

論 說 報 告

第 28 卷 第 12 號 昭和 17 年 12 月

乾燥砂の運動機構に就て (II)
(砂壓論の運動學的基礎)

正會員 最 上 武 雄*

内容梗概 昨年の研究に引續いて行つた 3 種の實驗、

1. 静止せる壁に及ぼす砂壓の測定
2. 一方の壁を仆した場合の箱中の砂の運動に関する實驗
3. 剪斷試驗

の結果を報告し、其れ等を、運動學的見地より考察する事に依り、砂壓論の基礎概念の批判、省察が可能である事を示し、一方一様な粒よりなる粒狀體の運動基礎方程式を提案し、剪斷層の理論を展開して、一昨年提議した砂の運動に関する假説を理論的に導き出す事に成功し、Slichter のモデルに依て多少の議論を行つた。

目 次

第 1 章 緒 言	第 1 節 一様な粒よりなる粒狀體の運動基礎 方程式 I
第 2 章 静止した壁に及ぼす砂壓の實驗	第 2 節 一様な粒よりなる粒狀體の運動基礎 方程式 II
第 1 節 總 説	第 3 節 一様な粒よりなる粒狀體の運動基礎 方程式 III
第 2 節 實驗裝置	第 4 節 一様な粒よりなる粒狀體の運動基礎 方程式 IV
第 3 節 實驗方法	第 5 節 剪斷層の理論
第 4 節 實驗結果	第 6 節 剪斷層の一模型
第 5 節 實驗結果の検討	第 7 節 壁を仆す實驗の場合の θ の値と剪斷 試驗
第 3 章 箱の一方の壁を仆した際の砂の運動 に関する實驗	第 8 節 剪斷試験の結果と剪斷層の理論
第 1 節 實驗裝置	第 9 節 静止せる壁に及ぼす砂壓の實驗の結 果と剪斷試験
第 2 節 實驗方法	第 10 節 鷹部屋博士, Terzaghi の實驗に就 て
第 3 節 實驗結果	第 11 節 息角に就て
第 4 節 實驗結果の検討	第 12 節 結 語
第 4 章 剪斷試験	
第 1 節 實驗裝置其の他	
第 2 節 實驗方法	
第 3 節 實驗結果	
第 4 節 實驗結果の検討	
第 5 章 綜合的考察	

第 1 章 緒 言

昨年の研究に引續き乾燥砂の運動機構の研究を行つたが、其れによつて昨年の結果を確認する事が出来たり、新しい事實を知る事が出来たりした。以下順を追つて報告を行ふ事にする。尙ほ今年も此實驗は多人數を要する關

* 工學士 東京帝國大學助教授

係もあつて當時の三年生、小山謙三、柿沼俊彦、澁谷克己、白井増次郎、鈴木久雄の5君の協力を得た。5君と共に愉快な研究生活數ヶ月を送り得た事、及び5君の御協力に依つて相等量の資料を持ち得た事に對し深甚の感謝の意を表したいと思ふ。又一部の費用は學術振興會よりの補助に依る事を記して謝意を表したい。

今年の實驗の目的は、昨年行つた、砂を箱に填めてその箱の一方の壁を仆して行く際の砂の運動機構に就ての考へを再検討し、出来れば砂壓論との關聯を付け、剪斷試驗の機構に就ての考へとも關聯させ、其れ等を綜合する事に依て運動機構の上に砂壓論の基礎を置き、合せて剪斷試驗の砂壓論に對する意義を検討して見たいと言ふにあつた。目的が大き過ぎたので充分に之れを完成する譯に行かなかつたのは當然過ぎる事であつたが、昨年よりは一步此の目的に近づいた様に思ふ。此の目標に向つて行つた實驗の主なものゝ次の3種である。即ち

- (1) 静止した壁に及ぼす砂壓の測定
- (2) 箱の一方の壁を仆した際の砂の運動に関する實驗
- (3) 剪斷試驗

である。此の3種の實驗の結果は、互ひに關聯してゐて、別々に之れを論ずる事は出事ないのであるが便宜上、之れを分けて説明し、後に綜合的な立場から論じて見たいと思ふ。

第2章 静止した壁に及ぼす砂壓の實驗

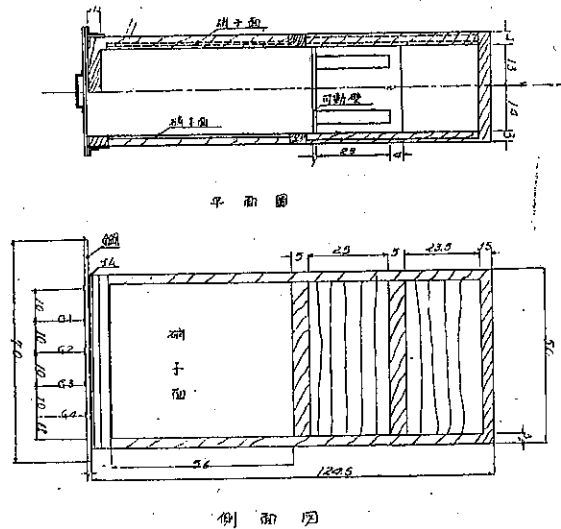
第1節 總 說

静止した壁に及ぼす砂壓の測定は今迄に多くの人々に依て試みられた如くである。筆者も、甚だ粗雑な方法であつたが、數年前之れを行つた事もある。Terzaghi は静止した壁に及ぼす砂壓は壁が幾らか動いた場合よりも、可成り大きいと言ふ事を指摘し、Rendulic¹⁾ も其の教科書に之の結果を引用して、色々の現象の説明に用ひて居り、Krey²⁾ は静止せる壁に於ける砂壓は相當に大きくなり得る事を教科書に書いてゐる³⁾。内務省の松尾春雄技師は Rankine の土壓論が壁が静止してゐる場合にも良く當嵌まると言はれ、筆者の數年前の久味浦砂に依る實驗の結果も、松尾技師の申される如くなつてゐたのであるが、今年の標準砂に依る實驗の結果は Terzaghi や松尾技師、及び筆者の以前の實驗結果と反するものであつた。此の理由並に、其れに依て推測される事柄に就ては後に述べる。

第2節 實驗裝置

使用した裝置は圖-1 に示す如き木の箱で、一方の

圖-1. 靜壓測定裝置一般圖



側面圖

1) Leo Rendulic: "Erddruck im Straßenbau und Brückenbau" 邦譯あり
 2) H. Krey: "Erddruck, Erdwiderstand und Tragfähigkeit des Baugrundes" 邦譯あり
 3) 静止壁に及ぼす壓力が主動砂壓と受動砂壓の中間にあると言ふ事は、砂壓論の常識の如くであつて Rendulic の如きは之れを明言してゐるが、此れは少し言ひ過ぎと思ふ。Dawin の實驗方法から考へても、壁を剪に仆すに要する最小の壓力が主動砂壓である。だから壁が止まつてゐる時の砂壓は 0 から受動土壓まで有り得る譯で、必ずしも主動土壓より大きくなければならぬと言ひ切れないと思ふ。

壁は 10 mm の厚さの銅板で、其の壁に壓力を測定すべき彈性板が取付けてある。他の 2 面は半分硝子張りになつてゐるが、今回の實驗に於ては、特に硝子張りの効果は發揮しなかつた譯である。尙ほ箱中に壓力計（彈性板）の付いてゐる壁と向ひ合せに、矢張り鋼製の、可動壁が入れてあり、これに依つて箱の中に填充す可き砂の奥行き（彈性板と可動壁との距離）を自由に變へる事が出来る。可動壁は充分な重量を持ち、しつかり出来てゐるから、實驗中に移動する様な事はない。彈性板は銅板から切り出したもので、厚さ約 0.2 mm、直徑 4 cm. である。

この彈性板の撓みを擴大する爲に圖-2 に示す様な装置が付けてある。之れは中西教授の御教示に依つたもので、嘗つて中西博士が別の目的で使はれたものを眞似させて戴いたものである。此擴大装置は一種の挺子装置で、これに依つて擴大された彈性板の撓みを、更に鏡、尺度、トランシットによる光の挺子に依つて擴大して測定した譯である。光の挺子に依つて測定した尺度の動きから彈性板に作用する壓力の大きさを求める爲めに、豫め彈性板に既知の靜水壓を加へ、其れに依る尺度の目盛の移動を測定して置くのである。尤も此の場合には、尺度の鏡からの距離を測定して、鏡の回轉角と彈性板に加はる壓力との關係を求めて置く事が必要で、其れも行つたのであるが、今回の實驗に於ては鏡

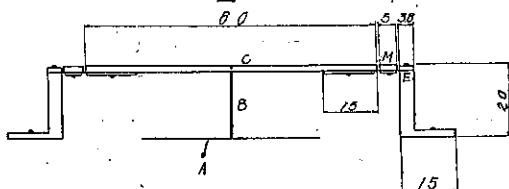
と尺度との距離は靜水壓に依る檢定の場合も砂に依る壓力の測定の場合も同一になる如くして、徒らに結果整理が煩瑣になる事を避けた。彈性板の檢定の際には、計器の履歴現象は認められなかつた様である。

第 3 節 實驗方法

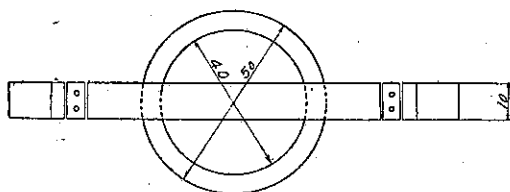
使用した砂は、乾燥した標準砂である。砂の填め方は 2 種やつて見たのであるが、其の 1 つは砂を蒸發皿に採つて、其れを出来る丈け一樣になる如く撒布して最後には水平になる様に均らした。此方法に依ると、填まり方は稍粗であるし、一樣性を得る事は中々困難で、實驗結果にも其れが出てゐる。他の方法は、之れは後期に行つたのであるが、漏斗の先きにゴムホースを付け、一定の高さから撒布するやり方で、嘗て行つた剪斷試驗の際に採つた方法⁴⁾である。

これに依れば稍密で見掛比重 1.652 位に填められ、相當程度の一様さが得られる。移動壁は彈性板を備へた固定壁より、12 cm, 25 cm, 50 cm の 3 通りの距離にある場合を行ひ、砂の深さは 43.8 cm を標準とした。測定に當つては、砂を下から填めて行つて、彈性板の下端にかゝる直前に當該彈性板の零點を讀む如くして行く。そして下より 10 cm 迄填めた時に、最も下の彈性板の讀みを取り、以後 5 cm 砂を填める毎に、測定可能な彈性板の讀みを取つて行く。尙ほ同じ砂厚にしても、時間と共に壓力が變化して行つた場合もあるが、其の時は 30 秒毎に測定を爲し、壓力の變化が無くなる迄之れを續けた。

圖-2.



ゲージ 平面圖



ゲージ 正面圖

4) “乾燥砂の運動機構及び砂の内部摩擦測定法に就て” 土木學會誌 27 卷 8 號 (昭. 16. 8.) 論文 A として参照す。

第4節 實驗結果

測定結果の代表的なものは、圖-3~6 に掲げた如くである。圖-3~5 は漏斗填めのものである。圖-6 より分る如く漏斗で填めたものゝ方が可成り一樣に出る。漏斗で填めたものゝ曲線では、圖中點線で書いてあるものが、填め終つた時の壁に及ぼす壓力の分布を示すもので、實線で書いたものは、砂を填めて行く場合、上の砂被りの厚さに依り壓力が變つて行く様を示したものである。之れに依り分かる如く、壁と壁の間隔が狭くなると、圖-7 の如く、之れが大きくなると圖-8 の如くなる。壓力を測つた點は壁上數點であるが、之れを滑かな曲線で結んで、之の曲線と垂直線との間に圍まれる面積即ち壁の幅 1 cm 當りの全壓を出して見ると圖-6 の如くなる。

尙ほ、圖-3~5 に於て、下方の彈性板に依る壓力測定値は、同じ砂被りの場合でも、上方の彈性板に依る壓力測定値より大きい事が認められる。圖-6 に見掛比重數種と内部摩擦角數種を假定して、Rankine 式に依り計算した壓力を書いてある。實測値は甚だしく散らばつてゐて、平均値も取り得ない程であるが、漏斗填め、即ち、密填めの場合の方が概し

圖-3.

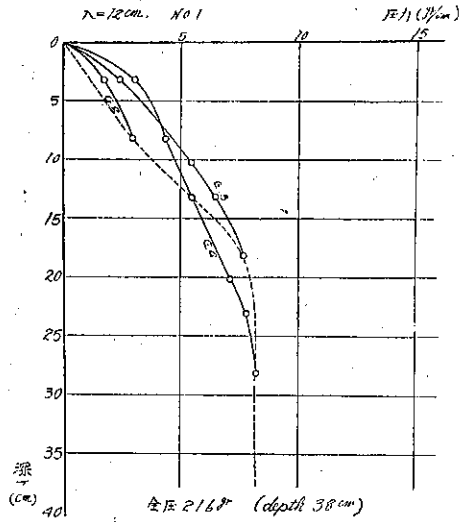


圖-4.

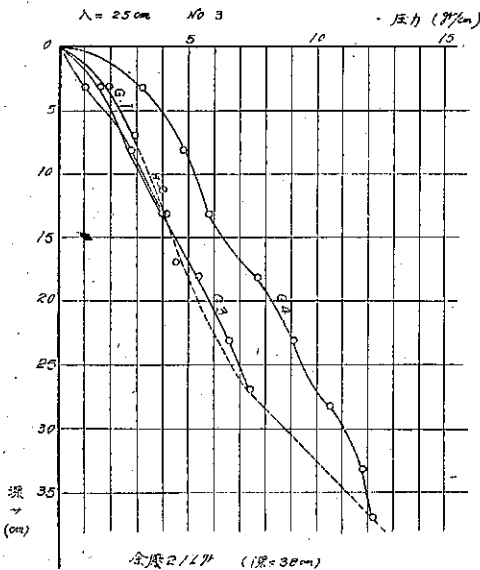
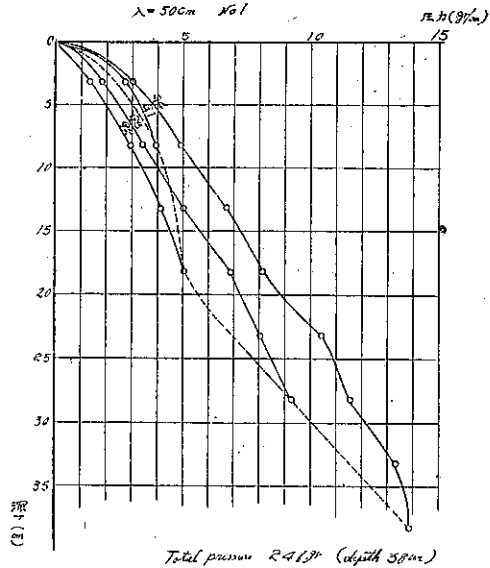


圖-5.



て壓力は小さく、しかも一樣性が多い様である。

第5節 實驗結果の検討

先きにも述べた如く、此の實驗の結果を検討する事も、獨立には行ひ得ないのであるが、獨立に行ひ得るものを少しく論じて見たい。此の實驗を行ふ前に簡単に、標準砂、久味浦砂、標準砂と久味浦砂との混合したものゝ就い

て、息角の測定を行つたのである。此處に別に章を設けて報告する程多くやつて居ない爲に省いたのであるが、知る事の出來た事柄の中、可成り顯著な事は、測定方法に依て息角は相當に違ひ得る事、前に標準砂の息角測定を行つて、25°なる値を得て、其の後、其の値を使つて居たのであるが、あの値は少しく小に過ぎる事等である。吉

圖-7.

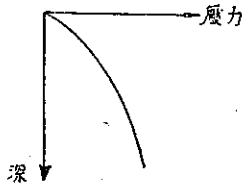
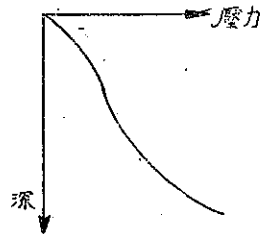


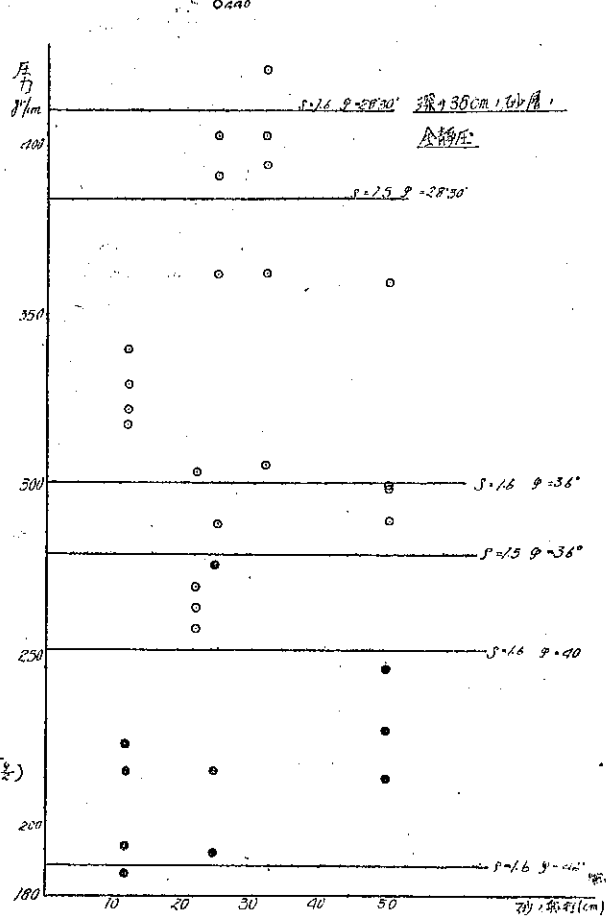
圖-8.



$$P = \frac{1}{2} \rho A v^2 \sin^2(\alpha - \phi)$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = 722$$

圖-6.



田先生の御話に依れば、川砂の息角は可成り一樣に出るさうであるから、標準砂の如き粒の揃つたものに於て特に非一樣性が著しいのかも知れない。其處で直径 8 cm のブリキ製圓筒の底を抜き、細い針金で上方に釣り、砂を傾めて 0.5 cm/秒 の一定の速さで上方に引き上げ、其の際に出来る砂の傾斜を、水理實驗に於て水の表面を測定する場合に使ふ水面測定器で測る事に方法を一定させてみた處、標準砂につき平均の値として息角 28°22' を得たのである。其れで圖-10 では 28°30' に對する Rankine 式に依る砂壓の値を記してある譯である。

Terzaghi に依れば、静止せる壁に及ぼす砂壓は、主動砂壓よりも大きいと言ふのであるが、息角を内部摩擦角に採り、其息角を以上の 28°30' として見ると、いつれの測定値も計算値以下になつて、Terzaghi の言に反する事になる。之れに對して澁谷君が考へた解釋は、壁に對して實際に働く壓力は壁に垂直ではない筈であるが、我々の測定値は其の水平分力であるから實際の壓力はもつと大きくても良いと言ふのである。此の様な事情が有り得る事は筆者も認めるが、筆者は後に述べる壁を付す實驗の結果、剪斷試驗の結果と合せ考へて解釋したいと思ふので、綜合的考察の處で述べる事にする。

第3章 箱の一方の壁を仆した際の砂の運動に関する実験

第1節 実験装置

此実験は昨年主として行つた実験で、装置も昨日用ひたもの⁵⁾を大體に於て使用した(圖-9~10)。唯だ二、三改良した處がある。其れは、仆す壁の位置を變へた事、仆す壁の下の鉸の位置を變へた事、旗狀器具を改良した事等である。仆す壁の下の鉸は、去年は、前回發表した説文⁶⁾の圖-1に見る如く、壁が仆れた場合に壁の下部に於

圖-9. 沈下量測定装置

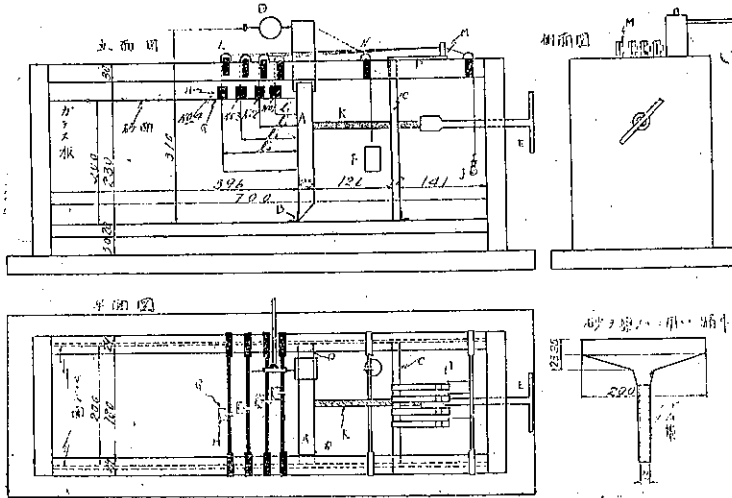
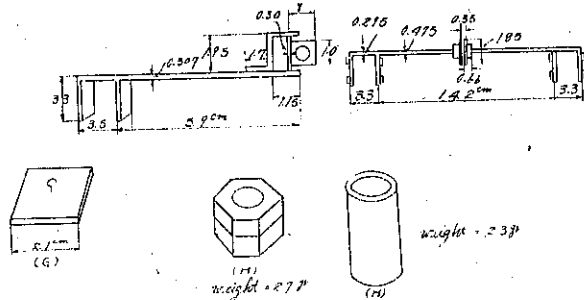


圖-10.



て、砂を多少攪亂させる心配がある側に付いてゐたので、其れを圖の如き心配の無い位置に変更した。滑車も車の位置が變へられなかつた爲に、旗狀器具の位置に依ては、沈下運動を傳へる針金と滑車の相對位置に無理があつたから改め、旗狀器具は其の下部丈けで支へてゐた爲に、旗の廻轉に従つて軸受けのガタに依て多少仰ぐ氣味があつたので、上下で軸を支へる事にした。又尺度も古製圖板を利用した、しつかりしたものに方眼紙を貼

つたものを使用する事にし、旗狀器具の數も、去年は3個しか無かつたので、今年は4個を使用し砂の表面の4個所の沈下を測定した、旗狀器具の大きさを測定するには Comparater を利用したが、其の精度を吟味して見たら昨年の実験の際、 μ の値等を3桁探つてゐたのは甚だ不用意で、實は2桁位がやつとらしい事が分かり、前論文⁷⁾の圖-21(初めのは計算違ひありて訂正せるもの)の縦坐標の目盛は細かに過ぎる事に氣が付いた。

5) 乾燥砂の運動機構に就て (I). 土木學會誌, 28 卷 5 號 (昭. 17. 5). 論文 B として参照す。

6) 1) に同じ。

7) 前出論文 B

圖-11.

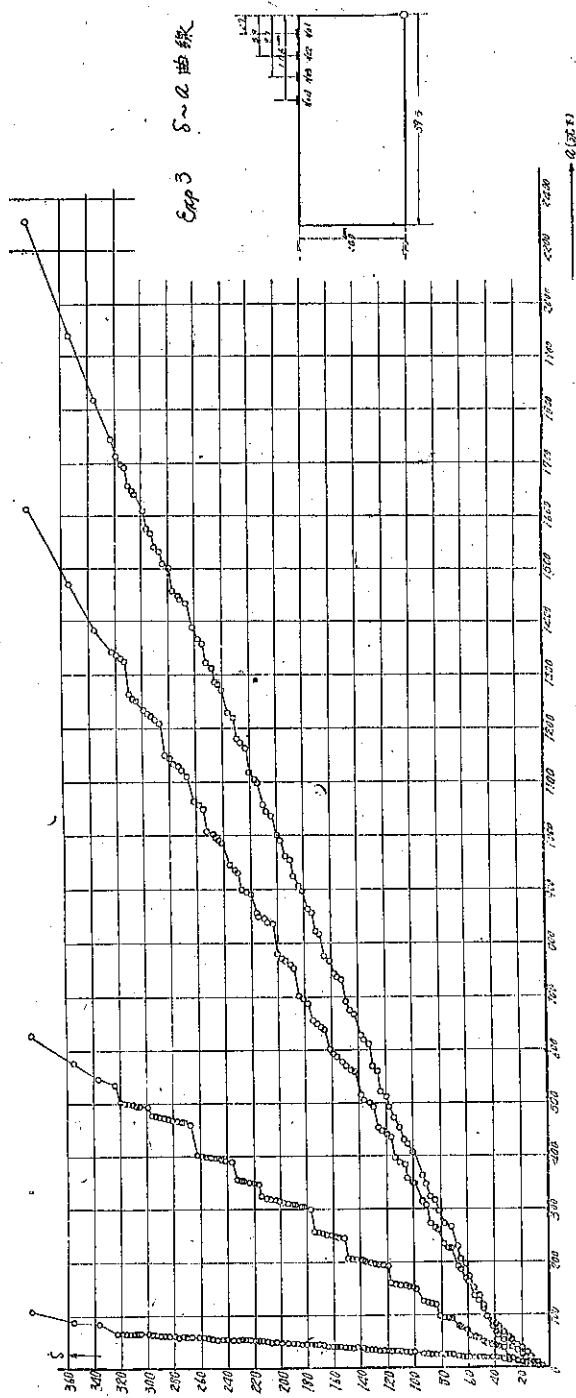


圖-12.

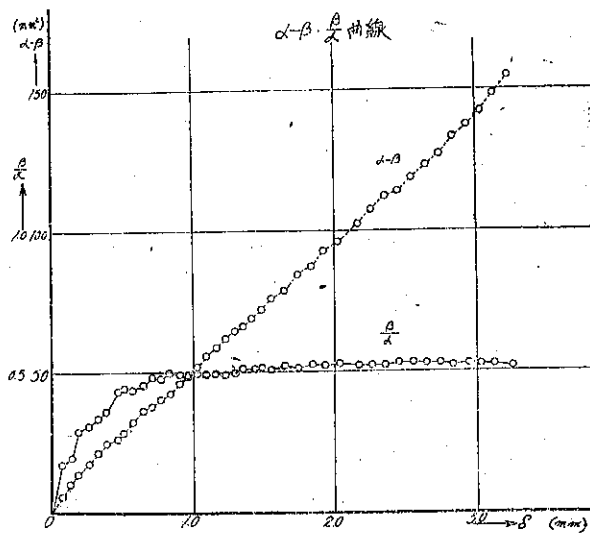
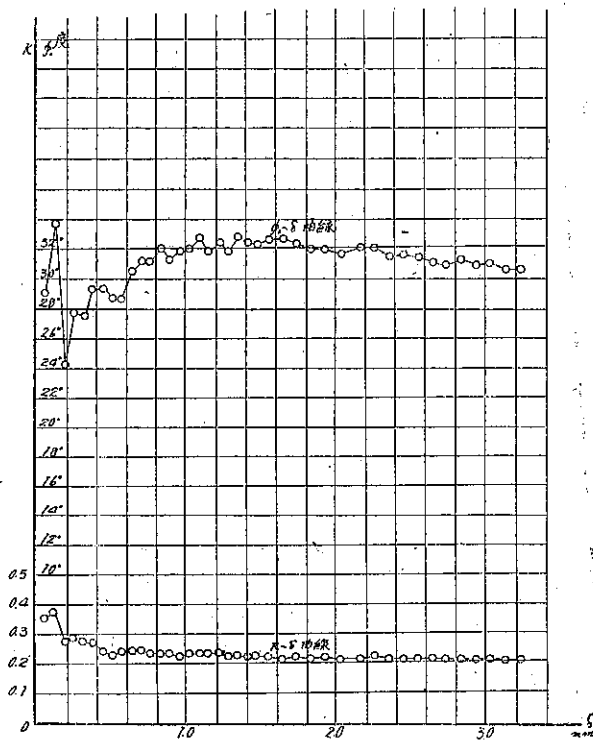


圖-13.



第2節 実験方法

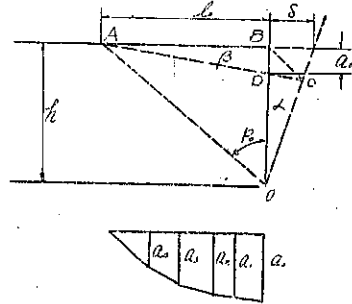
実験方法も大略前論文に報告したものと同様である。使用した砂は標準砂で、填め方は昨年よりも一様性を期する目的で、一定高さ(約40cm)より内径15mmのゴムホースを付けた漏斗にて、下より水平に上面を保つ如く填めた。砂を填めた深さは20cmとした。又光の挺子の利用に於ては、尺度上の敷点と鏡の距離を豫め測定して置いて正確を期し、旗の處の針金の移動の精度が1/50以上になる様にした(この光の挺子の改良は學生諸君の改良である)。仆す壁に最も近い分銅は、圖-9に示す様に出来る丈け壁に近付けて、壁際の砂面の沈下を算出する場合に正しいものが出る様にした。

第3節 実験結果

実験結果を圖示したものが圖-11~13で、実験は3回行つたが、其の代表的なものを示したものである。

実験結果は、當然の事ではあるが、昨年のもよりも一様性を増してゐる。其の事もあつて、此の実験を3回で止めたのである。 α, β, δ, k 等の記號は前論文に掲げてあるが、念の爲に簡単に説明すれば、砂は圖-14に示す如く運動するので、 k は $\triangle OAB$ 内で剪斷歪を一樣とした場合に、單位容積が單位の剪斷歪を受けた際に膨脹する量である。そして k の値は次の式で計算される。

圖-14.



$$k = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\beta}{\alpha} \right) \sin 2\phi_0 \dots \dots \dots (3.3.1)$$

$$\tan \phi_0 = \frac{\delta}{a_0} \frac{\beta}{\alpha} \dots \dots \dots (3.3.2)$$

$$l_0 = h \tan \phi_0 \dots \dots \dots (3.3.3)$$

β/α と δ の間の關係を示す曲線も非常な一様性を示し、其値は δ が増すにつれて増加し $\delta \doteq 1.0 \text{ mm}$ 位になると略々一定値となり、其れでも $\delta \doteq 2.5 \text{ mm}$ までは極く僅かづゝ増加し、 $\delta \doteq 2.5 \text{ mm}$ 以後は一定値となり、其の値は $0.4 \sim 0.55$ の間にあつた。 ϕ_0 と δ の間の關係を示す曲線は、矢張り、 δ が大きくなると段々大きくなり、又は急激に大きくなつて、其れからは減少の傾向を示す。此れは昨年の実験からは、もう少し一様に増加する事が豫想されたのであり、昨年此の曲線より不連続面の傳播なる機構を考へたのであつた。其處で今年の結果は一考へると、此の機構に就いて致命的な打撃であるかに思はれるが、良く考へて見ると決してさうではなくて、寧ろ不連続面の傳播と言ふ説を裏書きするものでさへあると思はれる。其の上静止せる壁に及ぼす砂壓の実験結果や剪斷試験の結果と考へ合すと、Terzaghi⁷⁾ や廊部屋博士⁸⁾の擁壁の實驗に對しての一つの批判として役に立ちさうに思はれる。これに就ては後に述べる。

次に學生諸君の提案に依て、次の如き事を考へて見る。先刻の k の値は、 $\triangle ABO$ が $\triangle OBD$ になる迄の膨脹を考へたのであるが、砂が η なる剪斷歪を受けた時の容積を V とし更に $d\eta$ なる剪斷歪を受けて、容積が $V + dV$ になつたとする時

7) Terzaghi: "Large retaining wall test", E. N. R., Feb. 10, 1934.
 8) 廊部屋福平, 酒井忠明: "土壓に及ぼす擁壁水平動の影響と擁壁仕上面の種々相に基因する土壓變化の實驗的研究". 鐵道省土質調査委員會報告, 第二輯. 以下單に廊部屋博士の實驗として参照す。

$$k_0 = \frac{dV}{d\eta} \dots\dots\dots(3.3.4)$$

なる値を考へて見やう。さて今の實驗の場合は、 η の値は小さいし、 $\triangle OBD$ 内で剪斷歪は一様と考へられ、ある δ の範圍で ϕ_0 、即ち l_0 が一定であるとすれば

$$d\eta \doteq d(\tan \eta) = \frac{\delta l}{l} \frac{2}{\sin 2\phi_0} \dots\dots\dots(3.3.5)$$

$$dV = d(\alpha - \beta) \dots\dots\dots(3.3.6)$$

今 $h=200 \text{ mm}$ 、 $l=12.5 \text{ cm}$ とすれば

$$V = \frac{1}{2} hl = 25000 \text{ mm}^2$$

之れに比して、 $\delta=3 \text{ mm}$ の處では

$$\alpha - \beta = 150 \text{ mm}^2$$

であるから、 $\triangle OBD$ の代りに $\triangle OAB$ としても良い。依て

$$k_0 = \frac{d(\alpha - \beta)}{d\delta} = \frac{\frac{2}{l \sin 2\phi_0} d(\alpha - \beta)}{\frac{2}{h} d\alpha} = \frac{d(\alpha - \beta) \sin 2\phi_0}{d\delta} \frac{h}{l} \dots\dots\dots(3.3.7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} h\delta, \quad d\delta = \frac{2}{h} d\alpha$$

を用ひると

$$k_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{d\beta}{d\alpha} \right) \sin 2\phi_0 \dots\dots\dots(3.3.8)$$

此の k_0 は k と異り、剪斷運動を行つてゐる或瞬間に於て、其の時の單位容積が單位の剪斷歪を受けた時の容積膨脹をあらはしてゐる。 k_0 と δ の曲線を畫いて見ると、圖-15~17 の如くなる(以上が學生諸君の提案)。

第 4 節 實驗結果の検討

前にも述べた如く今年の結果は、昨年のものに比して一様性が増加してゐる。初めの豫想に對して、一寸意外だつたのは $\phi_0 - \delta$ 曲線であつた。 $\phi_0 - \delta$ 曲線は、先きに報告した論文中に於て、不連続面の傳播を示すものと解釋したものであつた。そして密填めの場合には粗填めの場合に比して、此の傳播が自由に行ひ難いから、密填めの場合には $\phi_0 - \delta$ 曲線は、圖-18 の如く、粗填めの場合には圖-19 の如くなるであらうと考へたのである。今年の實驗の場合の填め方は可成り密の方であるから、 $\phi_0 - \delta$ 曲線は圖-18 の如くなるであらうと豫想したのであるが、其れは實驗結果の節に於て示した様な形となつたのである。此れは何故であらうかと考へると、前論文の第 5 章第 7 節に述べた運動機構の近似性に戻つて見る必要を感じる。我々の考へた運動機構は圖-14 に於て $\triangle OAB$

圖-15.

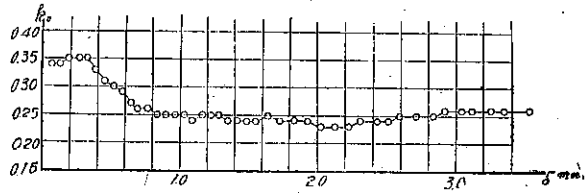


圖-16.

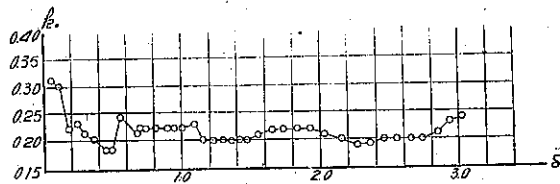


圖-17.

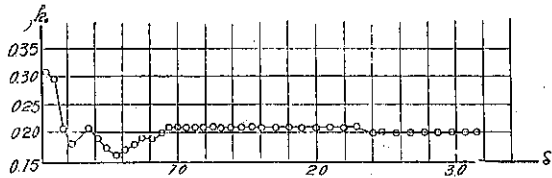
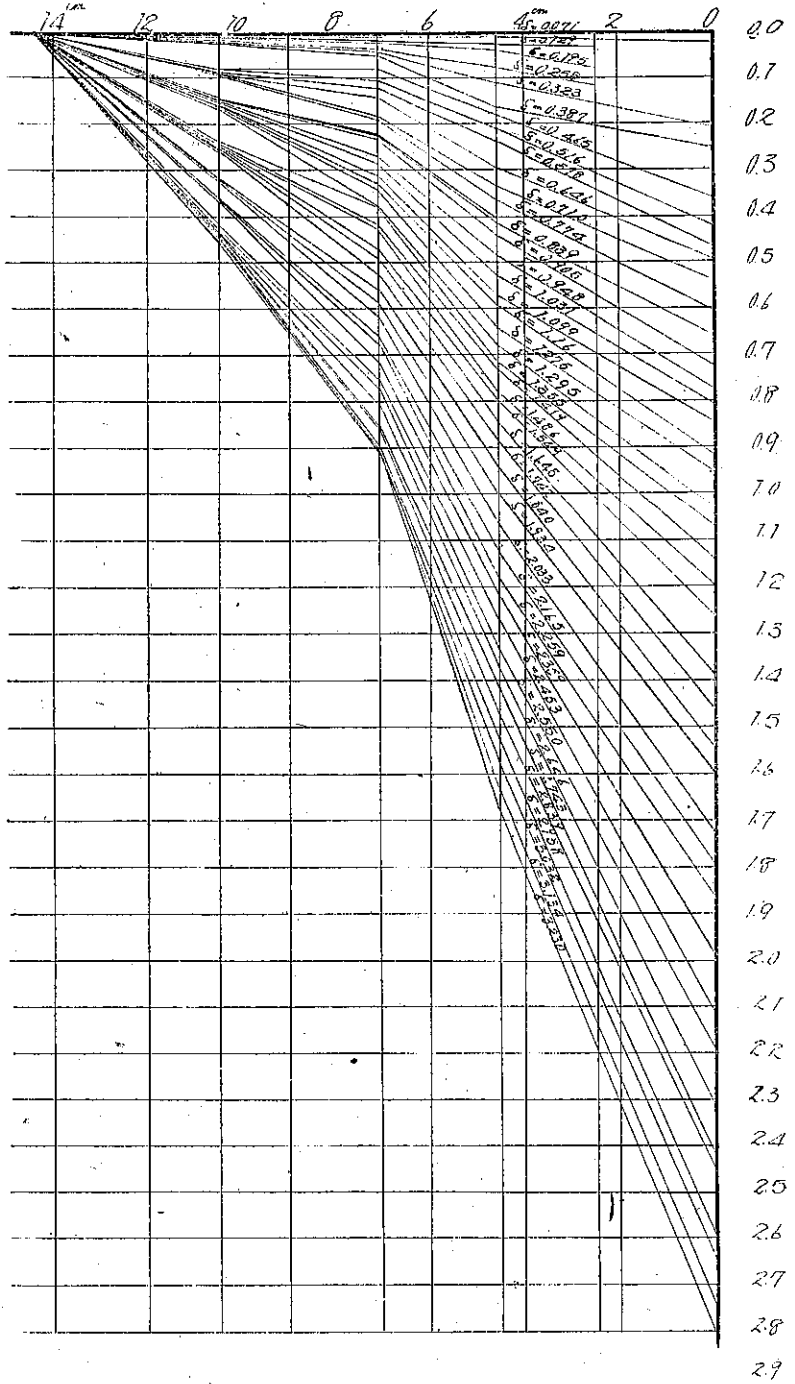
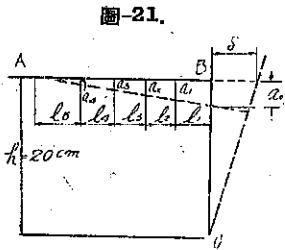
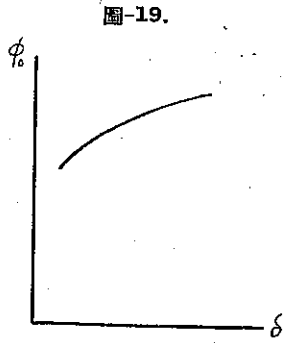
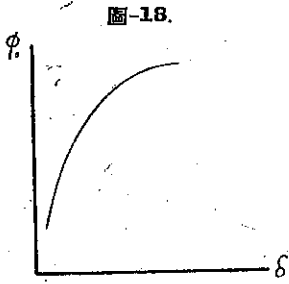



圖-20. δ の各値に對する縦断面圖



中は一様に剪断歪を受けてゐると考へてゐるが、實はさうではなくて壁に近くの方が、壁より遠い所よりも歪を多く受ける事は前論文第 5 章第 7 節で示した所であり、其れが粗密の順送り現象、我々が沈下の測定に於て経験した不連続運動の本態であらうと筆者が考へてゐるものである。これに依て順次に、壁から遠くに運動が傳播して行く（其れを説明するものが不連続面の理論である）。さうして運動の平均化が行はれて行くと考へられる。 β を計算する爲に書いた砂の縦断面の一例を書くと、の如くであるが、此の運動傳播は明らかに現はれてゐる。處で我々の運動機構に於ては、運動の要點を掴まへるのに、砂の上面の不同を均して平面と考へてゐる譯であるがさうすると δ が小さい時に、比較的、壁との摩擦に依て壁際の沈下が抑制される場合には、 ϕ_0 は多きく出る傾向があり、 δ が大きくなつて、壁際が充分緩んで（それは、必ずしも、壁際の沈下が少い中は、緩みがないと言ふのではない。沈下するには緩みが少いと言ふ意味である）壁際の沈下が他の場所の沈下に比して大きくなつて來ると、 ϕ_0 は小さくなる傾向が出て來る。依て $\phi_0 - \delta$ 曲線の形から簡単に不連続傳播を考へた事は、少しく單純に考へ過ぎた傾向がある。前論文で斯かる誤りを犯した原因は、極く壁に近い所の沈下を測る事を怠つた爲めであらうと思はれる。寧ろ不連続傳播の機構を考へた根據としては、砂の縦断面の形の變化に現れた特徴と、沈下測定に際して觀察された不連続運動とを擧ぐ可きであつたと思はれる。かうすれば前論文で壁を極く僅か動かした場合でも、壁から可成り遠い丈に、極く僅かではあるが、沈下が認められたのを彈性的な變形と想像した無理からも解放されるものと考へる。後に剪断試験の結果と考へ合せて、砂壓に對する問題を考へる場合にも、此の方が自然である事が分かるであらう。今年の實驗結果も、 $\delta = 1 \text{ mm}$ 迄は稍々急に、—ほんの僅かの差ではあるが—其れ以後は略々一定値を示し乍ら、極く少しづつ減少の傾向を示し、我々の運動機構に對し好都合な結果となつた。尙ほ念の爲に斷つて置かねばならない事は、前論文で運動の傳播を不連続面の傳播と考へた意味であるが、つい先刻も述べた如く、鷹部屋博士の實驗の寫眞¹⁰⁾に現れてゐる様な、所謂滑り面式の不連続面を考へてゐるのではない事である。あの様に大規模な不連続面に迄發展してゐない様な不連続面が、剪断歪と體積膨脹とが密接に關係してゐる事、即ち運動する爲には體積膨脹をとまねばならぬ事（時には體積減少を生ずる事もある）が原因となつて、剪断歪を受ける場合に生じ得て、其れに依て砂中に運動が傳へられると言ふ事を言ひ度い譯なのである。其れが粗密順送り現象である。處が、此れが粒のお互ひの噛み合ひの爲に圓滑に行ひ得ないと大規模な不連続面に迄發展し得る可能性はあるのである¹¹⁾。

第 4 章 剪 断 試 験

第 1 節 實驗裝置其他

此處に行つた剪断試験は、通常行はれてゐる方法に依るものではなくて、筆者が嘗つて提案した方法¹²⁾に依るものである。即ち通常の剪断試験に於ては、三箱剪断試験機を使つて、上方より加ふる力を一定にして置いて、中箱を横より押し抜くに要する力を測定し、垂直壓力を變へた同様の試験を繰返へして、其れより内部摩擦角及び若しあれば粘着力を求め様とするものである。此の方法が砂の試験の場合に有する缺點に就ては、前論文に於て

10) F. Takabeya: "Experimental Investigations on the internal granular movements of sand". 北海道帝大工學部紀要, 1931.

11) まづ、どこかで體積膨脹があると不連続面が出来る。不連続面は前論文 (B) にも示した如く、傳播する性質がある。かくすれば再び體積膨脹が生じ順送りに、不連続面を介して體積膨脹や運動が傳はる。これが噛み合ひに依つて阻止される場合には、そのまま止つて了ふか、大きすぎるポテンシャル、エネルギーの蓄積となる。後者の場合には大規模な不連続面となり得ると考へられる。

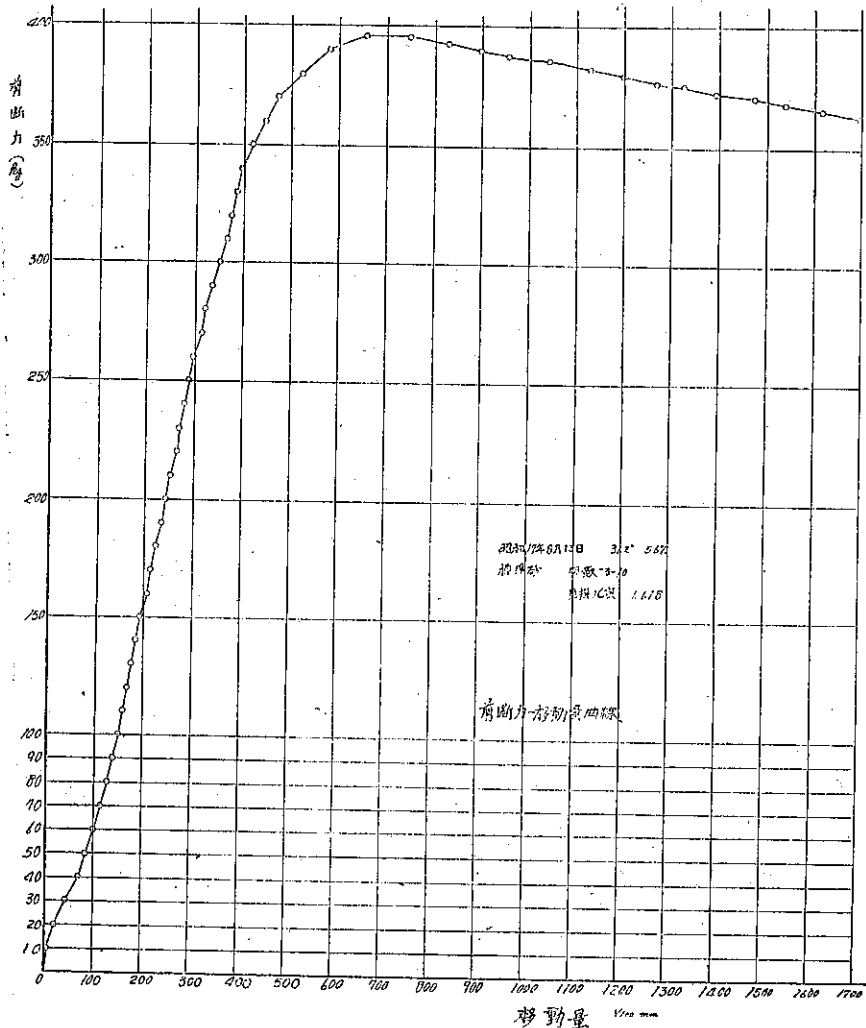
12) 前出論文 A

指摘する處があつた。前論文の爲に行つた實驗は、人數が少なかつたので、丁寧には行つたが測定に際しては可成りの無理があつたので、未だ充分に信用が置けるとは言ひ兼ねる部分も一部にはあつたので、今回多人数でやり直して見たのである。そして今一度其の結果に就いて検討して見ると、前論文での結論以外にも重大と思はれる多くの論議をする事が出来た。今回の實驗は終始小型剪斷試験機（前断面の大き7 cm×7 cm）に依つた。用ひた砂は標準砂と鎌倉の海岸から採つて來た海岸砂である。尤も主體はどこ迄も標準砂で、海岸砂は参考の爲に使用した程度である。

海岸砂の組成は次の如くである。500 gr の試料を取り篩分析の結果

篩目 2.5 mm に残るもの	0.03 gr	0.01 %	主として塵
篩目 2.5 mm を通り 1.2 mm に残るもの	0.75 gr	0.15 %	主として貝
篩目 1.2 mm を通り 0.6 mm に残るもの	107.87 gr	21.59 %	

圖-22.



篩目 0.6 mm を通り 0.3 mm に残るもの 350.90 gr 70.22 %

篩目 0.3 mm を通り 0.15 mm に残るもの 40.13 gr 8.03 % 主として鐵

を得た。勿論共に乾燥したものを使用した。剪斷試験機に就いては、一面剪斷試験機で試験したいのであつたが、其れが無い爲に二面剪斷の通常の試験機に依つた譯である。

第 2 節 實 驗 方 法

砂は 3 層に分けて緩く匙で洗し込み、静かに均らし、各層毎に 1.2 mm の直径を有する突棒で所定回数だけ突き、突き方は出来るだけ均等になる様にし、突き数は各層 0, 5, 10, 50, 80, 100 回の 6 種とした。砂は 11 回の

圖-23.

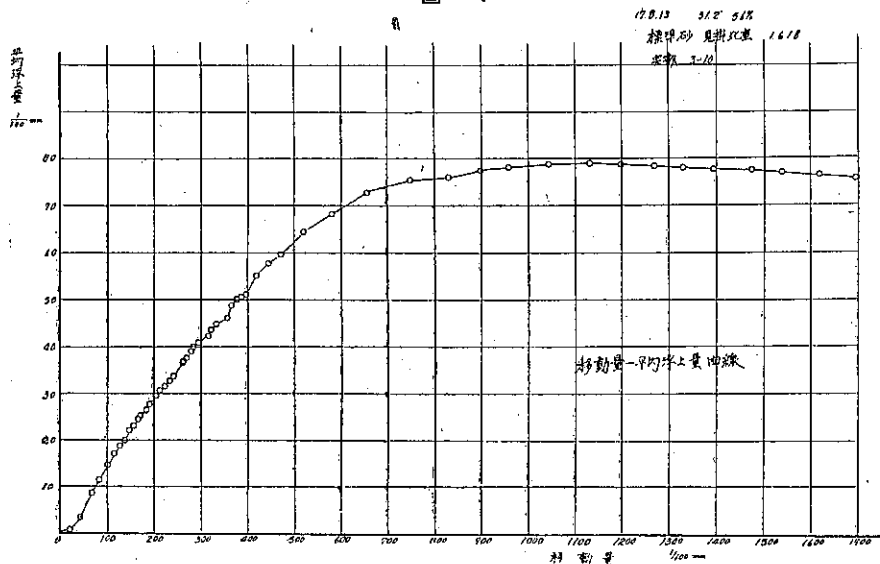
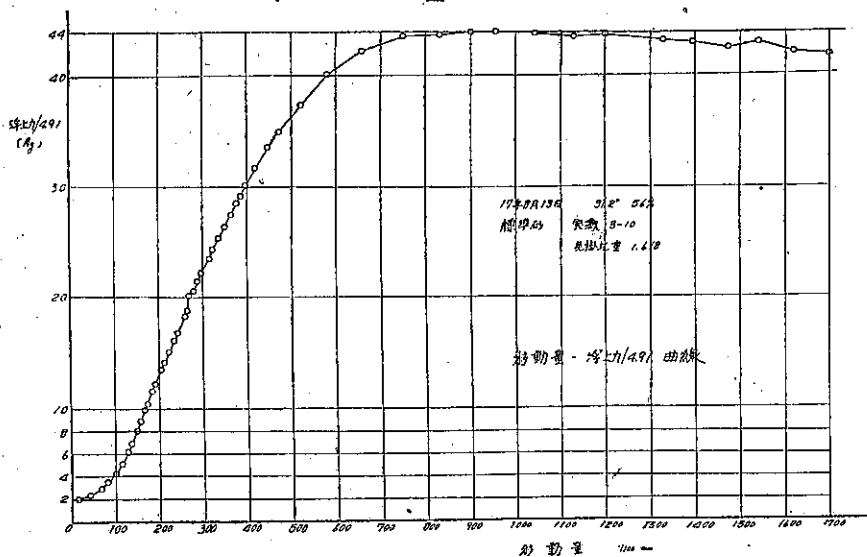


圖-24.



実験毎に新しいものを使用し、砂層の厚さは3層共3cmであつた。後に壁の摩擦の影響を確める爲に、上層の厚さを1.85cm, 1.22cmとして2回の実験を行つた。荷重は1分毎に10kgずつ増加する如くかけ、10kg毎に荷重掛りが合圖して載荷を中止し、中箱の移動量——以後簡単に移動量と稱す——、上の蓋の浮上量——以後簡単に浮上量と稱す——垂直力をダイヤルゲージ及び秤にて測定し、其れ等測定が終了すれば再び載荷を続けると言ふ方法を取つた。浮上量は、蓋のハンドル側及び重量側の2個所にダイヤルゲージを付けて夫々の讀みを取つた。平均浮上量と稱するのは此の2個所の讀みの平均である。垂直力即ち浮上力を測定する方法は前論文に説明した通りである。試験直前には、總べての実験を通して、秤に於て、2kgだけの重量が蓋にかゝつてゐる如く秤の方を調節した。参考の爲に、2回の実験では載荷速度を前述の速さの5倍にして実験を行つた。実験結果の曲

圖-25

1924.08.13日 5/2° 51%
標準砂 穴数 3-10
見掛比重 1.418

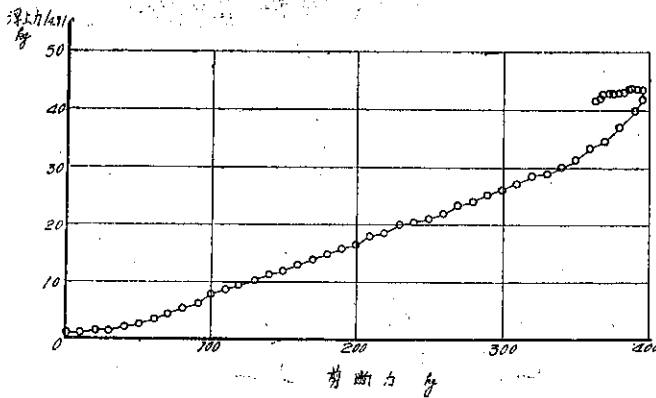
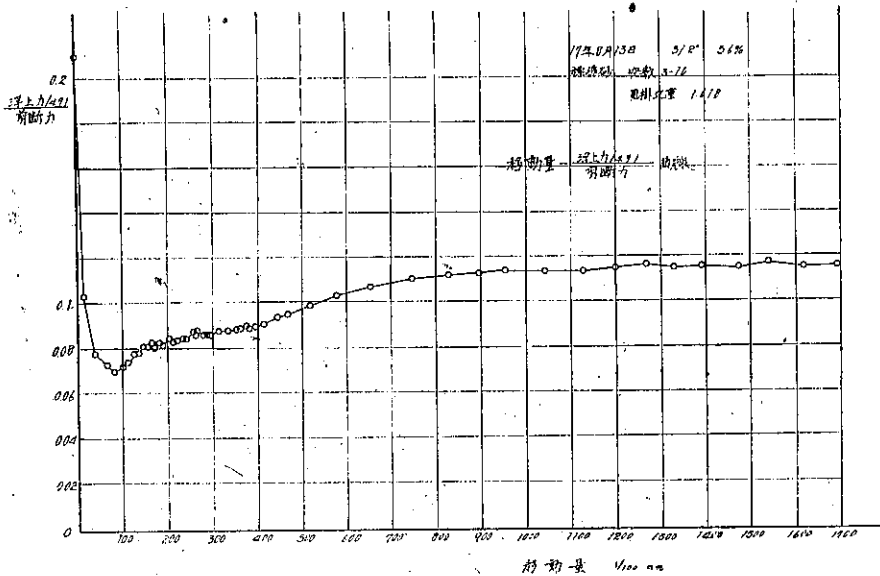


圖-26



線中 4.91 と云ふ数字が浮上力に關聯して出て来るが、これは垂直力をかける挺子の腕の長さの比が 4.91 であるからである。

第 3 節 實驗結果

實驗結果は、圖-22~30 に書いてある如くである。大體を説明すれば、剪斷力と移動力の關係は、初めは略々直線狀に變化し、次いで少し曲がつて來て、大體剪斷力は一定になり、そして少しづつ下る傾向がある。剪斷速度を大にしても、剪斷力の最高値は影響を受けず、同じ砂に對しては見掛比重が大きい程、最大剪斷力は大きくなる傾向がある。

浮上量—移動量の關係は、大體に於て見掛比重の大なる方が、最大浮上量も大きい、さうでない實驗値も得られた。前論文でも、此の事柄、即ち見掛比重の大きい程、浮上量が大なる事は認められた事なので、其の方が本當であらうと考へられる。移動量が 9mm~1.1cm 位になると、浮上量は最大値となり、其れからは僅がづつ下がる傾向がある。上層を薄くすると浮上量が大きくなり、試験機の壁の影響がはつきり現はれる。海岸砂の場合には、最高點より下降する量が可成り大きい。又海岸砂の場合には緩い傾め方であると、初め非常に多量の沈下が現はれる。剪斷力が最大に達するのは移動量が 3mm~6mm であるが浮上力が最大になるのは移動量 6mm~1cm 位である。即ち剪斷力が減少し始めても、浮上力は増加する。上層を薄くすると浮上力も増加し、明らかに壁の影響であると思はれる。

剪斷力と浮上力の關係を見ると、最初は殆ど直線的であるが暫くたつと曲がつて來る。見掛比重の大きい程、曲がり大きい様に思はれる。見掛比重の大きいものは、概して浮上力も大きい、剪斷力が小さい中は他に比して浮上力が小さい。しかし上層を薄くすると、初めから浮上力が非常に大きい。海岸砂の場合には、大體の傾向として、剪斷力が或る程度に達すると、曲線

圖-27.

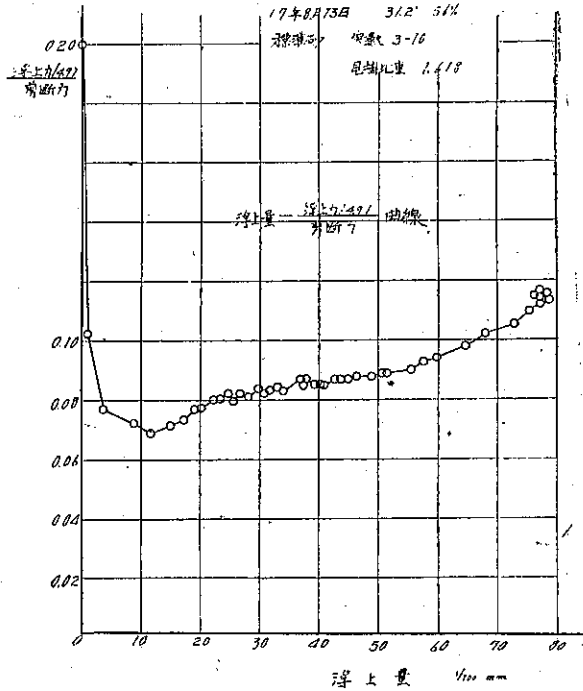


圖-28.

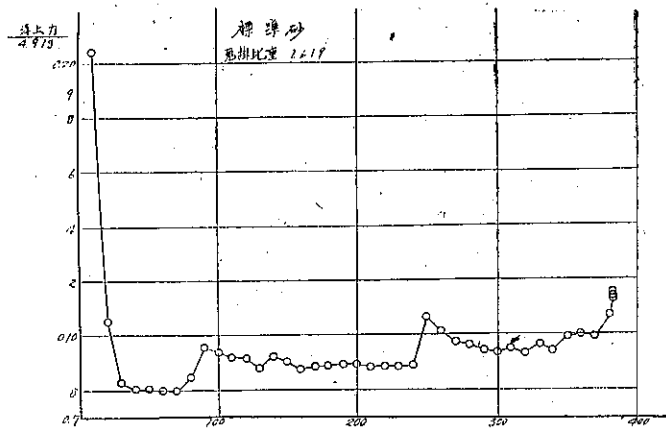


圖-29.

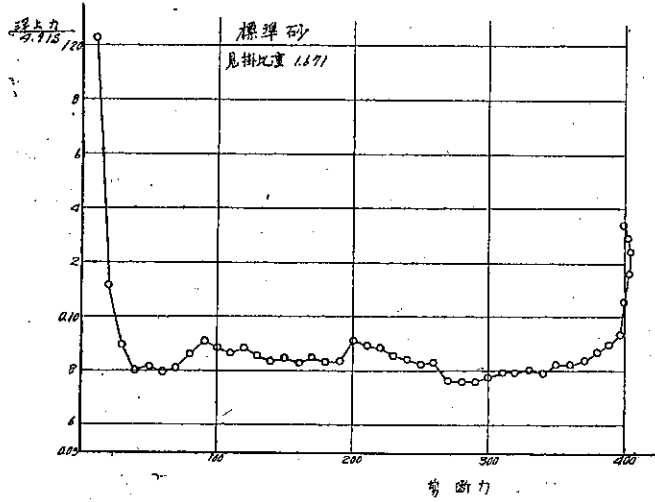
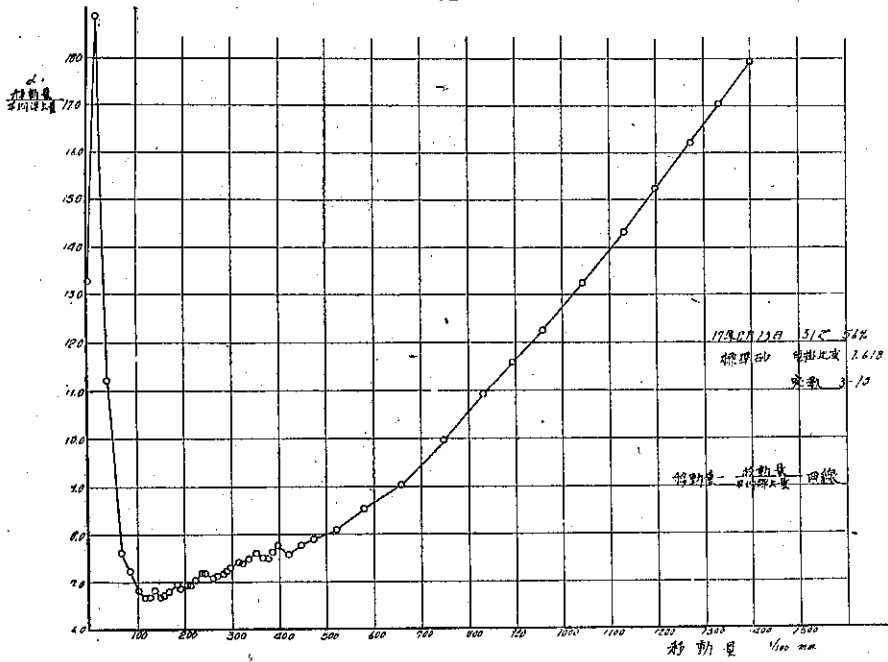


圖-30.



は略々前の曲線に沿つて逆行する。

第 4 節 實驗結果の検討

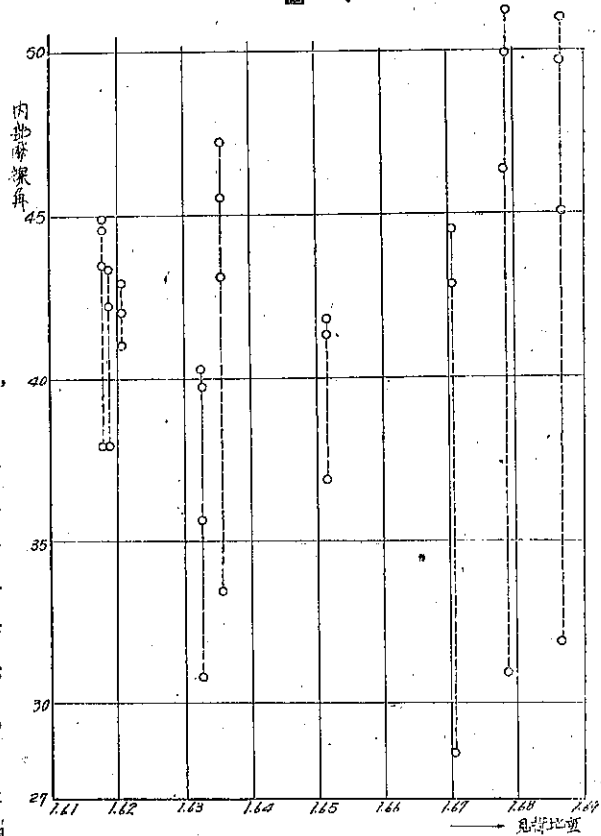
前論文に於て計算した如く¹³⁾、 ϕ の値を算出して見ると、圖-31 の如くなる。浮上力—剪断力の曲線が曲がつてゐる爲に、 ϕ の値は剪断が進むにつれて減少する傾向がある。前論文に於ては、此の變化を認めない譯ではなかつたが、通常の剪断試験に比して損め方の影響が少い事を強調して、新しい剪断試験法として此の方法を提

13) 前出, 論文 A

案したのであるが、此の重大な現象を見落したのは大きな手落ちであつた。 ϕ は減少して行つて、大體息角の程度までになる。

後に述べる如き理論的考察よりするも、此の新しい方法に依ても、現象が定常になつた時を考へた方が良いと思はれる。定常になる迄の ϕ の變化は、運動機構を考へる上に参考になるし、其の ϕ の値も亦重要な値である事は間違ひない。浮上力/剪断力と移動量、浮上力/剪断力と剪断力との關係を書いて見ると、圖-26, 28, 29 の如くなる。此の比は、略々 1 なる値より、相當急激に減少し、其れより階段狀に、緩かに上昇し、剪断力が定常になる頃になると、此値は剪断力が定常になつても、浮上力は増加する爲に相當急に増加する。移動量との關係の場合には、矢張り階段狀の部分を経て、移動量と略々直線的に増加し、次いで略々一定の値となる。 α = 移動量/平均浮上量と移動量の關係も、初めの急激な減少、階段狀變化の状態を経て、移動量と略々直線的變化をする部分を有する。階段狀の部分は、剪断層中に一種の不安定平衡が出來たり、崩壊したりしてゐるのではないかと想像させられる。丁度鋼の引張試験の場合の、降伏點附近の機構と似た状態があるのではあるまいか。變化が平滑になる事は、統計的平衡が生じたのであらうと思はれる。

圖-31.



第5章 総合的考察

第1節 一様な粒よりなる粒状體の運動基礎方程式 I

一々の實驗に對する大體の説明を終了したから、此れ等を総合的に考へて見やうと思ふ。其の前に其れ等の基礎となる事柄を考へて見たい。運動機構から砂の力學的性質、言ひかへれば、今迄の砂壓論の基礎になつてゐる事柄を批判するのであるが、今迄行つた實驗の指導原理とでも言ふ可きものは、一昨年實驗報告の際に考へた假説¹⁴⁾である。これを念の爲に再録すれば、砂が運動する爲には、粒が自由に動ける様な状態にあるか、又は其の様になり得る状態にゐなくては困り、定常運動状態になれば粒の堆積状態に統計的平衡が生じ、この状態は砂の性質に依て一定のものである。以上の様な假定であつた。此の様な假説を以下に述べる様な理論に依て幾分裏付けをして見やうと思ふ次第である。

由來粒の集合よりなる物體の動力學は、現在の所、筆者の知る範圍では全く誰もやつてゐない事柄である。所謂粉體力學と言ふものはあるが、之れは大體に於て、應力解析と Coulomb の固體摩擦の法則に基礎を置いたも

14) 前出、論文 A

ので、特に粒の堆積と言ふ明らかな考へはなく、内部の應力に引張りのない事や、内部摩擦角と言ふものに堆積状態を還元して考へてゐるので、内部摩擦角の本態に就ての考察はしてゐない。粉體力學が全然使へないと言ふのでは決してないが、之れだけで粒狀體の力學的現象が全部説明出来ると言ふ譯には行かない事は、屢々繰返へして述べた處である。例へば平衡状態が破れる所、しかも考へてゐる粉體の各部分が同時に平衡状態から外れる場合には使へるが、其れ以外の時に對しては、多少曖昧さが出て来る。又粉體力學の簡単な假定から得られた結論が、或る場合には、良く實測値と合ふと言ふ事に就ても、何故に合ふのかと言ふ説明があつても良いと思ふ。又粉體力學と彈性力學的考へ方を合せ考へた様な考察も多少はある。Boussinesq の土壓論¹⁵⁾と言はれるものも其の一例であるし、最近には九州大學の水野氏¹⁶⁾の研究の如きがある。水野氏は巧みな方法で、箱の下に孔をあけて砂を流す場合の箱中の砂の運動の生ずる範圍を決める問題を論ぜられて居り、興味深いものであつた。しかし、水野氏の方法でも、相當に運動が起つてからの事柄は論ずる事が困難な様に思はれる。又今回行つた諸實驗の結果を残りなく古典的粉體力學で説明する事は困難である。古典的粉體力學を多少とも補ふ爲には粉體の運動機構を考へなければならぬ事も屢々述べて來た處である。又運動機構を考へる事に依り古典的粉體力學の基礎付けを行ひ得る希望もある。以下に述べる理論は、其の基礎として幾分役立ちはしないかと考へてゐるが、勿論これだけで粒狀體の總べての力學的現象が説明出来るとは言へない事は當然の話である。

粒狀物體の運動方程式も流體力學と同様に連続方程式と運動方程式となる。先づ前者を説明する。

今 x, y, z なる直交軸を考へ $x \pm \frac{dx}{2}, y \pm \frac{dy}{2}, z \pm \frac{dz}{2}$ なる點を頂點とする直六面體を考へる (圖-32)。此の直六面體内の粒の數を $v dx dy dz$ であるとする。即ち v は考へてゐる場所に於ける單位容積内の粒の數である。又此の直六面體内にあつて、 x の正の方向に $(X - \frac{dX}{2}, X + \frac{dX}{2})$ なる範圍内の力を y の正の方向に $(Y - \frac{dY}{2}, Y + \frac{dY}{2})$ なる範圍内の力を、 z の正の方向に $(Z - \frac{dZ}{2}, Z + \frac{dZ}{2})$ なる範圍内の力を傳へ、且つ速度の、 x, y, z 方向の成分が夫々 $(u - \frac{du}{2}, u + \frac{du}{2}), (v - \frac{dv}{2}, v + \frac{dv}{2}), (w - \frac{dw}{2}, w + \frac{dw}{2})$ なる範圍内にある粒の數を

$$vf(X, Y, Z, u, v, w, x, y, z) dudvwdXdYdZdx dy dz \dots \dots \dots (5.1.1)$$

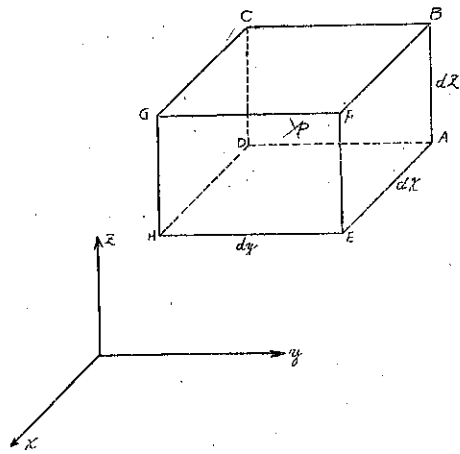
であるとする。即ち f なる函數は一種の分布函數である。

今 ξ, η, ζ を其の中心とする邊長 dx, dy, dz を有する直六面體 (圖-32) を考へる。其の一面 ABCD を通じ、 dt なる時間に考へてゐる直六面體に入つて來る粒の總數は

$$N_1 = \int vf(X, Y, Z, u, v, w, \xi - \frac{dx}{2}, \eta, \zeta) u dt dy dz du dv dw dX dY dZ \dots \dots \dots (5.1.2)$$

である。微分の中、下に横線を引いたものに関して積分する事を示し、積分は u, v, w に就ては、總べて $-\infty$ か

圖-32.



15) Essai "Théorique sur l'Équilibre des Massifs Pulvérulents".

16) 水野高明: "砂の鉛直壓力に關する一考察". 九州帝大工學彙報 17 卷 1 號 (昭. 17. 7.)

ら $+\infty$ 迄, X, Y, Z に就ては, 總べて 0 から $+\infty$ 迄行ふものとする。(5.1.2) を書き直すと

$$N_1 = \int v \left\{ f - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} u dt dy dz \underline{du} \underline{dv} \underline{dw} \underline{dX} \underline{dY} \underline{dZ} \dots\dots\dots(5.1.3)$$

同様にして, EFGH なる面を通じて, dt なる時間に直六面體の外に出る粒の總數 N_2 は

$$N_2 = \int v \left\{ f + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} u dt dy dz \underline{du} \underline{dv} \underline{dw} \underline{dX} \underline{dY} \underline{dZ} \dots\dots\dots(5.1.4)$$

となる。他の面に就ても同様に考へて, 結局 dt なる時間に, 此の直六面體から失はれる粒の總數 N は

$$N = \int v \left\{ u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} \right\} dt dx dy dz \underline{du} \underline{dv} \underline{dw} \underline{dX} \underline{dY} \underline{dZ} \dots\dots\dots(5.1.5)$$

である。處が

$$\begin{aligned} & \int u f du dv dw dX dY dZ \\ &= \frac{1}{v} \int u v f du dv dw dX dY dZ \\ &= u_0 \dots\dots\dots(5.1.6) \end{aligned}$$

と書いて見ると u_0 は直六面體内の粒の, x 方向の平均の速度である事が分かるから, 他も同様にして

$$dN = \left\{ \frac{\partial(vu_0)}{\partial x} + \frac{\partial(vv_0)}{\partial y} + \frac{\partial(vw_0)}{\partial z} \right\} dt dx dy dz \dots\dots\dots(5.1.7)$$

となる。一方 N の値は

$$-\frac{\partial v}{\partial t} dt dx dy dz$$

に等しいのであるから

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu_0)}{\partial x} + \frac{\partial(vv_0)}{\partial y} + \frac{\partial(vw_0)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(5.1.8)$$

となる。此れが求むる連続方程式である。尤も此の式は氣體運動論に出て来る式と同じものであるが¹⁷⁾, 導出に當つて力に關しても考へた事が異つてゐる。

第 2 節 一樣な粒よりなる粒狀體の運動基礎方程式 II

圖-32 を参照して, ABCD なる面を通じ, 直六面體に加へられる力の x 成分は

$$X_1 = \int X_x v \left\{ f - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} \sigma dy dz \underline{du} \underline{dv} \underline{dw} \underline{dX_x} \underline{dY} \underline{dZ} \dots\dots\dots(5.2.1)$$

但し σ は粒の直徑に對應する, 長さの元を持つ量であり, X_x と書いて添字 x を附けたのは, 後に述べる X_y, X_z 等と區別する意味である。AB 面に並んである粒では, x の正の方向に働く力を F_{1x}, F_{2x} とすれば, 先の X は此の粒では

$$X = F_{1x} + F_{2x}$$

であるが, BF なる面に沿つて並んである粒に就て其の面を通じて直六面體に加へられる力の x 成分

圖-33.

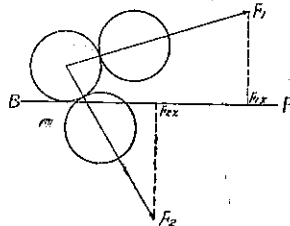
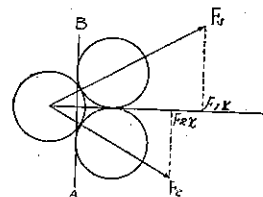


圖-34.



17) Jeans: "Dynamical theory of gases". p. 167.

を求める場合には、 X の中 F_{20} だけであるから、先きに述べた X と異つて来る。此れ等を區別しなければならぬからである (圖-33, 34)。

EFGH なる面を通じ、直六面體より外に向いて働く力の x 成分は

$$X_2 = \int X_{2v} \left\{ f + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} du dv dw dX_x dY dZ \sigma dy dz \dots (5.2.2)$$

であり、CDHG 面を通じて外から、此の直六面體に傳へられる力の x 成分は

$$X_3 = \int X_{3v} \left\{ g - \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{2} \right\} du dv dw dX_y dY dZ \sigma dz dx \dots (5.2.3)$$

ABFE を通じて、直六面體より外に傳へられる力の x 成分は

$$X_4 = \int X_{4v} \left\{ g + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{2} \right\} du dv dw dX_y dY dZ \sigma dz dx \dots (5.2.4)$$

となる。(5.2.3), (5.2.4) で f の代りに g と書いて區別したのは、 f の方では x の正の方向に傳へる力成分全部を考へてゐるのに反し、 g の方は其の一部分を考へてゐるからである。他の面に就ても同様に考へて、結局直六面體に他より加へられる力の x 成分 X は

$$\begin{aligned} -X &= \int \sigma X_{2v} \frac{\partial f}{\partial x} dx dy dz du dv dw dX_x dY dZ \\ &+ \int \sigma X_{3v} \frac{\partial g}{\partial y} dx dy dz du dv dw dX_y dY dZ \\ &+ \int \sigma X_{4v} \frac{\partial g}{\partial z} dx dy dz du dv dw dX_z dY dZ \dots (5.2.5) \end{aligned}$$

(5.2.5) を書き直すのに

$$\left. \begin{aligned} \int X_{2v} f du dv dw dX_x dY dZ &= \bar{X}_x \\ \int X_{3v} g du dv dw dX_y dY dZ &= \bar{X}_y \\ \int X_{4v} g du dv dw dX_z dY dZ &= \bar{X}_z \end{aligned} \right\} \dots (5.2.6)$$

である事に注意する。但し、上に横線を附けたのは、其の量の平均値をあらはす。そして X は $dx dy dz$ なる容積内の粒全體が、單位時間に受ける運動量の變化に等しいから、

$$\begin{aligned} X &= \left(-\frac{\partial(v\bar{X}_x)}{\partial x} - \frac{\partial(v\bar{X}_y)}{\partial y} - \frac{\partial(v\bar{X}_z)}{\partial z} \right) \sigma \\ &= m \frac{d}{dt} (v u_0) \dots (5.2.7) \end{aligned}$$

但し m は粒 1 つの平均の質量とする。他の軸の方向をも同様に考へると、(5.2.7) と同様の式が得られ、結局求むる運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial(v\bar{X}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(v\bar{X}_y)}{\partial y} + \frac{\partial(v\bar{X}_z)}{\partial z} &= -\frac{m}{\sigma} \frac{d}{dt} (v u_0) \\ \frac{\partial(v\bar{Y}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(v\bar{Y}_y)}{\partial y} + \frac{\partial(v\bar{Y}_z)}{\partial z} &= -\frac{m}{\sigma} \frac{d}{dt} (v v_0) \\ \frac{\partial(v\bar{Z}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(v\bar{Z}_y)}{\partial y} + \frac{\partial(v\bar{Z}_z)}{\partial z} &= -\frac{m}{\sigma} \frac{d}{dt} (v w_0) \end{aligned} \right\} \dots (5.2.8)$$

となる。

此處で、 \bar{X}_x 等は恰も應力の様な形になつてゐるが、此れ等は力である事、及び上の運動方程式では、個々の粒は問題にしてゐないで、其の平均を問題にしてゐる事に注意しなければならない。

第3節 一樣な粒よりなる粒状體の運動基礎方程式 III

切線應力と似た \bar{X}_y 等の間には、切線應力の場合と似た關係がある事が證明出来る。それには、モーメントの釣合ひの關係を使ふと、z 軸の回りのモーメントの和を 0 と置けば

$$\begin{aligned} & - \int Y_x \sigma dz dy \frac{du}{dx} \frac{dv}{dy} \frac{dw}{dz} \left(g + \frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dX \frac{dY_x}{dZ} \frac{dZ}{2} \\ & - \int Y_x \sigma dz dy \frac{du}{dx} \frac{dv}{dy} \frac{dw}{dz} \left(g - \frac{\partial g}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dX \frac{dY_x}{dZ} \frac{dZ}{2} \\ & + \int X_y \sigma dx dz \frac{du}{dx} \frac{dv}{dy} \frac{dw}{dz} \left(g - \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dX \frac{dX_y}{dZ} \frac{dZ}{2} \\ & + \int X_y \sigma dx dz \frac{du}{dx} \frac{dv}{dy} \frac{dw}{dz} \left(g + \frac{\partial g}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dX \frac{dX_y}{dZ} \frac{dZ}{2} \\ & = 0 \end{aligned}$$

dx, dy, dz の 2 次以上の項を省略し、(5.2.6) を利用すれば、

$$-2\bar{Y}_x dx dy dz + 2\bar{X}_y dx dy dz = 0$$

$$\therefore \bar{X}_y = \bar{Y}_x$$

他も同様に得られる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}_x &= \bar{Z}_y \\ \bar{Z}_x &= \bar{X}_z \\ \bar{X}_y &= \bar{Y}_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.3.1)$$

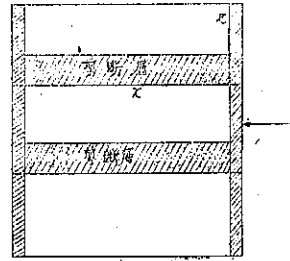
第4節 一樣な粒よりなる粒状體の運動基礎方程式 IV

(5.1.8) の連続方程式、(5.2.8) の運動方程式と (5.3.1) の關係が基礎方程式である。流體力學や彈性體力學と根本的に異なる處は、力や速度も平均値を問題としてゐる所であつて、——尤も流體力學では一種の平均値を問題にする事もある——粒一つ一つに就ては、力の働き方や速度は分からないで、其の平均値が分かれば良いと言ふ事である。其處で、此の場合の方程式の數は 7 個あるに比し、未知數の數は、 \bar{X}_x 等が 9 個、速度成分が 3 個、密度 ν で 13 個である。これでは基本方程式の數が不足となる。しかし、 \bar{X}_x, \bar{X}_y 等は全然獨立で、互に無關係に變り得るものではなく、粒の堆積状態に依て統計的な關係がある。粒の大きさを一樣としてゐるから、堆積状態は λ, μ なる 2 つのパラメーターに依り定められ、又其れ等に依り ν も定まつて來るから、未知數の數は、 \bar{X}_x 等の中の 1 個、 λ, μ が 2 個、速度分布の中 1 個とすれば、結局未知數は 4 個、其れに對し基本方程式は、連続方程式と運動方程式 3 個、都合 4 個であるから、問題を解き得るであらう事が豫想される。故に、粒の堆積状態に依て、 \bar{X}_x 等間の關係、速度成分間の關係がどうなるかを知る事が重要である。では此の様な事が可能であらうか。剪斷試験に於て、剪斷力と浮上力、浮上量と移動量の間に関係がありさうな事等を示してゐるのは、此の可能性を暗示して居るが、後に述べる剪斷層の理論から見れば、現在行つた實驗だけからは、此の關係を求める事は不可能に近いかも知れないが、少くも問題の核心を、今述べた様な所に置き得る可能性がある事が暗示される。現在の所は、此の位で満足しなければなるまい。

第 5 節 剪断層の理論

前数節に互つて述べた基礎方程式は、先きに説明した如く、堆積状態に就て今一段の研究を経なければ完全に解く事は出来ないのであるが、剪断試験の場合の剪断層が、定常状態になつた場合にどんな状態にあるかと言ふ事を、此れから窺ふ事は可能である。剪断試験の際に現はれる浮上量は、運動が定常になれば略々一定となる。従つて運動が定常になれば $(dv/dt)=0$ と考へても良いであらう。扱て剪断試験の場合には運動の加速度を無視しても良いとし、 λ, μ を堆積状態をあらはすパラメーターとし、 $\partial/\partial x, \partial/\partial y$ を 0 とおけば (圖-35)

圖-35.



$$\frac{\partial(v\bar{X}_z)}{\partial z} = -\frac{m}{\sigma} w_0 \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(5.5.1)$$

$$\frac{\partial(v\bar{Y}_z)}{\partial z} = -\frac{m}{\sigma} v_0 \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(5.5.2)$$

$$\frac{\partial(v\bar{Z}_z)}{\partial z} = -\frac{m}{\sigma} w_0 \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots(5.5.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vw_0)}{\partial z} = \frac{\partial(vw_0)}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(5.5.4)$$

今

$$\left. \begin{aligned} \bar{Z}_z &= \lambda \bar{X}_z, & \bar{Y}_z &= \mu \bar{X}_z \\ v &= F(\lambda, \mu) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5.5.5)$$

とおけば

$$\frac{\partial(v\bar{X}_z)}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} \bar{X}_z + v \frac{\partial \bar{X}_z}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(5.5.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(v\bar{Y}_z)}{\partial z} &= \frac{\partial(v\mu\bar{X}_z)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \mu}{\partial z} v \bar{X}_z + \mu \frac{\partial(v\bar{X}_z)}{\partial z} \\ &= \frac{\partial \mu}{\partial z} v \bar{X}_z \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\partial \mu}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(5.5.7)$$

同様に (5.5.3) より

$$\frac{\partial \lambda}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(5.5.8)$$

さうすれば

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(5.5.9)$$

依て (5.5.6) より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{X}_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{Y}_z}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{Z}_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.5.10)$$

又 (5.5.4) より

$$\frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (5.5.11)$$

依て定常状態に於ては、剪断層に於て、 $\bar{X}_z, \bar{Y}_z, \bar{Z}_z, \lambda, \mu, \nu, w_0$ は總べて一定となる。此れは前論文¹⁸⁾ に於て設けた假説其の物である。定常状態に至る迄は、此れ等の量は決して一様であると言ふ譯には行かない。

第 6 節 剪断層の一つの模型

先きにも述べた通り、砂の運動に就ては、砂の堆積状態と、其れに依て力や速度の夫々の成分の間の關係がどうなるかと言ふ事を知る必要がある。此の問題は中々困難で、筆者の如き無力の者には中々解けさうにもない。さうかと言つて、決して攻撃の手を緩める氣はないが、短日月で陥落させる事は難しい。其れ故に此處では、實に簡単なモデルを考へて其の場合に於て、此の問題がどうなるかと言ふ事を考へて見たいと思ふ。其のモデルは嘗て地下水の問題に就いて、Slichter が考へたもの¹⁹⁾、粒は總べて等しい直徑を有する球よりなり、其れ等は相隣る稜の間の角が、 δ である様な平行六角體の各頂點に 1 個づつ配置されてある場合である。其の時の間隙率と δ との關係は

圖-36.

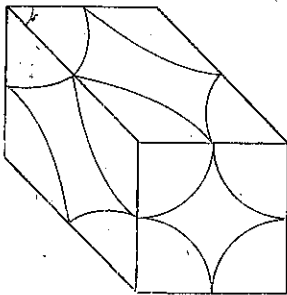


圖-37.

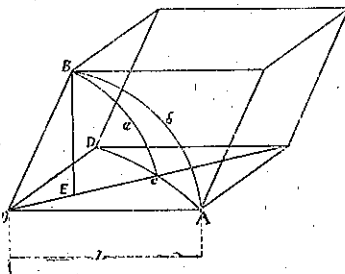
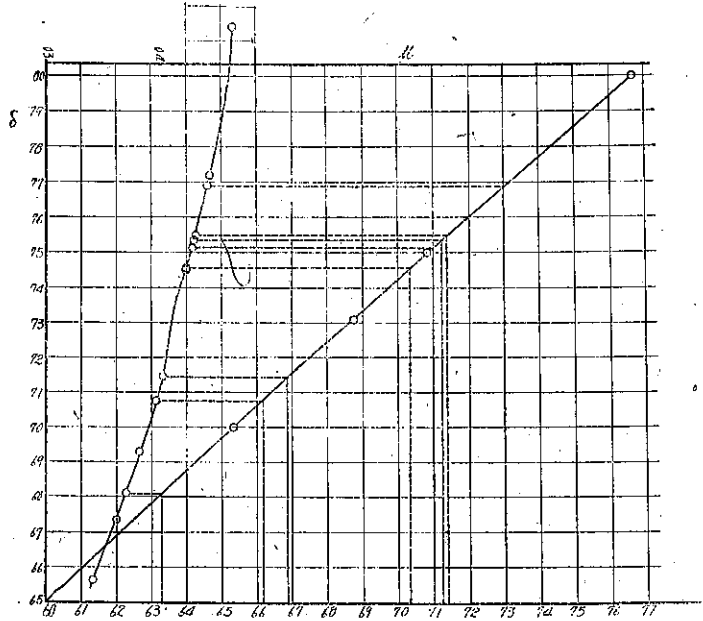


圖-38.



18) 前出、論文 A.

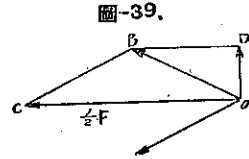
19) Forchheimer : "Hydraulik". S. 61.

$$\mu = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \delta) \sqrt{1 + 2 \cos \delta}} \dots \dots \dots (5.6.1)$$

で與へられ、之れを圖示すれば圖-38 の如くなる。又圖-37 に於ける α は

$$\sin \alpha = \frac{\sin \delta \sqrt{1 + \cos \delta}}{1 + \cos \delta} \dots \dots \dots (5.6.2)$$

に依て、 δ と關係付けられてゐる。此の關係も圖-38 に書いてある。剪斷層中の砂粒が、平均に於て、圖-36 の如くになつてゐたとし、剪斷層の最下層に於ては、粒に働く力の有様が、圖-39 の如くであり、OB の力が上方の層に變化なく傳へられるものと考へる。此れは剪斷層の理論の教ふる處である。又對稱の考へから、圖-37 の OC の方向が剪斷の方向であるとすれば、圖-39 に於て、 F を實驗に於て實測する剪斷力を、剪斷面に並んでゐる粒の數で割つたものとすれば、



$$OC = \frac{1}{2} F$$

$$2OB^2 - 2OB^2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{1}{4} F^2$$

$$\therefore OB = \frac{F}{4 \cos \alpha}$$

$$OD = OB \sin \alpha$$

$$= \frac{F}{4} \tan \alpha$$

$$\therefore \frac{\text{浮上力}}{\text{剪斷力}} = \frac{OD}{F}$$

$$= \frac{\tan \alpha}{4} \dots \dots \dots (5.6.3)$$

我々の實驗によつて得られた値は、表-1 の如くである。粒の大きさが一樣と言ふ事を假定した理論であるから總べて標準砂に關するものである。見掛比重とあるのは試験前の見掛比重である。

表-1.

見掛比重	浮上力/剪斷力	$\tan \alpha$	α	備 考
1.633	0.742	2.965	71°20'	上層 1.35 cm
1.671	0.819	3.279	73°00'	上層 1.22 cm
1.679	0.742	2.969	71°25'	載荷速度 10 kg/20 sec
1.636	0.698	2.790	70°20'	
1.687	0.724	2.898	71°00'	

他の資料は、浮上量が充分一定と言ふ處迄實驗が行はれてゐないものだけだったので、割愛した。表中の α は、浮上力/剪斷力の實測値より (5.6.3) にて算出したものである。今圖-40 に於て、剪斷に依り剪斷層が膨脹して、 x の部分が $x + dx$ になつたとする。さうなつても剪斷層全體の質量は變らないと假定する。一方、一般に間隙率 μ は

$$\mu = 1 - \frac{G}{G_s} \dots \dots \dots (5.6.4)$$

G : 見掛比重 G_0 : 眞比重

であるから、上に求めた α より δ を求め、其の δ を用ひて μ を定めれば、其の操作は圖-38 により簡単に行はれる。標準砂の眞比重 2.65 を用ひて、定常になつた時の剪斷層の見掛比重が求められる。さうすれば剪斷層の質量不變の關係を使へば

$$\alpha AG_1 = \left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) AG \dots\dots\dots (5.6.5)$$

A : 剪斷面の面積 G_1 : 試験前の見掛比重

Δx : 平均浮上量 (圖-40 の Δx の 2 倍)

であるから、此れより

$$x = \frac{G}{G_1 - G} \frac{\Delta x}{2} \dots\dots\dots (5.6.6)$$

を得る。實驗値より x を求めて見れば表-2 の如くなる。

表-2.

試験前 の見掛比重	浮上力 剪斷力	剪斷層の 見掛比重	平均浮上量 (位單 $\frac{1}{100}$ mm)	x (單位 mm)	備 考
1.633	0.742	1.525	76.7	5.4	上層 1.35 cm
1.671	0.819	1.490	112.5	4.7	上層 1.22 cm
1.679	0.742	1.516	90.0	4.2	載荷速度 10 kg/20 sec
1.636	0.698	1.537	93.0	7.3	
1.687	0.724	1.526	114.5	5.5	

以上の様にして剪斷層の厚さを計算する事が出来る。小型剪斷試験機では、剪斷層がどれ位になるかは分からないが、嘗て大型(標準型)試験機で、壁を硝子にし色砂を入れて測定したものでは、剪斷層の試験後の厚さが略々 7cm 位であつた。下の剪斷面に就いては可成り水平に奇麗に出るが、上の剪斷層は曲がつてゐるので、前後の平均に依るのである。上の計算の場合には、中層よりの砂の移動なく、浮上量は上下 2 層に於て、均等に受持ち、且つ、剪斷層以外の壓縮歪は考へてゐないのであるが、前論文に於て見る如く²⁰⁾、剪斷の際に、中層より上層に多少砂の移動があり、又上下の面に於ける浮上量も異なる筈であるし、剪斷層以外の部分も、浮上力に依つて多少は縮む筈である。其れ等の事情を考へ合せると、この理論値は、どちらかと言へば過少の見積りの如くに思へる。大體の order は合つてゐると考へて悪いであらうか。少くも之れ位の事は言つても良さうに思へる。

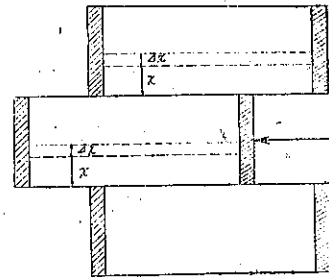
今用ひた Slichter のモデルは可成り大膽なものであるが、此の様に考へて理論値と實驗値とが大體の order を合せる事が出来ると言ふ事は興味深い事と言はねばならない。これから考へると、剪斷層内の砂の堆積状態は、平均に於て、Slichter のモデルと其れ程遠い隔りが無いのではあるまいか。尤も此れを確認する爲には、もつと進んだ研究を必要とする事は論を俟たない處である。

第 7 節 壁を伴ふ實驗の場合の k の値と剪斷試験

第 3 章に述べた實驗の場合に算出した k 、又は k_0 の値、即ち單位容積が單位の剪斷歪を受けた場合に生ずる

20) 前出, 論文 A

圖-40.



體積膨張の値は、壁の動きにつれて、除々ではあるが減少の一途をたどる。第4章の剪断試験の結果より

$$\alpha = \frac{\text{移動量}}{\text{平均浮上量}} \dots\dots\dots (5.7.1)$$

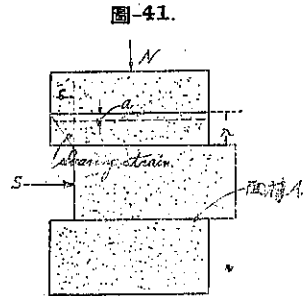
と移動量との關係を求めて見ると、圖-30 となり、運動が定常になる頃迄は、 α の値は減少し続け、定常になると、 α の値は直線的に上昇し出す。 α の意味は次の如くである。圖-41 に於て

$$\text{剪断歪} \doteq \frac{\delta}{\lambda}$$

單位の剪断歪に對應する單位容積の變化量と剪断歪との比

$$\begin{aligned} &= \frac{Aa}{A(\lambda-a)} \\ &= \frac{\delta}{\lambda} \\ &= \frac{a}{\delta} \frac{\lambda}{\lambda-a} \end{aligned}$$

$$\doteq \frac{a}{\delta} = \frac{1}{\alpha} \dots\dots\dots (5.7.2)$$



となり、之の値は k であるから、 α と k とは互ひに逆數になつてゐなければならない。實驗で得た値と比較して見ると、 k の値は次第に減少し、 α の値は定常運動に入ると上昇するから、其の値の定常以後の變化の傾向は一致する。しかし値其のものとしてはどうであらうか。 α の最小値を見ると、標準砂については表-3 の如くなり、一方 k の値の3回の實驗に於ける様子は表-4 の如くなり、大體の order は合つてゐる。しかし最小値に達してからは、 α の方は相當急に上昇するが、 k の方は其れ程急には減少しない様に思はれる。此の2種の實驗は、全く異つた種類のものであり、 k の方は可なり大きな容積の中での一種の平均値をあらはしてゐるし、剪断試験の場合には、定常状態に

表-3.

見掛比重	α	$1/\alpha$	備 考
1.652	6.03	0.166	上層 1.35 cm 載荷速度 10 kg/20 sec
1.621	6.68	0.150	
1.633	8.32	0.120	
1.636	4.98	0.201	
1.671	4.45	0.225	載荷速度 10 kg/20 sec
1.679	5.13	0.195	
1.618	6.65	0.150	

表-4.

I		II		III	
δ (mm)	k	δ (mm)	k	δ (mm)	k
0.13	0.37	0.20	0.39	0.20	0.30
0.20	0.27	0.40	0.39	0.40	0.29
0.60	0.24	0.60	0.36	0.60	0.28
1.00	0.22	1.00	0.31	1.00	0.26
3.00	0.21	3.00	0.26	3.00	0.22

δ : 壁の動き

於ては、上部より相當の壓力で壓し付けてゐるのだから、浮上量は少しく小さく出る傾向があるから、 α の値は大きく出る傾きがある。又 α の増し方が可成りに大きくて k の減り方が非常に緩なもの、壁を仆す實驗では、僅かに 3 mm 位しか壁を仆さず、剪斷歪は剪斷試驗の場合に比して小さいのであるから、已むを得ないのであるまいか。それならば、何故剪斷試驗では、移動量 3~6 mm にして初めて定常状態になるに反し、壁を仆す實驗では、壁の移動、約 1 mm 位で定常に近い状態になるのであらうか。剪斷試驗の場合に、浮上力又は浮上量が定常になるのが、剪斷力の定常になるよりも少しく遅れる事實、浮上力が見掛比重大なる時、初めは比較的小さくて、最後には比較的大きくなる事實、上層を小にすると、浮上力が大きくなる事實等から判断すれば、剪斷試驗で定常になるのは、相當に骨の折れる事などではあるまいか。尙ほ壁を仆す場合には、壁より遠方に、所謂粗密の順送り現象があつて、其れに依り順々に定常状態が遠方に達せられると考へれば、 k の値は幾分長く其値を保つ事が出来ても良さうな氣がする。又前論文の場合の如くにして計算した ϕ の値が漸次小となつて、最後には、大體息角の程度に迄下がつて來る事から考へると、剪斷試驗に於ては、無理に剪斷を行はうとして、壁を仆す實驗と初めの中は可成り、運動の機構に於て異つた事情があるが、最後附近、即ち定常状態附近では、相似た機構になるのではあるまいか。以上を以つて見れば、最初 α が減少する間は、壁を仆す實驗の場合と比較する事は、概して言へば、本質的に間違つてゐないかと考へられ、其意味からも、 α の最小値から求めた $1/\alpha$ の値と k の値が相似た値を取る事には、意味があるのではあるまいか。 α の値の變化に於て、其最小値に達して後、又は其附近に於て階段狀の變化を生じ、又壁を仆す實驗に於て、壁がいくらか動いてから壁から、稍や離れた處から不連続運動が生ずる事、壁から遠い程不連続運動が著しい事は平行して考へられる事柄と思はれる。尤も、 k の値のあるものでは、初めの中多少増し、それより減少してゐるものが、今年の結果に 1 つ、昨年の結果に 2 つ程ある。此れに就ては、Terzaghi、鷹部屋博士の實驗に對する想像説の處で、今一度觸れる機會があらう。

第 8 節 剪斷試驗の結果と剪斷層の理論

dv/dt は定常になる迄は負の値であるから、剪斷層の理論に於ける式に依れば

$$\frac{d(v\bar{X}_z)}{dz}, \quad \frac{d(v\bar{Y}_z)}{dz}, \quad \frac{d(v\bar{Z}_z)}{dz}$$

は總べて正の値を持つてゐる。依つて、 $v\bar{X}_z, v\bar{Y}_z, v\bar{Z}_z$ は z の正、即ち上方に至るに従ひ大きくなる。尤も當然の事ではあるが

$$\frac{d(vu_0)}{dt}, \quad \frac{d(vv_0)}{dt}, \quad \frac{d(vw_0)}{dt}$$

の値は、 z の小なる方、即ち下方に於て、大きいと考へられるから、 $v\bar{X}_z, v\bar{Y}_z, v\bar{Z}_z$ の傾斜は下方の方が大きくなる。剪斷試驗では、浮上力即ち $v\bar{Z}_z$ に比例するものは、剪斷層の上方で測り、剪斷力即ち $v\bar{X}_z$ に比例するものは下方で測定してゐる譯であるから、浮上力/剪斷力は剪斷層の上方に對しても、下方に對しても、少しく大きい目の値となる。又 $u_0 > w_0$ であるから、剪斷層に於ける $v\bar{Z}_z$ の傾斜の方が $v\bar{X}_z$ の傾斜より大きい譯である。

第 9 節 静止した壁に及ぼす砂壓の實驗と剪斷試驗

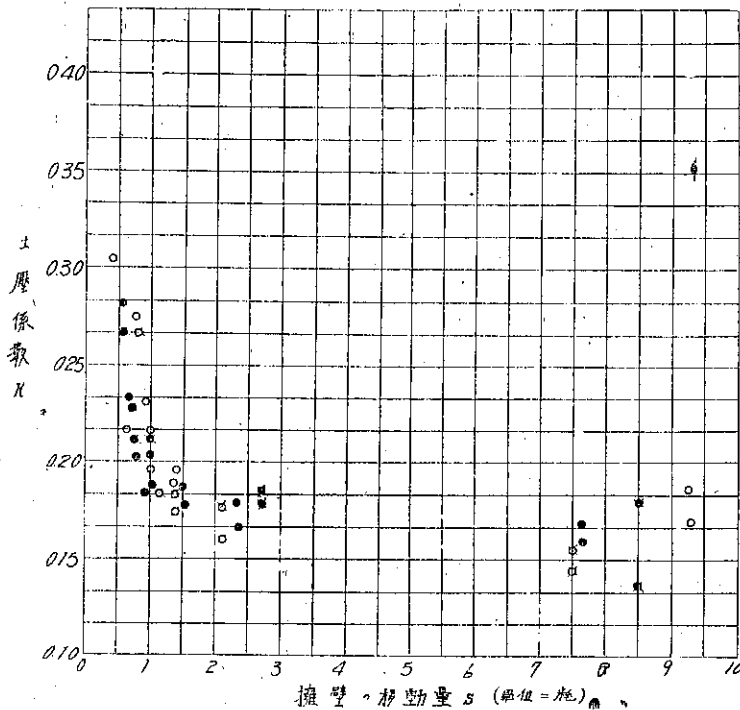
静止した壁に依て支へられてゐる砂は運動しない。尤も自重に依て、多少動いて、時間ととも落ち付く傾向があるが、これは考への外に措く。依て剪斷試驗の場合の如き、砂の相當量の運動を伴ふ場合の力の關係を、静止した壁に對する砂壓の實驗の結果の考察に利用しやうとする場合には、多少の反省を必要とする。剪斷試驗を行ふ場合には、先きにも述べた如く、10 kg づつ荷重を加へ、10 kg 加はる毎に載荷を止めて、移動量其の他を測定したのであるが、其の際に浮上力を測定する秤の目盛りは、ほんの僅かではあるが、影響を受けるのが認められた。

しかし其の量は實に小さくて、剪斷力—浮上力の關係等に影響する程度ではなかつた。別に、同様の方法により、砂の代りに、ボールベアリングの球を用ひて、剪斷試験を行つたのであるが、其の場合でも、此の間の事情は同様であつた。今の場合に、壁と砂の間の摩擦が効いてゐないとは言へないが、ボールベアリングの球の場合にも、さうであつた事を考へれば、剪斷試験の場合の、剪斷力—浮上力の關係は、運動が其れ程大きくない、静止せる壁に及ぼす砂壓の實驗の場合でも、互に直角な方向に作用する2力の間の關係を、近似的にあらはしてゐるものと考へても、大した誤りはあるまいと考へる。尤も剪斷試験で得られた、浮上力/剪斷力の値は、多少大きくなる傾向のある事は、先きに述べた處であるが、壁の摩擦は、此の値を小さくする様に働く。此れ等の中いづれが餘計に効くかは、今後の研究に依らねば明らかでない。さうすれば、静止せる壁に及ぼす砂壓が Rankine の主動砂壓に比して小さいと言ふ事は、剪斷試験の場合の、最初の頃の剪斷力—浮上力の關係から求めた ϕ の値が、息角より可成り大きいと言ふ事からも説明が出來さうに思はれる。若し静止してゐる壁で、支へられた砂中に考へた任意の面の法線と、其の面に働く應力の間の角が、内部摩擦角(息角)よりも小さいならば、壁を動かした際に砂は運動を始める事はない筈である。此の事から考へても、静止せる壁で支へられてゐる砂の及ぼす砂壓は、Rankine の主動砂壓よりは小さくなりさうである。

第 10 節 鷹部屋博士, Terzaghi の實驗²¹⁾ に就て

我々の静止壁に及ぼす砂壓の實驗に於て得られた壓力の値は、圖-6 で見る通り、相等に散らばつてゐて、静止壁に及ぼす壓力は何程であると簡單には言ひ切れない。處が Terzaghi は、密填めの場合に静止壁に及ぼす砂壓は、土壓係數にして、0.40~0.45、粗填めの場合は 0.45~0.50 であると言ひ切つてゐる。我々の實驗裝置が不備の

圖-42.

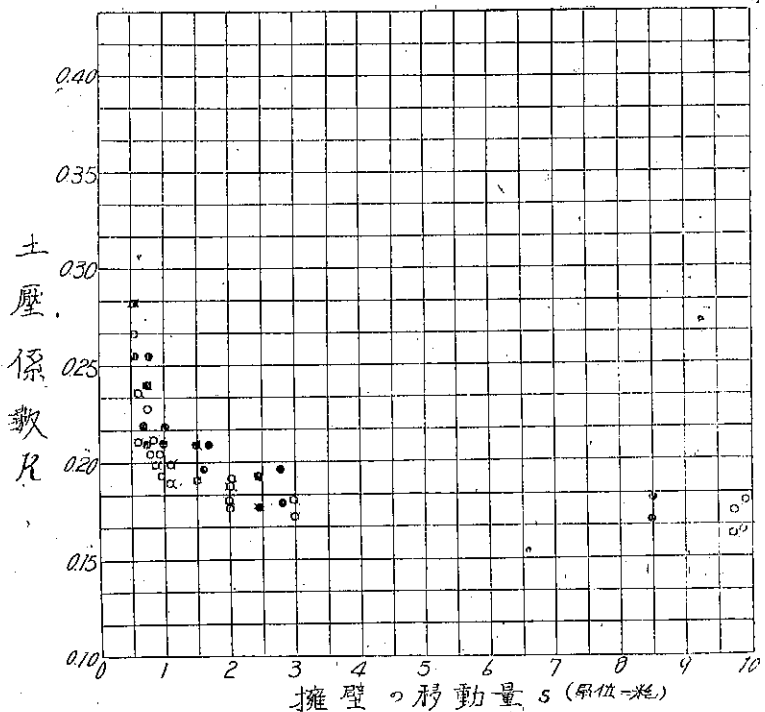


21) 前出。

爲に、此の様な略々一定の値が得られなかつたのであろうか。我々の測定装置は、水で検定を行ふ際の考察では、そんなに不備のものとも思はれない。箱の大きさが、小に過ぎたのであろうか。此の點に就ては何とも言へないのであるが、次ぎに一つの想像説を述べて見たい。之れが正しいか否かは、確かには將來の研究に依らねば決定し難いが、次ぎの如く想像する事も左程無理とは思へないし、今迄行つた他の實驗とも矛盾しない。即ち Terzaghi が静止壁に及ぼす砂壓に關し、土壓係數 0.40~0.45; 0.45~0.50 と云ふ値を出した根據は、我々の行つた如き完全に固定した静止した壁に及ぼす砂壓の測定に依つてゐるのではあるまいと言ふのである。即ち静止壁に及ぼす砂壓は其れ程一樣には出まいと思ふのである。それならば 0.40~0.45; 0.45~0.50 と云ふ値は、何から出したのであろうかと言ふ事になるが、嘗つて鷹部屋博士、Terzaghi の行つた、壁の移動につれて壁に及ぼす砂壓が變化する事の研究に於ける實驗結果を見るに、此の結果は、相當に一樣性を持つてゐる様である。そして壁の移動につれて、砂壓は段々小さくなつて、或量だけ壁が動く、初めて主動土壓が働き出すのである。圖-42, 43 に其間の事情が示してあり、此の結果は鷹部屋博士の結果である。尙ほ、Terzaghi に依れば、砂の填まり方に依つて、壓力減少の様子が變り、緩く填めた場合には B の如く、固く填めた場合には A の如くになると言ふ事である。そして圖-42, 43 より見れば、

圖-43.

此の土壓係數と壁の動きの曲線を延長して、壁の動きが0の處を讀めば、0.40の近くに行くのである。鷹部屋博士の掲げて居られる曲線總べてに就て、さう言へるのである。Terzaghi の實驗結果を見ると、矢張り此の様になつてゐるが、壁の動き0の處に測定結果があるのが異つてゐる。其處で先づ、我々の實驗は、壁をボルトで完全に固定してあるに反し、Terzaghi の實驗では、恐らく完全には固定する事は不可能であらうと考へる。尙ほ、Terzaghi の實驗では、壁全體に來る壓力の總和を天秤で測つてゐるのに反し、我々の實驗では、壁の幅の中央の垂直線に沿つた壓力分布を測定してゐるのである。第一に考へられる事は、壁の幅に就ての壓力分布が一樣でなく、側面に近い程壓力が大きくなつて、結局、總壓力が大きくなるのではないかと思はれる。壁に近い方が間隙率が變化し難いであらうから、壓力が高くなり得る事は考へられる。しかし、側面の摩擦があれば、壓力を減少させる様に働いても良さうである。一步譲つて、側面に近づくとも壓力が大きくなるとした處が、Terzaghi の實驗結果は、餘りにも一樣性があり過ぎる様に思はれる。それでは、何故に此の様な一樣性が出たのであろうか



を、考へて見やう。此れに就て、基本になり得る事の一つは、先に述べた、固定の仕方の問題である。剪断試験に於て、極く僅かの移動量があれば、 α 、浮上力/剪断力の値が略く一定の値迄急激に減少する事實、壁を仆す實驗で、 n の値、 ϕ の値と壁の移動量との關係が、比較的滑かな關係になる事實から想像すれば、Terzaghiの實驗の場合に、壁の移動量が0の處の測定値は、壁が極く僅か動いて、或意味で定常になつた場合の測定値ではなからうかと思はれる。鷹部屋博士の結果では、壁の移動量が0の時の壓力測定値がないが壓力係數——移動量の曲線を、移動量0の方に延長した時、壓力係數が0.40近くになる事は、此の想像說に消極的な根據を與へさうと思はれる。尙、剪断試験の初期に於て、剪断力と浮上力との關係から出した ϕ が、息角より大きい事、静止壁で支へられた砂中の任意面に於ける、應力と其面の法線との間の角が、息角より大ききさうな事から、砂が運動を始めれば、今述べた角度は、次第に小さくなつて行く傾向がありさうと思へる。剪断試験の際にも、 ϕ の値は運動が進むにつれて、小となつて行つた事からも想像される事である。其れ故に、壁に及ぼす砂壓は、壁の移動につれて、大きくなつて行つても良いと思はれる。それならば、鷹部屋博士、Terzaghiの實驗で、砂壓が壁の移動につれて、減少して行つたのは何故であらうか。その譯は次の如くに考へる。砂は今の場合には自分で運動を始め、壁の方は人が勝手に動かすのであるから、互ひに協調した運動が行はれない。一方剪断試験の方では人間が、動きたくもない砂に、無理に運動を起こさせ、無理に剪断をするのであるが、剪断層附近の砂の運動の協調は、砂同士で行はれるのであるから、壁の移動の場合の壁附近の如き無理がないから、比較的緩くりと定常状態に移つて行く。依つて壁の移動の際の壁附近の砂は、剪断試験の場合の定常状態に、必要以上の早さで到達せしめられて了ひ、そしてそれが、順送り現象に依て、遠方に傳へられて行く。其處で壁附近の砂は、定常状態に及ぼすべき壓力と流體壓との中間位の壓力を、壁に及ぼす事になるから、壓力は急に上昇する。此の傾向は、固く填めた砂の場合の方が、緩く填めた砂の場合よりも、甚だしいのは當然であるから、Terzaghiの實驗の場合に固く填めた場合と、緩く填めた場合の差が出て來たのではなからうか。此の事柄が、剪断試験の場合に、初め α の値は減少する傾向を示すにも拘らず、 n の値は、大部分の實驗結果に於て、初めから減少する一方の傾向を、あらはす一因ではなからうか。依つて、壁の初めの固定條件をよりやかましくし、壁の移動速度を、非常に緩にして、一方砂の填め方も出来るだけ緩くしたならば、壁の移動に對する壓力の變化は、圖-45の如くなるのではなからうか。以上は想像說であつて、今後の實驗に依つて正否を檢討するべきものであるが、後日の參考の爲めに記して置くのである。尤も我々の實驗に依つて、消極的な證據はある譯なのだから、全くの想像說でもないのである。

第 11 節 息角に就て

昨年の實驗結果から考へて、息角の意味を前論文に書いて置いたが²²⁾、今年の實驗に依て、一層此の認識が深められた様に思ふ。剪断試験に於て、定常状態に達した場合の、剪断力と浮上力との關係から出した ϕ が、息角の値と相當良く一致する事實は、何を意味するであらうか。壁の移動につれて、砂中に粗密順送り現象が起り、順次に砂の運動は定常になると考へられるが、前節に考へた如く、先づ壁際では緩み過ぎが生じ、壁から稍く隔つた處から、定常化が行はれ、之れが全體に傳はつて行くと思はれる。定常になつた時には、剪断試験の

圖-44.

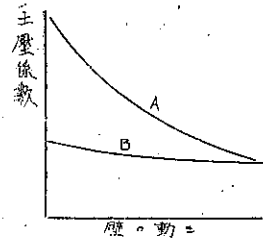
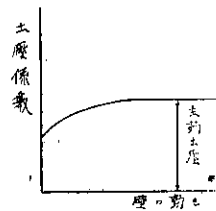


圖-45.



場合の砂の定常運動と略く同一の運動機構に支配されるのではあるまいか。さうすれば、砂の塊のどの點を考へても、運動は定常なのであるから、どの點も所謂限界状態にあると考へられる。それだからと言つて、不連続運動が起る事は差支へない。どの點も限界状態にあるとすれば、Rankineの主動砂壓の式が當嵌つても良さうに思はれる。又息角を測定する場合でも、砂の表面の、攪亂を受ける處は別として、稍く内部に入れば當然運動は定常状態にあるであらうから、そして此の場合には、側面の傾斜に依つて定常状態を續けて行く筈であるから、側面の傾斜が定常状態の ϕ と一致する傾向を示すと考へては悪いであらうか。先きに、剪斷試験の場合に考へた α なる量、浮上力/剪斷力、にあらはれる階段狀の變化は、壁を仆す實驗に於て現れた不連続運動、我々の所謂ビクビクモーションと、本質に於て同一のものではあるまいかと言ふ考へを述べたが、それから考へても、壁を仆して行つて定常状態となつた場合の砂の運動と、剪斷試験の場合に定常状態になつた場合の砂の運動と、息角測定の場合に於ける砂の運動とは、同一機構に支配されてゐるのではあるまいか。通常の剪斷試験では、剪斷力が定常になつても、浮上量、浮上力は定常状態にはならないと言ふ事實を考慮に入れてゐないから、これから出した内部摩擦角は、息角の値よりも、大きくなる傾向があり、實情に即さない。これは運動機構を考へない事より生ずる誤りであらうと思はれる。

第 6 章 結 語

以上第 5 章に於て、今年行つた諸實驗を考へたが、其れに依つて、運動學的考察が砂壓論に於て占むべき位置の、重大であらう事の信念を、益々深く懐くに至らしめた。即ち、砂壓論の基礎概念的吟味、省察に於ては運動學的考察が不可欠であると同時に、其の吟味、省察を仲介として、砂壓論の新しい問題の正しい解釋に達す可き一つの道が拓かれるであらう事は、疑ふ餘地はあるまいと思はれる。尤も、現在迄の研究に依て、かゝる吟味が完全に行はれたと考へる事は、當然行き過ぎである。將來の研究に依つて、未だ不確實な點を確實化し、誤解してゐる點は正し、もつともつと認識を深めて行かねばならない事は言ふ迄もない。筆者は、此の困難ではあるが、興味深く自分には思はれる問題を、考へて行きたいと思つてゐる。