

溢流横堰の分水量決定に就て

(昭和 16 年 10 月 31 日第 3 回年次學術講演會に於て)

正會員 溝 江 昇*

要 旨 溢流横堰よりの分水量は本流の總流量又は等速定流に相當する水深、水路並に堰の構造上の諸要素例へば水路横断面の形狀、大き、壁の性質、水路底の勾配、堰頂の性質と高さ、堰長等に従つて異なるものであるが本研究に於てはかゝる溢流横堰の分水量算定式を不等速定流の一般基本式に立脚し、諸要素を入れて理論的に誘導し、且つ分水量に關聯する各要素間の關係を検討し、更に進んでかゝる理論的結果を實驗水路に於ける實驗結果と比較せむとするものである。

1. 溢流横堰の分水量式の理論的誘導

本研究に於ては溢流横堰の分水量を理論的に誘導するにあたり次の諸假定を設けた。

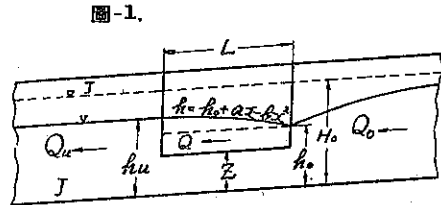
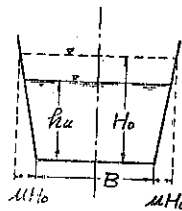
1. 堰頂は水路の底面と平行である。
2. 堰の下流端より下流の水路内に於ては水流は、等速定流をなすと假定する。之は嚴格に云へば等速定流をなさないけれども水路が充分長く、而も水路の總流量に較べて分水量が著しく大でない普通の場合にはこの假定は妥當であらう。
3. 先づ第一の場合として圖-1 の示す如く堰部の水路水面の縦断面形狀が拋物線をなすと假定し、次に第二の場合として之が直線をなすと假定した。

A. 堰部の水路内の水面の縦断面が拋物線をなすと假定する場合

圖-1 に於て堰の上流端の底點を直角座標系の原點とし、堰部の水面の縦断面形狀を次の曲線式を以て表はす：

$$h = h_0 + ax - bx^2 \dots \dots (1)$$

而して x 點を通過する横断面のところに次の Boussinesq の不等速定流の運動方程式を適用する



$$-J + \frac{dh}{dx} + \frac{1}{C^2 R^{2m}} v^3 + \frac{\alpha}{2g} \frac{dv^2}{dx} = 0 \dots \dots (2)$$

式中 J は底面勾配、 C は水路の流速係數、 h 、 R 及び v は夫々断面 x の水深、徑深及び平均断面流速であつて、 α は横断面の各點速度の分布及び方向に關聯する係數である。

今 v を表はすに Manning 式を以てすれば上式は次の如くなる

$$-J + \frac{dh}{dx} + \frac{1}{C^2 R^{4/3}} v^3 + \frac{\alpha}{2g} \frac{dv^3}{dx} = 0 \dots \dots (3)$$

他方堰の断面 x 迄の分水量は次式によつて表はされ得

* 工學士

$$Q_w = c \int_0^x (h-z)^{3/2} dx = c \int_0^x (h_0 - z + ax - bx^2)^{3/2} dx = c \int_0^x (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx \quad \dots\dots (4)$$

式中 c は堰の溢流係数を示し、 $z' = h_0 - z$ である。

更に断面 x の流量を Q 、水流の断面積を F 、分水前の総流量を Q_0 とすれば

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q_0}{F} - \frac{c}{F} \int_0^x (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx \quad \dots\dots (5)$$

次に水流の断面積、潤邊及び径深を指數式で表はせば

$$F = mh^\beta, \quad U = nh^\gamma, \quad R = \frac{F}{U} = \frac{m}{n} h^{\beta-\gamma}$$

等速定流の場合の之等要素 F_0, U_0 及び R_0 に對しては

$$F_0 = mH_0^\beta, \quad U_0 = nH_0^\gamma, \quad R_0 = \frac{m}{n} H_0^{\beta-\gamma}$$

故に
$$F = \left(\frac{h}{H_0}\right)^\beta F_0, \quad U = \left(\frac{h}{H_0}\right)^\gamma U_0, \quad R = \left(\frac{h}{H_0}\right)^{\beta-\gamma} R_0$$

従つて (5) 式は次の如くなる

$$v = \frac{Q_0}{\left(\frac{h}{H_0}\right)^\beta F_0} - \frac{c}{\left(\frac{h}{H_0}\right)^\beta F_0} \int_0^x (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx \quad \dots\dots (6)$$

於はこの關係を Boussinesq の微分方程式 (3) に入れて解けば複雑なる一般基本式が生れる (こゝには此の一般式と略す)。

この一般式に $x=0, Q_w=0$ なる條件を入れ、 $k_0 = \frac{h}{H_0}$ とすれば

$$a = \frac{J \left(1 - k_0^{-\frac{10}{3}\beta + \frac{4}{3}\gamma}\right) + \frac{c\alpha Q_0}{F_0^2 g} (H_0 k_0 - z)^{3/2} k_0^{-2\beta}}{1 - \frac{\alpha\beta Q_0^2}{F_0^2 g H_0} k_0^{-2\beta-1}} \quad \dots\dots (7)$$

又一般式に $x=L, h=h_u$ なる條件を入れるれば

$$\begin{aligned} & -J + a - 2bL + J \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-\frac{10}{3}\beta + \frac{4}{3}\gamma} - \frac{2cJ}{Q_0} \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-\frac{10}{3}\beta + \frac{4}{3}\gamma} \int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx \\ & + \frac{c^2 J}{Q_0^2} \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-\frac{10}{3}\beta + \frac{4}{3}\gamma} \left\{ \int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx \right\}^2 - \frac{\alpha\beta Q_0^2}{F_0^2 g H_0} (a - 2bL) \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-2\beta-1} \\ & + \frac{2c\alpha\beta Q_0}{F_0^2 g H_0} (a - 2bL) \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-2\beta-1} \int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx - \frac{c\alpha Q_0}{F_0^2 g} (z' + aL - bL^2)^{3/2} \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-2\beta} \\ & - \frac{c^2 \alpha \beta}{F_0^2 g H_0} (a - 2bL) \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-2\beta-1} \left\{ \int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx \right\}^2 \\ & + \frac{c^2 \alpha}{F_0^2 g} (z' + aL - bL^2)^{3/2} \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{-2\beta} \int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx = 0 \quad \dots\dots (8) \end{aligned}$$

尙第二の假定により堰の下流端に於て等速定流がはじまるとすれば

$$v_u = CR_u^{2/3} J^{1/2} = \frac{Q_0}{F_0} \left(\frac{h_u}{H_0}\right)^{\frac{2}{3}(\beta-\gamma)}$$

又 v_u は v の場合と同様に次式を以ても表はされる:

$$v_u = \frac{Q_0}{\left(\frac{hu}{H_0}\right)^\beta F_0} - \frac{c}{\left(\frac{hu}{H_0}\right)^\beta F_0} \int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx$$

之等兩式から v_u を消去して多少變形すれば次式となる：

$$\int_0^L (z' + ax - bx^2)^{3/2} dx = \frac{Q_0}{c} - \frac{Q_0}{c} \left(\frac{hu}{H_0}\right)^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma} \dots\dots\dots (9)$$

この關係式を $x=L$ の場合の一般式 (8) に入れ、且つ $hu = h_0 + aL - bL^2$, $z' = h_0 - z$ 及び $k_0 = h_0/H_0$ の諸關係を挿入すれば次の如く比較的簡單なる式となる

$$X \equiv a - 2bL - \frac{\alpha\beta Q_0^2}{F_0^2 g H_0} (a - 2bL) \left(k_0 + \frac{aL}{H_0} - \frac{bL^2}{H_0}\right)^{\frac{4}{3}\beta - \frac{4}{3}\gamma - 1} - \frac{\alpha\alpha Q_0}{F_0^2 g} (H_0 k_0 - z + aL - bL^2)^{3/2} \left(k_0 + \frac{aL}{H_0} - \frac{bL^2}{H_0}\right)^{-\frac{1}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

更に今一つの式として積分方程式 (9) を解けば

$$Y \equiv -\frac{a-2bL}{8b} (z' + aL - bL^2)^{3/2} + \frac{\alpha}{8b} z'^{3/2} - \frac{3(\alpha^2 + 4z'b)}{64b^{5/2}} \left[(a-2bL) \sqrt{b(z' + aL - bL^2)} - a\sqrt{bz'} \right] + \frac{\alpha^2 + 4z'b}{2} \left\{ \sin^{-1} \frac{a-2bL}{\sqrt{\alpha^2 + 4z'b}} - \sin^{-1} \frac{a}{\sqrt{\alpha^2 + 4z'b}} \right\} - \frac{Q_0}{c} + \frac{Q_0}{c} \left(\frac{h_0}{H_0} + \frac{aL}{H_0} - \frac{bL^2}{H_0}\right)^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

結局問題は (7), (10) 及び (11) の 3 式を聯立に解いて a, b 及び k_0 の 3 値を求めて、然る後次式に之等の値を入れて h_0, hu 又は Q_w を見出すこととなる：

$$h_0 = H_0 k_0, \quad hu = H_0 k_0 + aL - bL^2, \quad Q_w = Q_0 - Q_0 \left(k_0 + \frac{aL}{H_0} - \frac{bL^2}{H_0}\right)^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma}$$

而して (7), (10) 及び (11) の 3 式を聯立に解くには圖式解法を用ふれば便利である。即ち (7) 式から圖-2 の示す如き $(a-k_0)$ 曲線を描き、この曲線を利用して (10) 式より圖-3 の $(b-X)$ 曲線を、又 (11) 式によつて圖-4 の $(b-Y)$ 曲線を夫々描き、以て $(b-X)$ 曲線が b 軸を截る b 値と、 $(b-Y)$ 曲線が b 軸を截る b 値とが等しくなる様な a, k_0 値を見出せばよい。

圖-2.

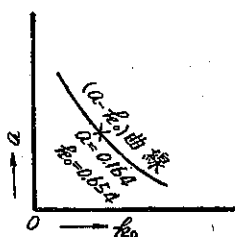


圖-3.

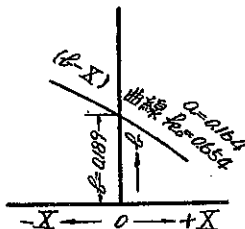
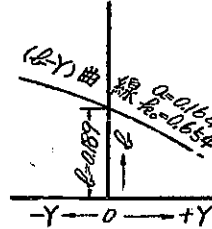


圖-4.



堰の上流端の水面降下が大でない時には水流の堰部の水面形を曲線でなく直線と假定しても差支へないことは本實驗も示す通りであるが、實際の普通の場合にはこの方法を用ひて支障ない。

B. 堰部の水路面の水面の縦断面が直線をなすと假定する場合

直線の場合には $h = h_0 + px$ であるから、 Q_w 及び v は夫々次の様になる

$$Q_w = c \int_0^w (h-z)^{3/2} dx = \frac{2c}{5p} (z' + px)^{5/2} - \frac{2c}{5p} z'^{5/2} \dots\dots\dots (12)$$

$$v = \frac{Q_0}{\left(\frac{h}{H_0}\right)^\beta F_0} - \frac{2C}{5p \left(\frac{h}{H_0}\right)^\beta F_0} \{(z' + px)^{5/2} - z'^{5/2}\}$$

A の場合と同様之を Boussinesq の不等速定流の微分方程式に入れて、更に $\frac{dh}{dx} = p$, $x=0$, $h=h_0=H_0k_0$ とすれば次の p 式が得られる:

$$p = \frac{-F_0^2 g H_0 J + F_0^2 g H_0 J k_0^{-\frac{10}{3}\beta + \frac{4}{3}\gamma} - \alpha c H_0 Q_0 (h_0 - z)^{3/2} k_0^{-2\beta}}{\alpha \beta Q_0^2 k_0^{-2\beta - 1} - F_0^2 g H_0} \dots (13)$$

又堰の下流端に於て等速定流がはじまるとすれば A の場合と同方法により次の p 式が見出される:

$$p = \frac{Q_0 - cL(h_0 - z)^{3/2} - Q_0 k_0^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma}}{\left(\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma\right) H_0^{-1} L Q_0 k_0^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma - 1} + \frac{3}{4} c L^2 (h_0 - z)^{1/2}} \dots (14)$$

之等兩式から p を消去して多少變形すれば次の M 式即ち k_0 式が見出される。この式から k_0 値を見出して、

(13) 又は (14) 式により p 値を算出すれば (12) 式を用ひて Q_w の値が算定されることが出来る

$$\begin{aligned} M \equiv & \Phi_1 k_0^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma} + \Phi_2 \left(1 - \frac{z}{H_0 k_0}\right)^{3/2} k_0^{3/2} + \Phi_3 k_0^{\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma - 1} + \Phi_4 \left(1 - \frac{z}{H_0 k_0}\right)^{1/2} k_0^{1/2} - \Phi_5 \\ & + \Phi_6 \left(1 - \frac{z}{H_0 k_0}\right)^{5/2} k_0^{-\frac{1}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma + \frac{1}{2}} + \Phi_7 \left(1 - \frac{z}{H_0 k_0}\right)^2 k_0^{-2\beta + 2} - \Phi_8 k_0^{-\frac{1}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma - 1} \\ & - \Phi_9 \left(1 - \frac{z}{H_0 k_0}\right)^{3/2} k_0^{-2\beta + 1/2} - \Phi_{10} k_0^{-\frac{5}{3}\beta + \frac{2}{3}\gamma - 1} - \Phi_{11} \left(1 - \frac{z}{H_0 k_0}\right)^{1/2} k_0^{-\frac{10}{3}\beta + \frac{4}{3}\gamma + \frac{1}{2}} + \Phi_{12} k_0^{-2\beta} - 1 \\ & = 0 \dots (15) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= F_0^2 g H_0 Q_0, & \Phi_6 &= F_0^2 g H_0 Q_0 = \Phi_{11}, & \Phi_8 &= \alpha \beta c H_0^{5/2} L Q_0^2 \\ \Phi_2 &= c F_0^2 g H_0^{5/2} L, & \Phi_9 &= \left(\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma\right) \gamma \alpha c H_0^{3/2} L Q_0^2, & \Phi_{10} &= \left(\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma\right) F_0^2 g H_0 J L Q_0 = \Phi_4 \\ \Phi_3 &= \left(\frac{5}{3}\beta - \frac{2}{3}\gamma\right) F_0^2 g J L Q_0, & \Phi_7 &= \frac{3}{4} \alpha c^2 H_0^3 J^2 Q_0, & \Phi_{11} &= \frac{3}{4} c F_0^2 g H_0^{3/2} J L^2 = \Phi_4 \\ \Phi_4 &= \frac{3}{4} c F_0^2 g H_0^{3/2} J L^2, & \Phi_5 &= \alpha \beta Q_0^3, & \Phi_{12} &= \alpha \beta Q_0^3 = \Phi_5 \end{aligned}$$

2. 各要素の分水量に及ぼす影響

先づ次の諸値が與へれたる場合の M 式即ち k_0 式を作る、即ち梯形水路、底幅 $b=1$ m, 側法 $\mu=0.2$, 底勾配 $J=0.001$, Manning 式の流速係數 $C=77$, $\alpha=1.1$, 堰の溢流係數 $c=2$, 堰高 $z=0.2$ m, 堰長 $L=0.4$ m 及び水路の總流量 $Q_0=0.4$ m³/sec。

上記の資料を用ひて計算すれば $H_0=0.398$ m, $F_0=0.430$ m², $\beta=1.041$ 及び $\gamma=0.286$ となる。之等の數値を M 式 (15) に入れば次式が生れる

$$\begin{aligned} M \equiv & k_0^{4.626} + 0.5021 \left(1 - \frac{0.5025}{k_0}\right)^{3/2} k_0^{4.562} + 0.0017 k_0^{3.6} + 0.0003 \left(1 - \frac{0.5025}{k_0}\right)^{1/2} k_0^{3.582} \\ & - k_0^{3.082} + 0.1891 \left(1 - \frac{0.5025}{k_0}\right)^{3/2} k_0^{3.044} + 0.0461 \left(1 - \frac{0.5025}{k_0}\right)^2 k_0^2 - (1.2538 k_0^{1.544} \\ & - 0.1274 \left(1 - \frac{0.5025}{k_0}\right)^{3/2} k_0^{1.5} - 0.0017 k_0^{0.538} - 0.0003 \left(1 - \frac{0.5025}{k_0}\right)^{1/2} k_0^{0.498} + 0.2538 = 0 \end{aligned}$$

次にこの式から直接 k_0 の近似値を見出すには括弧内を展開して第三項迄を採つて多項式を作り、之を近似的に k_0 の5次式にまとめ、然る後先づ Euclid の連除法を行ふて Sturm 函數列を作り正根の存在する限界を求め、次に Horner の方法により、その限界内に於て k_0 の正根を見出す。然し之は近似値であるから、この値を参考として圖式(圖-5)により k_0 の一層正確なる値を見出さねばならぬ。かくして $k_0=0.862$ が見出された。この k_0 値を(14)式に入れば $p=0.0583$ となる故

$$h_u = h_0 + pL = H_0 k_0 + pL = 0.862 \times 0.398 + 0.0583 \times 0.4 = 0.366 \text{ m}$$

この値を Q_w 式(12)に入れば

$$Q_w = 0.0480 \text{ m}^3/\text{sec} \text{ の結果が得られる。}$$

上記の方法を種々の堰長 L に対して施し夫々 Q_w 値を見出し、以て L と Q_w/Q_0 とを夫々直角座標に採つて圖示すれば(圖-6)、堰長と分水量との関係が明かとなり、又種々の k_0 値に対して Q_w を算出して、之を圖-7の示す如く圖上に表せば堰高と分水量との関係が瞭然となる。

圖-5.

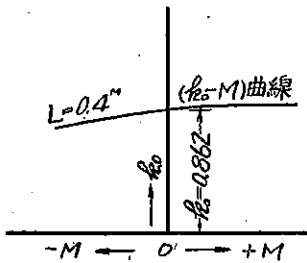


圖-6.

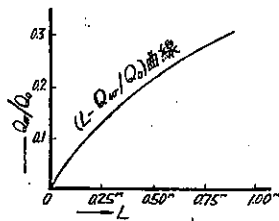
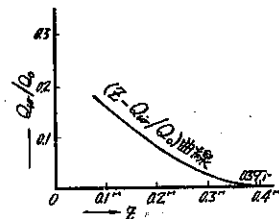


圖-7.



その他次の如き實用上便利なる種々の曲線を描くこともできる。即ち $(h_0 - Q_w)$ 曲線, $(h_u - Q_w)$ 曲線, $(h_0 - Q_0)$ 曲線, $(h_u - Q_0)$ 曲線, $(Q_0 - Q_w)$ 曲線, $(H_0 - Q_w)$ 曲線等。

3. 實驗的研究

實驗設備としては全長 21.60 m, 底幅 0.3 m の木製矩形水路を作り底勾配を 1/1000 に保ち、その中間に於て水路側に幅 0.5 m, 長さ 1.8 m の室を設けて、その水路と室との間に溢流堰の設備を施した。水路の水面の形状を見るには、その中心線に沿ふて適當の 11 個所の底部に鉛直小孔を穿ち、之を鐵管とゴム管とにより水位測定盤に連絡せしめた。水位差を見るには U 字ガラス管を用ひ、その差を擴大する爲め橄欖油を用ひ水及び油の温度のその比重に及ぼす影響を考慮に入ることとした。なほ水路並に堰の流量は共に量水柵によつて量られた。この水路を用ひて Manning 式の流速係數 C を決定せし所、その平均値は cm 単位にては 469, m 単位によれば 101.0 となつた。更に別に設けられた水槽を用ひて鍍銀板堰による次式の溢流係數を定めしところその平均値 1812 が得られた:

$$Q_w = cL \left\{ \left(H + \frac{v^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{v^2}{2g} \right)^{3/2} \right\}$$

本實驗の結果に就ては他日精しく述ぶべきも、之を理論的計算の結果と較ぶれば分水量に就ての差は大體 10% 以内に納まり、殊に溢流水頭が小で、流れが穩かなる場合に於てこの差は小である。なほ堰高に較べて溢流水頭が比較的小的时候には溢流水頭に於ても、亦水面勾配に於ても両者が非常によく一致してゐるのを認める、たゞ溢流水頭が大なるときは平均溢流水頭は大體似て居れども水面勾配に於て理論的のものの方が幾分急である。次に

水面形状に就て見れば溢流水頭が堰高に較べて大で、而も堰長が比較的小的时候にはその形状は曲線を爲せども、普通の場合には直線をなすと見て差支へないやうである。

要するに分水量が本流の流量に對し著しく大ならざる限り本研究の理論式を實際に用ふるも妥當であると思はれる。

倒 L 型式護岸工法に就て

(昭和 16 年 10 月 31 日第 3 回年次學術講演會に於て)

正會員 倉 島 一 夫*

准會員 穴 釜 正 吉**

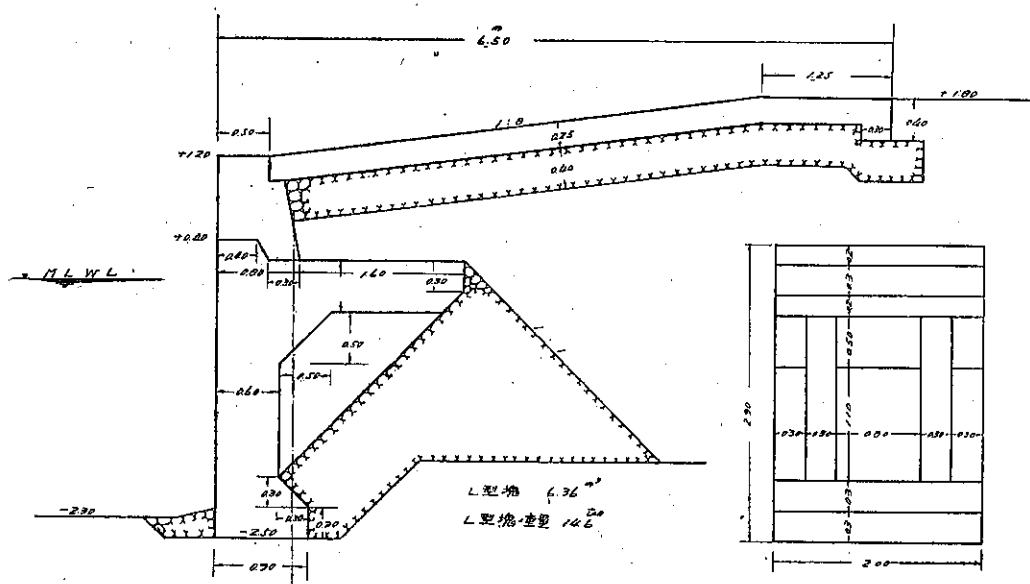
1. 緒 言

倒 L 型式護岸は従來の護岸工法に用ひられてきた L 型塊を丁度倒にした形の護岸工法にして、其の構造上殆んど鐵筋を必要とせず普通の塊積護岸に比してコンクリート量少く施行も比較的簡單にして、相當の支持力ある地盤に對しては最も適當せる護岸工法と思考せられるので其の概略を説明紹介し各位の參考に供する次第である。

2. 構造、特異點及び他の護岸構造との工費比較

(i) 構造及び施行 本例は圖-1 に示す如く護岸の主體は倒の L 型にして普通の塊積護岸と全く同様基礎面上に倒 L 型を設置して裏込をなし、前面及び上面にコンクリートを施行して出來上るもので L 型及び護岸各部の

圖-1.



* 工學士 北海道廳技師 小椋土木現業所

** 工學士 北海道廳技師 " "