

# 弾性基礎上の梁

准會員 三 澤 浩\*

要 旨 一般に弾性基礎上の梁を、聯立一次方程式により解決せんと試みたものである。

## 1. 緒 言

河川の堤防をくぐる樋管、閘門及水門等の基礎床版の計算に當つて、地盤を弾性體と假定したとき、荷重、断面及地盤の弾性係数が變化しても、聯立一次方程式を解くことにより、其の應力を求めることが出来ることを示し、併せて其の計算例を附加した。尙次の章の前半は周知の式であるが、符號の關係上再録した。

## 2. 弾性基礎上の梁の方程式

直線狀の梁が弾性基礎上に水平に横たはり、任意の垂直な集中荷重  $P_1, P_2, P_3$  等、及分布荷重  $w$  を受けて、力  $q$  を生じた場合に、載荷前の梁の軸を  $X$  に取つて、其上の任意の一點を原点として、 $X$  軸に垂直に  $y$  軸を設ける。

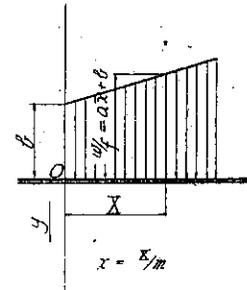
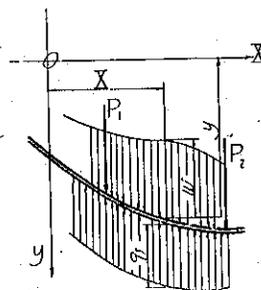
圖-1 に於て  $f$  を地盤の弾性係数とすれば、反力強度  $q$  は垂直方向の變位  $y$  に比例して、次式で表はされる。

$$q = fy \dots \dots \dots (1)$$

圖-1.

圖-2.

梁の奥行を單位長とすると、任意の點の曲げモーメントと、弾性曲線との間には、普通の梁と同様に次の關係がある。



$$M = -EI \frac{d^2 y}{dX^2} \dots \dots \dots (2)$$

但  $M$  = 梁の曲げモーメント

$E$  = 梁の材料の弾性係數

$I$  = 梁の慣性モーメント

(2) 式を 2 回微分して、更に一般的な關係を求むれば

$$\frac{d^2 M}{dX^2} = -EI \frac{d^4 y}{dX^4} \dots \dots \dots (3)$$

梁の剪斷力を  $Q$  とすれば、 $Q$  と  $M$  との間には次の關係がある。

$$\frac{d^2 M}{dX^2} = \frac{dQ}{dX} \dots \dots \dots (4)$$

$Q_0$  を  $X=0$  點の剪斷力とすれば

$$Q = Q_0 - \sum_0^X [P] + \int_0^X (q-w) dX$$

$$\frac{dQ}{dX} = q-w = fy-w \dots \dots \dots (5)$$

従つて (3), (4), (5) 式より次の關係を得る。

\* 内務技手 内務省江戸川水門事務所

$$EI \frac{d^4 y}{dX^4} + fy = w \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{今 } \left. \begin{aligned} m &= \sqrt{\frac{4EI}{f}} \\ x &= \frac{X}{m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

とおけば

$$\frac{d^4 y}{dX^4} = \frac{1}{m^4} \frac{d^4 y}{dx^4} \dots\dots\dots (8)$$

となるから (6) 式は次の如く書くことが出来る。

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4y = \frac{4w}{f} \dots\dots\dots (9)$$

圖-2 の如く分布荷重が直線變化をなすものに於ては、 $\frac{w}{f} = ax + b$  とおいて

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4y = 4(ax + b) \dots\dots\dots (10)$$

(10) 式を以て本文の根本の方程式とする。之が解を求むるに當つては、右邊を省いた式即ち

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4y = 0 \dots\dots\dots (11)$$

の一般解は既に

$$y = \frac{1}{2} \{ (A_1 e^{ax} + A_2 e^{-ax}) \cos x + (A_3 e^{ax} + A_4 e^{-ax}) \sin x \} \dots\dots\dots (12)$$

で與へられてゐる。但し  $A_1, A_2$  等は積分常数である。

更に (10) 式に於て  $y = K(ax + b)$  とおいて  $K$  の値を求むれば  $K=1$  となるから  $y = ax + b$  は (10) 式の特異解である。故に (10) 式の一般解は (13) 式で與へられる。

$$y = \frac{1}{2} \{ (A_1 e^{ax} + A_2 e^{-ax}) \cos x + (A_3 e^{ax} + A_4 e^{-ax}) \sin x \} + (ax + b) \dots\dots\dots (13)$$

### 3. (13) 式の使用法

梁の撓度、撓角、曲げモーメント及剪斷力を夫々  $y, \phi, M$  及  $Q$  とすれば

$$y = \frac{1}{2} \{ (A_1 e^{ax} + A_2 e^{-ax}) \cos x + (A_3 e^{ax} + A_4 e^{-ax}) \sin x \} + (ax + b) \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} \phi = \frac{dy}{dX} &= \frac{dy}{dx} \frac{1}{m} = \frac{1}{2m} \{ A_1 e^{ax} (\cos x - \sin x) - A_2 e^{-ax} (\cos x + \sin x) + A_3 e^{ax} (\cos x + \sin x) \\ &\quad + A_4 e^{-ax} (\cos x - \sin x) + 2a \} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= -EI \frac{d^2 y}{dX^2} = -\frac{EI}{m^2} \frac{d^2 y}{dx^2} \\ &= -\frac{EI}{m^2} \{ -(A_1 e^{ax} - A_2 e^{-ax}) \sin x + (A_3 e^{ax} - A_4 e^{-ax}) \cos x \} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= -EI \frac{d^3 y}{dX^3} = -\frac{EI}{m^3} \frac{d^3 y}{dx^3} \\ &= -\frac{EI}{m^3} \{ -A_1 e^{ax} (\cos x + \sin x) + A_2 e^{-ax} (\cos x - \sin x) + A_3 e^{ax} (\cos x - \sin x) \end{aligned}$$

$$+ A_4 e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) \dots \dots \dots (16)$$

(13)~(16) 式は、弾性基礎上の梁が直線的に變化する分布荷重を載荷したときに、地盤の弾性率、材料の弾性係數及斷面の慣性モーメントが一定の場合に適用される式であつて、原點の位置に就ては、 $X$  軸上を移動しても  $x$  の値が變化する丈で他に影響がないから、荷重、斷面及地盤の弾性係數の變化する度毎に、各々別に上記 4 箇の式が成立する。

例へば圖-3 の如き 1~ $n$  梁に於て、圖の如き分布荷重及集中荷重を受けた場合に、梁の  $(r, r+1)$  及  $(r+1, r+2)$  の部分を取り出して考へて見ると、 $(r, r+1)$  間の弾性方程式には 4 箇の未知數が含まれてゐる。同様に  $(r+1, r+2)$  間にも、別の 4 箇の未知數があるから 1~ $n$  間に於ては  $4(n-1)$  箇の未知數がある。

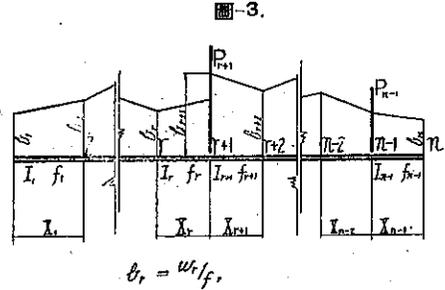


圖-3.

今  $r+1$  點を考へて見ると、 $(r, r+1)$  間の弾性方程式の  $r+1$  點に於ける  $y, \phi$  及  $M$  は夫々  $(r+1, r+2)$  間の弾性方程式の  $r+1$  點に於ける夫等のものと相等しく、且つ  $Q$  は  $P_{r+1}$  丈の差がある。故に  $r+1$  點に於ては 4 箇の等式を作ることが出来る。其故に 1~ $n$  間を考へれば  $4(n-2)$  箇の等式が得られるわけである。

又 1 及  $n$  點の  $M$  及  $Q$  又は  $y$  及  $\phi$  は、其終端状態により容易に決定出来るから、これより 4 箇の等式が得られて全體としては  $4(n-2)+4=4(n-1)$  となり未知數の數と一致するから、 $4(n-1)$  箇の聯立方程式を得ることになる。荷重及斷面が對稱の場合には、中央の  $\phi$  及  $Q$  が 0 となり、梁の半分丈考へれば充分である。未知數の値が定まれば、これを (15), (16) 式に代入して、任意點の  $M$  及  $Q$  を計算することが出来る。

次に  $r+1$  點に於ける上記 4 關係を整理して見ると  $(r, r+1)$  間の方程式の  $y, \phi, M$  及  $Q$  は  $r$  を原點として考へれば、夫々 (17)~(20) 式となる。但し  $\alpha_r = \frac{X_r}{m_r}$

$$y_{r+1} = \{A_1 r e^{\alpha_r r} + A_2 r e^{-\alpha_r r}\} \cos \alpha_r r + \{A_3 r e^{\alpha_r r} + A_4 r e^{-\alpha_r r}\} \sin \alpha_r r + a_r \alpha_r r + b_r \dots \dots \dots (17)$$

$$\phi_{r+1} = \frac{1}{2m_r} \{A_1 r e^{\alpha_r r} (\cos \alpha_r r - \sin \alpha_r r) - A_2 r e^{-\alpha_r r} (\cos \alpha_r r + \sin \alpha_r r) + A_3 r e^{\alpha_r r} (\cos \alpha_r r + \sin \alpha_r r) + A_4 r e^{-\alpha_r r} (\cos \alpha_r r - \sin \alpha_r r) + 2a_r\} \dots \dots \dots (18)$$

$$M_{r+1} = -\frac{EI_r}{m_r^2} \{-A_1 r e^{\alpha_r r} - A_2 r e^{-\alpha_r r}\} \sin \alpha_r r + \{A_3 r e^{\alpha_r r} - A_4 r e^{-\alpha_r r}\} \cos \alpha_r r \dots \dots \dots (19)$$

$$Q_{r+1} = -\frac{EI_r}{m_r^3} \{-A_1 r e^{\alpha_r r} (\cos \alpha_r r + \sin \alpha_r r) + A_2 r e^{-\alpha_r r} (\cos \alpha_r r - \sin \alpha_r r) + A_3 r e^{\alpha_r r} (\cos \alpha_r r - \sin \alpha_r r) + A_4 r e^{-\alpha_r r} (\cos \alpha_r r + \sin \alpha_r r)\} \dots \dots \dots (20)$$

又此の點の  $(r+1, r+2)$  間の方程式の  $y, \phi, M$  及  $Q$  は  $r+1$  を原點として考へれば、夫々 (21)~(24) 式となる。

$$y'_{r+1} = \frac{1}{2} \{A_{1,r+1} + A_{3,r+1}\} + b_{r+1} \dots \dots \dots (21)$$

$$\phi_{r+1}' = \frac{1}{2m_{r+1}} \{A_{1,r+1} - A_{2,r+1} + A_{3,r+1} + A_{4,r+1} + 2a_{r+1}\} \dots \dots \dots (22)$$

$$M'_{r+1} = -\frac{EI_{r+1}}{m_{r+1}^2} \{A_{3,r+1} - A_{4,r+1}\} \dots \dots \dots (23)$$

$$Q'_{r+1} = -\frac{EI_{r+1}}{m^3_{r+1}} \{-A_{1,r+1} + A_{2,r+1} + A_{3,r+1} + A_{4,r+1}\} \dots\dots\dots (24)$$

然るに之等は r+1 點の兩側の値であるから (25)~(28) 式の關係がある。

$$y_{r+1} = y'_{r+1} \dots\dots 2y_{r+1} = 2y'_{r+1} \dots\dots\dots (25)$$

$$\phi_{r+1} = \phi'_{r+1} \dots\dots 2m_{r+1}\phi_{r+1} = 2m_{r+1}\phi'_{r+1} \dots\dots\dots (26)$$

$$M_{r+1} = M'_{r+1} \dots\dots \frac{m^2_{r+1}}{EI_{r+1}} M_{r+1} = -\frac{m^2_{r+1}}{EI_{r+1}} M'_{r+1} \dots\dots\dots (27)$$

$$Q_{r+1} = Q'_{r+1} - P_{r+1} \dots\dots \frac{m^3_{r+1}}{EI_{r+1}} Q_{r+1} = -\frac{m^3_{r+1}}{EI_{r+1}} Q'_{r+1} + \frac{m^3_{r+1}}{EI_{r+1}} P_{r+1} \dots\dots\dots (28)$$

表-1.

未知數 式番號	A <sub>1,r</sub>	A <sub>2,r</sub>	A <sub>3,r</sub>
r+1. 1	e <sup>xr</sup> cos x <sub>r</sub>	e <sup>-xr</sup> cos x <sub>r</sub>	e <sup>xr</sup> sin x <sub>r</sub>
" 2	α <sub>r+1</sub> e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )	-α <sub>r+1</sub> e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )	α <sub>r+1</sub> e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )
" 3	-β <sub>r+1</sub> e <sup>xr</sup> sin x <sub>r</sub>	β <sub>r+1</sub> e <sup>-xr</sup> sin x <sub>r</sub>	β <sub>r+1</sub> e <sup>xr</sup> cos x <sub>r</sub>
" 4	-γ <sub>r+1</sub> e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )	γ <sub>r+1</sub> e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )	γ <sub>r+1</sub> e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )

未知數 式番號	A <sub>4,r</sub> *	A <sub>1,r+1</sub>	A <sub>2,r+1</sub>	A <sub>3,r+1</sub>	A <sub>4,r+1</sub>	式右邊
r+1. 1	e <sup>-xr</sup> sin x <sub>r</sub>	-1	-1			-2h <sub>r+1</sub>
" 2	α <sub>r+1</sub> e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )	-1	1	-1	-1	-2(α <sub>r+1</sub> α <sub>r</sub> - α <sub>r+1</sub> )
" 3	-β <sub>r+1</sub> e <sup>-xr</sup> cos x <sub>r</sub>			-1	1	0
" 4	γ <sub>r+1</sub> e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )	1	-1	-1	-1	$\frac{m^3_{r+1}}{EI_{r+1}} P_{r+1}$

表-2.

未知數 式番號	A <sub>1,r</sub>	A <sub>2,r</sub>	A <sub>3,r</sub>
r+1. 1	e <sup>xr</sup> cos x <sub>r</sub>	e <sup>-xr</sup> cos x <sub>r</sub>	e <sup>xr</sup> sin x <sub>r</sub>
" 2	e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )	-e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )	e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )
" 3	-e <sup>xr</sup> sin x <sub>r</sub>	e <sup>-xr</sup> sin x <sub>r</sub>	e <sup>xr</sup> cos x <sub>r</sub>
" 4	-e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )	e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )	e <sup>xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )

未知數 式番號	A <sub>4,r</sub>	A <sub>1,r+1</sub>	A <sub>2,r+1</sub>	A <sub>3,r+1</sub>	A <sub>4,r+1</sub>	式右邊
r+1. 1	e <sup>-xr</sup> sin x <sub>r</sub>	-1	-1			-2h <sub>r+1</sub>
" 2	e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> - sin x <sub>r</sub> )	-1	1	-1	-1	-2(α <sub>r</sub> - α <sub>r+1</sub> )
" 3	e <sup>-xr</sup> cos x <sub>r</sub>			-1	1	0
" 4	e <sup>-xr</sup> (cos x <sub>r</sub> + sin x <sub>r</sub> )	1	-1	-1	-1	$\frac{m^3}{EI} P_{r+1}$

(25)~(28)式の荷重項を取出して考へて見ると、(25)式に於ては  $-2\{(a_r x_r + b_r) - b_{r+1}\}$  となるが、 $(a_r x_r + b_r)$  は  $r+1$  點の左側の分布荷重強度であり、 $b_{r+1}$  は右側の分布荷重強度であるから、之れは  $r+1$  點に於ける分布荷重の差の2倍で、これを  $2h_{r+1}$  とする。但し右側の大なる場合に正號と附す。又(26)式に於ては  $-2\left(\frac{a_r}{m_r} - \frac{a_{r+1}}{m_{r+1}}\right)m_{r+1}$  となり、これは  $r+1$  點の兩側の分布荷重の變化の割合を、其  $m$  の値で除して差引いたものに右側の  $m$  を乗じたものゝ2倍である。右側の變化の割合が大なる場合、正號となる。(27)式は荷重項がない。(28)式は  $r+1$  點の集中荷重へ、 $\frac{m^3 r_{r+1}}{EI_{r+1}}$  を乗じたものを荷重項としてゐる。今  $\frac{m r_{r+1}}{m_r} = \alpha_{r+1}$ 、 $\frac{m^3 r_{r+1} I_r}{m_r^3 I_{r+1}} = \beta_{r+1}$ 、 $\frac{m^3 r_{r+1} I_r}{m_r^3 I_{r+1}} = \gamma_{r+1}$  とおいて、以上を整理して書くと表-1 となる。 $r+1$  點の左右の  $I$  及  $f$  が等しい場合は  $\alpha = \beta = \gamma = 1$  となり、簡單になつて表-2 で表はされる。

之等4箇の方程式は夫々、各梁の條件の異なる點で組合つて成立するから、假に四聯方程式と呼ぶこととする。

圖-3 の1點に於ては  $M=0$  及  $Q=0$  であるから、表-1 の3及4番目の式の後半を0とおけばよい。又  $n$  點の場合は、之等の前半を0とおけばよい。

對稱荷重の場合は、對稱點に於て  $\phi=0$  及  $Q=0$  であるから2及4番目の式の前半を0とおけばよい。

4. 計算例 (其 一)

圖-4 の樋管の縦方向の應力計算

地盤は元來弾性體ではないから、之を弾性基礎上の梁として取扱ふことは、相當大きな假定を用ひたことになるが、其沈下量が微少であつて又基礎上を一様に注意して施工した場合には、應力計算の一標準となることは疑なき處である。地盤の弾性係数の決定に當つては、適當な實驗又は合理的な假定により、相當の安全率を加味して定めなければならない。本例に於ては  $f=1 \text{ kg/cm}^3$  として計算する。

荷重は上の土重量全部を載荷せるものとして、土の重量を  $1.6 \text{ ton/m}^3 = 0.0016 \text{ kg/cm}^3$  とする。樋管斷面の慣性モーメント  $I$  はハッチを省略したコンクリート斷面に就て計算すれば

$$I = \frac{200^4}{12} - \frac{160^4}{12} \times 150^3$$

$$\approx 44 \times 10^8 \text{ cm}^4$$

單位巾に就ては  $I = 44 \times 10^8 / 200 = 22 \times 10^4 \text{ cm}^4$

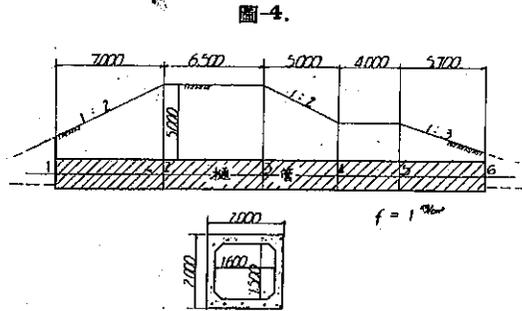
又  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

故に  $m = \sqrt[4]{\frac{4EI}{f}} = \sqrt[4]{4 \times 2.1 \times 10^6 \times 22 \times 10^4}$

$$\approx 655.65$$

$$\frac{EI}{m^2} \approx -107470.9$$

$$\frac{EI}{m^3} \approx -163.915$$





方程式を解いてから、 $M$  及  $Q$  の計算に必要な、中間點の數値も算出して表を作成する。尙  $\cos x$  等の三角函數は  $x_r$  を角度  $\theta_r$  に換算して表より求むればよい。

中間點の 4 聯方程式及兩端の  $M$  及  $Q$  が 0 となることより 20 箇の方程式を作成して表-4 とする。

此の計算は高能率の計算器により消去法を行つて見たが、熟練すれば 1 日で充分である。表-5 は其結果を示す。

表-5 の値を (15) 式及 (16) に代入して、各點の  $M$  及  $Q$  を算出すれば表-6 及 圖-5 となる。但樋管の全幅に就ての値である。

圖-5.

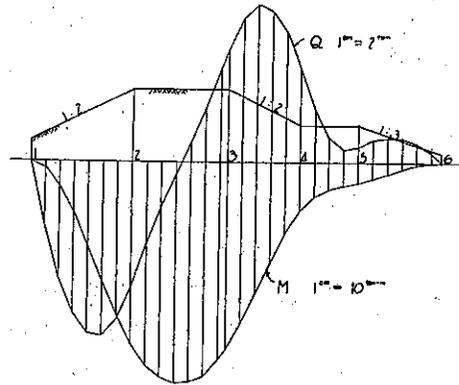


表-5.

A	n. 1	n. 2	n. 3	n. 4	n. 5
1. r	0.0648 80	-0.0043 73	0.0305 71	-0.0301 59	0.0089 13
2. r	0.3455 84	-0.2472 43	-0.2706 38	0.2890 58	-0.0621 46
3. r	-0.1403 52	-0.0998 93	0.1247 23	-0.1142 02	0.0343 66
4. r	-0.1403 52	0.1348 99	0.3664 35	-0.0514 88	0.0619 42

表-6.

區 間 距離 (m)	1-2		2-3		3-4		4-5		5-6	
	M (t.m)	Q (t)	M (t.m)	Q (t)	M (t.m)	Q (t)	M (t.m)	Q (t)	M (t.m)	( , t)
0	0	0	50.4666	6.8144	51.9540	-6.2271	13.4842	-5.0337	5.9272	-0.8277
1	1.9098	3.6764	56.0888	4.4913	44.7234	-8.0417	9.6204	-2.8180	4.8751	-1.2345
2	7.0669	6.4948	59.5518	2.4755	36.2398	-8.7513	7.5917	-1.8678	3.5394	-1.8976
3	14.6096	8.4448	61.1009	0.6419	27.5609	-8.4025	6.6243	-0.6989	2.1582	-1.3259
4	23.6591	9.5033	60.8524	-1.1405	19.6685	-7.1871			0.9638	-1.0258
5	33.3057	9.6291	59.2231	-3.0029					0.1818	-0.5008
6	42.5862	8.7601	54.7768	-5.0754					0(5.7m)	0(5.7m)

5. 計 算 例 (其 二)

圖-6 の閘門基礎床版の應力計算

現在施工中の江戸川閘門の資料を参考とする。荷重は地杭のみに載荷せしむるものと考へれば、杭の心々 1.05 m で 40 ton/本 の載荷により、4 本平均 3.572/4 cm の沈下があつた。基礎の弾性係數の安全率を  $\gamma$  とすれば

$$f = \frac{1}{2} \times \frac{40000}{105 \times 105} \times \frac{4}{3.572} = 2$$

$$m_1 = 2054.858$$

$$m_2 = 713.743$$

$$\alpha = 1/2.878988$$

$$-\frac{EI}{m_1^2} = -2126149$$

$$\begin{aligned} -\frac{EI_2}{m^2} &= -256\,516 & \beta &= 8.2885\,74 \\ -\frac{EI_1}{m^2} &= -1\,034.094 \\ -\frac{EI_2}{m^2} &= -359.195 & \gamma &= 2.8789\,88 = 1/\alpha \end{aligned}$$

點-1 に於ては  $M=62\,663.9$  kg. cm であるから, (15) 式により荷重項は  $-\frac{EI_1}{m^2}$  で除しておかねばならない。

$$62\,663.9 / \left( -\frac{EI_1}{m^2} \right) = -0.0294\,73$$

圖-6.

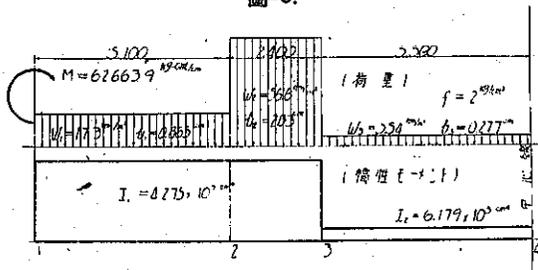


圖-7.

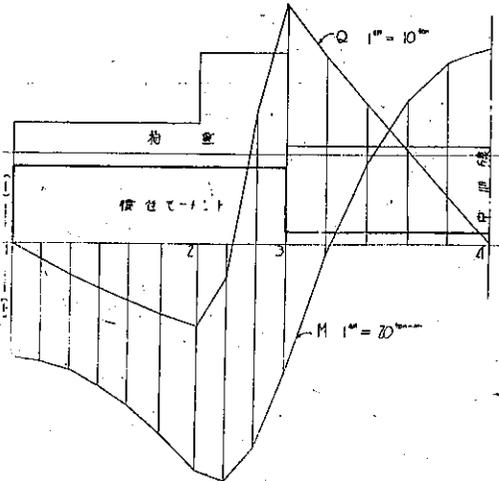


表-7.

$K_x$	80	160	240	320	410	510	$240 \times (\alpha, \beta, \gamma)$	110	220	330	440	550
$e^{-\alpha x}$	0.038932	0.077064	0.116796	0.155720	0.193527	0.240192		0.171117	0.308234	0.462351	0.616468	0.770586
$e^{-\beta x}$	1.039700	1.080975	1.123820	1.168570	1.220825	1.281706		1.166277	1.364020	1.593116	1.852374	2.160983
$e^{-\gamma x}$	0.961816	0.925000	0.889767	0.855971	0.819118	0.782010		0.837172	0.734743	0.630431	0.530948	0.462725
$Q$	$2^\circ 13' 83''$	$4^\circ 27' 70''$	$6^\circ 41' 51''$	$8^\circ 55' 30''$	$11^\circ 25' 92''$	$14^\circ 13' 22''$		$6^\circ 40' 82''$	$17^\circ 30' 63''$	$26^\circ 23' 45''$	$35' 19' 23''$	$44^\circ 02' 06''$
$\sin \alpha x$	0.038932	0.077064	0.116796	0.155720	0.193527	0.240192		0.155313	0.303376	0.466039	0.631816	0.800530
$\sin \beta x$	0.038932	0.077064	0.116796	0.155720	0.193527	0.240192	8	0.251960	1.132793	1.296876	1.418685	1.511309
$\sin \gamma x$	0.040468	0.084091	0.130967	0.181234	0.244974	0.314855	8	1.085530	0.173020	0.412291	0.707046	1.070263
$\cos \alpha x$	0.961087	0.922877	0.883705	0.844635	0.802667	0.757937	8	7.324654	0.847012	0.700115	0.564238	0.440476
$\cos \beta x$	0.037236	0.071265	0.103684	0.132732	0.157353	0.178102	8	0.655023	0.131586	0.222204	0.281206	0.312117
$\cos \gamma x$	1.072380	1.164720	1.247200	1.335604	1.438578	1.557103	8	4.437228	1.331889	1.702777	2.125731	2.592362
$\cos \alpha x$	0.993444	0.993608	0.995266	0.997136	0.998460	0.999297	8	4.345455	0.973709	0.883979	0.771630	0.644036
$\cos \beta x$	0.228523	0.224232	0.217380	0.2078167	0.1965220	0.1850050	8	2.842287	0.278306	0.223019	0.184544	0.152593
$\cos \gamma x$	0.223651	0.200322	0.170021	0.142703	0.118514	0.096835	8	2.288271	0.173226	0.147721	0.122032	0.102959

表-8.

N	A	$A_{11}$	$A_{21}$	$A_{31}$	$A_{41}$	$A_{12}$	$A_{22}$	$A_{32}$	$A_{42}$	$A_{13}$	$A_{23}$	$A_{33}$	$A_{43}$	K
13				1	-1									-0.029473
14		-1												0
21		1.242250	0.157237	0.314853	0.12102	-1	-1							3250
22		0.275971	0.330039	1.537103	0.565833	-1								0
23		-0.314853	0.12102	1.242250	-0.157237									0
24		1.537103	0.565833	0.275971	0.330039									0
31					1.116233	0.883705	0.130267	0.103684	-1	-1				-3106
32					0.342227	0.362264	0.433208	0.270936	-1					0
33					1.085530	0.855023	0.251050	1.324654						0
34					-3.592674	7.245671	2836362	2.842681						0
42									0.045265	-0.564419	3.053473	0.002065		0
44									3.053473	0.002065	0.015265	0.564419		0

表-9.

$A$	$n.1$	$n.2$	$n.3$
1. $r$	0.0038 06	-2.0549 30	0.1003 65
2. $r$	0.5754 95	-1.5808 91	1.3359 91
3. $r$	-0.3005 81	-0.3745 96	0.2252 31
4. $r$	-0.2711 08	-0.3160 37	0.5040 29

表-10.

区間 距離(m)	1-2		2-3		3-4	
	$M$ (t.m)	$Q$ (t)	$M$ (t.m)	$Q$ (t)	$M$ (t.m)	$Q$ (t)
0	62.6639	0				
0.8	64.484	4.4877	130.618	9.2294		
1.6	69.742	8.6165	113.005	-36.9612		
2.4	78.172	12.384	71.409	-67.1642		
3.2	89.470	15.7916				
4.1	105.287	19.5025				
5.1	125.719	22.4127				
1.1					5.822	-52.5245
2.2					-44.398	-38.8757
3.3					-79.877	-26.3862
4.4					-101.619	-13.5388
5.5					-109.904	0

点-2 及点-3 の4 聯立方程式の荷重項は、第一式以外は 0 である。これらは  $-2h_2=3.930$ ,  $-2h_3=-5.106$  となる。前例と同様に数表及方程式の表を作成して、未知数を求め、これより  $M$  及  $Q$  を求める。表-10 及圖-7 は幅 1m 當りの  $M$  及  $Q$  である。

## 6. 結 論

以上述べた様に、弾性基礎上の梁は一般に聯立方程式を解くことにより解決出来るもので、井筒基礎と杭打基礎上に連続床版を設ける時にも應用出来るものである。尚樋管の築造後、其の沈下の状況を精密に測定して、計算上の  $\gamma$  の値と比較對照すれば、相當面白い結果が得られると思ふ。

参考文献 郷部屋福平；高級桁梁論，（岩波）昭和4年