

論 說 報 告

第 28 卷 第 11 號 昭和 17 年 11 月

橋脚による河床洗掘に関する實驗的研究 (第 3 編)

正會員 工學博士 石 原 藤 次 郎*

要 旨 本文は著者が日本學術振興會の補助を受け、京都帝國大學工學部中央實驗所に於て、平野教授の指導の下に昭和 14 年以來約 1 個年にわたつて行つた實驗並に考察の結果をとりまとめたものである。前 2 論文⁵⁷⁾の續編をなすものであるから、圖及表等は何れも通し番號を用ひることとした。

先づ第 5 章に於ては、主として模型縮尺、河床構成材料及境界流況の河床洗掘に及ぼす影響を嚴密に検討して、著者の實驗方法の特質を明かにし、以て本研究の主要項目たる第 3 章及第 4 章の實驗結果が充分な確實性を有する定性的結論を與へ、實際問題への適用を可能ならしめることを實證した。次いで第 6 章に於ては、洗掘の機構を明かにすることが本研究の進展上極めて緊要なことを述べ、之に對する在來の研究を略述すると共に、著者が實驗及考察の結果到達した見解を詳述して、前 2 章に於ける著者の水理學的考察の妥當性を明かにした。尙實驗結果より直ちに定量的結論を導き難い事情を列擧し、之に對する私見を詳述して、本研究の將來の進展に就き指針を與へて置いた。最後に第 7 章に於て、前 6 章に詳論した所を總括して、本研究の内容を明示して結論としたのである。

目	次
5. 實驗結果の實地問題への適用…………… 974	6. 橋脚による河床洗掘機構の考察…………… 990
(22) 模型縮尺の影響…………… 974	(26) 概 說…………… 990
(23) 河床構成材料の影響…………… 978	(27) 洗掘機構に関する著者の研究…………… 993
(24) 境界流況の影響…………… 987	(28) 本實驗の相似律に對する私見…………… 1003
(25) 結 論…………… 989	7. 結 論…………… 1005

5. 實驗結果の實地問題への適用

(22) 模型縮尺の影響

1. 概 說 橋脚に関する水理實驗の相似律に就ては、最も簡単な固定河床の場合に於ても、充分な結論に到達してゐないから、本研究の如き橋脚による局部的な河床洗掘の場合に於ては、たとへ近似的なものにもせよ、信頼すべき相似律は仲々得難いものと云はねばならない。従つて實驗にて得た洗掘の幅及深さから、實地の場合の之等を推定しようとしても、到底精密を期し難く定量的な結論を得ることは頗る困難である。

此の意味に於て、本研究の如きは定性的な結論しか望み難いのであるが、定性的には充分信頼するに足る結論を得べく努めた積りである。此の爲に著者の採用した實驗方法は從來のものと同趣を異にし、既に第 1 編 (9) に詳述した通りであるが、茲に前章迄に述べた諸實驗の結果並に新に行つた實驗 K_1 , K_2 及 K_3 を参照して、本實驗方法の妥當性を明かにし、定性的結論としての信頼性を實證したいと思ふ。

先づ本研究の主要項目たる前 2 章の諸實驗に於ては、何れも幅 1.82 m の實驗水路に對し、模型橋脚の標準寸法として幅 15 cm、長さ 30 cm の腹部に種々の形狀の前、後頭部を取付けたものを採用した。而して之等の模型

* 京都帝國大學助教授

57) 石原藤次郎：“橋脚による河床洗掘に関する實驗的研究”。土木學會誌，第 24 卷第 1 號，頁 23~55 (1938) 及第 28 卷第 9 號，頁 787~821 (1942)。

寸法の妥當性に就ては検討の餘地を存するものと考へられるので、本節に於て模型縮尺の影響を論じ詳細な考察を加へることとする。

尙次節以下に於て、河床構成材料の影響及限界流況の影響を考察し、最後に結論として本研究の結果が定性的に充分信頼し得る結論を與へることを明かにしよう。

2. 實驗 H_{nI} 及 H_{nII} の結果による考察 前章(19)に於て、河床洗掘に對する橋脚軸間の距離と橋脚幅との比 D/b の影響を論じたが、此の爲に行つた實驗 H_{nI} 及 H_{nII} は、 D/b の値を種々に變化する必要上縮尺を異にする 5 つの模型を採用した。即ち $n=1$ なる實驗 H_{1I} 及 H_{1II} に於ては、標準寸法の模型(腹部の長さ $l_1=30$ cm, 幅 $b=15$ cm)を用ひ、其の $1/n$ の寸法の模型による實驗を夫々 $H_{1/I}$ 及 $H_{1/II}$ としたから、 H_{1I} 及 H_{1II} に對する H_{nI} 及 H_{nII} の模型寸法の比率は丁度 $1/n$ となつてゐる。而して之等の實驗は、何れも野洲川産の砂を用ひ限界流況(a)にて20分間宛掃流したものであるから、 D/b の値が同一なる場合の洗掘のみを考へると、夫等に於ける洗掘狀況の差異は全く水平縮尺の差異に基くと看做してよい。此の意味に於て、前章の表-23~32の内 $D/b=12.13$ なる場合のみを取出し、之等を表記すれば表-33, 34の通りである。此の場合水路に多數の橋脚を並べると、中央に近い橋脚に對する洗掘ほど幾分大きくなることを考慮し、上の各表の値は何れも水路中央に最も近い橋脚に對するものを選んだのである。斯くして得た洗掘の幅及深さと模型寸法の比率 $1/n$ との關係を

表-33. $D/b=12.13$ なる場合の I 型橋脚に對する洗掘幅及洗掘深(實驗 H_{nI})

實驗記號	橋脚寸法		寸法の比率 $1/n$	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_f'	t_s'
	腹部	全長								
$1 \times H_{1I}$	30×15	65	1.00	7.8	14.0	13.9	5.0	5.8	1.9	-2.0
$2 \times H_{2I}$	15×7.5	32.5	0.50	6.3	10.4	11.1	4.4	5.3	3.5	0.3
$3 \times H_{3I}$	10×5	21.67	0.33	5.4	8.4	9.0	3.8	4.6	3.4	1.5
$4 \times H_{4I}$	7.5×3.75	16.25	0.25	4.5	6.7	7.6	3.4	4.0	3.2	1.8
$5 \times H_{5I}$	6×3	13	0.20	3.8	6.0	6.7	2.9	3.4	3.0	1.8

表-34. $D/b=12.13$ なる場合の II 型橋脚に對する洗掘幅及洗掘深(實驗 H_{nII})

實驗記號	橋脚寸法		寸法の比率 $1/n$	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_f'	t_s'
	腹部	全長								
$1 \times H_{1II}$	30×1.5	45	1.00	17.5	24.1	18.3	10.1	8.3	2.3	-1.8
$2 \times H_{2II}$	15×7.5	22.5	0.50	12.7	15.8	13.9	7.7	6.6	3.8	0.8
$3 \times H_{3II}$	10×5	15	0.33	9.7	12.1	10.9	6.0	5.3	3.7	1.8
$4 \times H_{4II}$	7.5×3.75	11.25	0.25	8.2	9.8	8.9	5.1	4.4	3.3	1.9
$5 \times H_{5II}$	6×3	9	0.20	6.8	8.3	7.5	4.3	3.8	3.0	2.0

圖示すれば、圖-60, 61 の様になる。圖に於て實線は前、後頭部を尖らした I 型橋脚に對するものを表し、破線は前、後頭部を共に半圓型とした II 型橋脚に對するものを表すが、之等より注目すべき性質として次の諸點が列擧される。

1) 洗掘幅 k_0, k_s 及 k_f は、圖-60 に示す如く模型寸法の比率 $1/n$ を小さくするほど加速度的に減少する。而も圖に細い破線で表した如く、 $1/n$ を 0 に近づけた極限に於ては、何れも 0 となることが認められる。一般

圖-60. 實驗 H_{nI} 及 H_{nII} に於ける洗掘幅と模型寸法の比率 $1/n$ との関係

實線：實驗 H_{nI} (I型橋脚) 破線：實驗 H_{nII} (II型橋脚)

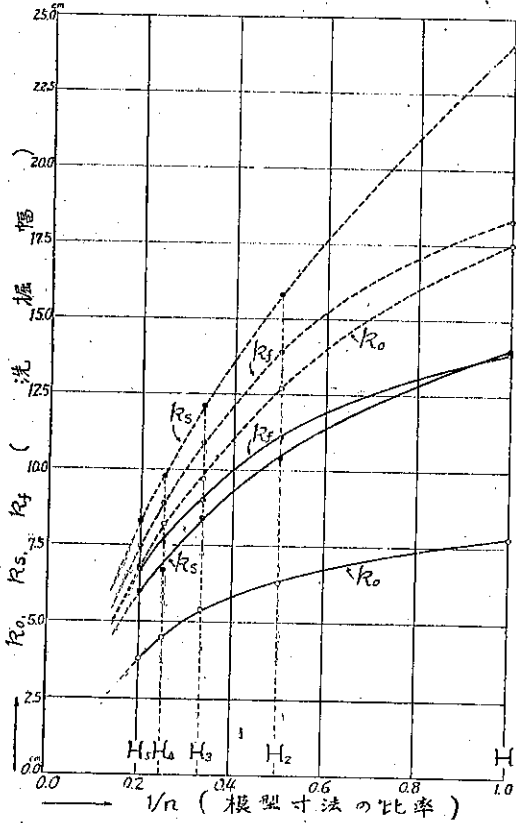
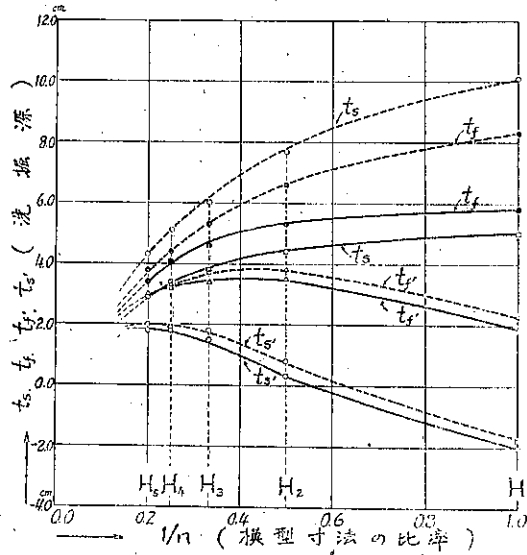


圖-61. 實驗 H_{nI} 及 H_{nII} に於ける洗掘深と模型寸法の比率 $1/n$ との関係

實線：實驗 H_{nI} (I型橋脚) 破線：實驗 H_{nII} (II型橋脚)



に $1/n$ を 0 に近づけた極限は、橋脚が存在しなくなつたことを意味するから、上の事實は橋脚がなければ洗掘が全く惹起されないことを表してゐる。之は本實驗にて限界流況を用ひた關係上當然のことであるが、斯くして橋脚周囲の洗掘を橋脚の存在のみに基因せしめ、河床洗掘に対する橋脚の影響を各方面より詳細に

検討しようとした著者の實驗方法の確實性を如實に示すものと考へてよい。

所が以上の各洗掘幅が $1/n$ の値に應じて變化する有様は、橋脚形状によつて趣を異にするのみならず、同一形状の橋脚に就ても洗掘幅の測定箇所及方向によつて著しい相違を呈する。此の事實は、橋脚周囲の河床洗掘が極めて複雑な機構に基くことを實證すると共に、本問題に對し完全な相似律を導くことの至難なるを明かにするものである。従つて實地の場合に其の儘適用し得べき確實な定量的資料を得るには、なるべく模型寸法を大にして實物に近からしめることが望ましいが、實驗設備其の他から種々の制限を受けて仲々理想通りにはゆき難いものである。此の意味に於て、適當な模型寸法の選擇と云ふことが問題になるが、以下本實驗にて標準寸法の模型として腹部の長さを $l_1=30$ cm、幅を $b=15$ cm としたことの適否を考察しよう。

今假りに水平縮尺を $1/20$ 、鉛直縮尺を $1/40$ とすれば、此の標準寸法の模型は、腹部の寸法 $6\text{ m} \times 3\text{ m}$ にして全長は I 型橋脚にて 13 m 、II 型橋脚にて 9 m なるものに相當する。又橋脚間距離は $1.82 \times 20 = 36.4\text{ m}$ 、水深は $0.052 \times 40 = 2.08\text{ m}$ となる。更に掃流力相似の立場から第 1 編の (12) 式を用ひ河床砂粒の大きさを求めると、 $e=40^\circ/20=80$ 、 $\therefore 0.0708 \times 80 = 5.664\text{ cm}$ の平均粒徑に相當する。以上の諸寸法は略々實際橋脚の場合に適合すると考へてよいから、本實驗によつて實地の場合に有效な資料を得るには、少くも圖-60 に示す各曲線から

$1/n=20$ なる場合の關係が推定されなければならない。所が洗掘幅に對する相似律が明かでないから、圖-60 から定量的に確實な諸數値を得ることは不可能であるが、定性的には信頼すべき結論を得るものとして、次の如く考へることが出来る。尙相似律に關する私見は、改めて次章(28)にて説明する。

圖-60 を見るに、 $1/n$ の總べての値に對して、先端を尖らした I 型橋脚に對する洗掘幅は、先端を圓くした II 型橋脚に對するものに比べて、相當小さくなつてゐる。而も其の差異の程度は $1/n$ が小さい間は比較的少いに拘らず、 $1/n$ が 1 程度となると著しく明瞭となり、I 型橋脚の優秀性が愈々明かとなつてくる。

著者は前論文に於て、前頭部附近の洗掘の主原因が先端にて兩側に分れる流れの流向偏倚にあるものとし、先端を尖らすほど此の流向偏倚の程度を減じて著しく洗掘を軽減するものとした。此の定性的結論は、 $1/n=1.00$ なる標準寸法の模型による實驗の結果であるが、模型寸法を大きくして實物に近づけても、此の結論に本質的な變化を生ぜず、I 型橋脚の優秀性が明かとなるに過ぎないことは、圖-60 から容易に諒解し得る筈である。此の意味に於て、著者の實驗による結論は少くも定性的には充分の確實性を有し、實地の場合に適用し得る有效な資料を與へたものと考へてよい。尙 $1/n=0.50$ 以下の寸法の模型では、各洗掘幅の相違が比較的少く、 $1/n$ をずつと大きくした場合を推定するに不充分であつて、たとへ定性的にしても結論の確實性を著しく減ずるものと云はねばならない。以上は主として前頭部形状の影響から見た模型寸法の妥當性を述べたのであるが、前 2 章に述べた他の諸實驗も總べて上と同じ標準寸法の模型に就て行はれた事實より見て、何れも少くも定性的には信頼すべき結論を與へ得たものと考へられる。

次に I 型橋脚に於ては、 k_0, k_s が前頭部先端に於ける流向偏倚による洗掘作用に支配されるに對し、 k_r が先端に於けるとは反對方向の偏倚に伴ふ鉛直軸の渦によつて或程度の堆積作用を受けることは、後に(27)に於て詳述する通りである。圖-60 に於て $1/n$ の減少に伴ふ k_r の軽減割合が比較的少いのは、模型を小さくするに應じて先端の洗掘作用が移行點 F 以下迄著しく影響し、渦による堆積作用の影響を減殺するためと考へられる。之に對し II 型橋脚に於ては、 k_r のみならず k_s も或程度渦による堆積作用を受けるが、 $1/n$ を減じて模型を小さくするほど、先端の洗掘作用が著しく影響して堆積作用の影響を減殺するので、 k_r, k_s は k_0 に似た變化を呈する。斯くして模型を小さくすると、實物の場合に比べて洗掘機構に相當の變化のあることは明かであつて、此の點からも $1/n=0.50$ 以下の大きさの模型では、定性的結論でも確實を期し得ないことが認められる。之等は次に述べる洗掘深 t_s 及 t_r によつても、容易に確認される所である。

ii) 洗掘深 t_s 及 t_r が模型寸法の比率 $1/n$ を小さくするほど激減し、 $1/n$ を 0 に近づけた極限にては圖-61 に細い破線で示した如く何れも明かに 0 となることは、前述の洗掘幅の場合と同様である。唯後頭部側の洗掘深 t_r 及 t_s は相當趣を異にし、特別の考察を必要とする。 $1/n$ を 0 に近づけた極限に就ても圖-61 のみからは確たる斷定を下し難いが、上述の洗掘の幅及深さの變化並に限界流況にて掃流した事實に鑑み、 t_r は $1/n \doteq 0.33$ 、 t_s は $1/n \doteq 0.20$ 附近から共に減少し始めて、何れも 0 に近づくものと考へてよい。

而して t_s 及 t_r が $1/n$ の値に應じて變化する有様は、互に相當相違するのみならず、橋脚形状によつても著しく異なり、完全な相似律を導き難いことを明かにする。併し乍ら $1/n=1.00$ なる場合は、I 型橋脚の優秀性を明瞭にし、模型寸法を更に大にして實物に近づけた場合の狀況を推定し得る點に於て、先に洗掘幅に就て述べたと同様の事實を認め得べく、著者の實驗が之等に對して少くも信頼すべき定性的結論を與へ得たものと看做される。

之に對して後頭部側の洗掘深 t_r 及 t_s に就き、圖-61 から $1/n$ を大きくした場合の變化を推定するに、次第に其の値を減じて堆積となる以外は何とも斷言出来ない。けれども前頭部附近の洗掘土砂が後頭部側に堆積する

状況より考へて、 $1/m$ をずつと大きくして實物に近づければ、最大の堆積個所が漸次前進し、先づ t_{cr} が最小値となつてから次いで t_r も最小値に達する様に想像されるが、何れにしても水深以上の堆積高となり得ないことは勿論である。斯くして堆積作用に直接の関係をもつ t_{cr} 及 t_r に関しては、 $1/m=1.00$ なる実験のみから實物の場合を適確に推定することは相當困難であつて、本実験による定性的結論に對しても適用上參酌を要するものと云はねばならない。此の事實は $1/m$ を漸減した場合の t_{cr} 及 t_r の變化からも容易に認め得る所である。即ち之等は或程度迄は共に漸減するが、之は前頭部附近の洗掘作用が次第に後頭部附近まで影響して堆積作用を減殺するからである。所が $1/m$ を更に小さくすれば、上の洗掘作用自身が激減するから、圖の如く t_{cr} は $1/m=0.33$ 附近から、又 t_r は $1/m=0.20$ 附近から再び減少し初めたものと考へられる。従つて堆積作用の影響が大きいものほど、 $1/m$ の値による變化を受けると著しく、 $1/m$ の小さい実験にては定性的にせよ殆ど信頼すべき結論を得難いわけである。

3. 結 語 実験 H_{nI} 及 H_{nII} の結果によつて模型寸法の影響を検討し、次の諸事實を明かにした。即ち $1/m$ を 0 に近づけた極限に於ては、洗掘の幅及深さが共に 0 となることを確めて、橋脚周囲の河床洗掘が橋脚の存在のみに基因してゐることを實證し、著者の実験方法の確實性を確認することが出来た。次に本研究に對する完全な相似律を得難い事情を説明し、定性的にしても有効な資料を得るには、なるべく大きい模型を採用すべきことを力説した。更に著者の用ひた模型寸法の適否を考察したが、前頭部先端に於ける流向偏倚に基く洗掘作用に直接の関係をもつ洗掘の幅及深さに對しては、少くも定性的に信頼すべき結論を與へ得たことを示すと共に、鉛直軸の渦に基く堆積作用が影響するに應じて、實地問題への適用上多く參酌を要すべきことを明かにした。最後に甚だ小さい模型による実験にては、定性的にもせよ殆ど有効な結論を得難いことを、詳細に説明して置いた。

(23) 河床構成材料の影響

1. 概 説 本研究の主要項目たる前 2 章の諸実験に於ては、何れも野洲川産の実験用砂を用ひて、限界流況 (a) 又は (b) にて略く洗掘を平衡状態に到達せしめるに必要な時間として 20 分間宛掃流し、以て橋脚の形状及配置の河床洗掘に及ぼす影響を詳細に検討した。併し乍ら此の種實驗にて河床構成材料が實驗結果に至大の影響を與へることは、K. Schwarz²¹⁾ の實驗にて明示された通りであり、既に第 2 章に於て主として掃流力理論の立場から之等に對する詳細なる考察を明かにして置いた。従つて本研究に對する完全な相似律を導き難い關係上、實驗結果は定性的結論を與へるに過ぎないにしても、其の結論の信頼性を確保するためには、性質の異なる他の實驗用砂を用ひた場合の結果と比較し、實驗用砂を異にしても同様な結論に到達すべきことを明かにしなければならぬ。

2. 木津川産の實驗用砂 河床構成材料の影響を検討するために、今迄の各實驗に用ひた野洲川産のものと相當異なる性質を有するものとして木津川産の砂を選んだが、其の篩分試験の結果は表-35、圖-62 の通りである。

木津川産の實驗用砂を用ひ、勾配を $1/400$, $1/600$, $1/800$, $1/1,000$, $1/1,500$, $1/2,000$ の 6 種類に變化し、野洲川産の砂に就て行つたと同様の豫備實驗によつて限界流況を決定し、其の勾配及水深から限界掃流力を計算したが、其の結果は表-36 の通りである (第 1 篇 (9) 5. 参照)。此の場合平均粒徑は、木津川産 0.921 mm, 野洲川産 0.708 mm にして、前者の方が掃流し難いと豫想したが、實驗の結果は意外にも遙かに少い水深にて限界流況に達した。之は木津川産の砂では圖-62 に明かな如く、微細粒の混合割合が少いためと考へられる

圖-62. 實驗用砂の篩分曲線

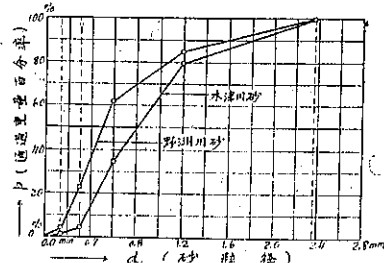


表-35. 木津川産実験用砂の篩分試験

試料番 號		1	2	3	4	5	平均
篩通過	mm 以下	重 量 百 分 率					
No. 8	2.38	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.00
No. 16	1.19	80.7	76.3	79.1	80.7	80.3	79.42
No. 30	0.59	35.9	30.2	34.2	35.6	35.2	34.33
No. 50	0.297	4.3	3.2	3.7	4.2	3.9	3.86
No. 100	0.149	0.4	0.2	0.2	0.2	0.3	0.26
單位體積の重さ w (kg/m ³)		2587	2587	2588	2584	2579	2585
平均粒徑 d_m (mm)		0.901	0.967	0.925	0.903	0.910	0.921
均等係數 M		0.383	0.391	0.385	0.384	0.383	0.385
限界掃流力(10)式 F_0 (g/m ²)		62.22	65.41	63.59	62.08	62.53	63.16
限界掃流力(11)式 F_0 (g/m ²)		61.81	64.36	62.90	61.70	62.06	62.56

のであつて、粒徑のみならず砂層の稠密度が限界掃流力に極めて大きい影響を與へることを意味する。尙木津川産の砂の場合は、限界流況に達してから約 60 分間にわたり同じ状態で掃流してみたが、途中に於ける砂澱の發達はさしたるものではなく、流速の減少、水深の増加に伴ふ水面の動搖等は、野洲川産の砂の場合に比べて相當少いことが認められた。之等も微細粒が少かつたことに基くと考へられ、此の點に於て安藝、佐藤兩氏の實驗⁵⁸⁾と略々同様な結果になつた。併し乍ら木津川産の砂が種々の勾配に對し同一の限界掃流力を有することは、表-36より明かに確認し得る所であつて、野洲川産の砂と全く同様の結果に到達した。斯くして一定河床構成材料が一定の限界掃流力を有すると云ふ掃流力理論の根本概念の妥當性を證明すると共に、此の理論を河床の安定を論ずる最も信頼すべき實用的方法とした著者の見解の論據を明かにすることが出来たが、更に表-36の實驗値を

表-36. 限界掃流力決定に関する豫備實驗

實驗用砂	水面勾配 = 河床勾配 I	水 深 H (cm)				限界掃流力 F_0 (g/m ²)
		第 1 回	第 2 回	第 3 回	平均	
木津川砂	1/2000	10.48	10.46	10.46	10.47	52.35
	1/1500	7.98	8.03	7.97	7.99	53.27
	1/1000	5.23	5.25	5.28	5.25	52.50
	1/800	4.32	4.30	4.28	4.30	53.75
	1/600	3.19	3.20	3.18	3.19	53.17
	1/400	2.16	2.14	2.17	2.17	54.25
野洲川砂 ⁵⁹⁾	1/800	5.17	5.20	5.19	5.19	64.88
	1/600	3.94	3.91	3.90	3.92	65.33

58) 安藝一、佐藤清一：“砂粒河床模型實驗の基本に関する實驗並に限界掃流力に関する研究”。内務省土木試験所報告，第 48 號，1939，頁 23-64。

59) 本論文第 1 編 (9). 5. 土木學會誌，第 24 卷第 1 號，頁 38-39，(1938)。

Kramer 及 Indri の実験式による表-35 の計算値と比較して、少しく考察を加へよう。

先づ野洲川産の砂に対しては、Kramer の (10) 式による計算値が 64.15 g/m^2 にして、著者の実験値は 65.11 g/m^2 であるから、全者は頗るよく一致してゐる。所が木津川産の砂に対しては、前者が 63.16 g/m^2 なるに拘らず、後者は 53.22 g/m^2 であつて、其の差は後者の 18.7% に達する。尙 Indri の (11) 式による計算値は、幾分 Kramer の (10) 式によるものより小さくなるが、木津川産の砂に對し実験値と著しく異なつてくることは、(10) 式の場合と同様であるから、以下主として (10) 式に就て考へることとする。此の場合表-35 の計算値が篩分試料によつて相當異なることに鑑みても、実験値と計算値との間の多少の差異は已むを得ないわけであるが、上記の 18.7% はあまりに大きすぎる様である。尤も之等の実験式の係數に就ては今後の研究に俟つべきもの多く、Kramer⁶⁰⁾ 自身も (10) 式に對し 15% 位の誤差があり得るとしてゐるが、著見の見解は次の通りである。

先づ (10) 式を見るに、野洲川砂と木津川砂は殆ど比重を等しくするから、 F_0 は d_m/M に比例する筈である。之に對し安藝、佐藤兩氏⁶⁸⁾ は $F_0 = k(w-w_0)\lambda d_m$ なる式を提唱し、 λ を以て平均粒径以下の重量百分率とそれ以上の重量百分率との比とし、砂層の稠密度を表す係數としたが、此の式によれば只今の場合 F_0 は λd_m に比例する筈である。今兩實驗用砂に就て之等の値を計算すると、表-37 の様になる。従つて兩實驗用砂に對する F_0 の比は、 d_m/M 及 λd_m の比に比べ共に相當異なつてゐるから、Kramer 式、安藝佐藤式共に實驗と一致しないことになる。尤も唯 2 種類の砂に就ての實驗に過ぎないから斷言するわけにゆかないが、 d_m/M よりも λd_m の比の方が F_0 の比に近いことから考へると、安藝佐藤式の方が實驗に近いことになるわけである。

表-37. 限界掃流力に関する実験式の比較

	d_m	λ	d_m/M	λd_m	F_0 (實驗値, 表-36)
① 野洲川砂	0.708 mm	2.048	2.432	1.450	65.11 g/m^2
② 木津川砂	0.921 "	1.449	2.392	1.335	53.22
①/②	0.769 "	1.413	1.016	1.087	1.224

以上を要するに砂の稠密度従つて篩分曲線の性質を表す方法 (例へば M, λ の如き) に相當の検討の餘地があり、今後の詳細な研究を要するものと云はねばならない。

尙最近の研究によれば砂粒径によつて實驗式を異にすべきを述べ、例へば Indri の (11) 式は 1 mm を境とし、又 Chang⁶³⁾ は 0.5 mm を境としてゐるが、此の實驗用砂は共に、 $1 > d_m > 0.5 \text{ mm}$ であるから、兩者の研究のみからは表-37 の如き不一致の原因を具體的に指摘するに至らない。

斯くして限界掃流力と河床物質の性質との關係を表す諸實驗式には、尙研究の餘地多きを明かにしたが、掃流力理論の根本概念の妥當性は表-36 の結果に徴して確認し得る筈である。以上の結果に基き、木津川砂は $F_0 = 53.22 \text{ g/m}^2$ を有するものと認め、限界流況として表-38 に示す如く 6 つを採用することにした。表には野洲川砂に就て求めた 2 つの限界流況をも書添へたが、之は第 1 編表-5 に於けるものと同様である。茲に * 印を附けたのは直接測定による値であり、其の他は測定値を用ひて計算した値である。尙表-38 に於ける流速係數 C 及粗度係數 N の計算に、徑深 R を水深 H に等しいと假定したことは表-5 の場合と同様である。

60) Y. L. Chang: "Laboratory Investigation on Flume Traction and Transportation; Proc. Am. Soc. C. E., 1937, p. 1708~1710.

表-38. 限 界 流 況

実験用砂	流況記號	水面勾配 = 河床勾配 I	水深 H (m)	流水幅 B (m)	流水面積 $A = BH$ (m ²)	流量 Q (m ³ /sec)	平均流速 $v = Q/A$ (m/sec)	最大表面流速 v_s (m/sec)	Chézy の	Manning の
									流速係數 $C = v/\sqrt{HI}$ (m ^{0.5} /sec)	粗度係數 $N = H^{2/3}I^{1/2}/v$ (sec/m ^{1/3})
木津川砂	(p)	1/2 000	0.106	1.820	0.1929 2	0.0820	0.425	0.498	58.25	0.0118
	(q)	1/1 500	0.080	"	0.1456 0	0.0570	0.392	0.477	53.72	0.0122
	(r)	1/1 000	0.053	"	0.0964 6	0.0348	0.361	0.456	49.48	0.0126
	(s)	1/ 800	0.043	"	0.0782 6	0.0273	0.349	0.446	47.83	0.0124
	(t)	1/ 600	0.032	"	0.0582 4	0.0198	0.340	0.435	46.60	0.0121
	(u)	1/ 400	0.021	"	0.0382 2	0.0128	0.335	0.409	45.92	0.0115
野洲川砂	(α)	1/ 800	0.052	1.820	0.0946 4	0.0359	0.379	0.495	47.05	0.0130
	(β)	1/ 600	0.039	"	0.0709 8	0.0265	0.373	0.488	46.03	0.0126

最後に之等の限界流況を果して実験に用ひて差支へなきや否やを検べる必要がある。此の爲に Krey の公式 (13) (第 1 編 (7) 参照) によるとすれば、著しい砂澱の発生を避ける爲の條件 $d/(8H) < I$ に於て、本実験用砂の如く細粗粒の混合したものに對し d を適確に定め難いので、實際上適用は相當困難である。併し乍ら本実験用砂に於ては、前述の如く少くも 20 分間の掃流に對しあまり砂澱を生じないことが明かであるから、事實上この條件を満足し得たものと考へてよい。次に射流を避ける爲の條件 $I < g/C^2$, $v < \sqrt{gH}$ が完全に成立することは、表-38 の諸數値を用ひて容易に確められるから、結局上の各流況は Krey の條件式 (13) を満足することになる。従つて實河川に於ける一般の流況に相應することになり、実験に用ひて差支へない流況と考へることが出来る。

3. 木津川産の砂による実験 木津川産の砂に就て行つた実験項目は表-39 に示す通りである。此の場合の実験方法は、今迄の諸実験と同様に何れも限界流況にて洗掘を略々平衡状態に達せしめるに必要な時間として 20 分間宛掃流したから、橋脚周囲の洗掘は橋脚の存在のみに基因し、河床洗掘に對する橋脚の影響を適確に具現し得べきことは云ふまでもない。而して橋脚模型としては、著者の提唱する實用上理想の形状の 1 つとして前、後頭部を尖らした I 型橋脚と、前、後頭部を圓くした II 型橋脚の 2 つの代表的形状を採用して、橋脚形状の影響を比較し得る様にした。次に模型寸法の比率を 1.00, 0.50, 0.33, 0.25, 0.20 として実験 H_{nI} 及 H_{nII} に對應せしめたが、橋脚軸間の距離と橋脚幅との比 D/b の影響が一般に微小であつた事實に鑑み、常に橋脚模型を 1 つ宛水路

表-39. 木津川産の実験用砂による主要実験項目

実験記號	橋脚形状	模型寸法の比率	限 界 流 況				通水時間 (sec)	流水方向に對する橋脚軸の角度
			記號	水深 (m)	勾配	流量 (m ³ /sec)		
K ₁	II	1.00, 0.50, 0.33, 0.25, 0.20	(q)	0.080	1/1 500	0.0570	20	0°
K ₂	I	1.00, 0.50, 0.33, 0.25, 0.20	(r)	0.053	1/1 000	0.0348	20	0°
	II	"	"	"	"	"	"	"
K ₃	I	1.00, 0.50, 0.33, 0.25, 0.20	(s)	0.043	1/800	0.0273	20	0°
	II	"	"	"	"	"	"	"

中央に流れに平行して設置し、実験を簡便ならしめることにした。又限界流況を (q), (r) 及 (s) の 3 種類としたのは、次節に述べる限界流況の影響を検討する際の資料とするためである。

4. 実験 K_1, K_2 及 K_3 。橋脚周囲の洗掘状況は、実験 H_{nI} 及 H_{nII} に於けるものとよく似てゐるが、橋脚周囲の主要箇所に関する洗掘の幅及深さの測定値のみを表記すれば、表-40~44 の通りである。

圖-63~67 は以上の測定値をとりまとめて圖示したものであるが、何れも模型寸法の比率 $1/n$ を横距にとり、 $1/n$ の變化による洗掘状態の差異を適確に表し得る様にした。尙圖にて測定點を曲線で結ぶ際、I 型橋脚に對しては實線、II 型橋脚に對しては破線を用ひ、橋脚形状の影響を明かにして置いたが、之等から特に注目すべき性

表-40. 実験 K_1 (II 型橋脚) に於ける洗掘幅及洗掘深

(限界流況 (q); 水深 8.0 cm, 勾配 1/1500, 流量 57.0 l/sec)

橋脚寸法		寸法の率 比 $1/n$	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_f'	t_s'
腹部	全長								
cm cm 30×15	cm 45	1.00	cm 17.5	cm 24.2	cm 19.8	cm 9.9	cm 7.8	cm 2.3	cm -1.8
15×7.5	22.5	0.50	12.7	16.5	15.0	7.8	6.7	3.4	-0.4
10×5	15	0.33	10.2	12.9	12.1	6.1	5.4	3.3	0.8
7.5×3.75	11.25	0.25	8.1	10.5	10.0	5.3	4.6	3.2	1.4
6×3	9	0.20	6.8	8.7	7.9	4.5	4.0	2.9	1.6

表-41. 実験 K_2 (I 型橋脚) に於ける洗掘幅及洗掘深

(限界流況 (r); 水深 5.3 cm, 勾配 1/1000, 流量 34.8 l/sec)

橋脚寸法		寸法の率 比 $1/n$	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_f'	t_s'
腹部	全長								
cm cm 30×15	cm 65	1.00	cm 8.0	cm 14.0	cm 14.7	cm 5.8	cm 6.2	cm 1.2	cm -1.2
15×7.5	32.5	0.50	6.6	10.4	11.7	5.0	5.6	3.2	0.2
10×5	21.67	0.33	5.4	8.0	9.2	4.4	5.0	3.0	1.0
7.5×3.75	16.25	0.25	4.4	6.6	7.8	3.7	4.2	2.8	1.3
6×3	13	0.20	3.5	5.6	6.8	3.0	3.6	2.6	1.3

表-42. 実験 K_3 (II 型橋脚) に於ける洗掘幅及洗掘深

(限界流況 (r); 水深 5.3 cm, 勾配 1/1000, 流量 34.8 l/sec)

橋脚寸法		寸法の率 比 $1/n$	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_f'	t_s'
腹部	全長								
cm cm 30×15	cm 45	1.00	cm 16.6	cm 22.4	cm 18.1	cm 9.6	cm 7.4	cm 1.6	cm -0.8
15×7.5	22.5	0.50	12.0	15.2	13.8	7.5	6.4	3.3	0.0
10×5	15	0.33	9.5	12.0	11.0	6.0	5.0	3.2	1.1
7.5×3.75	11.25	0.25	7.7	10.0	9.0	5.2	4.4	2.9	1.3
6×3	9	0.20	6.5	8.0	7.3	4.5	3.8	2.6	1.4

表-43. 実験 K_1 (I 型橋脚) に於ける洗掘幅及洗掘深

(限界流況 (e); 水深 4.3 cm, 勾配 1/800, 流量 27.3 l/sec)

橋脚寸法		寸法の率 比 1/n	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_{fr}	t_{sr}
腹部	全長								
cm cm	cm		cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
30×15	65	1.00	7.0	12.8	13.0	4.7	5.3	0.7	-0.7
15×7.5	32.5	0.50	5.7	9.1	10.3	4.2	4.9	3.0	-0.1
10×5	21.67	0.33	4.7	6.6	7.8	3.8	4.4	3.0	0.9
7.5×3.75	16.25	0.25	3.8	5.4	6.3	3.3	3.7	2.6	1.4
6×3	13	0.20	3.1	4.3	5.0	2.7	3.2	2.5	1.2

表-44. 実験 K_2 (II 型橋脚) に於ける洗掘幅及洗掘深

(限界流況 (e); 水深 4.3 cm, 勾配 1/800, 流量 27.3 l/sec)

橋脚寸法		寸法の率 比 1/n	k_0	k_s	k_f	t_s	t_f	t_{fr}	t_{sr}
腹部	全長								
cm cm	cm		cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
30×15	45	1.00	15.8	20.6	17.0	9.3	7.1	1.1	-0.3
15×7.5	22.5	0.50	11.2	14.2	12.9	7.3	6.0	3.1	0.2
10×5	15	0.33	8.7	11.5	9.8	5.8	4.8	3.0	1.3
7.5×3.75	11.25	0.25	7.2	9.4	8.1	5.0	4.2	2.7	1.4
6×3	9	0.20	6.2	7.5	6.8	4.5	3.8	2.4	1.2

質として列挙し得る諸點は次の通りである。

1) 模型寸法の比率 $1/n$ を小さくするほど、洗掘の幅及深さを激減し、 $1/n$ を 0 に近づけた極限に於ては、何れも明かに 0 になるものと認められる。而して $1/n$ の値に應じて洗掘の幅及深さが變化する有様は、其の測定個所及方向によつて著しく異なり、完全な相似率を導き難いことを實證する。従つて實驗結果は定性的結論を與へるに過ぎないが、 $1/n$ を増加するほど洗掘に對する橋脚形状の影響を如實に表し、I 型橋脚の優秀性が明かとなる。特に著者の採用した標準寸法の模型 ($1/n=1.00$) による實驗結果によれば、先端に於ける流向偏倚に基く洗掘力に支配される前頭部附近の洗掘に對し、少くも定性的には實地の場合を大過なく推定することが出来る。所が鉛直軸の渦に基く堆積作用が影響するほど、此の推定を不確實にし、其の程度は後頭部側の洗掘深 t_f 及 t_{sr} に於て特に著しい。模型寸法の比率 $1/n$ を小さくすれば、前頭部移行點 F 附近から下流側に於て、洗掘機構に相當の變化を生じ、定性的にもせよ結論の確實性を愈々減少することになる。

以上の事實は圖-63~67 より明かな如く、限界流況を異にした 3 つの實驗 K_1 , K_2 及 K_3 に於て等しく認められる所であつて、前節に述べた野洲川砂による實驗 H_{MI} 及 H_{MII} の結果と一致するものである。

ii) 先端を尖らした I 型橋脚では、一般に k_0 に比べて k_s, k_f の方が著しく大きく、而も $k_s < k_f$ となつてゐる。之等が $1/n$ の増大に伴ひ増加する傾向は、 k_0, k_f, k_s の順序に顯著になつてゐるが、 $1/n=0.5$ 以上に於て k_f の増加傾向が k_s のそれに比べて比較的弱くなるので、 $1/n$ を愈々大にして實物に近づけた場合 $k_s > k_f$ となるものと推定される。之は k_f に對して、鉛直軸の渦による堆積作用の影響が順次著しくなつて來るためである。

圖-63. 實驗 K₁ に於ける洗掘幅及洗掘深と模型寸法の比率 1/n との関係
(限界流況 (q) : II 型橋脚)

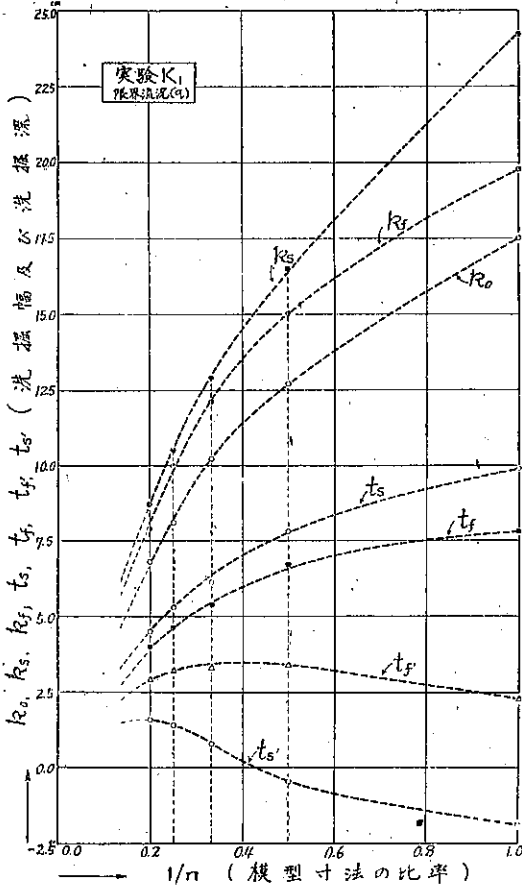
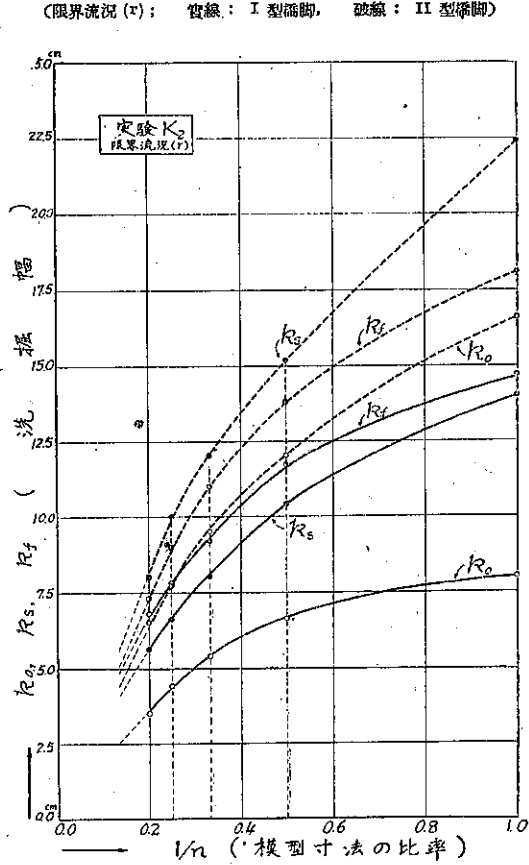


圖-64. 實驗 K₂ に於ける洗掘幅と模型寸法の比率 1/n との関係
(限界流況 (v) : 實線 : I 型橋脚, 破線 : II 型橋脚)



之に對し先端を圓くした II 型橋脚では、一般に $k_0 < k_f < k_s$ にして、其の増加傾向も $1/n$ の小さい間は k_0, k_f, k_s の順序に著しくなつてゐるが、 $1/n \approx 0.5$ 以上では k_f の増加傾向が k_0 より幾分弱くなるので、 $1/n$ をずつと大きくすれば k_f は次第に k_0 に近づくものと考へてよい。此の原因も上と同様に鉛直軸の渦による堆積作用にあるが、 k_s も幾分此の影響を受けることは屢々説明した通りであつて、 $1/n$ を極めて大きくした場合其の増加傾向を漸減するものと推察される。

以上 I 型橋脚と II 型橋脚とを比べると、前者は洗掘幅軽減上後者より遙かに有利であることがわかる。

次に洗掘深を見るに、I 型橋脚では $t_s < t_f$ なるに對し、II 型橋脚では $t_s > t_f$ であるが、 $1/n$ の増大に伴ふ増加傾向は何れも t_s に比し t_f の方が幾分輕微となつてゐる。従つて I 型橋脚にて $1/n$ をずつと大とすれば、 t_f は次第に t_s に近づくものと考へてよい。之等は上と同様に、渦による堆積作用の影響が t_f に對し順次著しくなつて來ることに原因する。何れにしても洗掘深軽減上 I 型橋脚の有利なるは、洗掘幅の場合と同様である。

最後に後頭部側の洗掘深 t_s, t_f を考へるに、 $1/n$ の増大と共に漸減して堆積となるが、其の後の變化は一般に微弱にして、水深以上の堆積高とはなり得ない。而して t_s, t_f は共に I 型橋脚の方が小さいが (堆積高と見れ

ばその逆である), 之は後頭部を尖らすほど尾端の堆積高を増し, 又 F' 點附近まで前頭部の洗掘が影響し, 先端を尖らすほど F' 點の洗掘をも軽減することを意味する。

尙 $1/n$ をずつと小さくした場合の變化は述べなかつたが, $1/n$ の大きい時に比べ洗掘機構に相當の差異を生ずることは前述の通りである。

以上の諸性質は圖-63~67 より明かな如く, 限界流況の如何に拘らず一様に成立するものであつて, 更

圖-66. 實驗 K_3 に於ける洗掘幅と模型寸法の比率 $1/n$ との関係

(限界流況 (a); 實線: I 型橋脚, 破線: II 型橋脚)

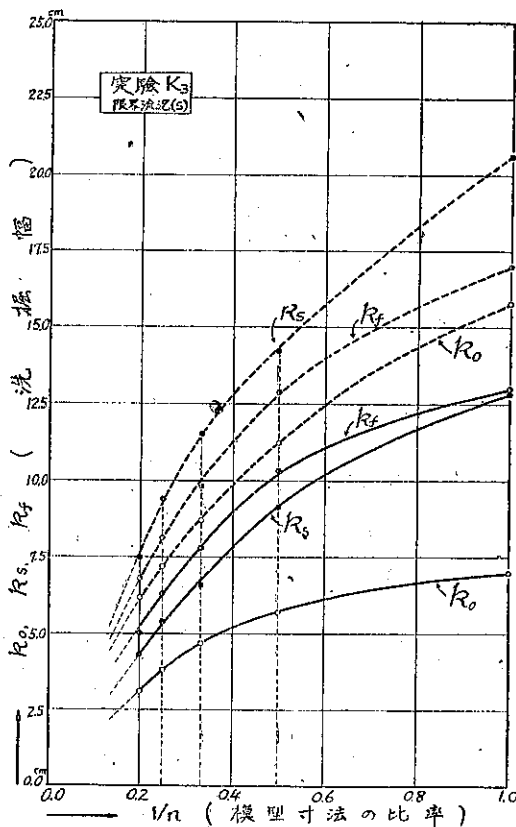


圖-65. 實驗 K_2 に於ける洗掘深と模型寸法の比率 $1/n$ との関係

(限界流況 (r); 實線: I 型橋脚, 破線: II 型橋脚)

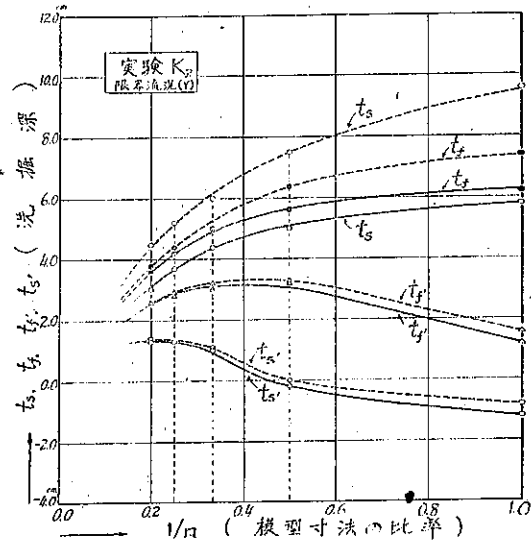
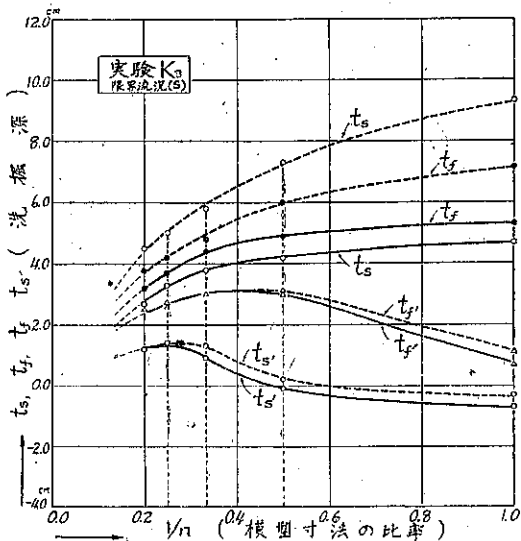


圖-67. 實驗 K_0 に於ける洗掘深と模型寸法の比率 $1/n$ との関係

(限界流況 (a); 實線: I 型橋脚, 破線: II 型橋脚)



に 5. に於て實驗 H_{nI} 及 H_{nII} の結果と比較検討するつもりである。

iii) 限界流況の差異による洗掘の幅及深さの變化を見るに, 水深大きく従つて勾配の小さい流況ほど, 大きい値を與へてゐる。併し之等が橋脚の形状及寸法の比率に伴つて變化する狀況は互に酷似したものであり, 改めて次節に於て詳論することにする。

5. 實驗 K と H との比較 野洲川砂を用ひ限界流況 (a), (b) にて 20 分間宛掃流して得た前 2 章の實驗結果が、實驗用砂を異にした場合果して成立するや否やは俄かに断定し難く、更に詳細な検討を要する。此の検討の一方法として、野洲川砂による實驗 H_{nr} 及 H_{nri} の結果と、木津川砂による實驗 K₁, K₂ 及 K₃ の結果とを比較しよう。

實驗 K の結果を示す圖-63~67 は、何れも各縮尺の橋脚模型を 1 つ宛水路中央に流れに平行して設置した場合の洗掘の幅及深さと模型寸法の比率 $1/n$ との關係を表したものである。従つて之に對應する實驗 H の結果としては、前章 (19) の 2 及 3 に示す $1 \times H_{nr}$ 及 $1 \times H_{nri}$ (但し $n=1, 2, 3, 4, 5$ にして、其の測定値は圖-55~59 に於て細い實線及破線で連絡して置いた) の場合を採用しなければならない。併し乍ら洗掘に對する橋脚軸間の距離と橋脚幅との比 D/b の影響が微小であつた事實に鑑み、茲では $D/b=12.13$ の場合の洗掘と $1/n$ との關係を示す圖-60, 61 を其の儘採用して、之等を圖-63~67 と比較することにする。斯かる場合注目すべき性質として次の諸點が列擧される。

i) 橋脚の形狀及寸法の比率に應じて洗掘の幅及深さの變化する狀況は、兩者とも極めて酷似したものであつて、木津川砂による實驗 K に就て前項 i) 及 ii) に述べた各要項は、野洲川砂による實驗 H に就ても其の儘成立する。従つて少くも定性的には、兩實驗用砂に對し同一の結論に達すると考へてよい。以上は 2 つの實驗用砂による實驗 H と K とを比較したものに過ぎないが、兩實驗用砂が其の平均粒徑及均等係數を大いに異にし、而も兩實驗が 2 種の橋脚形狀並に 5 種の模型寸法の場合を取扱つてゐる事實に鑑み、前 2 章の實驗結果が性質の異なる他の實驗用砂に對しても、相當な定性的確實性を有することを實證するものと考へられる。

ii) 限界掃流力を見るに、木津川砂の 53.52 g/m^2 は野洲川砂の 65.11 g/m^2 に比べ其の 81.7% になつてゐる。従つて第 1 編 (7) に述べた掃流力理論による相似論が、假りに橋脚周囲の局部的河床洗掘に對し其の儘成立するとすれば、木津川砂を用ひ限界流況にて掃流した場合の洗掘は、野洲川砂を用ひた場合に比べて相當小さい筈である。今勾配を $1/800$ とする實驗 K₁ と H とを比較するに、前者の前頭部附近の洗掘は一般に後者のそれに比べて或程度小さく、特に $1/n=1.00, 0.50$ に於ては凡そ後者の 90% 前後に當り、略々限界掃流力の比の平方根に比例する様である。此の意味に於て掃流力理論による相似論と或程度の關聯をつけ得る様に考へられる。併し乍ら實驗 K₁ と H とに於ける洗掘量の比を詳しく調べると、其の測定の個所及方向によつて相當異なるのみならず、橋脚の形狀及寸法の比率 $1/n$ によつてもかなりの變化を生ずる。従つて此の種實驗に對して、完全な相似律を導き難いことを愈々明かにするわけであるが、之等に就ては次章 (28) に於て改めて私見を述べたいと思ふ。尙模型寸法の比率 $1/n$ が 0.33 以下となると、兩實驗に於て、I 型橋脚の h_s, k_f の差異が大きくなるに對し、II 型橋脚の h_s, k_f 及 I 型橋脚の h_s の差異は極めて小さくなり、却つて實驗 K₁ の方が H よりも大きい値を與へる傾向がある。又 h_s の減少し始めるのは、實驗 K₁ には $1/n \approx 0.25$ 以下であるのに對し、實驗 H には $1/n \approx 0.20$ 以下である。斯くして $1/n$ を小さくするほど、實際橋脚に比べて著しい相異を呈することが認められ、定性的にも確かな結論を得難いことがわかる。之は洗掘機構の變化によることは勿論であるが、水中に於ける砂層の安息角にも或程度の原因をもつ様である。

6. 結 語 實驗用砂の性質を大いに異にする實驗 K と H とを比較して、次の諸要點を明かにした。即ち前節に述べた模型縮尺の影響に關する諸性質が、兩實驗用砂に對し其の儘成立すべきを説いて、著者の採用した標準寸法の模型の妥當性を實證した。次いで橋脚の形狀及寸法の比率に應じて、洗掘の幅及深さの變化する有様を検討して、之等が限界流況の如何に拘らず、兩實驗用砂に對し酷似してゐる事實を明かにし、以て前章迄に

述べた著者の実験結果が少くとも定性的には信頼性を有する有力な論據とした。尙限界掃流力との関係を見るに、兩實驗用砂に對し勾配を等しくする場合、前頭部附近の洗掘が略々限界掃流力の平方根に比例する様にも考へられるが、更に詳しく検討することによつて、完全な相似率の誘導が極めて困難なることを説明して置いた。

(24) 限界流況の影響

1. 概 説 前 2 章に詳述した諸實驗は、何れも野洲川産の實驗用砂を用ひ、限界流況 (a) 又は (b) に於て、洗掘が鈎合状態に到達するに充分な時間として 20 分間宛掃流したものである。従つて之等の實驗による結論が、たとへ定性的なものに過ぎないとしても、限界流況の差異によつて如何に變化するかを検討し、更に實驗用砂の性質を異にした場合の影響を明かにして、結論の確實性を確めることは、實驗結果の實際問題への適用上極めて大切なことである。

著者が先に前頭部形状の影響を調べる爲に行つた實驗 A₁, B は限界流況を夫々 (a), (b) としたものであり、又橋脚軸の傾斜角の影響に就ても同様にして實驗 G₁, G₂ を行つた。而して之等は何れも野洲川砂に關するものであるが、更に性質を異にする木津川砂に關しては、橋脚の形状及寸法の比率の影響を論ずるに際し、限界流況を (q), (r), (s) の 3 つに變化して實驗 K₁, K₂ 及 K₃ を行つて置いた。従つて之等の結果を互に比較検討して限界流況の影響を考察することにしたが、其の結果は 2. 以下に於てとりまとめて詳述する。

以上各實驗にて用ひた水深は、限界流況 (a), (b) には夫々 5.2 cm, 3.9 cm であり、(q), (r), (s) には夫々 8.0 cm, 5.3 cm, 4.3 cm であつたから、同一の實驗用砂に對して限界流況の影響を調べることは、鉛直縮尺の影響を調べるものと云つてよい。此の意味に於て本節の結果を、模型寸法の比率より水平縮尺の影響を論じた (22) の結果と合せ考へることによつて、或程度水平及鉛直の兩縮尺の影響を論ずることが出来る。併し相似論の立場より見れば、斯かる簡単な結論を下し難く、改めて (28) に於て考察を加へたいと思ふ。此の事實は、鉛直縮尺を大きくして水深をませば自ら勾配も増加するに拘らず、同一實驗用砂に對し水深の大きい限界流況ほど勾配を緩にすべきことによつても (表-3B 参照)、容易に諒解される筈である。一般に限界流況を異にすることは、鉛直縮尺を變へるのみならず、勾配の縮尺に歪を與へることを意味し、本節の考察のみによつて、鉛直縮尺、従つて水深の影響を的確に論じ難いものと云はねばならない。

次に本實驗に於て何れも限界流況にて掃流した主なる目的は、橋脚周囲の河床洗掘を橋脚の存在のみに基因せしめ、以て洗掘に對する種々の影響を確實に把握するためであつた。一方幾年月かの永い營みによつて着着きを見せてゐる河川に於ては、其の河床縦斷形が美しい曲線をなしてゐるのが普通である。この自成自然勾配に關する従來の研究を見るに、其の多くは河床砂礫が下流ほど小さくなつてゐる事實に着目した所の、底流速の衝力論に基くものであつた。⁶¹⁾ 所が近來掃流力理論の實用的信頼性が確認されるに及び、河床の抵抗が掃流力に比例すると云ふ見解の下に、次第に注目すべき研究が行はれる様になつた。⁶²⁾ 従つて河川の自然勾配が其の掃流力と密接な關係にあることは明かであつて、著者は其の河川の自然勾配に對する限界流況が既往の最大洪水時の流況に直接の關聯をもつものと考へてゐる。此の意味に於て、限界流況を用ひた實驗結果は、或程度洪水時の流況に對應するものと考へてよく、茲に橋脚の安定確保を目的とする本研究に對し意義深きものがあると信ずる。

2. 實驗 A₁ と B との比較 實驗結果は第 1 編 (10) に詳述したが、之等より注目すべき性質として次の諸點が列擧される。

61) Ph. Forchheimer: "Hydraulik". 1930, S. 527-534.

62) 佐藤清一: "河床の自然勾配に關する理論的研究", 内務省土木試驗所速報, 第 11 號, 1940 年 3 月。

i) 第 1 編圖-12, 13 及 17 に見る如く、同一實驗用砂にて限界流況を異にしても、前頭部附近の顯著な洗掘の幅及深さに對する前頭部形状の影響は互に酷似してゐる。此の事實は、本實驗による結論の定性的確實性を實證するものであつて、前項最後に述べた事項と合せ考へる時、實地の場合に相當の確信を以て適用し得るものと考へてよい。

ii) 掃流力理論による相似論を、其の壱橋脚周圍の局部的洗掘問題に適用し得るものと假定すれば、同一の實驗用砂にて限界流況を異にしても、同じ掃流力が働く關係上、洗掘の幅及深さを等しくする筈である。所が實驗 A_1 と B とを比較するに、後者の洗掘の幅及深さは常に前者の其等より相當小さく、大體に於て約 90% となつてゐるから、本問題に對し掃流力理論による相似論を其の儘適用し難いことは明かである。併し乍ら實驗 A_1 , B に於ける水深が夫々 5.2 cm, 3.9 cm であつたことから、一般に水深の小なる限界流況ほど洗掘の少いことは確かである。此の事實は橋脚軸の傾斜の影響を論じた實驗 G_2 , G_3 に於ても成立し、更に性質を異にする木津川砂による實驗 K_1 , K_2 及 K_3 に於ても全く一致することが認められる。

次に實驗 B と A_1 とに於ける水深の比は $3.9/5.2=0.75$ であるが、上述の洗掘量の比 90% は凡そ水深の比の立方根 ($\sqrt[3]{0.75}=0.909$) に相當し、鉛直縮尺の影響を考察する際の有力な指針を與へる様にも考へられる。併し乍ら兩實驗に於ける洗掘の幅及深さを詳しく調べると、其の測定箇所及方向によつて相當異なるのみならず、前頭部の形状によつてもかなりの相違を示してゐる。殊に先端を尖らした場合、兩實驗に於ける k_f , t_{max} の比が殆ど 1 となるのに對し、 t_s , t_r の比は 0.8 或はそれ以下となつて來る。尙之等の兩實驗に於ける差異を水深の影響のみと考へるわけにゆかず、勾配の變化に就ても考慮すべきは前項に述べた通りである。

以上の事實は、本問題に對し完全な相似律を導き難いことを示すもので、其の原因は洗掘機構が前頭部形状によつて相當變化することに基くは勿論であるが、水中に於ける砂層の安息角の影響が先端を尖らして洗掘を軽減するほど著しくなることにも關聯をもつものと考へられる。

3. 實驗 G_2 と G_3 との比較 實驗結果は第 2 編 (18) に詳述したが、前項 2. に述べた事項と比較し次の諸點が列擧される。

i) 圖-36~38 及圖-39~41 に見る如く、同一實驗用砂にて限界流況を異にしても、橋脚周圍の洗掘及堆積に對する橋脚軸の傾斜角の影響が酷似して居り、2. i) に於けると同様に、本實驗による定性的結論の確實性が實證される。

ii) 一般に水深の小なる限界流況ほど、洗掘の幅及深さ(負號となつて堆積高を示す場合も含めて)が小さい。斯くして掃流力理論による相似論を本問題に其の儘適用し難きを明示すると共に、完全な相似律を導き難きを如實に示す點に於ても、2. ii) の事項と全く同様である。

4. 實驗 K_1 , K_2 及 K_3 間の比較 實驗結果は本編 (23) に詳述したが、實驗用砂の性質を異にする 2. 及 3. の事項とも比較し、注目すべき性質を列擧しよう。

i) 圖-63~67 に見る如く、木津川砂にて限界流況を異にしても、橋脚周圍の洗掘及堆積に對する橋脚の形状及寸法の比率の影響が酷似してゐるから、本實驗による結論の定性的確實性が確められる。尙之等を平均粒徑及均等係数を異にする野洲川砂にて限界流況 (a) を用ひた場合の關係を示す圖-60, 61 と比較し、兩者の定性的な一致を確認することが出来る。之は野洲川砂を用ひて得た前 2 章の結論が、性質を異にする他の實驗用砂に就ても其の儘成立することを示す有力な證據であつて、極めて意義深きものがある。

ii) 水深の小なる限界流況ほど、洗掘の幅及深さ(負號となつて堆積高を示す場合も含めて)を減ずることは、

圖-63~67より明かであつて、本問題に對して掃流力理論による相似論を其の儘適用し難いことは、2. 及 3. の ii) に於けると同様である。次に實驗 K_1 と K_2 に於ける水深の比は $4.3/5.3=0.80$ であるが、洗掘機構に大差のないと考へられる前頭部附近の洗掘の幅及深さに就き、寸法の比率 $1/n$ が 1.00, 0.50 なる場合のみをとつて兩實驗に於ける比を求めると、I 型橋脚では平均 0.867, II 型橋脚では 0.945 となつて、夫々水深の比の 2.7 乗根、5.7 乗根に相當する。尙 $1/n$ のすべての値に就て兩實驗に於ける比を求めると、洗掘の測定箇所及方向によつて相當の差異を示し、其の大きさの順序、従つて水深の變化に伴ふ變動の少いものから配列すると、I 型橋脚では t_s, k_s, t_r, k_r なるに對し、II 型橋脚では t_s, t_r, k_s, k_r となり、一般に k_r, k_s の變動の著しいことが認められる。又實驗 K_1 と K_2 とを II 型橋脚の場合に就て比較するに、上と同様にして求めた洗掘の比 0.941 は、水深の比 $5.3/8.0=0.66$ の 6.8 乗根に相當し、水深の變化に伴ふ變動の程度は t_s, t_r, k_s, k_r の順序に著しくなつてゐるから、 K_1 と K_2 とを II 型橋脚に就て比較した場合と大體に於て一致する。

以上は野洲川砂に就て 2. 及 3. の ii) に述べた事項とも相當趣を異にし、此の種實驗に對し完全な相似律の導き難きを實證するものであつて、其の原因は 2. ii) の最後に述べたと同様である。

5. 結 語 限界流況のみを異にした實驗 $A_1, B; G_1, G_2; K_1, K_2, K_3$ を夫々比較検討することによつて、明かにし得た諸點は次の通りである。即ち橋脚の形狀、傾斜角及寸法の比率の河床洗掘に對する影響は、同一の實驗用砂にて限界流況を異にした場合は勿論、性質の異なる實驗用砂を用ひた場合にも、互によく酷似したものであることを確認して、前 2 章の實驗結果が少くも定性的には充分信頼し得ることを實證した。次に同一實驗用砂にては水深の小なる限界流況ほど、洗掘の幅及深さ(負號となつて堆積高を表す場合も含めて)を軽減することを確かめたが、其の割合は實驗用砂の性質と橋脚の形狀及寸法の比率によつて相當異なるのみならず、洗掘の測定箇所及方向によつてもかなり變化することを明示して、本問題に對する完全な相似律を得難く、的確な定量的結論の望み難い理由を詳述したのである。

(25) 結 論

本研究の主要項目たる前 2 章の諸實驗は、何れも野洲川砂を用ひ限界流況 (a) 又は (b) にて、洗掘が釣合状態に到達するに十分な時間として 20 分間宛掃流したものであるから、實驗結果の實際問題への適用に就ては充分な検討を必要とする。而して本問題に對する完全な相似律を確立し難いことは、第 1 編 (7) 其の他に於て詳述した通りであるから、本實驗に於ては専ら定性的結論を求めようとしたのであるが、實際問題への適用を可能ならしめる爲には、たとへ定性的にもせよ充分な確實性を有しなければならない。此の意味に於て、著者は第 1 編 (9) に述べた如き独自の實驗方法を採用したのであるが、此の方法の妥當性を考究するために、主として模型縮尺、河床構成材料及限界流況の洗掘に及ぼす影響を検討して明かにし得た諸點は次の通りである。

i) 模型寸法の比率 $1/n$ を 0 に近づけた極限に於ては、實驗用砂の性質に拘らず、洗掘の幅及深さが何れも 0 となる。之は限界流況を用ひて橋脚周囲の洗掘を橋脚の存在のみに基因せしめ、以て洗掘に對する種々の影響を的確に具現しようとした著者の實驗方法より當然のことであるが、同時に本實驗の正確さを實證するものである。

ii) 橋脚模型の寸法を増すほど確實な結論を得る筈であるが、著者の用ひた標準寸法の模型による實驗によれば、少くも定性的には大過なく實際橋脚の場合が推定される。而も其の推定は、前頭部先端に於ける流水の流向偏倚に基く洗掘力に直接支配されるものほど正確であり、鉛直軸の渦に基く堆積作用の影響を受けるに應じて正確を缺くことになり、其の程度は後頭部附近の洗掘深(堆積高となる場合を含む)に於て著しい。

模型寸法を小さくすると、橋脚各部の洗掘機構が相當變化し、定性的にもせよ信頼すべき結論を得難いが、之等

は水中に於ける砂層の安息角とも大きい關係がある様である。尙以上の事實は性質の異なる實驗用砂に就ても一樣に成立する。

iii) 性質の異なる實驗用砂にても、洗掘に對する橋脚の形狀及寸法の比率の影響は酷似したものである。而して同一の勾配に於ては、限界流況で一定時間掃流した場合の洗掘の幅及深さは、實驗用砂の限界掃流力の平方根に比例する様であるが、模型を小さくするに應じて斯かる比例關係は明確を缺いてくる。此の原因は ii) の最後に述べた通りである。

iv) 限界流況にて一定時間掃流した場合、洗掘に對する橋脚の形狀、傾斜角及寸法の比率の影響は、實驗用砂の性質に拘らず、互に酷似したものである。同一の實驗用砂にては水深の小なる限界流況ほど、明かに洗掘を軽減するが、其の割合は實驗用砂の性質、橋脚の形狀及寸法の比率によつて相當異なり、洗掘の測定個所及方向によつてもかなり變化する。此の原因も ii) の最後に述べたと同様である。

以上列擧した 4 つの結論より見て、前 2 章の實驗結果が少くも定性的に十分の確實性を有し、實際問題への適用上極めて有效な資料を與へ得たものと信ずる。斯くして今後最も經濟的に橋脚の安定を確保する上に於て、本研究の結果は寄與する所尠からざるものと考へられる。

6. 橋脚による河床洗掘機構の考察

(26) 概 説

橋脚周囲の流況の局部的變化に基いて、河床に或種の力が作用し、茲に顯著な洗掘を生ぜしめるのであるが、之等に就ての詳細な考察をなし、以て洗掘の機構を明かにすることは、本研究の進展に對し極めて緊要なことである。斯くしてこそ初めて此の種模型實驗の根底たる相似律を確立し、實地の場合に充分な精密さを以て適用し得べき定量的資料を得るわけである。併し乍ら現在に於ては此の洗掘機構に對し未だ充分な結論を與へ得ず、模型實驗の結果は主として定性的結論を得るに過ぎないとされてゐる。

著者は自己の實驗結果及在來の諸權威者の研究結果を比較検討し、洗掘機構に關し次節に詳述する如き見解に到達したが、茲に在來の代表的見解として Keutner 及 Tison の研究を略述して、參考に資したいと思ふ。

1. Keutner の研究²⁰⁾ 橋脚設置に基因する其の周囲の流況の局部的變化の狀況は、橋脚の形狀及配置等に應じ相當の差異を生ずるが、普通の壁體式橋脚 1 個を流れに平行して水路中央に設置した場合の水面の變動は、圖-68 の如く圖解される。圖に於ては橋脚設置前の等速定流(勾配 I 、水深 H 、平均流速 v)の水面を細い實線にて表し、設置後の不等速定流の水面の内、橋脚の軸線及側壁面に沿ふものを太い實線①、左右の流路中心線に沿ふものを太い破線②にて表してゐる。尙流況は橋脚設置の前後を通じ常に常流状態を保つものとして、實河川の橋脚にて一般に遭遇する流況に對應せしめたが、實驗の結果明かにされた事實は次の通りである。

1) 橋脚洗端 S に於ける水位上昇 h_s は、前頭部形狀の影響を受け、一般に先端の接角値 2α の小さい場合ほど小であるが、後頭部形狀の影響は殆ど認められない。次に流路断面の急縮による流速の増大に伴つて、水面①は移行點 F 附近で最も降下し、 SF 間の急勾配 I' が前頭部附近の河床洗掘に至大の影響を與へるが、水位降下高 h 従つて勾配 I' は h_s の減少と共に漸減する。橋脚軸を流れに傾斜せしめた場合は、水面①は橋脚の左右兩側に於て著しい差異を呈し、其の程度は傾斜角 θ の増大につれて愈々顯著となる。

ii) 水面②は先端 S のかなり上流側の S_0 點より降下し始め、 S_0 點の水位上昇高 h_0 は一般に h_s の數分の 1 に相當し、前、後頭部形狀の影響は殆ど認められない。併し乍ら S, S_0 間の距離は前頭部形狀の影響を受け、接角

値 2α の減少と共に漸減する様であるが、之は橋脚による断面狭窄部分へ流入する際の前後の流速 v_0, v_1 の差の大小に比例する様である。

以上に説明した 2 つの水面高の變化①及②を比較するに、兩者著しく趣を異にし、其の實測例を示すと圖-69 (a) の通りである。従つて S 點から先端 S' の少し下流側迄は水面①が②より高く、其の後は逆となり、移行點 F の下流にて再び反對となることが認められる。斯くして流れに

直角に横の水面勾配のあることがわかるが、其の傾斜方向は圖-69 (b) の如く交互に變化してゐる。橋脚軸を流れに傾斜せしめた場合は、圖-70 の如く左右兩側に於て著しく横勾配を異にし、特に S 點通過直後の流れに當らない右側の横勾配が顯著である。

一方此の横勾配によつて水平軸の渦を惹起することは Engels を始め多くの學者が明かにした所であつて、此の渦はそれに伴ふ底流と相俟つて、河床を洗掘する。而して此の洗掘作用は横勾配の大きいほど著しく、横勾配が前頭部形狀に支配される關係上、前頭部形狀が其の周圍の洗掘を左右するのは當然であつて、實驗の結果とよく一致する。此の場合先端 S は特に注目すべき渦運動の基點であつて、圖-69 (d) に示す渦 1) は橋脚軸線に沿ふ S 點上流側の逆勾配に基因し前頭部上流側を洗掘する

に對し、渦 2) は横勾配 I' に基因し前頭部側壁に接した部分を洗掘する。勿論之等 2 つの渦の中間部分には無數の渦を發生すべく、結局圖-69 (c) の如く前頭部周圍の河床を著しく洗掘するわけである。唯前頭部の接角値 2α が $12^\circ \sim 29^\circ$ の場合は、 2α の更に大きい場合と趣を異にし、渦 1) による洗掘作用が最も影響し、他の渦による影響は極めて少い。尙最大洗掘深 t_{max} が $2\alpha = 180^\circ \rightarrow 62.6^\circ$ に應じて S 點を離れ漸次 F 點に近づくのは、水位

圖-68. 橋脚周圍に於ける水面變動の記號的表示

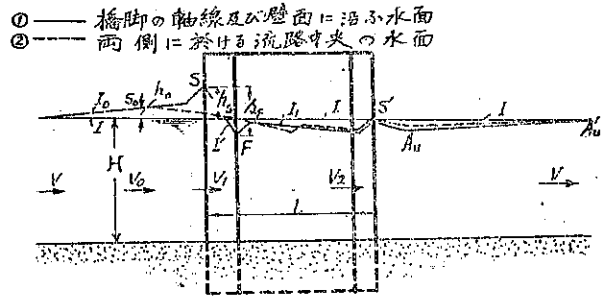


圖-69. Keutner の實驗：横勾配と洗掘との關係

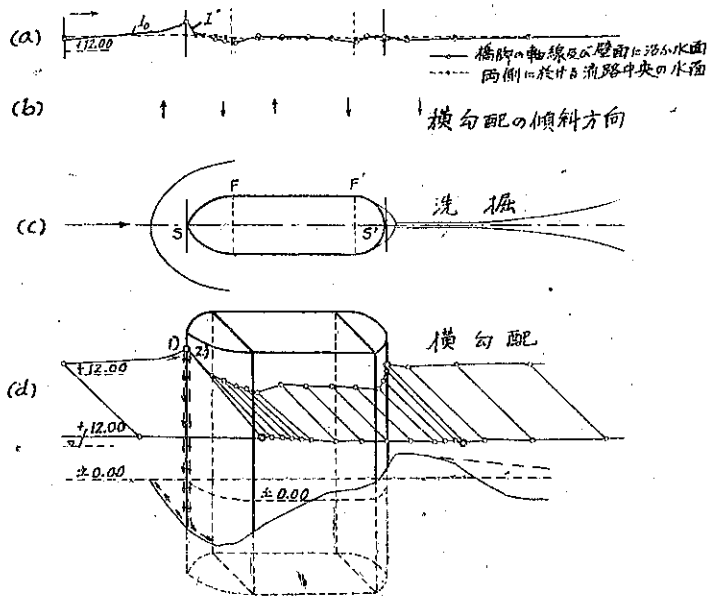
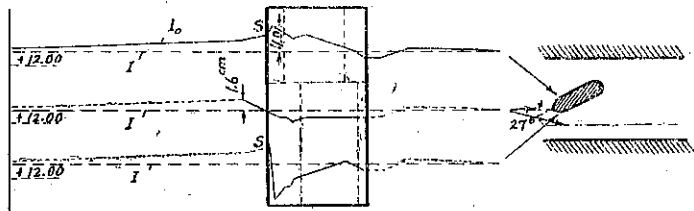


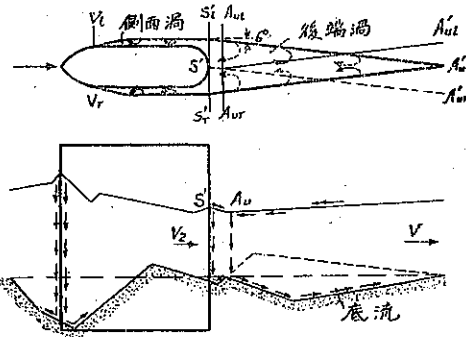
圖-70. Keutner の實驗：橋脚軸を傾斜せしめた場合の水面變動



降下高 \$S_r\$ 従つて勾配 \$I\$ の減少と共に、洗掘作用の最も著しい點が \$F\$ 點に漸次近づく爲である。

上流より流下して來た水片は橋脚によつて流向の偏倚を受け左右兩側に分れるが、其の偏倚の程度は橋脚軸線に近い水片ほど著しく、圖-71 の如く \$V_r, V_l\$ 點にて壁面より分離して殆ど水路壁に平行に流れ、更に \$A_{ur}, A_{ul}\$ 點にて約 \$6^\circ\$ の偏倚をなして水路中央に向ふ。斯くして \$V_r, V_l\$ 點より下流側壁面に接した部分と後側 \$S_r', S_l', A_{ur}', A_{ul}'\$ の部分とに鉛直軸の渦が発生するが、前者を側面渦、後者を後端渦と云ふ。

圖-71. Keutner の實驗：側面渦及後端渦による堆積作用並に水平軸の渦及底流による洗掘作用



前頭部附近にて洗掘された砂礫は、洗路内の速い流れによつて下流に運ばれるが、其の内の 1 部分は側面渦の範圍に他の大部分は後端渦の範圍に堆積してしまふ。尙後頭部後方の河床に於ては、上の後端渦による全面的堆積の外に、次の 2 つの洗掘作用が認められる。即ち圖-71 の如く \$S'\$ より \$A_u\$ に向ふ水面勾配に基因する水平軸の渦によるものと、橋脚軸線上に基點をもつ底流 \$S'A_{ur}', S'A_{ul}'\$ によるものであつて夫々尾端に接する個所及橋脚軸線に沿つて、圖-69 (c) の如く浅い洗掘を惹起する。

一般に前頭部を尖らすほど、分離點 \$V_r, V_l\$ が下流側に移り側面渦の範圍が狭く且短くなるから、前頭部壁面附近に於ける堆積作用を漸減し、茲に平たく細長い範圍の洗掘を生ずる。次に後頭部を尖らしても側面渦には殆ど變化がないが、後端渦の範圍が漸減して側面渦と合する様になるから、最大堆積高の個所は尾端より漸次上流側に移動する。之と同時に尾端後方の洗掘深を漸減するが、底流の基點が尾端を離れて上流側に動くためと考へられる。

圖-72. Tison の實驗：橋脚周圍に於ける流況偏倚の狀況

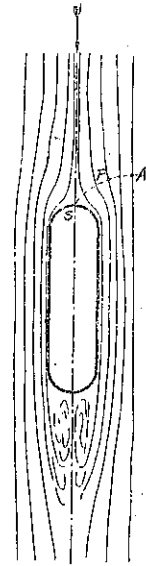
橋脚軸を傾斜すると、傾斜角の増大に應じて流れに當る側は側面渦が消滅して著しく洗掘するに對し、之と反對側の流れは先端通過直後から壁面より分離し、茲に大きい側面渦を惹起して顯著な堆積を生ずるのである。

2. Tison の研究^{63), 64)} 等速定流をなす流れに平行して橋脚を設置した場合、上流より流下して來た水片が橋脚の爲に受ける流向偏倚の有様は、大體に於て圖-72 の如く表される。今各水片が河床に平行な平面上を動くものとし、此の平面上に於て各流線に直交する如き曲線 \$AS\$ を考へ、此の曲線に沿つて Bernoulli の定理を適用すれば、

$$z_A + p_A/w_0 = z_B + p_B/w_0 - \frac{1}{g} \int_A^B \frac{v^2}{\rho} ds \dots \dots \dots (16)$$

茲に \$z_A, z_B\$: 夫々基準水平面から測つた \$A, B\$ 點の高さ (上向きを正とする),
 \$p_A, p_B\$: 夫々 \$A, B\$ 點の壓力, \$w_0\$: 水單位容積の重さ, \$v\$: 流速
 \$\rho\$: 流線の曲率半径, \$ds\$: 曲線 \$AS\$ の微分長, \$g\$: 重力加速度

若し同一鉛直線上の各點にて \$\rho\$ を一定と假定すれば、一般に鉛直線に沿ふ流速 \$v\$ の分



63) L. J. Tison: "Affouillements autour de piles de ponts en rivière". Académie royale de sciences de Belgique, Bruxelles, Bulletin V. 23, 1937, p. 875-883.

64) L. J. Tison: "Blancs de sable et ripple-marks dans les cours d'eau". Société scientifique de Bruxelles, Annales, Sér. B, 59, 1939, p. 41-51.

布が河床に近いほど小となつてゐる關係上、 $\frac{1}{g} \int_A^S (v^2/\rho) ds$ 従つて (16) 式より $(z_S + p_S/w_0) - (z_A + p_A/w_0)$ の値は、河床に近い平面に關するものほど小さくなる筈である。所が A 點を橋脚より充分離れた點とし、そこにては流線の彎曲がなく $\rho = \infty$ とすれば、 $(z_A + p_A/w_0)$ の値は河床より水面迄常に一定である。従つて $(z_S + p_S/w_0)$ の値は河床より水面に近づくほど漸増すべく、茲に加速度の鉛直下向きの分値が存在することを認めねばならない。此の事實は各々の水片が河床に平行な平面上を移動するとした初めの假定に反して、水片は先端 S を中心とした鉛直下向きの分速度を有することになり、之が河床に當つて前頭部附近に著しい洗掘が起るのである。

要するに洗掘の主要原因は、先端に於ける流向の偏倚と鉛直線上に沿ふ流速分布の不均一とによつて、河床に近づくほど $\frac{1}{g} \int_A^S (v^2/\rho) ds$ の値が漸減することにあるのであつて、 $\frac{1}{g} \int_A^S (v^2/\rho) ds$ は洗掘の大きさと密接な關係にある。以上の理論的考察の結果として、次の事實が容易に導かれる。

- i) 橋脚先端に於ける流向偏倚の程度が著しく、従つて流線の曲率半径 ρ が小となるほど、前頭部附近の洗掘は顯著である。
- ii) 橋脚軸線上其の上流側に塵除杭等を設けると、橋脚先端を其の杭の位置まで延ばした場合と同様な流況を呈するので、流向偏倚の程度を弱め先端の洗掘を激減する。
- iii) 前頭部を比較的圓くして後側を尖らした流線型橋脚は、橋脚による損失水頭を減ずるには甚だ有利なるも、先端の流向偏倚の程度を弱め得ないから、洗掘軽減上からはあまり効果がない。
- iv) 平均流速は同一としても、水面流速を増して河床流速を減ずるほど洗掘作用を増加する。従つて鉛直線上に沿ふ流速分布が均一になるほど、洗掘軽減上有利である。
- v) 以上の關係は鉛直な柱狀橋脚を考へ、鉛直線上の各點にて ρ を一定と假定した場合である。若し ρ を變化すれば、鉛直線上に沿ふ v^2/ρ の値の變化を考へるべきであつて、水面より河床に近づくほど ρ を減ずることによつて、 v の減少に基く洗掘作用を餘程軽減し得る筈である。

Tison の實驗⁶⁵⁾ は、有效長約 1.2 m、幅 0.70 m の硝子張水槽に一定の Rhein 河砂を敷均してパラフィン塗の木製橋脚を設置し、水深 11 cm にて 30 l/sec の水を流した比較的簡單なものであるが、上述の各事實を明確に實證してゐる。尙砂洲及砂澁に關する最近の論文⁶¹⁾に於て、之等の發生及移動に對し相似律の確立が至難なるを論じ、更に橋脚周囲の洗掘及堆積が亂流に於ける水片の複雑な脈動と密接な關聯を持つことを説いてゐるが(第 2 編 (19) 參照)、何れも大いに注目すべき事柄である。

(27) 洗掘機構に關する著者の研究

1. 概 説 一般に橋脚前頭部附近に於ては、水平軸の渦がそれに伴ふ底流と相俟つて著しく河床を洗掘するものと考へられる。此の見解は Engels²⁷⁾によつて初めて提唱されて以來、多くの權威者の等しく認める所であつて、^{30), 68-69)} 著者も實驗中の砂粒の運動に徴して容易に其の妥當性を確認することが出來た。併し此の渦を發生せしめる原因に就ては、最近の代表的研究として前節に述べた如き Keutner 及 Tison の見解を挙げ得るのみで、未だ充分な定説を見るに至らない。

一方河川の彎曲部に於ては、凹岸に向つて水位の上昇を來たし茲に著しい河床洗掘を惹起し、之等が流れの舞

65) M. Meyer-Peter: "Der hydraul. Modellversuche für das Limmatt-Kraftwerk Wettingen d. Stadt Zürich." Schweiz. Bauzeitung, Bd. 89, 1927, S. 275-279, 291-297.

66) H. Wittmann u. P. Böss: "Wasser- und Geschiebebewegung in gekrümmten Flussstrecken." Berlin 1938, S. 38-40.

曲の程度と緊密な關係にあることは周知の事實である。所が橋脚の場合に於ても、上流から眞直に流下して來た水片が橋脚の兩側に分れる爲には、流向を偏倚して其の流線を彎曲するを要し、此の點に於て河川彎曲部の流れと相似の現象を呈する。従つて流線彎曲の外側、即ち橋脚先端に向つて水位の上昇を來たし、茲に著しい河床洗掘を惹起する筈である。橋脚前頭部に於ける水位上昇と洗掘との機構を以上の様に考へれば⁶⁶⁾、之等は河川彎曲部に於けるものと大體に於て一致すると看做し得べく、比較的單純な河川彎曲部の場合を嚴密に検討することによつて、極めて複雑な橋脚の場合を適確に解明し得ることゝ信ずる。以上の見地から著者の考察を進展せしめたが、其の詳細は 2. 以下に於て述べることゝし、茲では河川彎曲部の洗掘機構に就き在來の見解を略述しよう。

天然河川の彎曲部に於ける流速は、其の外側が大きく内側が小さい。之は我々の屢々目撃する所であつて、之が實測結果を發表されたものも尠くない。而して此の場合には原則として内側に寄洲が發達してゐる。此の事實から見ると、河川彎曲部に於ける流水の作用として、内側は流速が緩いから寄洲が出來、外側は速いから砂を流出して深淵となるかの如く考へられ易い⁶⁷⁾。併し乍ら之は原因と結果とを取違へた議論であつて、次の如く考へる必要がある。即ち多くの模型實驗によれば矩形横斷面の場合には確かに内側の流速が大きく、實河川に於ても此の水理學の原理に何等變りのある譯でない。所が彎曲部に於ては、水面にて外側に、底面にて内側に向ふ副流を生ずるから、此の作用によつて外側河床が洗掘され、其の洗掘砂礫が内側に堆積して茲に寄洲が發達する。而して此の寄洲のある所、即ち淺瀬は水深小さく摩擦を増加するので、流速が遅くなるわけである。此の見解は現今廣く認められて居り⁶⁸⁾⁻⁷¹⁾、何等の問題もないものと考へられるが、上述の副流を生ぜしめる原因に就ては更に嚴密な検討を行はねばならない。彎曲部外側の水深従つて流速の大きいこととか⁷¹⁾、或は遠心力による内壓の増加に基づく外側水位の上昇⁷²⁾等によつては、此の副流の發生機構を充分に説明することは不可能であつて、是非とも鉛直線に沿ふ流速分布の不均一性を擧げねばならない。此の考へは最初 E. Beyerhaus^{68), 73)} 等によつて指摘され、Hinderks⁷⁴⁾、Bösa⁶⁹⁾ 等の水理學的考察によつて進展を見たものであるが、嚴密には尙検討の餘地を存する様である。

2. 河川彎曲部に於ける洗掘機構 水理現象を嚴密に解明するには、先づ數學的理論を主とする流體力學によつて考察し、其の結果を實驗にかけて理論と實際との相違を確め、必要に応じて適確な補正を行ふ様にすべきである。斯くしてこそ始めて理論と實際との融合一致が期待され、茲に正しい意味に於ける近代的水理學の發達を見るわけである。併し乍ら此の場合一般粘性流體の理論を展開することは至難であるから、屢々粘性を無視した完全流體の理論が用ひられる。此の方法は最近に於ける航空力學の躍進的發展を促したものであるが、我々の水流の場合にも屢々適用され優秀な結果を得てゐる^{66), 75)}。此の意味に於て、矩形斷面の圓弧狀彎曲部に於ける水流

67) 宮本武之輔：“河川工學”，1936，頁 21~22。

68) H. Engels：“Handbuch des Wasserbaues”，I. Bd., 1923, S. 322~323。

69) M. Möller：“Grundriss des Wasserbaues”，II. Bd., 1906, S. 132。

70) 石井顯一郎：“螺旋形排砂池模型實驗報告”。土木學會誌，1932，頁 1235~1247。

71) 物部長穂：“水理學”。1939，頁 149~150。

72) “山内喜之助氏遺稿集”。1938，頁 92~96。

73) E. Beyerhaus：“Die Bewegungsart des Wassers in Strömkrümmungen”。Zentralblatt der Bauverwaltung, 1900, S. 611~612。

74) A. Hinderks：“Spiralkläranlage zur Klärung von Abwässern”。Der Bauingenieur, 1930, S. 291~294。

75) A. Straub：“Grundschnellen: Eine Massnahme gegen Wasserspiegel- und Sohlensenkungen”。München und Berlin, 1937。

を完全流體の流れとして論ずれば次の通りである。

一般にエネルギー一定なる状態の下に、流體が或軸の周りを回轉する流動をなし、流線が曲線状を呈する場合、斯かる流動を自由渦と云ふが、完全流體が彎曲部を流れる現象は丁度この自由渦に相當する。今圖-73 に於て AB, CD を極めて接近した 2 つの流線とし、其の間の PQ なる位置に介在する微小流體に働く力の放射方向に於ける釣合を考へるに、その流體に働く遠心力は $(w_0/g) \cdot \rho d\theta dz$ v^2/ρ であるから、

$$\left(\frac{w_0}{g}\right) \cdot \rho d\theta dz \cdot \frac{v^2}{\rho} + pcd\theta dz - (p+dp) \rho d\theta dz = 0$$

$$\therefore \frac{dp}{w_0} = \left(\frac{v^2}{g\rho}\right) d\rho \dots \dots \dots (17)$$

茲に、 p : 壓力, v : 流速, g : 重力加速度, ρ : 流線の曲率半径,
 w_0 : 流體單位容積の重さ, dz : 紙面に直角な方向に於ける微小流體の厚さ

次に流線 AB, CD を同一水平面内にあるとすれば、自由渦に於ては總べての流線に對しエネルギー一定と假定してゐるから P, Q 2 點に Bernoulli の定理を適用して、

$$\frac{p}{w_0} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p+dp}{w_0} + \frac{(v+dv)^2}{2g}$$

上式に於て $(dv)^2$ を含む項を省略し、(17) 式の關係を入れると、

$$\frac{v dv}{g} = -\frac{v^2}{g\rho} d\rho, \quad \therefore \frac{dv}{v} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

之を積分すれば、

$$v\rho = C = \text{定數} \dots \dots \dots (18)$$

従つて流速は流線の曲率半径に反比例し、彎曲部の内側にて最大、外側にて最小となるわけである。

(17) 式は曲率半径 ρ を増すと壓力 p が增大することを示すが、之は彎曲部外側に向つて漸次壓力の高まることを意味する。然るに開水路では水面の壓力は到る所大氣壓に等しいから、此の壓力増加に應じて水面を上昇すべきである。今圖-74 (a) の如く半径方向の横断面に於て、或鉛直線 PP₀ に於ける水深を H , 水面勾配を I_p とすれば、(17) 式に $dp/w_0 = dH$ なる關係を代入して、

$$I_p = dH/d\rho = v^2/(g\rho) \dots \dots \dots (19)$$

之に (18) 式より $v=C/\rho$ なる關係を代入し、最内側の流速を v_1 とすれば、彎曲部に於ける水面全體の高まりを h として、

$$h = \int_{\rho_1}^{\rho_2} I_p d\rho = \left(\frac{v_1^2}{2g}\right) \left(\frac{1-\rho_1^2}{\rho_2^2}\right) \dots \dots \dots (20)$$

以上は完全流體の流れを論じたもので、實際の流れに於ては其の粘性に應じて多少の修正を要する。粘性極めて少く殆ど完全流體に近い水の場合に於ても、彎曲の外側は上の自由渦に近きも、内側は一定角速度の固體的な強制廻轉流動を起す傾向がある^{76), 77)}。併し乍ら彎曲の半径がさして小さくない一般の場合に、上の

圖-73. 自由渦に於ける流速、流線の曲率半径及壓力の間の關係

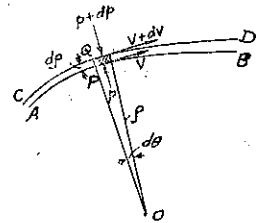
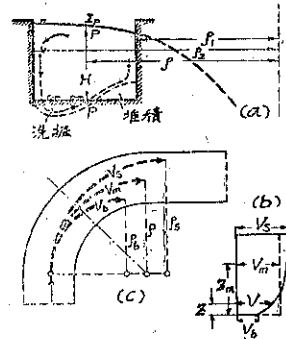


圖-74. 河川彎曲部に於ける洗掘及堆積機構の説明

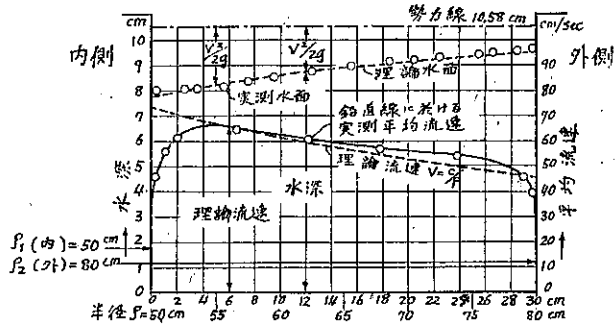


76) 物部長稔: “水理學”. 1939, 頁 265.
 77) 宮城晉五郎: “水力學”. 1933, 頁 88~93.

(17)~(20) 式の關係によつて現實の水流を或程度適確に表し得べく^{64), 70)}, 1 例として Böss⁶⁶⁾ の實測結果と理論値とを比較すれば圖-75 の通りである。圖に於ては、流速及水面高の何れに對しても理論と實測とはよく合致し、唯側壁附近にて壁面摩擦に基く流速の減少を見るに過ぎず、完全流體の理論の實用性が確認されるのである。

次に副流發生の機構に就て考察しよう。一般の自然河川にては、河床に近づくほど其の摩擦抵抗に影響されて流速を激減し、I 鉛直線に沿ふ流速分布は凡そ圖-74 (b)

圖-75. 河川彎曲部に於ける流速及水面の理論値と實測値との比較 (Böss の實驗による)



の如く表される。故に (19) 式に對しては鉛直線に於ける平均流速 v_m を用ひるのが至當であり、此の v_m と水面勾配 I_p とが釣合つて $I_p = v_m^2/(g\rho)$ なる關係を満足すると考ふべきである。然るに水面附近の水片は v_m より大きい流速 v_s を有するから、 $I_p = v_m^2/(g\rho)$ にて與へられる勾配 I_p と釣合ふ爲には、其の流線の曲率半径 ρ_s を大きくするを要し、反對に河床附近の水片は $v_b < v_m$ なる關係上其の曲率半径 ρ_b を小さくするを要する。従つて v_s, v_m, v_b は夫々圖-74 (c) の如き流線を畫き、それに相當して鉛直線に沿ふ各水片は其の流線の曲率半径を漸變すべく、之等が水流の連続性を充たす爲に結局に於て螺旋流を生ずるものと考へられ、横断面にては圖-74 (a) の如く螺旋流の分速度に相應した副流即ち水平軸の渦を發生するわけである。

而して副流に基く下向流は彎曲部外側の河床に突當つて、茲に大きい洗掘を惹起する。此の場合一般に彎曲部頂點より少し下流側が最も洗掘され易いが、之は彎曲部に於ける實際の水流が主流と副流とを合成した螺旋流であり、河床に突當る水流が鉛直下向でなく、下流に向ひ或傾斜をもつ爲と考へてよい。次に副流に基く底流は洗掘砂礫を含んで彎曲部の外側から内側に向ふが、河床摩擦による流速の減少に伴つて次第に砂礫を運び難くなり、内側河床に大部分の砂礫を堆積し、I 部微細粒は浮游して下流に運び去られる。

以上は Hinderks⁷⁴⁾ 及 Böss⁶⁶⁾ の研究を參考にし出来るだけ嚴密に所論を展開したのであるが、要するに彎曲部外側の河床洗掘は副流に基く下向流によるものであり、此の副流は鉛直線に沿ひ河床に近づくほど $v^2/(g\rho)$ を漸減することによつて惹起される。斯くして洗掘機構に關する在來の不充分な説明に對し、適確な考察を加へて或程度明快な解決を與へ得たが、最後に副流に基く洗掘力に關する私見を述べよう。

今 (19) 式の關係 $v_m^2/(g\rho) = I_p$ を書改めると、 $v_m^2/\rho = gI_p$ となり、 v_m^2/ρ は流速 v_m を有する單位質量の水に働く遠心力であるから、鉛直線に沿ふ各水片は何れも一定の遠心力 v_m^2/ρ を受けて勾配 I_p と釣合ふべきである。所が實際上は圖-74 (b) の如き流速分布をなし、各水片單位質量に働く遠心力 v^2/ρ は河床よりの距離 z に應じて變化するから、 v_m の點を除いては遠心力の均衡を失ひ勾配 I_p と釣合ふことが出来ない。而して v_m の點以上では $(v^2/\rho - v_m^2/\rho)$ だけの力が彎曲部内側から外側に向ひ、 v_m の點以下では $(v_m^2/\rho - v^2/\rho)$ だけの力か外側から内側に向つて働くわけであるが、副流は之等の遠心力の不均衡に基く力の綜合的結果として惹起されるものと考ふべきである。従つて結局 I 鉛直線に於ける流速分布の不均一性に基因した副流の強さは、 v_m 點の河床よりの距離を z_m とする時、次の値に支配される筈である。

$$dC = \frac{w_0}{g} \int_{z_m}^H \left(\frac{v^3}{\rho} - \frac{vm^3}{\rho} \right) dz + \frac{w_0}{g} \int_0^{z_m} \left(\frac{vm^3}{\rho} - \frac{v^3}{\rho} \right) dz$$

一方自然河川に適合した流速分布曲線の 1 つとして、Lavale-Rapp の公式⁷⁸⁾ によれば、

$$v = v_s \left(\frac{z}{H} \right)^{1/\alpha}, \quad vm = v_s \frac{\alpha}{(\alpha+1)}, \quad z_m = H \frac{\alpha}{(\alpha+1)},$$

但し $\frac{H}{v_s} > 2.50$ の時: $\alpha = 1 + 4.80 \sqrt[12]{\frac{H}{v_s}}$

$\frac{H}{v_s} < 2.50$ の時: $\alpha = 0.818 \sqrt[4]{\frac{H}{v_s}} \left(1 + 4.80 \sqrt[12]{\frac{H}{v_s}} \right)$

であつて、河床粗度大なる際は H/v_s を減じたと同様の影響を與へ α を減ずると云ふのである。此の關係を用ひ dC を計算すれば、

$$dC = \frac{\left(\frac{w_0}{g} \right) \left(\frac{vm^3}{\rho} \right) H}{\alpha(\alpha+2)}$$

となり、彎曲部に於ける全體としての副流の強さは、 dC を横断面全體に就て積分した値 $C = \int_{\rho_1}^{\rho_2} dC$ に支配されると考へてよい。今外側河床に働く洗掘力が此の副流の強さを支配する C の値に比例するものとすれば、

$$K = \phi \frac{w_0}{g} \frac{1}{\alpha(\alpha+2)} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{vm^3 H}{\rho} d\rho \dots \dots \dots (22)$$

茲に、 K : 洗掘力、 vm : 鉛直線に於ける平均流速、 H : 水深、 ρ : 流線の曲率半徑、 ϕ : 實驗常數、 ρ_1, ρ_2 : 彎曲部に於ける内側及外側の半徑、 α : 河床粗度又は H/v_s に關係した値。

以上は洗掘機構を根本的に考察して誘導した著者の關係式であつて、洗掘力は流速の自乗と水深とに比例し、流線の曲率半徑に逆比例する。尙 Kozeny⁷⁹⁾ によれば $\alpha = 5 \sim 7$ の場合實際によく適合すると云ふが、この α の變化に對しては $1/\alpha(\alpha+2) = 1/35 \sim 1/63$ となるから、河床粗度を減ずるか又は H/v_s を増して流速分布を均一にすることによつて、相當洗掘力を減ずることがわかる。之等の事實を實證する資料をもたないのは遺憾であるが、大體に於て自然河川に於ける從來の經驗的事實と一致するものと考へられる。

3. 橋脚に於ける洗掘機構 橋脚前頭部に於ける顯著な洗掘の機構が河川彎曲部外側に於けるものと大體に於て一致すると看做し得ることは、既に 1. に詳述した通りであるから、茲では 2. に述べた事項を適用して考察を進めよう。

上流から眞直に流下して來た水片が、橋脚の左右に分れる爲には、圖-72 の如く其の流線を彎曲する必要がある。今鉛直な柱狀橋脚を考へ鉛直線に沿ふ各點を通る流線の曲率半徑 ρ を一定とし、1 點 P を通る鉛直線に於ける平均流速を vm 、流線に直角な斷面にて P 點に於ける水面勾配を I_P とすれば、(19) 式によつて $I_P = vm^2/(g\rho)$ となる筈である。所が實際には河床に近づくほど、流速 v の漸減に應じて $v^2/(g\rho)$ の値を減ずべく、 $I_P = vm^2/(g\rho)$ にて與へられる勾配と釣合ふ爲には、水面近くでは ρ を大きく河床近くでは ρ を小さくすべきである。斯くして茲に螺旋流を惹起し、其の分速度として流線に直角な斷面内に水平軸の渦を生ずる。此の水平軸の渦に基く下向流によつて、橋脚前頭部附近の河床を大いに洗掘する。以上の考察は河川彎曲部の場合と全く同様であつて、鉛

78) J. Rapp: "Die Wassergeschwindigkeit-verhältnisse im Querschnitt natürlicher Wasserläufe" Wasserkraft u. Wasserwirtschaft, 1927, S. 100~103, 116~120.

79) J. Kozeny: "Über gesetzmässige Zusammenhänge beim Fliessvorgang in natürlichen breiten Flüssen. Freie Turbulenz". Wasserkraft u. Wasserwirtschaft, 1934, S. 16~19, 31~34.

直線に沿ふ $v^2/(g\rho)$ の變化の程度の著しいほど、洗掘を著しくするものと考へねばならない。此の意味に於て、前節 2. に述べた Tison の提唱 $i) \sim v)$ の妥當性を認め得べく、流況同一な場合は流線の曲率半径 ρ 従つて前頭部に於ける流向偏倚の程度が洗掘を左右する主要素であることがわかる。此の事實を適用することによつて、同一限界流況の場合の洗掘に對する橋脚の形狀及配置の影響に就き、明快な水理學的説明を與へ得たことは、既に前 2 編に詳述した通りで、之等は洗掘機構に關する著者の考察の確實性を實證するものと考へられる。

次に洗掘力に就て考察しよう。今圖-72 に於て曲線 AS を橋脚先端より流線に直交する如く畫き、A 點を橋脚より充分離れた $\rho = \infty$ なる點とすれば、(22) 式の積分経路を副流に對し影響のない A 點から S 點迄とることによつて、先端 S 附近に働く洗掘力を表すものと考へてよい。従つて $d\rho$ の代りに曲線 AS の微分長 ds を代入し、 $\phi v_0/g = \psi$ 、 $1/\alpha(\alpha+2) = 1/\sigma$ と置けば、次の如く洗掘力 K を表すことが出来る。

$$K = \frac{\psi}{\sigma} \int_A^S \frac{v_m^2 H}{\rho} ds \dots\dots\dots (23)$$

茲に ψ は實驗常數、 σ は河床粗度の減少又は H/v_s の増大に應じて増加すべき値である。

(23) 式を實際上適用するには、橋脚前頭部附近の流線を畫くと共に流速 v_m の變化を知る必要があり、粘性を無視した完全流體の理論によつて或程度の近似的解決を得べきも^{80), 81)}、相當な手数を覺悟しなければならない。

上の洗掘力 K と前頭部に於ける洗掘の幅及深さとの關係を適確に表すには、今後の精密な實驗に俟つものが甚だ多い。併し乍ら常識的に考へて洗掘力 K と洗掘の幅及深さとは比例するとすれば、後者等は流速の自乗と水深とに比例し、曲率半径に逆比例し、而も河床粗度を減ずるか又は H/v_s を増して流速分布を均一にするほど、減少すべきことがわかる。之等の事實は Tison の結論と一致し、著者の實驗に於ても略々其の確實性を實證することが出来た。例へば限界流況の影響として流況 (a) 及 (b) の場合を比べると、 H/v_s は極めて小さく同一の實驗用砂を用ひたため σ は殆ど一致し v_m も同様であるから、(23) 式によれば同一の橋脚模型に對する洗掘力 K は水深 H に比例すべく、當然流況 (a) の方が (b) よりも大きい洗掘を見る筈である。此の關係は著者の實驗にて水深の大なる限界流況ほど洗掘が著しかつた事實と一致し、(23) 式の妥當性を或程度證明し得たものと考へてよい。併し本實驗の結果其の儘を用ひて、定量的に (23) 式を検討し難いことは、後に (28) に於て改めて詳述する積りである。

最後に側面渦及後端渦による堆積に就て一言する。橋脚先端に於ける流向偏倚は鉛直線に沿ふ流速分布の不均一と相俟つて水平軸の渦を發生し、前頭部附近の河床を洗掘するが、洗掘砂礫は凡そ圖-76 にて點線で表した様な運動を呈する。即ち最初は渦による底流に伴はれて河床に沿ひ乍ら、橋脚壁面従つて主流の流線に略々直角をなして壁面から遠ざかるが、間もなく主流の作用を受けて其の方向を變化し、大部分は壁面に平行に流下し、流路中央部に至るものは極めて僅かである。一方主流の流線は移行點 F 附近から先端に於けるとは反對方向の彎曲 (以下負の流向偏倚と稱する) を生ずべく、之に伴ふ水平軸の渦によつて流路中央より橋脚壁面に向ふ底流を惹起する。従つて前頭部より壁面に平行に流下して來た洗掘砂礫は、この底流によつて壁面の方に押しやられ、1 部分は腹部側壁に接した鉛直軸の側面渦の範圍に巻き込まれる。而してこの側面渦は主流と分離して反對の流向を呈するから、茲に砂礫の流下を停止し堆積を生ずるわけである。尙 Kármán の境界層の理論によれば、側面渦は境

80) 石原藤次郎：“水力學的に見た橋脚の問題、特に其の洗掘對策に就て”。1937, 附録頁 1~13.

81) 物部長穂：“水理學”。1939, 頁 445~464.

界層外側の流速が減少した際に惹起される^{80), 82)}。従つて橋脚の場合に於ては、断面狭窄部分へ流入する際の最大流速 v_1 を移行點通過後漸減することが、側面渦の主原因と考へ得べく、此の意味に於て之等流速の變化を生ぜしむべき移行點附近の負の流向偏倚は側面渦の發生と直接の關係をもつものと看做される。

以上を要するに、移行點附近の負の流向偏倚は、流路中央より橋脚壁面に向ふ底流と側面渦とを惹起し、側面渦の範圍に洗掘砂礫を堆積する作用を生ずる筈である。之等の關係は橋脚後側に惹起さるべき後端渦に就ても其の儘成立すべく、著者が前 2 編に於て負の流向偏倚従つて鉛直軸の側面渦及後端渦が橋脚の側方及後側の堆積を左右すると考へた水理學的根據を明かにするものである。

4. Tison 及 Keutner の研究に對する批判 橋脚前頭部に於ける顯著な洗掘の主原因を先端 S を基點とする水平軸の渦と考へる點に於て、之等の兩研究は共に前項に述べた著者の見解と全く一致する。併し此の渦を生ぜしめる原因に就ては、Tison が先端に於ける流向偏倚と鉛直線に沿ふ流速分布の不均一に基くとするに對し、Keutner は先端を基點とする横勾配に基くとしてゐる。而して著者が前項に詳述した所によれば、Tison の見解が妥當であり、水平軸の渦従つて洗掘の程度は鉛直線に沿ひ $v^2/(gp)$ の値を漸變する割合に支配されると考へねばならないが、前節 2. の如く Bernoulli の定理を用ひて (16) 式を導き渦の發生機構を説明する Tison の方法に就ては、更に検討を必要とする。

Tison は橋脚周圍の水流を完全流體の流れとして各流線のエネルギーを一定とし、各水片が河床に平行な平面上を移動する場合、圖-72 に示す曲線 AS に Bernoulli の定理を適用して (16) 式を得るとした。併し斯かる場合の Bernoulli の定理は各水片の全水頭が一定なるを示すに過ぎないから、基準水面からの高さを z として次の如くなるのが當然である。

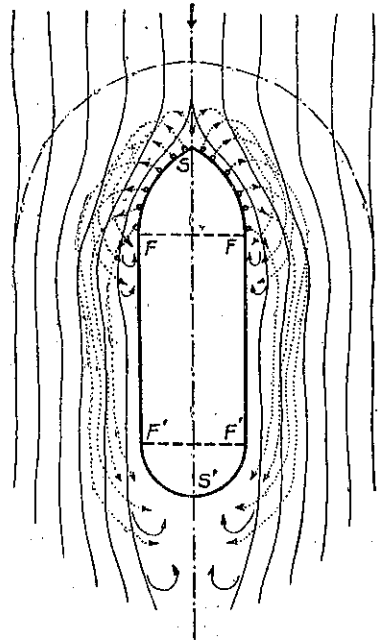
$$dz + \frac{dp}{w_0} + \frac{v dv}{g} = 0, \quad \therefore z_A + \frac{P_A}{w_0} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{w_0} + \frac{v_B^2}{2g} \dots \dots \dots (24)$$

従つて渦の發生に就ての (16) 式による Tison の説明を其の儘是認するわけにゆかず、次の如く改めねばならない。即ち圖-72 に於て相隣る 2 つの流線 (其の間隔を ds とする) に就き遠心力と壓力との釣合關係を求めると、(17) 式の場合と同様にして $\alpha p/w_0 = (v^2/gp) \cdot ds$ が成立する。之は遠心力の作用に應じて壓力が増すことを意味し、此の壓力増加に相當して $dH = dp/w_0$ だけ水面が上昇する。従つて各流線に直交する如くとつた曲線 AS の兩端に於ける水面上昇の差を h_s とすれば、

$$h_s = \int_A^S \frac{dp}{w_0} = \int_A^S \frac{v^2}{gp} ds \dots \dots \dots (25)$$

となる。所が實河川にては、鉛直線に沿ひ河床に近づくほど流速 v を減ずるから、(25) 式による h_s の値は水面と河床とによつて相當異なつて來るが、斯かることは實際上起り得ない筈である。此の不合理を除くには、是非と

圖-76. 橋脚周圍に於ける洗掘砂礫の移動狀況



82) W. F. Durand: "Aerodynamic Theory", Vol. III, Berlin 1935, p. 80~119.

も流線の曲率半径 ρ を水面にては大きく、河床にては小さくして、同一の h_s を與へる必要があり、其の結果水流の連続性によつて螺旋流を惹起すべく、流線に直交する断面にては其の分速度として水平軸の渦を生ずるわけである。以上は Tison の考察の不備を指摘してそれを是正したものであつて、前項に述べた所と其の論旨を等しくすることは勿論である。

要するに圖-72 に於て A, S 2 點間に水面高の差 h_s があつて曲線 AS に沿ひ水面勾配を生じて、之のみを以ては水平軸の渦を起す原因とはならず、S 點に於ける水面上昇に伴ふ内壓の増加は流線の彎曲に伴ふ遠心力の作用と釣合つてゐるに過ぎない。流線の彎曲と鉛直線に沿ふ流速分布の不均一とが渦を生ぜしめる主原因であることを注意せねばならない。此の意味に於て、先端 S を基點とする横勾配によつて水平軸の渦を生じ、洗掘の程度が此の横勾配の大きさに支配されると云ふ Keutner の見解は、根本的の缺點を持つてゐる。Keutner は圖-69 (d) にて横勾配 I' に基く渦 2) が前頭部附近の河床を著しく洗掘すると云ふが、實驗中に觀測した砂粒の移動状態は圖-76 の様であつて、最初は殆ど壁面に直角の方向に動き、決して壁面に沿つて動くものではない。従つて勾配 I' に相應した壁面に沿ふ水平軸の渦等は殆ど認められない。又横勾配が洗掘を支配するとすれば、圖-70 の如く橋脚軸を傾斜せしめた場合、流れに當らない側の先端通過直後の急な横勾配によつて茲に最大の洗掘を見る筈であるが、實驗 $G_1 \sim G_4$ によれば、流れに當る側の前頭部附近の洗掘が最も著しい。之等は横勾配の大きさのみによつては、到底洗掘程度を察知し難い有力な證據である。尙水面は橋脚先端に向つて殆ど拋物線狀に高まるのを常とするから⁸³⁾ (圖-68 参照)、假りに横勾配が洗掘を支配するとしても、圖-68~70 の如く橋脚軸及壁面に沿ふ断面①と流路中央の断面②に於ける水面高の測定のみによつては、橋脚前頭部附近に於ける眞の横勾配の大きさを適確に求め難く、此の點に於ても Keutner の考察は精密を缺くわけである。

Keutner は前頭部の接角値の半分 $\alpha = 38.3^\circ$ の場合洗掘が最も少いとして第 1 編圖-24 に示す如き橋脚形狀を提唱し、又最大洗掘深 t_{max} の個所が α の減少と共に先端 S より移行點 F の方に移動し $\alpha = 14.5^\circ$ 以下にては再び S 點に戻るとした。併し前項に詳述した著者の考察によれば、同一流況にては α を減じて先端に於ける流向偏倚の程度を弱めると洗掘を減ずるのが當然であり、圖-24 の如き河床ほど α の値を小とすれば鉛直線に沿ひ $v^2/(g\rho)$ を漸變する割合を強め、却つて洗掘を増加する筈である。圖-24 の場合の h_s, h_r が $\alpha = 41.7^\circ$ の場合よりずつと大きかつたことは、此の考察の妥當性を明かにするもので、 t_{max} が $\alpha = 38.3^\circ$ なる鉛直橋脚の場合より僅かに少かつたのは寧ろ實驗誤差に基くと考へる方が至當である。尙 α を減ずるほど水平軸の渦の程度を弱めて主流の影響を著しくし、之等兩者の合成たる螺旋流が次第に先端 S より下流側の河床を甚だしく洗掘することになるべく、此の點に於ても t_{max} の個所に關する Keutner の實驗結果は精密を缺くものと看做される。要するに α の減少に伴ふ洗掘軽減の割合が或程度以下の α の場合に比較的値であることと、洗掘機構に關する考察の不備によつて、Keutner は僅かの實驗誤差を看破し得ず、橋脚形狀の影響に關し上述の如き不確實な結論に到達したものと思はれる。

次に側面渦及後端渦による堆積作用に就ては、Keutner の見解は前項に於ける著者の考察と一致する。併し圖-69 (e) の如く橋脚尾端に接する個所及橋脚軸線に沿つて生ずる浅い洗掘の機構に就ては、Keutner の考察を其の儘是認し難く、次の如く考へる必要がある。即ち橋脚後方に生ずる鉛直軸の後端渦は一般に頗る不安定にして、茲に周囲の主流と完全に分離した死水域を作るとは考へられない。従つて或程度の水片は後頭部壁面に沿つて此の後端渦の範圍内に流入すべく、兩側から來た之等の水片が尾端 S' 及其の後方の橋脚軸線上に於て合一する

83) Weyrauch-Strobel: "Hydraulisches Rechnen", Stuttgart 1930, S. 235.

際には、再び其の流向を偏倚して流線を彎曲する筈である。此の流向偏倚は先端 S に於けるものと全く其の性質を等しくし、S' に向つて水面を上昇すると共に、S' を基點とする水平軸の渦を惹起し、尾端をかこんで堆積河床を或程度洗掘する。尙此の渦は橋脚後方の軸線上にも幾分の影響を與へるが、橋脚を離れた後方となるに應じて軸線上まで運び來られる砂礫の漸減することと相俟つて、軸線に沿ふ堆積が其の左右兩側より低くなるものと考へられる。Keutner は圖-71 の如く底流 $S'A'_{uv}$, $S'A'_{ui}$ によつて軸線上に相當の洗掘を生ずるとしたが、著者の實驗にては斯かる洗掘及底流を確認し得なかつたのである。

5. 橋脚に於ける背水高と洗掘との關係 橋脚前頭部に於ける洗掘は、先端に於ける流向の偏倚と鉛直線に沿ふ流速分布の不均一とに基く水平軸の渦によるものである。所が橋脚前面に於ける水位の上昇は、流向の偏倚に基因するもの甚だ多く、鉛直線に沿ふ流速分布の不均一を必要としない。此の點に於て兩者の機構に根本的の差異があるが、先づ第 1 に考慮すべきは上の流向偏倚と流路斷面の急縮に伴ふ流速の變化である。

圓弧狀彎曲部にては、流線の彎曲に伴ふ遠心力に應じて内壓を増加し、それに相當して外側の水位を上昇する。一方 Bernoulli の定理によつて、内壓の増加に相當するだけ流速を減ずる必要がある。従つて橋脚の場合に於ても、流向偏倚の著しい橋脚軸線に近い水片ほど、橋脚先端に向つて流速を減ずること甚だしく、之等が先端に於ける水位上昇 h_s (圖-68 参照) 及洗掘に對し相當の影響を及ぼすことは、夫々 (25) 及 (23) 式より明かな所である。併し乍ら此の流速變化は先端に於ける流向偏倚に伴つて生ずる當然の結果であるから、結局に於ては流向偏倚の程度従つて前頭部形狀が同一流況の場合の先端の水位上昇 h_s 及洗掘を支配する主要素であつて、後頭部形狀の影響は殆どないものと考へてよい。此の場合水位上昇 h_s は鉛直線に沿ふ平均流速のみを問題とするに對し、洗掘は河床に近づくほど其の摩擦抵抗によつて流速を漸減する割合にも影響されることは、既に 3. に詳述した通りである。

以上の考察に於ては、(25) 及 (23) 式を導く際に考へた曲線 AS (圖-72 参照) が一般に橋脚先端より或程度上流側にある爲に、流路斷面の急縮による流速變化の影響が比較的少いとして之を無視することにした。併し乍ら F 點附近の水位降下 s_f 及 S 點の水位上昇 h_s (圖-68 参照) に對しては、之等の影響は相當著しかるべく、次の如く考へる必要がある。

2 つの河川直線部を圓弧にて連結すると、其の前後の流路斷面を一定としても、前述の彎曲部に於ける内壓、流速及水位の關係を満足すべく、彎曲の頂點に向つて外側水面はもりあがり内側水面は降下するのである⁶⁶⁾。従つて橋脚の場合流路斷面の急縮を無視しても、前頭部壁面に沿ふ水面は、先端に於ける流向偏倚によつて S 點通過後は次第に降下し、更に F 點附近の反對方向の流向偏倚によつて其の降下を一層著しくする。斯くして此の水面降下は一般に主として先端及移行點の流向偏倚に支配される筈である。所が實際上は橋脚による流路斷面の急縮によつて、前面の流速 v_0 は v_1 に急増するを要し、それに應じて水面を降下する必要がある。此の場合減積係數(橋脚等によつて塞がれる全幅員と水路幅との比)を減じ、且前頭部を尖らして側面渦の範圍を少くするほど、上の流速増加を緩和して水面降下を減ずることが出来る。従つて結局 F 點附近の水面降下高 s_f は以上の流向偏倚と流路斷面の急縮による流速變化とに基くものと考へられ、減積係數及流況の等しい場合は、前頭部形狀に支配され h_s の減少に應じて漸減すべきものである。

次に圖-68 に於ける斷面②の水位變化を考へよう。此の斷面にては、橋脚先端に於ける流向偏倚従つて流速の減少に伴つて水位を上昇し、F 點附近の反對方向の流向偏倚は其の傾向を一層甚だしくする。所が流路斷面の急縮による流速増加従つて水面降下は、橋脚壁面の摩擦に影響された斷面①に於けるものより遙かに大きく、其の影

響は橋脚のかなり上流迄及ぶ筈である。圖-68 に於ける S₀ 點の水位上昇 h_0 は以上 2 つの作用に基くから、當然 S 點の h_s より小さく、又前頭部を尖らして水位上昇を減じて、それに應じて水面降下の影響を減じ S₀ 點は S 點に近づくから、結局に於ては前頭部形状は h_0 に對しあまり影響を與へないわけである。

以上の考察に於ては、橋脚間を流下する際の流水自身の摩擦損失水頭並に側面渦及後端渦による大きい損失水頭を考へなかつた。所が一般に我々の遭遇する流況は常に常流状態を保つものであるから、水位變化は上流に向つて影響する⁸⁴⁾。従つて橋脚を離れた下流側に於て其の流量に相當した等速定流の水深を保つためには、橋脚上流側の水位を上各損失水頭の和に等しいだけ上昇して置く必要がある。而して此の損失水頭による水位上昇は一般に相當大きく、側面渦及後端渦、特に後者に著しく支配されるから、茲に後頭部形状の影響を考へる必要を生ずる。以下之等の關係が、先に説明した洗掘並に h_s, s_f 及 h_0 に對し、如何に影響するかを考察しよう。

橋脚上流側にて水位を上昇すれば水深 H を増し、それに應じて流速 v_m を減ずる筈である。従つて (23) 式によれば、 Hv_m^2 に比例すべき洗掘は少々減ずべきも、其の影響は僅かと考へてよい。次に (25) 式によれば、 H の増大、従つて v_m の減少によつて S 點に於ける新水面以上の上昇を減ずるから、結局原水面よりの上昇 h_s には大差がない筈である。斯の如く h_s に大差を生じない關係上、 H の増大によつて s_f は却つて減ずべきも、 s_f 自身が相當大きいから此の影響は比較的僅小である。所が h_0 は此の水位上昇だけ其の儘増加すべく、初めは h_s の數分の 1 であつた關係上、其の影響は仲々大きいものとなる。此の意味に於て h_0 は側面渦及後端渦殊に後者に支配されること多く、後頭部形状の影響が著しいことを知る。Rehbock⁸⁵⁾ は橋脚先端より橋脚長だけ上流側の水

表-45. 實驗 A₁ 及 C₁ に於ける水面高の變化 (圖-68 参照)

實驗記號	限界流況	前頭部番號 (圓弧型)	後頭部番號 (圓弧型)	h_s	s_f	h_0
A ₁	(a)	0	3	11.8 ^{mm}	17.1 ^{mm}	0.7 ^{mm}
		1	"	11.6	16.1	0.7
		2	"	11.5	16.3	0.8
		3	"	11.6	15.3	0.6
		4	"	11.5	15.5	0.7
		5	"	11.3	14.8	0.8
		6	"	11.0	13.4	0.8
		7	"	10.8	12.6	0.8
		8	"	10.5	11.2	0.7
		9	"	9.8	10.3	0.7
		10	"	8.5	9.5	0.6
C ₁	(b)	3	0	11.7	12.3	0.8
		"	3	11.3	13.0	0.6
		"	5	11.5	12.7	0.5
		"	7	11.6	12.5	0.5
		"	10	11.9	12.5	0.5

84) 本間 仁: "水理學", 1936, 頁 153, 173~175.

85) Th. Rehbock: "Zur Frage des Brückenstaues.", Zentralblatt der Bauverwaltung, 1919, S. 197~200.

位上昇を背水高と定義したから、茲に述べた h_0 とは稍々異なつてゐるが、後頭部形状の影響を特に強調したことは、上に説明したと同様の根據によるものである(第1編(11)参照)。

以上を要するに、洗掘及水位變化高 h_s, s_f, h_0 に就て嚴密な考察を加へて機構上の差異を明かにしたが、結局洗掘及 h_s は主として前頭部形状に、 s_f は主として前頭部形状及断面急縮による流速變化に支配されることを知つた。之等は前節 1. に述べた Keutner の實驗と一致し、又前 2 編に述べた洗掘並に表 45 に例示した h_s, s_f に關する著者の實驗結果によつても其の妥當性が確認される。尙上述の如く h_0 は大いに後頭部形状に影響されるが、本實驗にては水深淺く流速が小であつたので何れも 1mm 以下の小さい値となり、明確に考察結果を實證し得なかつた。Keutner の實驗にて h_0 に對する前、後頭部の影響が殆ど認められなかつたのも、著者の場合と同様の事情によるものと思ふ。

(28) 本實驗の相似律に關する私見

一般に洗掘の幅及深さは、橋脚周圍の各部分によつて其の生成原因を異にするのみならず、之等は橋脚の形状、寸法の比率並に限界流況によつても相當變化する。而も河床に對する洗掘力の作用は、河床材料の性質、即ち平均粒徑及均等係數等によつて或程度趣を異にすべく、水中に於ける砂層の安息角とも大きい關聯をもつ筈である。以上の事實は前章に述べた實驗結果から明かにされた所であつて、茲に本實驗の相似律の確立が至難にして充分な定量的結論を望み難い理由を示し得たものと考へてよい。

併し乍ら橋脚周圍の洗掘機構を明かにすれば、之によつて或程度の實用的相似律を導き得べく、たとへ近似的にもせよ定量的結論を得て本研究の完成に對し有力な 1 歩を進め得るとの見解の下に、著者の展開した考察結果を述べよう。

著者は前節に於て橋脚前頭部附近に働く洗掘力 K として (23) 式を導くことが出來た。而して先端 S に於ける洗掘幅 k_s (接角値小なる時は k_0 を含めて) 及洗掘深 t_s は、前頭部附近の洗掘量を表す代表的な値であるから、之等が上の洗掘力 K に直接支配されるものとするれば、實驗常數 ξ, η を用ひて

$$k_s = \xi K, \quad t_s = \eta K \dots\dots\dots(26)$$

の如く表してよい。所が移行點 F に於ける k_f 及 t_f の値は、更に鉛直軸の渦による堆積作用の影響をも受け、其の程度は橋脚の形状及寸法の比率並に流況等によつて、相當異なる筈である。従つて渦に基く堆積作用を明かにすべきも、現在の所未だ適確な判斷を下し難い様である。此の意味に於て、堆積作用の影響が加はると共に、現象を愈々複雑にし相似律の誘導を頗る困難ならしめるが、此の事實は堆積作用の影響が極めて著しい後頭部の洗掘深 t'_s 及 t'_f の變化に徴しても容易に諒解される筈である。

斯くして先端に於ける k_s 及 t_s は、其の生成機構最も單純にして (23) 式を適用し得ることとし、以下之等に就て計算を進めよう。此の爲に第 1 編 (7) に於けると同じ記號を用ひ、水平及鉛直の縮小率を夫々 $1/m$ 及 $1/n$ とし、實河川に對する記號に ' を附けたものを模型に對する記號とした。一般に可動河床模型に關する相似論としては、掃流力理論によるものが最も信頼され實用に富むと考へられ、此の場合 Manning の流速公式を用ひると計算が頗る容易となる。此の意味に於て $v = \frac{1}{N} R^{2/3} I^{1/2}$, $v' = \frac{1}{N'} R'^{2/3} I'^{1/2}$ とし、簡単に徑深 R の代りに水深 H を用ひると、 $H = nH'$, $I = \frac{n}{m} I'$ であるから、

$$\frac{v}{v'} = n^{2/3} m^{-1/2} n^{1/6}$$

但し $n_m = N/N' \dots\dots\dots(27)$

となる。此の關係を (23), (26) 式に代入し, $\rho = m\rho$, $ds = mds'$ とすれば, 次の諸關係が得られる。

$$\frac{K}{K'} = \left(\frac{\psi}{\sigma} / \frac{\psi'}{\sigma'} \right) n_M^{-2} m^{-1} n^{10/3} \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{k_0}{k_0'} = \left(\frac{\xi}{\xi'} \right) \left(\frac{\psi}{\sigma} / \frac{\psi'}{\sigma'} \right) n_M^{-2} m^{-1} n^{10/3}, \quad \frac{t_s}{t_s'} = \left(\frac{\eta}{\eta'} \right) \left(\frac{\psi}{\sigma} / \frac{\psi'}{\sigma'} \right) n_M^{-2} m^{-1} n^{10/3} \dots\dots\dots (29)$$

以上は河床材料の性質に關しては全然考へなかつたから, 更に掃流力相似の立場から第 1 編 (12) 式に相當して次の關係を挿入しなければならない⁸⁶⁾。

$$f_0 = \frac{F_0}{F_0'} = \frac{ev}{\mu} = \frac{n^2}{m}, \quad \therefore e = \frac{(n^2\mu)}{(mv)} \dots\dots\dots (30)$$

若し實驗用砂として自然砂を用ひ, 其の篩分曲線を實河川砂礫と相似ならしめると, $\mu = 1, v = 1$ として (30) 式は

$$f_0 = e = \frac{n^2}{m} \dots\dots\dots (30_1)$$

となる。斯くして得た (28)~(30₁) 式は洗掘に對する相似律を與へるが, 茲に問題となるのは實驗常數 ψ, ξ, η 及係數 σ である。之等は流況のみならず砂礫の性質によつても相當の相違を呈すべきも, 未だ確たる斷定を下し難く, 之等を明確に把握することは, 本實驗の相似律確立に對し大きい寄與をなすものと考へてよい。今假りに實河川と模型とに於て, 之等に大差なきものと看做し得るならば $\frac{\psi}{\sigma} / \frac{\psi'}{\sigma'} = 1, \xi/\xi' = 1, \eta/\eta' = 1$ となり, 更に Vogel の提唱²⁰⁾ に従つて $n_M = N/N' = 1$ とすれば, 次の如き極めて簡単な關係が得られる。

$$\frac{k_0}{k_0'} = \frac{t_s}{t_s'} = m^{-1} n^{10/3}$$

但し $e = \frac{(n^2\mu)}{(mv)}$ 又は $e = \frac{n^2}{m} \dots\dots\dots (31)$

本研究は橋脚周囲の洗掘に關する定性的結論を得ることを目的とした關係上, 本實驗の結果其の儘を用ひて, 上の所論の正否を検し難いのは甚だ遺憾である。上の所論を検討するには前章に述べた實驗方法を變更し更に精密な實驗を行ふべきであるが, 1 例として橋脚の模型縮尺の影響を論ずる際の方法を述べて参考に資したいと思ふ。

前章 (22) に述べた標準寸法の模型に對する洗掘を k_0, t_s とすれば, 寸法の比率 0.50, 0.33, 0.25, 0.20 なる模型は, 夫々 $m = 2, 3, 4, 5$ を有することになる。従つて之等の寸法小なる模型に對する洗掘 k_0', t_s' と上の k_0, t_s と

表-46. 模型縮尺の影響を検討するに必要な限界流況

模型寸法の比率	m	n = \sqrt{m}	i = n/m	限 界 流 況	
				水深 (5.20/n)	勾配 ($\frac{1}{800/i}$)
1.00	1	1	1	5.20 ^{cm}	1/800
0.50	2	$\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	3.68	1/566
0.33	3	$\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	3.00	1/462
0.25	4	$\sqrt{4}$	$1/\sqrt{4}$	2.60	1/400
0.20	5	$\sqrt{5}$	$1/\sqrt{5}$	2.33	1/358

86) 限界掃流力 F_0, F_0' として Kramer の實驗式 (10) を用ひ, $e = dm/dm', \mu = M/M', v = (w-w_0)/w'-w_0$ とする。

の關係を檢討する爲に必要な限界流況は、同一實驗用砂を用ひる關係上 $e=n^3/m=1$ として表-46 の如く計算される。然るに (22) に述べた各實驗は、何れも水深 5.2 cm, 勾配 1/800 なる限界流況 (a) にて掃流してゐるから、其等の結果を用ひて模型縮尺の影響を定量的に論ずるわけにゆかない。模型縮尺に應じて表-46 の如く限界流況を異にした場合の洗掘 k', k'' を求めることによつて、(28)~(31) 式の正否を確實に論じ得ると思ふ。

河床構成材料及限界流況の影響を定量的に検討するには、夫々前章 (23) 及 (24) に述べた實驗方法を改め、適當な橋脚模型及水路の寸法を選ばねばならないが、之等は上と同様の考察の下に計算すればよい。以上は本問題に對し將來の定量的研究に對する指針を示す意味に於て、著者の私見を述べたものである。

7. 結 論

橋脚による河床洗掘に関する実験的研究として、前 6 章に詳述した所を總括して、本研究の内容を明かにしよう。

第 1 章： 先づ第 1 に橋梁の上部構造に関する研究の顯著な進歩に比べ、下部構造即ち橋脚及橋臺の研究に見るべきもの少く、特に其の水工學方面、就中橋脚による河床洗掘問題に關しては殆ど解決を見てゐない現状を述べて、本問題に對する組織的な科學的研究の必要を力説した。次に本研究を流體力學的に進展せしめること困難にして、實驗を主とする水理學的方法によらざるを得ない理由を述べると共に、實驗の根柢たる相似律の確立を期し、以て實驗結果の實地問題への適用を可能ならしむべき必要を説いたのである。

第 2 章： 河床の強さと本研究の基礎的諸問題を論じたものである。其の爲に最初に河床に於ける砂礫の運動、特に河床の強さを論ずる水理學的方法として、底流速の衝力論によるものと掃流力理論によるものとの 2 つを挙げ、之等 2 方法の一般的考察方法を説明し、之等を互に融合一致せしめる必要を力説した。次に底流速の衝力論による河床の強さとして、初期の研究より最近の Welikanoff 其の他の研究に至る發展の經過と今後の見透しとを述べ、實用的見地から多くを期待し難い理由を説明した。更に掃流力理論による河床の強さとして、初期の研究たる du Boys の方法より最近の Kramer 及安藝等の研究に至る發展の經路を述べて、實用的價值多く信頼するに足る事實を列挙して、以て著者の研究の基礎として採用するに至つた所以を明かにした。

斯くして一般の可動河床模型の實驗に對して、掃流力理論による實用的相似論を展開し、橋脚周圍の局部的洗掘を對象とする本研究に對し、此の相似論の適用を可能ならしむべく種々の検討を加へたが、結局充分な結論を得るに至らず、本研究が主として定性的結論を目的とせざるを得なかつた事情を詳述した。

最後に著者の實驗的研究方法を詳述すべく、先づ實驗設備と橋脚模型の選定方針を説明し、實驗用砂の性質を論じた。次いで豫備實驗によつて、一定河床構成材料が一定の限界掃流力を有する事實を實證し、掃流力理論の基本概念の妥當性を確認した。本實驗は斯くして定められた限界流況に於て、洗掘が鈞合状態に到達するに充分な時間として何れも 20 分間宛掃流したものであるから、橋脚周圍の河床洗掘が橋脚の存在のみに基因し、以て洗掘に對する橋脚の形狀及配置の影響を適確に具現すべきを説き、茲に在來の研究と著しく趣を異にする独自の實驗的基礎を有することを明かにし、更に本研究の主要實驗項目に關する概略を説明して著者の立場と目的を述べたのである。

第 3 章： 最初に橋脚形狀が河床洗掘に對し至大の影響を與へることを述べ、此の方面に於ける在來の研究を略述して、之等が著者の研究と其の實驗基礎を異にする事實を明示し、本實驗の主要項目を表示した。

一般に橋脚の安定は前頭部附近に巻起さるべき顯著な洗掘に支配され、而も前頭部を尖らすに應じて此の洗掘

を激減することが出来る。著者は實驗結果を検討して此の事實を確認すると共に、前頭部先端に於ける流向偏倚を此の洗掘の主原因として實驗結果に明快な水理學的説明を與へ、Engels 及 Keutner 等の研究に對しても批判を加へて置いた。次いで橋脚の安定を支配すべき前頭部附近の洗掘に對し、後頭部形状及橋脚の長さが殆ど何等の影響を與へないことを確めた。所が橋脚前面の背水高及橋脚に働く動水壓は、主として橋脚の側面渦及後端渦に支配され、前、後頭部特に後頭部を尖らすほど之等を輕減し得べきを説明し、以て前頭部附近の顯著な洗掘とは著しく原因の異なることを明かにした。更に 2 圓壩建橋脚の場合は、兩圓壩中間部分の河床洗掘著しく茲に大きい缺點がある。従つてなるべく 2 圓壩建橋脚は避くべきも、工費節減其の他の關係から已むを得ず之を用ひる場合は、圓壩中心間の距離を凡そ其の直徑の 2 倍程度として、兩圓壩中間部分の河床をなるべく原河床に近い状態に保つべきことを提唱した。

最後に掃流時間の影響並に之が決定に關する事情を詳述し、以上の實驗結果を總括して橋脚形状から見た洗掘輕減の諸對策を列擧し、實用上理想の橋脚形状を提唱すると共に、之等が少くも定性的には充分信頼するに足る結論であることを強調したのである。

第 4 章：先づ橋脚配置が河床洗掘に至大の影響を與へるが、在來の研究に殆ど見るべきものもない現状を述べ、著者独自の基礎的考察の下に實驗項目を表示した。

一般に流水方向に對する橋脚軸の傾斜角を増大すれば、河床洗掘を激増するが、其の程度は橋脚形状によつて著しく相違することを知り、前、後頭部を圓くした普通橋脚の方が傾斜角による悪影響の遙かに少いことを確めた。次いで 2 圓壩建橋脚にては圓壩間の河床洗掘深を激増する點に大きい缺點があり、其の程度は傾斜角を増大し兩圓壩が獨立橋脚としての性質を示すに應じて愈々顯著となることを認めた。又橋梁徑間の影響としては、一般に極めて僅かであり、橋脚軸間の距離と橋脚幅との比が 10~15 以下となつた場合に、稍々目立つて洗掘を増すに過ぎないことを知つた。尙新、舊兩橋梁を接近して並列する場合の對策を論じ、兩橋梁が接近せる際上流側橋脚は下流側橋脚を大に保護する事實を確認すると共に、2, 3 の新見解を述べて置いた。

最後に以上の實驗結果を總括して橋脚配置上から見た洗掘輕減の諸對策を列擧すると共に、之等が少くも定性的に充分信頼するに足る結論であることを強調したのである。

第 5 章：實驗結果の實地問題への適用性を明かにする爲に、最初に模型縮尺の影響を論じた。即ち寸法の比率を 0 に近づけた極限にては洗掘が 0 となるべきことを確め、以て橋脚の影響を的確に具現すべく限界流況にて掃流した著者の實驗方法の確實性を實證すると共に、著者の用ひた標準寸法の模型による實驗結果によれば、少くも定性的には實際橋脚の場合を大過なく推定し得ることを明かにした。

次いで河床構成材料の影響を論じて、性質の異なる實驗用砂に於ても、洗掘に對する橋脚の形状及寸法の比率の影響が酷似してゐることを實證した。更に限界流況を用ひたことの目的と意義を説き、何れの限界流況にても洗掘に對する橋脚の形状、傾斜角及寸法の比率の影響が、實驗用砂の性質如何に拘らず非常に似てゐる事實を確めた。

斯くして第 3 章及第 4 章の實驗結果が少くも定性的には充分の確實性を有し、實際問題への適用上有效な資料を與へ得ることを證明したのである。

第 6 章：先づ本實驗の根柢たる相似律を確立する爲に、洗掘機構を明かにすべきことを説き、在來の代表的見解として Keutner 及 Tison の研究を紹介した。次いで著者が自己の實驗及在來の研究を検討して到達した見解を述べたが、其の要點は彎曲河川の凹岸に於ける著しい洗掘の機構が橋脚前頭部に於ける洗掘の場合にも略々適用されるとし、橋脚先端に於ける流向偏倚と鉛直線に沿ふ、流速分布の不均一とに基く水平軸の渦が洗掘の主原

因であることを明示した。従つて洗掘に対する橋脚の形状及配置の影響は、同一限界流況にては先端に於ける流向偏倚の程度に支配されるものと考へてよい。斯くして実験結果に対する著者の考察の妥當性を證すると共に、Keutner 及 Tison の見解を批判し、更に橋脚背水高と洗掘との關係に就て詳しく論じて置いた。

最後に実験結果より直に定量的結論を導くことの至難なる事情を列擧し、之に對する私見を明かにして、將來の定量的進展に就き指針を述べたのである。

終りに臨み本論文は昨年入手した Tison の論文⁸⁷⁾と実験の内容及水理學的考察に於て相似た點が尠くないが、著者が執筆を終つたのは昭和 15 年 7 月であり都合により今日迄發表を延期したことを明記したい。尙本研究に就き御懇篤な御指導を賜つた恩師平野博士及實驗製圖に一方ならぬ御手数を煩した上田正夫、沈胤燮君等並に研究費の補助を與へられた日本學術振興會に對し深甚な謝意を表する次第である。

87) L. J. Tison: "Érosion autour de piles de ponts en rivière". Annales des Travaux Publics de Belgique, 1940, p. 813~868.