\psi=1.8637\,I^{0.796}$ ……(23)

であるからこれ等を平均して $\psi=\zeta I^{0.7}$……(24) とし，自然河川の實測値より $\psi=\zeta I^{0.6}$……(26) と置き得るから $I=\psi\dfrac{v^2}{2gR}$ より (29) 式が成立すると述べてゐる。これは實測の結果から I の羃 0.3～0.4 を得たと云ふ丈けで，其の抵抗の本質に就ては論及してゐない。即ち何等理論的根據はなく，實驗結果から判斷採用された數値のやうである。故にこれを以つて各種各樣の移動床水路並びに自然河川に於ける抵抗法則を表はし得るとは信じられない。遼河々床砂水路と松花江河床砂水路との間にあつてさへ，其の砂礫の移動狀態を仔細に觀察する時は差異があり，其の結果が (22) 式と (23) 式とを生じたのではあるまいか。一般移動床に於ける新抵抗法則は，先づ河床移動の各樣の狀態を調べ，砂礫の運動流砂量洗掘沈澱等の問題から考究すべきものではないかと思ふ。然らざれば，或限られた範圍の抵抗法則を表はす實驗式に過ぎない事になる。

著者の新流速公式に就て:――著者の新流速公式決定の過程を見るに，(後編) 先づ式の形として $v=\dfrac{1}{n_N}R^{\alpha}I^{\beta}$ なる指數公式を以つて最適と考へられ，I の變化の少い R の變化の大なる實測資料から最小自乘法により，

$$\left.\begin{array}{ll}\text{奉　天} & v=0.775\,R^{0.524}\\ \text{窪渾沐（14 年）} & v=1.063\,R^{0.542}\\ \text{同　（15 年）} & v=1.047\,R^{0.563}\\ \text{遼　陽} & v=0.762\,R^{0.582}\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots(95)$$

を得。これ等を平均して $\alpha\fallingdotseq0.55$……(96) とした。

然るに前編移動床水路に於ける實驗によれば，遼河々床砂水路に於ては，

$$\left.\begin{array}{ll}0.00273\geqq I\geqq0.00145 & v=1.141\,R^{0.365}\\ 0.00145>I\geqq0.00095 & v=1.483\,R^{0.443}\\ 0.00095>I\geqq0.00065 & v=1.253\,R^{0.489}\\ 0.00065>I\geqq0.00030 & v=1.614\,R^{0.548}\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots(58)$$

にして，R の指數は I が急になる程小さくなると云ふ貴重な結果を著者は認めながら，$\alpha=0.55$ と限定されたのは矢張り I の或範圍のもの，從つて河床移動狀態の或範圍（程度或は型）に適當する式を作られた事になる。

次に β の決定に就ては著者は河床砂礫が略等しい地點に於ては I の變化は僅少であると云はれてゐるが，それは當然の事で，I の變化が少いから他の流狀が同樣であれば河床砂礫の略等しいものが集まるのではあるまいか。著者の選ばれた自然河川は殆んど流狀が大差の無いものであらうから，I の大きく變化した實測資料を得ることの困難であつた事は云ふ迄もあるまい。河床砂礫の甚しく異る，I も亦大いに違ふやうな河川に著者の式を

應用したならば如何であらうか。

著者は小水路に於ける實驗より推論によつて β の値を定め自然河川に於ての適否を檢して居られるが，移動床水路に於ける實驗値 $\beta=0.176$ を 0.18 或は 0.20 とされた迄はさておき，實測値 145 個により α, β, γ を最小自乘法により求めたるに，$\alpha=0.64829$，$\beta=0.35854$，$\gamma=1.07321$ を得たのに對し $\alpha=0.55$ は既に決定してあるから，$\beta \doteqdot 0.36$ を採用して $v=\frac{1}{n_N}R^{0.55}I^{0.36}\cdots\cdots(101)$ としたと云ふ事は最小自乘法の原理を應用して式の指數や係數を定める場合に斯樣な方法を採用し得やうか。斯くして作られた式であれば，他の 2 式より誤差の多いのは當然であらう。むしろ渾河洙及び奉天の式を $v=1.073R^{0.65}I^{0.36}$ とされたら如何なものであつたらうか。故に (97)(98) 式を以つて (101) 式に比し誤差が少いから最良なりとは斷定し難い事であると思ふ。

元來指數公式のよく適合する所以のものは，其の河川獨特の性質を以て獨特の流狀を呈してゐるものゝ實測資料に基いて，それに最も適合する式を見出したものが指數公式であるから，其の河川或はそれに類似の流狀の河川に應用して適當なるもので，若し其の式中に含まれてゐない他の條件が入つた性質を以て流れてゐる河川では根本的に考へ直さねばならない。そこが實驗式の普偏性の無い處であらう。

移動河床を有する場合の流速公式は其の流狀が單純で無い丈けに抵抗法則も甚だ複雜なものである可く，これを一々係數で表はせば實用上不便な式になるであらうが，少しでも理論に近くあらしめた公式は學問的に意味があるのではあるまいか。Kutter の式はさておき Matakiewicz，溝江氏の式は滿洲國の河川特に著者の資料をとられた河川に應用して誤差が多かつたとしても，式の形等に就ては一考に値するものではあるまいか。

終りに臨み偏見から出發した愚感を申上げ失禮な語句があつた事と思ふが御寬容を頂き度い。

著者 准會員 永 井 莊 七 郎*

今野氏より御討議に接し感謝します。

1. 移動河床に就て

遼河全水系の流域の狀況に就ては先に拙著論文「遼河河床砂礫の移動に關する研究」(土木學會誌第 27 卷第 1 號，20～21 頁) 中にも記した如く，遼河と云つてもその流域面積が 224 700 km² もある廣大なる水系にして，その東部流域と西部流域とは河狀，地質，氣象，森林狀態等に於て著しく相違してゐる。卽ち東部流域は一般に山嶽多く，樹木もよく繁茂してゐるが，反對に西部流域は砂漠，低濕地，不毛地が多い。從つて東部に流域を有する渾河，太子河，柴河，海城河等と西部に流域を有する西遼河，清河，柳河，繞陽河等とは河狀が違つてゐて決して類似の河川ではない。唯類似してゐるのは河床が砂礫より成つてゐて，その大部分が移動床であると云ふ點である。遼河水系には可なり河狀の違つた移動床の諸河川が集つてゐると考へてよからうと思ふ。斯ることは日本內地にある利根川，信濃川等の小さい河川に於ける知識のみでは考へられないことである。又松花江と遼河とでは河狀が可なり大きく違つてゐる。時を作り，實驗室を出て廣大なる大陸の河川を視察されるならば御理解が出來ると思ひます。又 Donau 河の河狀は遼河，松花江水系の河川とは可なり違つてゐるのではないかと思ふ。小生が流速公式の照査に使用した實測資料の範圍が十分大であるとは考へませんが，今野氏の考へられる如き或

* 工學士 京城帝國大學助教授

る限られた狭い範圍のものではないと考へる。今試みに水面勾配に就てみても，流速公式の照査に用ひた實測資料は $I=1/714\sim1/20\,000$ に變化してゐる。一般の移動床河川は大體此の範圍にあるのではなからうか。

「河床砂礫の移動狀態は千態萬樣である」如くであるが，之も常流に於ては大體次の 3 種に大別出來ると思ふ。

(1) 河床砂礫の殆んど凡てが砂漣を描き乍ら移動する場合（掃流力及び流速は小）

(2) (1) の場合より掃流力が增大して河床砂礫の 1 部は河床上を砂漣を描き乍ら移動し，一部は浮游して流動する場合（此の場合の砂漣は (1) の場合より大である）

(3) (2) の場合より更に掃流力及び流速が增大すると，流動する砂礫の大部分が浮游し，河床附近では砂粒は直線的に流れ，砂漣は殆んど消えて河床は滑かになる場合

故に實驗に於ては，水路床の砂礫が上記 3 種の移動をなす如き流れを作れば，大體凡ての移動床に於ける流れを近似的に再現し得るものと考へます（斯る場合の相似法則を確立し得ない現在では，此の程度の相似性で滿足する外ないと思ふ）。

柳河々床砂水路に於ては砂粒が小であつたので，上記 3 種の場合に就て實驗し得たが，松花江河床砂水路に於ては砂粒がより大であつて，之に對してポンプの容量が小さく實驗用流量が十分に得られなかつたので，殘念乍ら (3) の場合を實驗することが出來なかつた。それ故望み通りの實驗資料が得られず，ために抵抗法則及び小水路に於ける流速公式の作製に當り多少無理を生じた。

又上記 3 種の場合の各〻に就て抵抗法則を求め，その變化の有樣を見たいと思つたのですが，それには各場合に就て更に多數の實驗を必要とするので，時間と勞力の都合でそれを止め，3 種の場合を包含した抵抗法則（松花江河床砂水路に於ては (3) の場合は包含せず）を求め，目的の流速公式の確立に移つた次第です。實驗の際には之以外にも更に深く研究して見たいと考へた點も 2, 3 ありましたが，結論が急がれましたので，止むを得ず結論に進んで行つたのです。

次に小生の流速公式が日本內地の砂礫河川に於ける洪水時の流水に適用し得るか否かは小生自身も疑問です。今の處その砂礫係數 n_N の撰定が出來ないので適否を檢することが出來ません。

2. 實驗に就て

自然河川の水が溷濁してゐる流れ（掃流力）に相當する實驗水路の流れに於ては水路の水は溷濁して居ります。唯水路の上流端附近は溷濁しませんが，測定に必要な部分は上流端から相當下流ですから，河水より溷濁の程度は多少少いかも知れないが，實驗水路の水は濁ります。前編の計算例によつて明かな如く，一般に浮游砂礫流送のための損失は，摩擦及び渦動による損失に比して可なり小さいと考へられるから，河水と水路水との間に溷濁の程度に多少の差があつても大した影響はないと考へます。それ故此の點に就ては御心配には及ばないと思ひます。

移動床水路に於ける實驗は固定床水路に於ける實驗に比して非常に面倒である。水深及び水面勾配の測定，斷面積の測定等も精確を期し難い。然し今のところでは，斯る方法により出來る限り精確に實驗を行ひ，その實驗値を用ひて，指數公式中の指數を最小自乘法によつて決定するより外に良い方法はないのではなからうか。然し現在の實驗及び計算方法に滿足せず將來更に良き方法を考究す可きは勿論であります。

3. 移動床河川に於ける抵抗法則に就て

抵抗法則に就ては理論的に考へてみたのですが未だ結論に達するまでに至らないので，實驗式のみを發表した次第です。移動床の流れに於ては (4) 式そのものを檢討する必要がありますが，今暫定的に (4) 式の如き形式を

とれば (29) 式の如くなります。

4. 新流速公式の決定に就て

a) $\alpha=0.55$ の決定に就て，(58) 式の (i)〜(v) により嚴密には α は勾配 I の函數であるが，α を I の函數で表はしたのでは流速公式が複雜になつて來る。又計算の結果ではその I の影響は大したことはないと思はれた。小生の目的は論文中にも記した如く，出來る限り簡單な式で而も成る可く精度の高い公式を作ることにあつたのである。α の中に入り來る可き I の影響を無視して α の平均値をとり $\alpha=0.55=$一定 としても公式の精度は餘り低下せず，簡單にして而も誤差の少い公式を得ることが出來たのである。從つて $\alpha=0.55$ としたために公式の適用範圍が限定されることにはならないと考へる。唯小實驗水路に對する流速公式としては式形の簡單と云ふことよりも式形は稍複雜になつても少しでも精度の高い式が望ましいと考へたので (58) の (i)〜(v) 式より α と I との關係を求めた處，遼河々床砂水路に於ては次式を得た。

$$\alpha=0.574-122\,I$$

更に (58) 式から n_N と I との關係を求めると

$$n_N=0.105+65.8\,I$$

故に遼河々床砂水路に對する流速式は次式の如くなる。

$$v=\frac{1}{0.105+65.8\,I}R^{0.574-122\,I}I^{0.212}\quad[\mathrm{m/sec}]\qquad\cdots\cdots(57')$$

此の式は (57) 式の $v=\dfrac{1}{0.126}R^{0.532}I^{0.212}$ よりは精度が高く，實驗値全體に對する平均誤差は (57) 式の半分位になるであらうと思はれる。

又 (57) 式と (57′) 式との中間の式として $n_N=$一定 とすれば

$$v=\frac{1}{0.126}R^{0.574-122\,I}I^{0.212}\qquad\cdots\cdots(57'')$$

此の式も (57) 式よりは稍〻精度が高いと思はれる。然し (57′) 式及び (57″) 式に於ては，水路床の砂礫の種類により R の指數及び n_N が變つて來る。斯樣に流速公式中に水路の砂の種類によつて變る 2 つの係數を含むことは，公式使用上甚だ不便である。又模型實驗に於て相似律を適用する時にも都合が惡い。斯る理由により結局 (57) 式を撰定した次第である。

b) β の決定に就て．水面勾配 $I=1/700〜1/20\,000$ の範圍の移動床河川には著者の式は最も適してゐると考へる。$I>1/700$ の急流に對する適否は今の處不明である。今後檢して見たいと思つてゐます。

β の決定に當り (100) 式中の $\beta=0.36$ のみを用ひたのは不合理である。此の點は論文提出前取捨を考へたのですが，やはり理窟をつけずに $\beta=0.20$ より大なる値として $\beta=0.30$ を用ひて比較した結果を示した方がよかつたと考へてゐます。$\beta=0.18$, 0.20, 0.30, 及び 0.36 とした (4) 式に因る夫々の計算流速を遼陽及び大平寨に於ける實測流速と比較すれば**表-15** 及び**表-16** の如くである。但し**表-15**（論文後編中の）に於て，44 番の $R^{0.55}=(1.422)^{0.55}$ の値に計算違ひがあつたので，凡ての計算流速及び誤差が僅かづつ違つて來た。玆に訂正する。

$$v_{(1)}=\frac{1}{n_N}R^{0.55}I^{0.18}\qquad\cdots\cdots(1)$$

$$v_{(2)}=\frac{1}{n_N}R^{0.55}I^{0.20}\qquad\cdots\cdots(2)$$

表-15. 遼 陽

(1) $v_{(1)}=\frac{1}{0.318}R^{0.55}I^{0.18}$, (2) $v_{(2)}=\frac{1}{0.271}R^{0.55}I^{0.20}$, (3) $v_{(3)}=\frac{1}{0.122}R^{0.55}I^{0.30}$, (4) $v_{(4)}=\frac{1}{0.0757}R^{0.55}I^{0.36}$

實測番號	計算流速 $v_{(1)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(1)}-v_0}{v_0}$ (%)	計算流速 $v_{(2)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(2)}-v_0}{v_0}$ (%)	計算流速 $v_{(3)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(3)}-v_0}{v_0}$ (%)	計算流速 $v_{(4)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(4)}-v_0}{v_0}$ (%)
1	0.764	− 7	0.767	− 7	0.779	− 5	0.785	− 4
2	0.676	−17	0.675	−17	0.666	−18	0.660	−19
3	0.639	+13	0.638	+13	0.629	+11	0.623	+11
4	0.593	− 0	0.591	− 0	0.584	− 2	0.578	− 3
5	0.589	− 3	0.587	− 3	0.580	− 4	0.574	− 5
6	0.581	+ 5	0.580	+ 5	0.572	+ 3	0.567	+ 3
7	0.577	− 5	0.575	− 6	0.568	− 7	0.562	− 8
9	0.567	+ 6	0.566	+ 6	0.559	+ 4	0.553	+ 3
44	0.933	0	0.936	+ 0	0.951	+ 2	0.959	+ 3
45	0.900	+ 2	0.903	+ 2	0.917	+ 3	1.042	+ 4
52	1.076	− 1	1.082	− 0	1.113	+ 2	1.129	+ 4
53	1.063	+ 6	1.069	+ 6	1.099	+ 9	1.115	+11

表-16. 大 平 窯

(1) $v_{(1)}=\frac{1}{0.287}R^{0.55}I^{0.15}$, (2) $v_{(2)}=\frac{1}{0.250}R^{0.55}I^{0.20}$, (3) $v_{(3)}=\frac{1}{0.125}R^{0.55}I^{0.30}$, (4) $v_{(4)}=\frac{1}{0.0828}R^{0.55}I^{0.36}$

實測番號	計算流速 $v_{(1)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(1)}-v_0}{v_0}$ (%)	計算流速 $v_{(2)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(2)}-v_0}{v_0}$ (%)	計算流速 $v_{(3)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(3)}-v_0}{v_0}$ (%)	計算流速 $v_{(4)}$ (m/sec)	誤差 $\frac{v_{(4)}-v_0}{v_0}$ (%)
1	0.630	+15	0.631	+15	0.639	+16	0.641	+17
2	0.571	+16	0.571	+16	0.576	+18	0.576	+17
3	0.539	+11	0.539	+11	0.544	+12	0.544	+12
4	0.550	+ 7	0.550	+ 7	0.554	+ 7	0.554	+ 8
5	0.518	+15	0.519	+15	0.524	+16	0.526	+17
6	0.475	+14	0.476	+14	0.481	+15	0.483	+18
7	0.433	+16	0.434	+17	0.440	+18	0.443	+19
8	0.383	− 5	0.382	− 5	0.382	− 5	0.380	− 6
9	0.389	+ 4	0.388	+ 4	0.386	+ 3	0.383	+ 3
10	0.365	− 1	0.366	− 1	0.365	− 1	0.364	− 1
11	0.353	−15	0.352	−15	0.350	−16	0.347	−16
49	0.282	−16	0.282	−16	0.280	−17	0.277	−17
50	0.278	−18	0.277	−18	0.275	−19	0.273	−20
51	0.297	−21	0.295	−21	0.290	−22	0.285	−24
52	0.409	+ 3	0.408	+ 2	0.405	+ 2	0.401	+ 1
55	0.270	−24	0.270	−24	0.267	−25	0.265	−25

$$v_{(3)}=\frac{1}{n_N}R^{0.55}I^{0.30}\cdots\cdots(3)$$

$$v_{(4)}=\frac{1}{n_N}R^{0.55}I^{0.36}\cdots\cdots(4)$$

表-15 に依れば，(1) 式と (2) 式との誤差は同一にして共に平均誤差 5.4 %，最大誤差 −17% であるが，(3) 式は平均誤差 5.8 %，最大誤差 −18 % にして (1),(2) 式より僅かに誤差大きく，(4) 式は誤差最も大にして平均 6.5 %，最大 −19 % である。

又**表-16** に依れば，(1) 式と (2) 式との誤差はやはり同一にして共に平均誤差 12.6 %，最大誤差 −24 % であり，(3) 式の誤差は (1),(2) 式より稍ゝ大にして，平均誤差が 13.2 %，最大誤差が −25 %，(4) 式は更に僅かに誤差大にして，平均 13.8 %，最大 −25 % である。之等の結果によれば，β の値が 0.20 或は 0.18 より遠ざかるにつれて流速式の誤差は增すと考へられる。故に $\beta=0.20$ に撰ぶのが最も適當である。唯何故に $\beta=0.20$ にならねばならぬかと云ふ理論的な證明は未だなし得ないのであるが，之は移動床の流れに於ける抵抗法則の理論的研究によつて解明し得るものと考へて居ります。然し (98) 式が精度の點から云つても，式形の簡單さから云つても，最良であることには變りはありません。

若し流速公式を理論によつて求め得るならば我々の最も望むことである。又成る可く理論的な公式を撰ぶ可きは當然にして，小生も公式の形を撰定するに當つては十分此の點を考慮したのである。Matakiewicz 氏及び溝江氏の研究に對しては敬服し，又それ等の式形に就ても一考の價値は認めるが，移動床の流れに對する兩氏の研究に對して，從つてその式形に對しても未だ不十分であると云はざるを得ないです。