

論 說 報 告

第 28 卷 第 11 號 昭和 17 年 11 月

ローゼ桁の吊材應力及び其他に就て

正會員 平 井 敦*

要 旨 主としてローゼ桁の吊材應力につき述べたものである。尙この機会に以前發表せるローゼ桁の小論の一部に對し、二の増補を行つたものである。

1. 序 説

筆者は嘗て**ローゼ桁及び同系構造物に對し方列 (Matrix) を導入すると共に、一、二の工夫を加へ之等に関する算式を簡略にし又其一般の性質につき述べた事があつた。本文は其の續編とも稱すべきもので、主としてローゼ桁の吊材應力に關し述べたものであるが、この機会を利用し既發表の部分に多少の増補及び一、二の整理をさせて頂く事とする。

先づ主なる記號を列擧する事とするが、方列 (Matrix) に關する記號は本文中に於て述べる事としたい。

主なる記號

L支 間	O_k'格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の換算長;
λ格 間 長	$O_k' = O_k \frac{J_c}{J_k^0}$
$(n+1)$格 間 數	u_k'格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る下弦材の換算長;
O_k格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の長さ	$u_k' = u_k \frac{J_c}{J_k^u}$
u_k" " 下弦材の長さ	$l_k' \dots l_k' = O_k' + u_k' = O_k \frac{J_c}{J_k^0} + u_k \frac{J_c}{J_k^u}$
α_k格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の $(0) \sim (n+1)$ を結ぶ線となす角	H水平推力
β_k" " 下弦材の "	M_k^0上弦格點 k に於る曲げモーメント
" " " " " " " "	M_k^u下弦格點 " " "
l_k格點 k に於る吊材の長さ	\mathfrak{M}_k格點 k に於る單純梁としての曲げモーメント
F_k^0格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の斷面積	J_k格點 k に於る吊材應力
F_k^u" " 下弦材の "	Q_k^0上弦格點 k の直ぐ右側に於て上弦材に直接作用する剪力
" " " " " " " "	Q_k^u下弦格點 " " " "
J_k^0格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の慣性モーメント	" " " " " " " "
J_k^u" " 下弦材の	" " " " " " " "
" " " " " " " "	" " " " " " " "
J_0任意に基準として撰定せる一定の慣性モーメント	

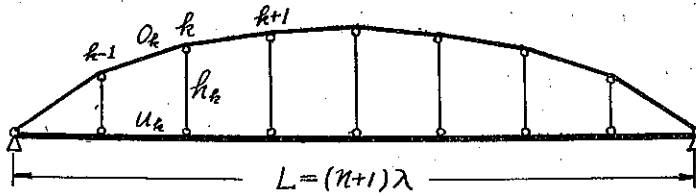
* 工學士 京城帝國大學助教授

** 1) 土木學會誌, 第 26 卷第 8 號; ローゼ桁に關する方列論的考察
 2) " " 第 26 卷第 9 號; ローゼ系構造物に關する方列論的考察
 3) " " 第 27 卷第 2 號; 自旋式吊橋の二次應力に就て

2. ローゼ桁の不静定量の算出

圖-1 の如き $(n+1)$ 個の格間を有するローゼ桁は $(n+1)$ 次の不静定構造物であるが、今上弦格點に於る曲げモーメント $M_1^0, M_2^0, \dots, M_k^0, \dots, M_n^0$ 及び水平推力 H を不静定量に撰べば、之等の間には次の如き關係が成立

圖-1.



する事は既に筆者の示した所である。

$$\left. \begin{aligned} M^0 &= t [\mathfrak{M} - hH] \\ t &= \mathfrak{G}^{-1} \mathfrak{H} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

茲に M^0 は、格點 i に單位荷重が載荷せる場合の上弦格點 k に於る曲げモーメント $M_{k,i}^0$ を (k,i) 元素とする方列であつて、

$$M^0 = \begin{bmatrix} M_{11}^0 & M_{12}^0 & \dots & M_{1i}^0 & \dots & M_{1n}^0 \\ M_{21}^0 & M_{22}^0 & \dots & M_{2i}^0 & \dots & M_{2n}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{k1}^0 & M_{k2}^0 & \dots & M_{ki}^0 & \dots & M_{kn}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1}^0 & M_{n2}^0 & \dots & M_{ni}^0 & \dots & M_{nn}^0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

であり、 \mathfrak{M} は格點 i に單位荷重が載荷せる場合の格點 k に於ける單純梁としての曲げモーメント $\mathfrak{M}_{k,i}$ を (k,i) 元素とする次の如き方列である。

$$\mathfrak{M} = \begin{bmatrix} \mathfrak{M}_{11} & \mathfrak{M}_{12} & \dots & \mathfrak{M}_{1i} & \dots & \mathfrak{M}_{1n} \\ \mathfrak{M}_{21} & \mathfrak{M}_{22} & \dots & \mathfrak{M}_{2i} & \dots & \mathfrak{M}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{M}_{k1} & \mathfrak{M}_{k2} & \dots & \mathfrak{M}_{ki} & \dots & \mathfrak{M}_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{M}_{n1} & \mathfrak{M}_{n2} & \dots & \mathfrak{M}_{ni} & \dots & \mathfrak{M}_{nn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

又

$$h = \begin{bmatrix} h_1 & h_1 & \dots & \dots & h_1 \\ h_2 & h_2 & \dots & \dots & h_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ h_k & h_k & \dots & \dots & h_k \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ h_n & h_n & \dots & \dots & h_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_1 & & & & \\ & H_2 & & & \\ & & \dots & & \\ & & & H_i & \\ & & & & \dots \\ & & & & & H_n \end{bmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

方列 H は格点 i に単位荷重が載荷せる場合の水平推力 $H_1, H_2, \dots, H_i, \dots, H_n$ を対角元素とする対角方列であつて零なる元素は印刷の都合上之を省略す。

方列 \mathfrak{L} 及び \mathfrak{U} は弦材の換算長より構成せられる次の如き方列であつて零なる元素は之を省略せり。

$$\mathfrak{L} = \begin{bmatrix} 2(l'_1+l'_2) & l'_2 & & & \\ & l'_2 & 2(l'_2+l'_3) & l'_3 & \\ & & \dots & & \\ & & & l'_k & 2(l'_k+l'_{k+1}) & l'_{k+1} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & l'_n & 2(l'_n+l'_{n+1}) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

但し

$$l'_k+l'_{k+1} = O'_k+u'_k+O'_{k+1}+u'_{k+1} \\ = O_k \frac{J_0}{J^{u_k}} + u_k \frac{J_0}{J^{u_k}} + O_{k+1} \frac{J_0}{J^{u_{k+1}}} + u_{k+1} \frac{J_0}{J^{u_{k+1}}}$$

$$\mathfrak{U} = \begin{bmatrix} 2(u'_1+u'_2) & u'_2 & & & \\ & u'_2 & 2(u'_2+u'_3) & u'_3 & \\ & & \dots & & \\ & & & u'_k & 2(u'_k+u'_{k+1}) & u'_{k+1} \\ & & & & \dots & \\ & & & & & u'_n & 2(u'_n+u'_{n+1}) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

但し

$$u'_k+u'_{k+1} = u_k \frac{J_0}{J^{u_k}} + u_{k+1} \frac{J_0}{J^{u_{k+1}}}$$

しかして方列 \mathfrak{L} は近似的に對角方列であり、之は弦材に負擔さるべき曲げモーメントの分配率を與へるものであつて其の算出に際しては次の如き形式で行へば方列 \mathfrak{L} の逆方列 \mathfrak{L}^{-1} の算出を不必要とする故極めて簡単である。

$$\mathfrak{L}^{-1} = [\Delta F^{-1} \cdot \mathfrak{L}]^{-1} \cdot [\Delta F^{-1} \cdot \mathfrak{L}] \dots \dots \dots (8)$$

茲に方列 ΔF^{-1} はローゼ桁の解法の基本をなす方列であつて次の如き方列 ΔF の逆方列である。

$$\Delta F = \begin{bmatrix} 4\lambda & \lambda & & & \\ \lambda & 4\lambda & \lambda & & \\ & & \dots & & \\ & & & \lambda & 4\lambda & \lambda \\ & & & & \lambda & 4\lambda \end{bmatrix} \dots \dots \dots (9)$$

この逆方列の算出は筆者の方法に依れば簡単であるが其詳細は既に**述べた所である。

** 前出脚註参照

上下弦材の換算長の比が一定なる場合に於ては、方列 t は次の如くなる。

$$t = \begin{bmatrix} \frac{u'}{l'} & & & \\ & \frac{u'}{l'} & & \\ & & \dots & \\ & & & \frac{u'}{l'} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (10)$$

茲に $\frac{u'_1}{l'_1} = \frac{u'_2}{l'_2} = \dots = \frac{u'_k}{l'_k} = \dots = \frac{u'_n}{l'_n} = \frac{u'}{l'}$

とす。

しかしながら一般には方列 t は近似的に對角方列である故其對角元素を $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_n$ で現はせば

$$t' = \begin{bmatrix} t_1 & & & \\ & t_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & t_k & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & & t_n \end{bmatrix} \dots \dots \dots (11)$$

で表現し得られ、この場合 (1) を通常の式で書き示せば

$$M^o_{ki} = t_k (\mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i)$$

で與へられるが、 t_k は (8) 或は (10) 式により算出せられたる對角元素であり、又指標 i は單位荷重の載荷點を示すものである。又

$$M^o_{ki} + M^{u_{ki}} = (\mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i)$$

なる關係が成立する故、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M^o_{ki} &= t_k (\mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i) \\ M^{u_{ki}} &= (1 - t_k) (\mathfrak{M}_{ki} - h_k H_i) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

次に下弦格點 i に單位荷重が載荷せられた時、ローゼ桁全體についての全内力仕事 W を算出するに當り、弦材 O_k 及び u_k に於ける直應力を \bar{O}_k 及び \bar{U}_k とし又弦材の曲げモーメントを一般に M^o 及び M^u 、慣性モーメントを夫々 J^o 及び J^u で示せば近似的に次式が成立する

$$W = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{(\bar{O}_k)^2}{2EF^o_k} O_k + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{(\bar{U}_k)^2}{2EF^u_k} u_k + \int \frac{(M^o)^2}{2EJ^o} dx + \int \frac{(M^u)^2}{2EJ^u} dx$$

第1項及び第2項は直應力に基く内力仕事であり、第3項及び第4項は曲げモーメントに関する項である。

更に、

$$\int \frac{(M^o)^2}{2EJ^o} dx \doteq \sum_{k=1}^n \frac{(M^o_k)^2}{2EJ^o_k} O_k$$

$$\int \frac{(M^u)^2}{2EJ^u} dx \doteq \sum_{k=1}^n \frac{(M^u_k)^2}{2EJ^u_k} u_k$$

と考ふれば、(印刷の都合上必要のない際には指標 i を省略する)

* かつて工學士中島武氏はローゼ桁の一簡易計算法を提案された(土木學會誌, 第23卷第2號)。其證明は(12)式を基準として行へば極めて簡明であるが、この事は別に改めて説明する迄もない事と考へる故省略す。

$$W = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{(\bar{O}_k)^2}{2EF^0_k} O_k + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{(\bar{U}_k)^2}{2EF^{u_k}} u_k + \sum_{k=1}^n \frac{(M^0_k)^2}{2EJ^0_k} O_k + \sum_{k=1}^n \frac{(M^{u_k})^2}{2EJ^{u_k}} u_k$$

今

$$\left. \begin{aligned} \bar{O}_k &= -H \cos \alpha_k \\ \bar{U}_k &= H \cos \beta_k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

と考へ本式及び (12) 式を全内力仕事の式に代入すれば;

$$W = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{O_k \cdot \cos^2 \alpha_k}{2EF^0_k} H^2 + \sum_{k=1}^{n+1} \frac{u_k \cdot \cos^2 \beta_k}{2EF^{u_k}} H^2 + \sum_{k=1}^n \frac{O_k t_k^2}{2EJ^0_k} (\mathfrak{M}_k - h_k H)^2 + \sum_{k=1}^n \frac{u_k (1-t_k)^2}{2EJ^{u_k}} (\mathfrak{M}_k - h_k H)^2$$

故に最小仕事の原理を適用し

$$\frac{\partial W}{\partial H} = 0$$

とおけば,

$$H \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{O_k \cdot \cos^2 \alpha_k}{EF^0_k} + \frac{u_k \cdot \cos^2 \beta_k}{EF^{u_k}} \right) - \sum_{k=1}^n (\mathfrak{M}_k - h_k H) \left\{ \frac{h_k O_k}{EJ^0_k} t_k^2 + \frac{h_k u_k}{EJ^{u_k}} (1-t_k)^2 \right\} = 0$$

最終項は更に

$$\frac{h_k O_k}{EJ^0_k} t_k^2 + \frac{h_k u_k}{EJ^{u_k}} (1-t_k)^2 = \frac{h_k \lambda}{EJ_c} \left\{ \frac{J_c}{J^0_k} t_k^2 \sec \alpha_k + \frac{J_c}{J^{u_k}} (1-t_k)^2 \sec \beta_k \right\}$$

と書き替へられる故

$$\frac{J_c}{J^0_k} t_k^2 \sec \alpha_k + \frac{J_c}{J^{u_k}} (1-t_k)^2 \sec \beta_k = \psi_k \dots\dots\dots (14)$$

とおけば上式は次の如くなる。

$$H \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{\lambda \cos \alpha_k}{EF^0_k} + \frac{\lambda \cos \beta_k}{EF^{u_k}} \right) - \frac{1}{EJ_c} \sum_{k=1}^n \psi_k (\mathfrak{M}_k - h_k H) h_k \lambda = 0$$

故に、指標 i を復活し、

$$H_i = \frac{\sum_{k=1}^n \psi_k \mathfrak{M}_k h_k \lambda}{\sum_{k=1}^n \psi_k h_k^2 \lambda + \lambda J_c \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{\cos \alpha_k}{F^0_k} + \frac{\cos \beta_k}{F^{u_k}} \right)} \dots\dots\dots (15)$$

水平推力 H の影響線縦距は (15) 式に於て $i=1, 2, \dots, i, \dots, n$ とせる場合の $H_1, H_2, \dots, H_i, \dots, H_n$ である。言ひかへれば $i=1, 2, \dots, i, \dots, n$ とせる場合の H の變化が影響線縦距である故、數學の函數表示にならひ H の影響線を示すものとして時として $H(i)$ なる記號を用ふる事とする。

(15) 式の分子を取り出して考ふるに、相反作用の定理

$$\mathfrak{M}_{ki} = \mathfrak{M}_{ik}$$

により;

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \psi_k \mathfrak{M}_{ki} h_k \lambda &= \mathfrak{M}_{i1} \psi_1 h_1 \lambda + \mathfrak{M}_{i2} \psi_2 h_2 \lambda + \dots + \mathfrak{M}_{in} \psi_n h_n \lambda \\ &= \mathfrak{M}_{i1} \psi_1 h_1 \lambda + \mathfrak{M}_{i2} \psi_2 h_2 \lambda + \dots + \mathfrak{M}_{in} \psi_n h_n \lambda \end{aligned}$$

従つて水平推力 H の影響線縦距は次式で與へられる。

$$H(i) = \frac{\mathfrak{M}_{i_1} \cdot \psi_1 h_1 \lambda + \mathfrak{M}_{i_2} \cdot \psi_2 h_2 \lambda + \dots + \mathfrak{M}_{i_n} \cdot \psi_n h_n \lambda}{\sum_{k=1}^n \psi_k h^2 k \lambda + \lambda J_0 \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{\cos \alpha_k}{F^0_k} + \frac{\cos \beta_k}{F^{u_k}} \right)} \dots \dots \dots (16)$$

(16) 式の如く書き替へた所には意味があるのである。本式の分子に於ける $\mathfrak{M}_{i_1}, \mathfrak{M}_{i_2}, \dots, \mathfrak{M}_{i_n}$ は i 點に關する單純梁としての曲げモーメントの影響線縦距と考へられる故 (16) 式の分子は荷重 $\psi_1 h_1 \lambda, \psi_2 h_2 \lambda, \dots, \psi_n h_n \lambda$ なる i 點の曲げモーメントである。従つてローゼ桁の水平推力 H の影響線は之等荷重に依る各點の曲げモーメント即ち曲げモーメント圖を算出すれば、之を (16) 式の分母で除する事に依り簡単に得られる事となる。

次に特殊のローゼ桁に對して更に考察を進める事にして、今下弦材が殆ど水平と見做され其斷面一定なるローゼ桁の上弦材の拱頂に於る斷面の慣性モーメントを基準にとり之を J^0 とし、更に上弦材の慣性モーメントが次の如き變化をするものと假定しよう。

$$J^0_k = J^0 \sec \alpha_k$$

下弦材の慣性モーメント J^{u_k} は一定板 J^0 に對し次の如き常數 s を撰定する事が出来る。

$$J^{u_k} = (s-1) J^0$$

即ち

$$\left. \begin{aligned} \beta_k &= 0 \\ J^{u_k} &= (s-1) J^0 \\ J^0_k &= J^0 \sec \alpha_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

なるローゼ桁を考察の對照とすれば

$$O'_k = \lambda \quad u'_k = \frac{s}{s-1}$$

である故

$$\frac{l'_k}{u'_k} = s \text{ (一定)}$$

従つて (10) 式に依り

$$t_1 = t_2 = \dots = t_n = \frac{1}{s}$$

更に (14) 式に基いて ψ_k を計算すれば、

$$\psi_k = \frac{1}{s}$$

∴ (16) 式より次式が得られる。

$$H(i) = \frac{\mathfrak{M}_{i_1} \cdot h_1 \lambda + \mathfrak{M}_{i_2} \cdot h_2 \lambda + \dots + \mathfrak{M}_{i_n} \cdot h_n \lambda}{\sum_{k=1}^n h^2 k \lambda + s \lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{J^0}{F^0_k} \cos \alpha_k + \frac{J^0}{F^{u_k}} \right)} \dots \dots \dots (18)$$

更に拱頂に於る弦材の斷面積を F^0 とし

$$\left. \begin{aligned} F^0_k &= F^0 \sec \alpha_k \\ F^{u_k} &= F^0 \text{ (一定)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

なる條件を追加すれば (18) 式は；

$$H(i) = \frac{\sum_{k=1}^n m_{ik} \cdot h_k \lambda + s \lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{J_c^0}{F_c^0} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c^0}{F u_c^0} \right)}{\sum_{k=1}^n h_k^2 \lambda + s \lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{J_c^0}{F_c^0} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c^0}{F u_c^0} \right)} \dots (20)$$

本式の $\sum_{k=1}^n h_k^2 \lambda$ なる項は若し吊材の間隔が相當細かい時は近似的に次の如き取扱ひをする事が出来る。

$$\sum_{k=1}^n h_k^2 \lambda \doteq \int_0^L y^2 dx$$

但し y は構の高さ h に相當する (圖-2 参照)。又 (20) 或は (18) 式の分子は荷重 $h_1 \lambda, h_2 \lambda, \dots, h_n \lambda$ に依る i 點の單純梁としての曲げモーメントであるが、(i を流通座標 x におき代へて) 之等は分布荷重 $y(x)$ に依る x 點 (即ち i 點) の曲げモーメントと考へられる。従つて簡単な計算に依り、

$$\sum_{k=1}^n m_{ik} h_k \lambda \doteq \int_0^x \xi \left(1 - \frac{x}{L}\right) y(\xi) d\xi + \int_x^L x \left(1 - \frac{\xi}{L}\right) y(\xi) d\xi$$

故に (20) 式は近似的に次式と同等と考へる事が出来る。

$$H(x) = \frac{\int_0^x \xi \left(1 - \frac{x}{L}\right) y(\xi) d\xi + \int_x^L x \left(1 - \frac{\xi}{L}\right) y(\xi) d\xi}{\int_0^L y^2(\xi) d\xi + s \lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{J_c^0}{F_c^0} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c^0}{F u_c^0} \right)} \dots (21)$$

今ローゼ桁の上弦材の拱軸線が拋物線なる場合に於ては、

$$y(x) = \frac{4f}{L^2} x(L-x)$$

として、之を (21) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} & \int_0^x \xi \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot \frac{4f}{L^2} \xi(L-\xi) d\xi + \int_x^L x \left(1 - \frac{\xi}{L}\right) \cdot \frac{4f}{L^2} \xi(L-\xi) d\xi \\ &= \frac{L^2 f}{3} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^4 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \left(\frac{x}{L}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$\text{又} \quad \int_0^L y^2(\xi) d\xi = \frac{16f^2}{L^4} \int_0^L \xi^2(L-\xi)^2 d\xi = \frac{8}{15} L f^2$$

である故

$$H(x) = \frac{\frac{5L}{8f} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^4 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \left(\frac{x}{L}\right) \right\}}{1 + s \frac{15\lambda}{8f^2 L} \sum_{k=1}^{n+1} \left(\frac{J_c^0}{F_c^0} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c^0}{F u_c^0} \right)} \dots (22)$$

3. 吊材應力

圖-3 に示す如く上弦格點 k の直ぐ右側に於て上弦材に直接作用する剪力を Q_k^0 とし、下弦格點 h の直ぐ右側に於て下弦材に直接作用する剪力を Q_k^u とする。更に圖-4 の如くローゼ桁を上下二部分に分ち、吊材應力等に基く上弦材の格點 k に於る單純梁曲げモーメントを假に m_k^0 で示す事にすれば次の關係が成立する。

$$m_{k+1}^0 = m_k^0 + \lambda Q_k^0,$$

又

$$M_{k,\xi}^0 = m_k^0 - H_i y_k^0$$

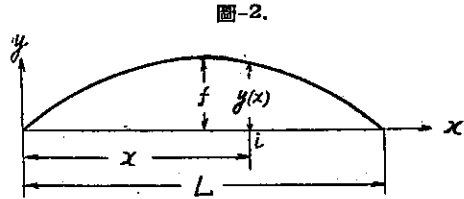


圖-3.

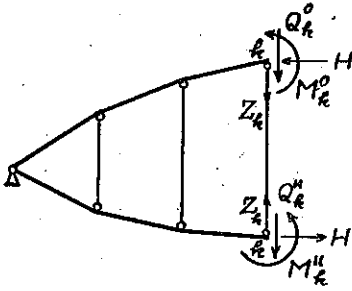
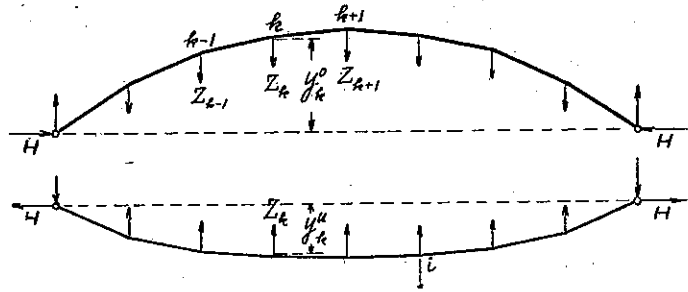


圖-4.



なる関係がある故

$$\lambda Q_{k,t}^0 = M_{k+1,t}^0 - M_{k,t}^0 + H_i (y_{k+1}^0 - y_k^0)$$

しかるに (12) 式により

$$M_{k+1,t}^0 = t_{k+1} (\mathfrak{M}_{k+1,t} - h_{k+1} H_i)$$

$$M_{k,t}^0 = t_k (\mathfrak{M}_{k,t} - h_k H_i)$$

今局部的に次式

$$t_k \doteq t_{k+1}$$

が成立するものとして之等の関係を代入すれば

$$\lambda Q_{k,t}^0 = t_k (\mathfrak{M}_{k+1,t} - \mathfrak{M}_{k,t}) - t_k (h_{k+1} - h_k) H_i + (y_{k+1}^0 - y_k^0) H_i$$

が得られるが、更に下弦材が殆ど水平なりと假定すれば

$$h_{k+1} - h_k \doteq y_{k+1}^0 - y_k^0$$

である故

$$\lambda Q_{k,t}^0 = t_k (\mathfrak{M}_{k+1,t} - \mathfrak{M}_{k,t}) + (1 - t_k) (h_{k+1} - h_k) H_i$$

$$\therefore Q_{k,t}^0 = t_k \frac{\mathfrak{M}_{k+1,t} - \mathfrak{M}_{k,t}}{\lambda} + (1 - t_k) \frac{h_{k+1} - h_k}{\lambda} H_i \dots \dots \dots (23, a)$$

次に格点 k に於て下弦材に直接作用する垂直荷重及び吊材應力の k 點に對する單純梁モーメントを假に m_k^u で示す事にすれば、

$$m_{k+1}^u = m_k^u + \lambda Q_{k,t}^u$$

又

$$M_{k,t}^u = m_k^u - H_i y_k^u$$

更に下弦材は殆ど水平なりとし且局部的に

$$t_k \doteq t_{k+1}$$

が成立つとすれば (12) 式に依り結局次式を得。

$$Q_{k,t}^u = (1 - t_k) \frac{\mathfrak{M}_{k+1,t} - \mathfrak{M}_{k,t}}{\lambda} - (1 - t_k) \frac{h_{k+1} - h_k}{\lambda} H_i \dots \dots \dots (23, b)$$

格点 k に於る吊材の應力を Z_k とすれば、

$$Z_k = Q_{k-1}^0 - Q_k^0$$

なる関係が存在する故 (23, a) 式により

$$Z_{k,t} \doteq t_k \frac{-\mathfrak{M}_{k+1,t} + 2\mathfrak{M}_{k,t} - \mathfrak{M}_{k-1,t}}{\lambda} + (1 - t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_i$$

が得られるが、本式を導くに當つては前述の如く下弦材は殆ど水平なりとし且局部的に

$$t_{k-1} \doteq t_k \doteq t_{k+1}$$

が成立するものと假定して居る。上式中 $M_{k,t}$ は支間 $(n+1)\lambda$ の単純梁としての曲げモーメントである故周知の如く

$$\left. \begin{aligned} k < i & \quad M_{k,t} = \frac{(n+1-i)k}{n+1} \lambda \\ k = i & \quad M_{k,t} = \frac{(n+1-i)i}{n+1} \lambda \\ k > i & \quad M_{k,t} = \frac{(n+1-k)i}{n+1} \lambda \end{aligned} \right\}$$

なる関係がある故次の関係が存在する事を簡単に確める事が出来る。

$$\left. \begin{aligned} k=i \text{ に対して,} & \quad -M_{i+1,t} + M_{i,t} - M_{i-1,t} = \lambda \\ k \neq i \text{ " } & \quad -M_{k+1,t} + M_{k,t} - M_{k-1,t} = 0 \end{aligned} \right\}$$

従つて、

$$\begin{aligned} k=i \text{ に対して,} & \quad Z_{k,t} = t_k + (1-t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_t \\ k \neq i \text{ " } & \quad Z_{k,t} = (1-t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_t \end{aligned}$$

更にクロネツカー (Kronecker) の記號 $\delta_{k,t}$ を想起すれば、 $\delta_{k,t}$ は

$$\begin{aligned} k=i \text{ に対して,} & \quad \delta_{k,t} = 1 \\ k \neq i \text{ " } & \quad \delta_{k,t} = 0 \end{aligned}$$

と想定せるものである故之を利用すれば、吊材應力 Z は次の如き簡単な形で與へられる。

$$Z_{k,t} = t_k \delta_{k,t} + (1-t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_t \dots \dots \dots (24)$$

(24) 式に依り吊材應力は水平推力 H 、構の形 h_k 及び方列 t の元素とより簡単に算出せらるゝ事を知る。格點 k に於る吊材應力 Z_k の影響線は $k \neq i$ の部分に於ては水平推力 H の影響線に係數

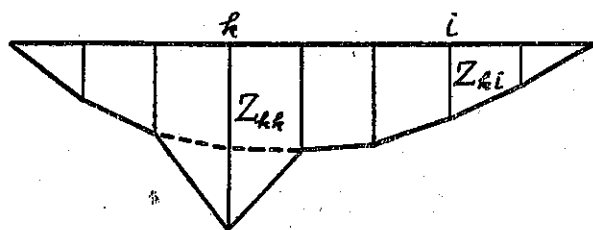
$$(1-t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda}$$

を乗じたものであり、 $k=i$ の部分即ち吊材の直下の格點 k に載荷せられる時は之に更に t_k を加へたものである。従つて其大體の形は圖-5 に示す如く H の影響線の形に突起を附したものとなる。しかして H の影響線は通常拋物線に近いのであるから本圖も大體拋物線

状となるのが普通である。圖-5 に依り下弦材の所謂荷重の傳達作用が窺はれる。即ち格點 k 以外の格點 i に載荷せられた單位荷重は Z_{ki} に対し圖に示す如き $Z_{k,i}$ に相當する影響を與へるわけであるが、—タイド・アーチの吊材では後述の如く $Z_{k,i} = 0$ ；即ち荷重の傳達は行はれない—格點 k を遠ざかるに従ひ其影響は大體拋物線状に減少して行くのである。(24) 式の第 2 項には h_k

圖-5.

Z_k -影響線



の項が含まれてる故、構の形も亦この荷重の傳達作用に影響を有する事となる。次に格點 k に於る單位荷重は他の格點に載荷せられた場合と異り集中性を有し、直接吊材 h_k に負擔される量がモーメントの分配を支配せる方列 t の元素 t_k である事は興味深き點である。 t_k が小になれば格點 k に於る突起部分が小となる故、荷重の集中性が柔げられ、反對に $(1-t_k)$ は大となる故荷重の傳播性が大となるわけであつて、我々の常識によく一致する。

即ち方列 t が吊材應力に重大な關係を有するわけであるが、

タイド・アーチに對して; $t = E$ (單位方列), 即ち $t_k = 1$

ローゼ桁に對して; 兩者の中間, 即ち $0 < t_k < 1$

ランガー桁に對して; $t = 0$, 即ち $t_k = 0$

なる關係を想起すれば、タイド・アーチの場合には (24) 式に

$$t_k = 1$$

を代入すれば第 2 項が消失し

$$Z_{k,i} = \delta_{k,i} \dots \dots \dots (25)$$

$$\text{即ち } \left. \begin{array}{l} k=i \text{ に對して, } Z_{k,i} = 0 \\ k=i \text{ " " , } Z_{k,i} = 1 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (25')$$

となるが、之はローゼ桁と異り下弦材が荷重の傳達に關與しない事を語り、荷重は總て其格點に屬する吊材に懸る事となるが之等はタイド・アーチについて既に明らかな事である。又ランガー桁に對しては (24) 式に於て

$$t_k = 0$$

とおけば今回は第 1 項が消失し

$$Z_{k,i} = \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_i \dots \dots \dots (26)$$

となるが、此場合に於ては荷重は各吊材に傳達せられ荷重の集中性は認められない。

従つて吊材應力については、ランガー桁とタイド・アーチは全く異つた性質を有するわけであるが、ローゼ桁ではこの兩極限の性質を合せ有するのであつて、其程度を示すものは方列 t である。

しかして

$$t = \frac{u}{u+v}$$

が示す如く t は弦材の換算長に支配せられる故結局弦材の換算長が吊材應力に對しても重大な關係を有するのである。しかして近似的には既に述べた如く

$$t_k \doteq \frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}}$$

である故之を (24) 式に代入すれば

$$Z_{k,i} \doteq \frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} \delta_{k,i} + \frac{O'_k + O'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} [-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}] \frac{H_i}{\lambda} \dots \dots \dots (27)$$

が得られるが t_k に對する前記の如き近似は兩端に近い格點に對しては多少の狂ひがある故 (27) 式は兩端に近い吊材に對しては其近似性が多少劣るものと推定せられる。

更に上弦材の拱軸線が拋物線の場合につき考へを進める事にする。圖-2 に示す如き座標系に對し、拋物線の式を

$$y = \frac{4f}{L^2} x(L-x)$$

とすれば

$$x = k\lambda \text{ に対し, } y = h_k = \frac{4f}{L^2} k\lambda (L - k\lambda)$$

であり又

$$L = (n+1)\lambda$$

である故

$$h_{k+1} = \frac{4f}{L^2} (k+1)(n-k)\lambda^2$$

$$h_k = \frac{4f}{L^2} k(n+1-k)\lambda^2$$

$$h_{k-1} = \frac{4f}{L^2} (k-1)(n-k+2)\lambda^2$$

$$\therefore -h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1} = \frac{8f}{L^2} \lambda^2$$

(24), (27) 式に代入して;

$$Z_{k,i} = t_k \cdot \delta_{k,i} + \frac{8f\lambda}{L^2} (1-t_k) H_i \dots\dots\dots (28)$$

$$Z_{k,i} = \frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} \delta_{k,i} + \frac{8f\lambda}{L^2} \frac{O'_k + O'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} H_i \dots\dots\dots (29)$$

従つて上弦材の拱軸線が拋物線をなすランガー桁の吊材應力を與へる式は (28) 式より次の如き簡単な形となる。

$$Z_{k,i} = \frac{8f\lambda}{L^2} H_i \dots\dots\dots (30)$$

又更に拱軸線が拋物線をなし且 (17) 式が成立する場合に於ては,

$$Z_{k,i} = \frac{1}{s} \delta_{k,i} + \frac{8f\lambda}{L^2} \left(1 - \frac{1}{s}\right) H_i \dots\dots\dots (31)$$

しかして (31) 式の係数 $\frac{1}{s}$ 及び $\frac{8f\lambda}{L^2} \left(1 - \frac{1}{s}\right)$ は格點 k に無関係である。従つて (31) 式で與へられる Z の影響線の圍む面積は格點 k の位置に關せず一定と見做される故に、各吊材の應力はこの場合先づ格點の位置に關せず一定値と考へて差支へない。

又 (28) 式の場合に於ても、 t_k の變動は中央格點附近ではあまり著しくないのが通常である故兩端を除けば吊材應力の値は大體に於て一定と考へて差支へない様である。

最後に上弦格點荷重に對する吊材應力は、

$$Z_{k,i} = Q^0_{k-1,i} - Q^0_{k,i} - \delta_{k,i}$$

で與へられるが (23, a) 式を代入し且局部的に

$$t_{k+1} = t_k = t_{k-1}$$

が成立するとせば、下弦材が殆ど水平なるローゼ桁の吊材應力は、

$$Z_{k,i} = (t_k - 1) \delta_{k,i} + (1 - t_k) \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_i \dots\dots\dots (32)$$

である。しかして

$$\left. \begin{array}{l} \text{タイド・アーチに對しては, } Z_{k,i} = 0 \\ \text{ランガー 桁 " } Z_{k,i} = -\delta_{k,i} + \frac{-h_{k+1} + 2h_k - h_{k-1}}{\lambda} H_i \end{array} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

となる。

以上は總て在來考へられてる假定の下に吊材應力を考へたのであるが、其大體の傾向は之で窺はれる事と信ずるものである。

4. 結 語

以上述べた所に依り (I) に依つて規定せらるゝ方列 θ ——實際の計算は (8) の形式で行ふ——を用ふれば、格點モーメント、水平推力、及び吊材應力等が極めて簡単な式で表はし得るばかりでなく、この方列 θ がローゼ桁のタイド・アーチとランガー桁との中間性は代表する事を知るのである。

従來はランガー桁或はタイド・アーチに比しローゼ桁の利用率はあまり大でなかつた様であるが、ローゼ桁は上記の如く前二者の中間的構造物である爲其等の缺點を或程度補ふ構造物とも考へられるのである。即ちランガー桁は其上弦材が脆弱すぎる虞があるのに對し、タイド・アーチは上弦材が重すぎるとも稱し得られ、又一般にタイド・アーチの床組の取付附近の構造は相當複雑であるが、之に反しローゼ桁の床部の取付は比較的簡單となし得る利點がある。更にランガー桁或はタイド・アーチの上弦材と下弦材は部材の性質が多少異なるのである故其兩端に於る結合には相當苦心を要するわけであるが、ローゼ桁に於ては上下兩弦材は同性質の部材である爲其結合は前二者に比し相當簡略となし得るものとも考へられる。又ローゼ桁の弦材に對する横溝の取付も容易となる事と信ぜられる。しかして又ローゼ桁の計算は前記の方列 θ を仲介として之を行へば既に述べた如く其手数はランガー桁或はタイド・アーチと何等異なる點が無く又其計算精度も實用上許し得る範圍にある事を想へば、ローゼ桁は今後相當使用せられてしかるべき橋梁型式と信ずるものである。

尙本文に於てはローゼ桁につき述べたのであるが、他のローゼ系構造物についても大體同様である。