論 説 報 告

第28卷第1號 昭和17年1月

4 連モーメント定理による架構の振動問題の解法に就て (其の 2)

正會員 岡 本 舜 三*

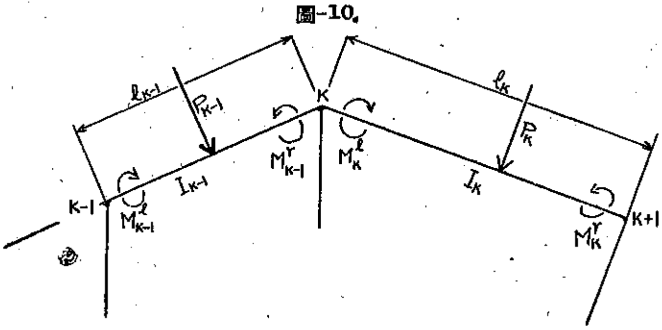
要 旨 動力學的 4 連モーメント定理による高層多聯なる建築架構の解法を述べたものにして,先づ一般的なる基本式を導き,その適用例として 5 層以下の單聯架構及無限多聯架構の正確なる自由振動週期を求めた。

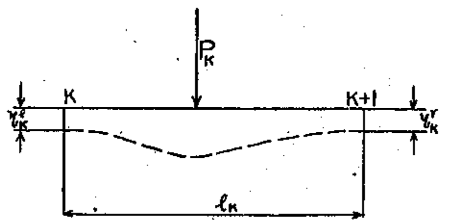
5. 第 2 編 緒 言

前編[1]に於て著者は 4 連モーメント式とそれに必要なる函數表とを求め之により架構の振動を厳密に解き得る方法を示した。この方法には種々の應用が豫想せられるが,第一に之を高層多聯な建築架構の振動の計算に應用する。前編に用ひた符號は統一を缺いてゐて使用上不便であるから,應用に入るにさきだち符號を次の如く改める。

外力,モーメント,撓度,回轉角の方向の正負は前編第 2 節にて規定した通りである。先に A, B, C を以て表はせる格點を $k-1$, k, $k+1$, と表はし, $k-1$ と k とを連結する部材に關する諸量はすべて脚符號 $k-1$ を附し, k と $k+1$ とを連結する部材に關する諸量はすべて脚符號 k を附して表はす。隨つて部材 k について考へれば,左端の曲げモーメントを $M^l{}_k$, 右端の曲げモーメントを $M^r{}_k$ (但柱の場合は上端の曲げモーメントを $M^o{}_k$, 下端の曲げモーメントを $M^n{}_k$)とし,左端の撓度を $\eta^l{}_k$, 右端の撓度を $\eta^r{}_k$ を以つて表はす(すべての格點に於て 1 つの格點に就て 2 個以上の撓度を考へる必要なき場合には,格點の符號をそのまゝ脚符號とし η_k, η_{k+1} を以て表はす)。

圖-10.





かくて圖-3 の更りに圖-10 を以てし式 (28) の更りに式 (28′) を,式 (3) の更りに式 (3′) を用ふ。

$$\{M^l{}_{k-1}(1+f_{8,k-1})+M^r{}_{k-1}(2+f_{7,k-1})\}\,l'{}_{k-1}$$
$$+\{M^l{}_k(2+f_{7,k})+M^r{}_k(1+f_{8,k})\}\,l'{}_k$$
$$+6EJ\left\{\frac{\eta^l{}_{k-1}}{l_{k-1}}(1+f_{6,k-1})\right.$$
$$-\frac{\eta^r{}_{k-1}}{l_{k-1}}(1-f_{6,k-1})$$

---

* 工學士 愛媛縣道路技師兼土木技師

1) 4 連モーメント定理による架構の振動問題の解法に就て. 土木學會誌, 第 25 卷第 12 號.

$$-\frac{\eta^{l}{}_{k}}{l_k}(1-f_{6,k})+\frac{\eta^{r}{}_{k}}{l_k}(1+f_{5\,k})\Big\}=0 \quad\cdots\cdots(28')$$

$$\sum\frac{1}{h_n}\{M^{u}{}_{n}-M^{o}{}_{n}+Q_nd_n\}+(\text{上階の總ての } Q \text{ の和})=0 \quad\cdots\cdots(3')$$

［註］ 前編正誤並に補遺

頁	行	誤		正	
1402	30	しからば 及		しからば ϕ 及	
表-1		$\phi=0.92$	$f_7=0.010$	$\phi=0.92$	$f_7=0.009$
表-1		$\phi=1.66$	$f_8=0.106$	$\phi=1.66$	$f_8=0.101$
表-1		$\phi=2.00$	$f_5=0.37$	$\phi=2.00$	$f_5=0.375$

猶表-1 に於て $\phi=0.51\sim0.93$ の f_5,f_6,f_7,f_8 の空欄は下表の如し。

ϕ	f_5	f_6	f_7	f_8	ϕ	f_5	f_6	f_7	f_8
0.51	0.001	0.001	0.001	0.001	0.73	0.006	0.006	0.004	0.004
0.52	0.001	0.001	0.001	0.001	0.74	0.006	0.007	0.004	0.004
0.53	0.002	0.002	0.001	0.001	0.75	0.006	0.007	0.004	0.004
0.54	0.002	0.002	0.001	0.001	0.76	0.007	0.007	0.004	0.004
0.55	0.002	0.002	0.001	0.001	0.77	0.007	0.008	0.004	0.004
0.56	0.002	0.002	0.001	0.001	0.78	0.007	0.008	0.005	0.005
0.57	0.002	0.002	0.001	0.001	0.79	0.008	0.009	0.005	0.005
0.58	0.003	0.003	0.001	0.001	0.80	0.008	0.009	0.005	0.005
0.59	0.003	0.003	0.002	0.001	0.81	0.009		0.005	0.005
0.60	0.003	0.003	0.002	0.002	0.82	0.009		0.006	0.006
0.61	0.003	0.003	0.002	0.002	0.83	0.009		0.006	0.006
0.62	0.003	0.003	0.002	0.002	0.84			0.006	0.006
0.63	0.003	0.003	0.002	0.002	0.85			0.007	0.007
0.64	0.004	0.004	0.002	0.002	0.86			0.007	0.007
0.65	0.004	0.004	0.002	0.002	0.87			0.007	0.007
0.66	0.004	0.004	0.002	0.002	0.88			0.008	0.008
0.67	0.004	0.004	0.003	0.002	0.89			0.008	0.008
0.68	0.005	0.005	0.003	0.003	0.90			0.008	0.008
0.69	0.005	0.005	0.003	0.003	0.91			0.009	0.008
0.70	0.005	0.005	0.003	0.003	0.92				0.009
0.71	0.005	0.005	0.003	0.003	0.93				0.009
0.72	0.006	0.006	0.003	0.003					

6. 建築架構の振動方程式

高層多聯なる架構（圖-11）の振動方程式を求める。慣性力の方向は右向を正とし，端曲げモーメントの方向は柱にては柱を右側に彎曲せしむる如き方向を正の方向とし，桁にては桁を下側に彎曲せしむる如き方向を正の方向とす。部材の伸縮は無視する故格點の變位は水平變位のみにして，格點 (n, m) の右側への變位を η_n とす。

格點 (n. m) を中心とする架構の一部をとりて，其點を中心とする 4 本の部材に動力學的 4 連モーメント式をたてる (圖-12)。

圖-11.

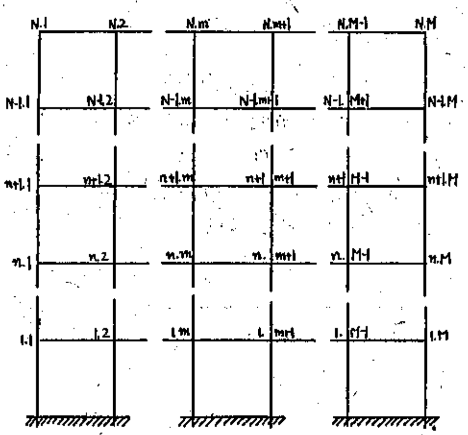
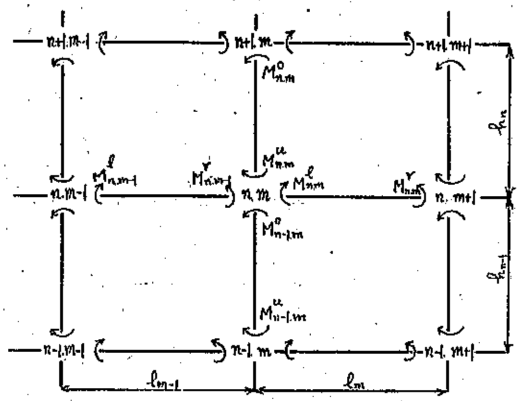


圖-12.



$$\{M^u_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})+M^o_{n-1.m}(2+f_{7.n-1.m})\}\,h'_{n-1.m}+\{M^l_{n.m}(2+f'_{7.n.m})+M^r_{n.m}(1+f'_{8.n.m})\}\,l'_{n.m}$$

$$+6EJ\left\{\frac{\eta_{n-1}}{h_{n-1}}(1+f_{5.n-1.m})-\frac{\eta_n}{h_{n-1}}(1-f_{6.n-1.m})\right\}=0$$

$$\{M^u_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})+M^o_{n-1.m}(2+f_{7.n-1.m})\}\,h'_{n-1.m}+\{M^u_{n.m}(2+f_{7.n.m})+M^o_{n.m}(1+f_{8.n.m})\}\,h'_{n.m}$$

$$+6EJ\left\{\frac{\eta_{n-1}}{h_{n-1}}(1+f_{6.n-1.m})-\frac{\eta_n}{h_{n-1}}(1-f_{6.n-1.m})-\frac{\eta_n}{h_n}(1-f_{6.n.m})+\frac{\eta_{n+1}}{h_n}(1+f_{5.n.m})\right\}=0$$

$$\{M^u_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})+M^o_{n-1.m}(2+f_{7.n-1.m})\}\,h'_{n-1.m}-\{M^r_{n.m-1}(2+f'_{7.n.m-1})+M^l_{n.m-1}(1+f'_{8.n.m-1})\}\,l'_{n.m-1}$$

$$+6EJ\left\{\frac{\eta_{n-1}}{h_{n-1}}(1+f_{5.n-1.m})-\frac{\eta_n}{h_{n-1}}(1-f_{6.n-1.m})\right\}=0$$

而して

$$\left.\begin{aligned}
X^o_{n.m}&=\frac{h'_{n.m}}{h'}\{(1+f_{8.n.m})M^u_{n.m}+(2+f_{7.n.m})M^o_{n.m}\}\\
X^u_{n.m}&=\frac{h'_{n.m}}{h'}\{(2+f_{7.n.m})M^u_{n.m}+(1+f_{8.n.m})M^o_{n.m}\}\\
X^l_{n.m}&=\frac{l'_{n.m}}{h'}\{(2+f'_{7.n.m})M^l_{n.m}+(1+f'_{8.n.m})M^r_{n.m}\}\\
X^r_{n.m}&=\frac{l'_{n.m}}{h'}\{(1+f'_{8.n.m})M^l_{n.m}+(2+f'_{7.n.m})M^r_{n.m}\}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(38)$$

なる補助函數 X[2] を用ふれば上式は次の如く簡單になる。

2) 補助函數 X を導入し式 (39) を得たことの意義は大きい。之によつて M^o, M^u, M^l, M^r の 4 個の未知數が 1 個の未知數 X^o に歸せられた。この函數を導くことなしには，複雜なる架構の計算を進めることは不可能であらう。この函數は靜力學上の問題に於て既にブライヒ氏によつて創案せられたものを動力學上の問題に擴張したものである。

$$\left.\begin{aligned}X^l{}_{n\cdot m}&=-X^o{}_{n-1\cdot m}-6EJ\left\{\frac{\eta_{n-1}}{h_{n-1}}(1+f_{5\cdot n-1\cdot m})-\frac{\eta_n}{h_{n-1}}(1-f_{6\cdot n-1\cdot m})\right\}\\X^r{}_{n\cdot m-1}&=X^o{}_{n-1\cdot m}+6EJ\left\{\frac{\eta_{n-1}}{h_{n-1}}(1+f_{5\cdot n-1\cdot m})-\frac{\eta_n}{h_{n-1}}(1-f_{6\cdot n-1\cdot m})\right\}\\X^u{}_{n\cdot m}&=-X^o{}_{n-1\cdot m}-6EJ\left\{\frac{\eta_{n-1}}{h_{n-1}}(1+f_{5\cdot n-1\cdot m})-\frac{\eta_n}{h_{n-1}}(1-f_{6\cdot n-1\cdot m})\right.\\&\qquad\left.-\frac{\eta_n}{h_n}(1-f_{6\cdot n\cdot m})+\frac{\eta_{n+1}}{h_n}(1+f_{5\cdot n\cdot m})\right\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(39)$$

モーメント M を補助函數 X を以て表はせば

$$\left.\begin{aligned}M^u{}_{n\cdot m}&=\frac{h'}{h'_{n\cdot m}}F_{n\cdot m}\{(2+f_{7\cdot n\cdot m})X^u{}_{n\cdot m}-(1+f_{8\cdot n\cdot m})X^o{}_{n\cdot m}\}\\M^o{}_{n\cdot m}&=\frac{h'}{h'_{n\cdot m}}F_{n\cdot m}\{(2+f_{7\cdot n\cdot m})X^o{}_{n\cdot m}-(1+f_{8\cdot n\cdot m})X^u{}_{n\cdot m}\}\\M^l{}_{n\cdot m}&=\frac{h'}{l'_{n\cdot m}}F'_{n\cdot m}\{(2+f'_{7\cdot n\cdot m})X^l{}_{n\cdot m}-(1+f'_{8\cdot n\cdot m})X^r{}_{n\cdot m}\\M^r{}_{n\cdot m}&=\frac{h'}{l'_{n\cdot m}}F'_{n\cdot m}\{(2+f'_{7\cdot n\cdot m})X^r{}_{n\cdot m}-(1+f'_{8\cdot n\cdot m})X^l{}_{n\cdot m}\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(40)$$

こゝに

$$\left.\begin{aligned}F_{n\cdot m}&=\frac{1}{(2+f_{7\cdot n\cdot m})^2-(1+f_{8\cdot n\cdot m})^2}\\F'_{n\cdot m}&=\frac{1}{(2+f'_{7\cdot n\cdot m})^2-(1+f'_{8\cdot n\cdot m})^2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(41)$$

任意の適當なる斷面二次率，長さ及換算長を夫々 J, h, h' とし各柱長及各柱換算長との比を下の如く表はす。

$$\xi_n=\frac{h}{h_n},\quad \mu_n=\frac{h}{l_n},\quad \xi'_{n\cdot m}=\frac{h'}{h'_{n\cdot m}},\quad \mu'_{n\cdot m}=\frac{h'}{l'_{n\cdot m}}\cdots\cdots(42)$$

且

$$Y_n=\frac{6EJ}{hh'}\eta_n\cdots\cdots(43)$$

と略記せば (39) 及 (40) 式は夫々次式を以て表はさる。

$$\left.\begin{aligned}X^l{}_{n\cdot m}&=-X^o{}_{n-1\cdot m}-\xi_{n-1}\{(1+f_{5\cdot n-1\cdot m})Y_{n-1}-(1-f_{6\cdot n-1\cdot m})Y_n\}\\X^r{}_{n\cdot m-1}&=X^o{}_{n-1\cdot m}+\xi_{n-1}\{(1+f_{5\cdot n-1\cdot m})Y_{n-1}-(1-f_{6\cdot n-1\cdot m})Y_n\}\\X^u{}_{n\cdot m}&=-X^o{}_{n-1\cdot m}-\xi_{n-1}\{(1+f_{5\cdot n-1\cdot m})Y_{n-1}-(1-f_{6\cdot n-1\cdot m})Y_n\}\\&\qquad+\xi_n\{(1-f_{6\cdot n\cdot m})Y_n-(1+f_{5\cdot n\cdot m})Y_{n+1}\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(39')$$

及

$$\left.\begin{aligned}M^u{}_{n\cdot m}&=\xi'_{n\cdot m}F_{n\cdot m}\{(2+f_{7\cdot n\cdot m})X^u{}_{n\cdot m}-(1+f_{8\cdot n\cdot m})X^o{}_{n\cdot m}\}\\M^o{}_{n\cdot m}&=\xi'_{n\cdot m}F_{n\cdot m}\{(2+f_{7\cdot n\cdot m})X^o{}_{n\cdot m}-(1+f_{8\cdot n\cdot m})X^u{}_{n\cdot m}\}\\M^l{}_{n\cdot m}&=\mu'_{n\cdot m}F_{n\cdot m}\{(2+f'_{7\cdot n\cdot m})X^l{}_{n\cdot m}-(1+f'_{8\cdot n\cdot m})X^r{}_{n\cdot m}\}\\M^r{}_{n\cdot m}&=\mu'_{n\cdot m}F_{n\cdot m}\{(2+f'_{7\cdot n\cdot m})X^r{}_{n\cdot m}-(1+f'_{8\cdot n\cdot m})X^l{}_{n\cdot m}\}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(40')$$

格點 (n. m) に關する平衡方程式は (1) により

$$M^u_{n.m}+M^l_{n.m}-M^o_{n-1,m}-M^r_{n.m-1}=0 \qquad \cdots\cdots(44)$$

上式に (39′) 及 (40′) 式を代入して整理せば (45) 式を得。之を格點方程式と呼ぶことにする。

$$\begin{aligned}&a_{n.m}X^o_{n-2.m}+b_{n.m}X^o_{n-1.m-1}+c_{n.m}X^o_{n-1.m}+d_{n.m}X^o_{n-1.m+1}+e_{n.m}X^o_{n.m}+\alpha_{n.m}Y_{n-2}\\&\qquad+\beta_{n.m}Y_{n-1}+\gamma_{n.m}Y_n+\delta_{n.m}Y_{n+1}=0 \qquad \cdots\cdots(45)\end{aligned}$$

茲に諸係數 $a_{n.m}\cdots\delta_{n.m}$ は次式を以て表はさる。

$$\left.\begin{aligned}
a_{n.m}&=\xi'_{n-1.m}F_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})\\
b_{n.m}&=\mu'_{n.m-1}F'_{n.m-1}(1+f'_{8.n.m-1})\\
c_{n.m}&=\mu'_{n.m-1}F'_{n.m-1}(2+f'_{7.n.m-1})+\mu'_{n.m}F'_{n.m}(2+f'_{7.n.m})\\
&\quad+\xi'_{n-1.m}F_{n-1.m}(2+f_{7.n-1.m})+\xi'_{n.m}F_{n.m}(2+f_{7.n.m})\\
d_{n.m}&=\mu'_{n.m}F'_{n.m}(1+f'_{8.n.m})\\
e_{n.m}&=\xi'_{n.m}F_{n.m}(1+f_{8.n.m})\\
\alpha_{n.m}&=\xi_{n-2}\xi'_{n-1.m}F_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})(1+f_{5.n-2.m})\\
\beta_{n.m}&=\xi_{n-1}(1+f_{5.n-1.m})\{\mu'_{n.m-1}F'_{n.m-1}(2+f'_{7.n.m-1})\\
&\quad+\xi'_{n.m}F_{n.m}(2+f_{7.n.m})+\mu'_{n.m}F'_{n.m}(2+f'_{7.n.m})\}\\
&\quad-\xi_{n-1}\mu'_{n.m-1}F'_{n.m-1}(1+f'_{8.n.m-1})(1+f_{5.n-1.m-1})\\
&\quad+\xi_{n-1}\mu'_{n.m}F'_{n.m}(1+f'_{8.n.m})(1+f_{5.n-1.m+1})\\
&\quad-\xi'_{n-1.m}F_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})\{\xi_{n-1}(1-f_{6.n-1.m})\\
&\quad+\xi_{n-2}(1-f_{6.n-2.m})\}\\
\gamma_{n.m}&=-\xi_{n-1}(1-f_{6.n-1.m})\{\mu'_{n.m-1}F'_{n.m-1}(2+f'_{7.n.m-1})\\
&\quad+\xi'_{n.m}F_{n.m}(2+f_{7.n.m})+\mu'_{n.m}F'_{n.m}(2+f'_{7.n.m})\}\\
&\quad-\xi_{n-1}\mu'_{n.m-1}F'_{n.m}(1+f'_{8.n.m-1})(1-f_{6.n-1.m-1})\\
&\quad-\xi_{n-1}\mu'_{n.m}F'_{n.m}(1+f'_{8.n.m})(1-f_{6.n-1.m+1})\\
&\quad-\xi_{n}\xi'_{n.m}F_{n.m}(2+f_{7.n.m})(1-f_{6.n.m})\\
&\quad+\xi_{n-1}\xi'_{n-1.m}F_{n-1.m}(1+f_{8.n-1.m})(1+f_{5.n-1.m})\\
\delta_{n.m}&=\xi_n\xi'_{n.m}F_{n.m}(2+f_{7.n.m})(1+f_{5.n.m})
\end{aligned}\right\} \cdots\cdots(46)$$

式 (46) は繁雑であるが $3\xi'F(2+f_7)$ 又は $3\mu'F'(2+f'_7)$ を單に 7, $3\xi'F(1+f_8)$ 又は $3\mu'F'(1+f'_8)$ を單に 8, $\xi(1+f_5)$ を單に 5, $\xi(1-f_6)$ を單に 6 と略記し夫々關係部材の上に記し, その加算及減算を夫々 ⊕7, ⊖7 の如く表はし, その乘算を $\overset{\oplus}{8}\frown 5$, $\overset{\ominus}{7}\frown 6$ 等の如く表はすことに規約すれば圖-**13** によつて簡單且明瞭に示すことが出來る。又 f_5, f_6, f_7, f_8 が 1 に比して小なる場合に之等を無視すれば (46) の諸係數は簡單になる。特にすべての柱に就て高さ及その換算長が等しく, すべての桁に就て長さ及その換算長が等しき時は ξ, ξ', u, u' は脚符號の如何に拘

らず一定となる故，諸係數は猶一層簡單になる。この場合の諸係數の値と特に $\xi=1$, $\xi'=\mu'=1$ なる場合の諸係數の値とは**表-2** 及**表-3** に一括して示されてゐる。

表-2

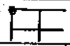
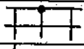
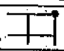
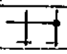
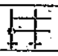
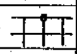
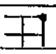
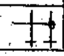
項	$X^o_{n-2,m}$	$X^o_{n-1,m-1}$	$X^o_{n-1,m}$	$X^o_{n-1,m+1}$	$X^o_{n,m}$	Y_{n-2}	Y_{n-1}	Y_n	Y_{n+1}
係數	a	b	c	d	e	α	β	γ	δ
	1	1	8	1	1	1	6	-9	2
	1	0	4	1	0	1	1	-2	0
	1	0	6	1	1	1	3	-6	2
	0	0	6	1	1	0	4	-6	2
	1	1	6	1	0	1	4	-5	0
	0	1	8	1	1	0	7	-9	2
	1	1	6	0	1	1	3	-6	2
	1	1	4	0	0	1	1	-2	0
	0	1	6	0	1	0	4	-6	2

表-3.

項	$X^o_{n-2,m}$	$X^o_{n-1,m-1}$	$X^o_{n-1,m}$	$X^o_{n-1,m+1}$	$X^o_{n,m}$	Y_{n-2}	Y_{n-1}	Y_n	Y_{n+1}
係數	a	b	c	d	e	α	β	γ	δ
	ξ'	μ'	$4(\xi'+\mu')$	μ'	ξ'	$\xi\xi'$	$6\xi\mu'$	$-3\xi(\xi'+2\mu')$	$2\xi\xi'$
	ξ'	0	$2(\xi'+\mu')$	μ'	0	$\xi\xi'$	$\xi(3\mu'-2\xi')$	$-\xi(3\mu'-\xi')$	0
	ξ'	0	$2(2\xi'+\mu')$	μ'	ξ'	$\xi\xi'$	$3\xi\mu'$	$-3\xi(\xi'+\mu')$	$2\xi\xi'$
	0	0	$2(2\xi'+\mu')$	μ'	ξ'	0	$\xi(\xi'+3\mu')$	$-3\xi(\xi'+\mu')$	$2\xi\xi'$
	ξ'	μ'	$2(\xi'+2\mu')$	μ'	0	$\xi\xi'$	$2\xi(3\mu'-\xi')$	$-\xi(6\mu'-\xi')$	0
	0	μ'	$4(\xi'+\mu')$	μ'	ξ'	0	$\xi(\xi'+6\mu')$	$-\xi(3\xi'+6\mu')$	$2\xi\xi'$
	ξ'	μ'	$2(2\xi'+\mu')$	0	ξ'	$\xi\xi'$	$3\xi\mu'$	$-3\xi(\xi'+\mu')$	$2\xi\xi'$
	ξ'	μ'	$2(\xi'+\mu')$	0	0	$\xi\xi'$	$\xi(3\mu'-2\xi')$	$\xi(\xi'-3\mu')$	0
	0	μ'	$2(2\xi'+\mu')$	0	ξ'	0	$\xi(\xi'+3\mu')$	$-3\xi(\xi'+\mu')$	$2\xi\xi'$

各層[3]毎の平衡條件式は (3′) により

$$\sum_m \frac{1}{h_n}\{M^u{}_n - M^o{}_n + Q_n d_n\} + (\text{上階の總ての } P \text{ 及 } Q \text{ の和}) = 0$$

及

$$\sum_m \frac{1}{h_{n-1}}\{M^u{}_{n-1} - M^o{}_{n-1} + Q_{n-1} d_{n-1}\} + (\text{上階の總ての } P \text{ 及 } Q \text{ の和}) = 0$$

3) 各層毎の平衡條件式に關する計算にては脚付號 m を省略す。

圖-13. (1)

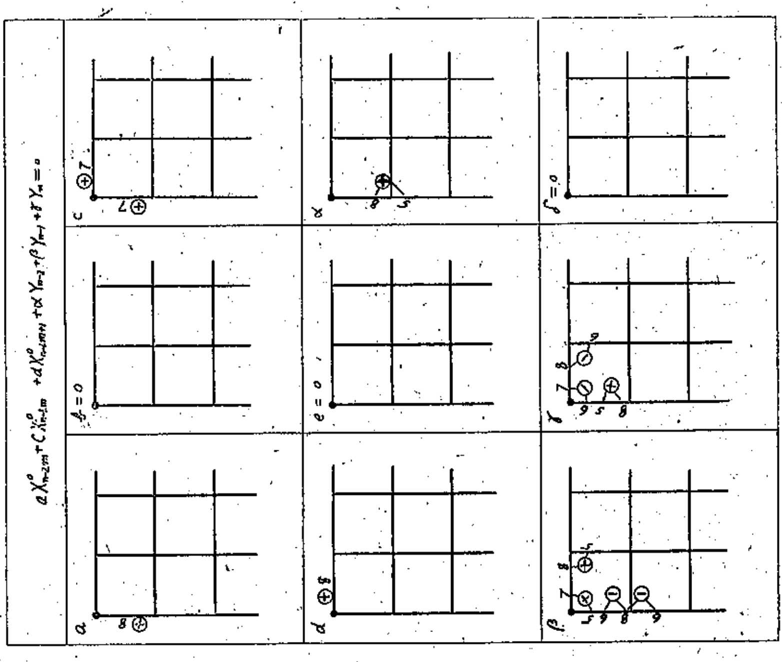


圖-13. (2)

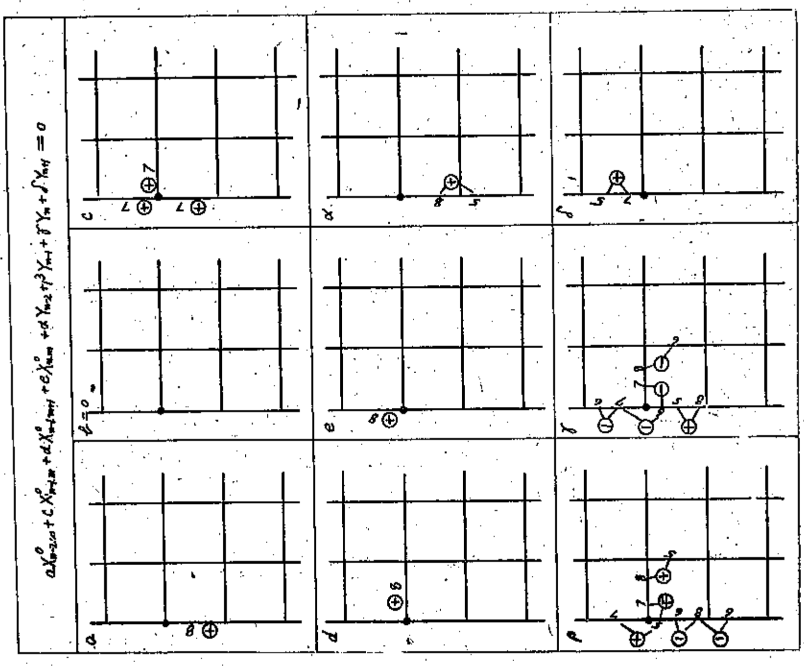


圖-13. (3)

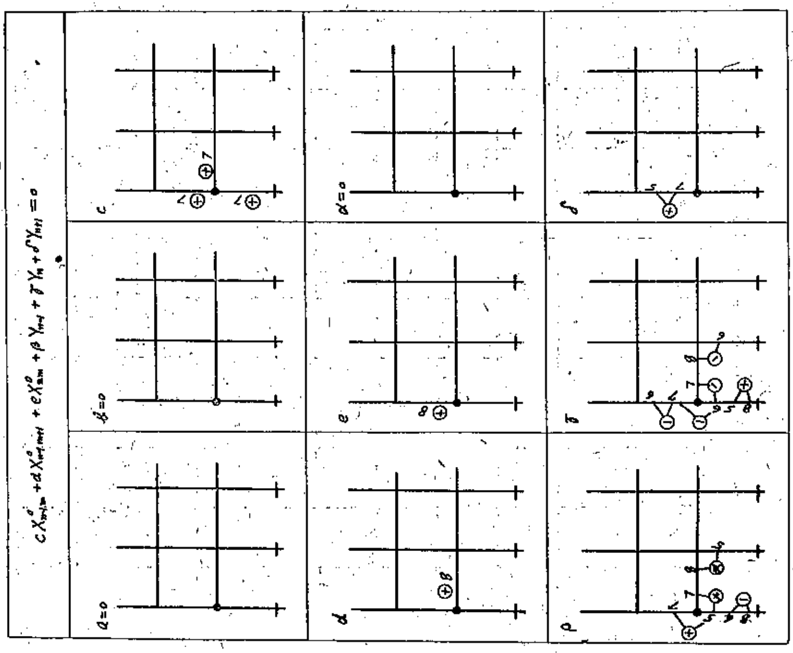


圖-13. (4)

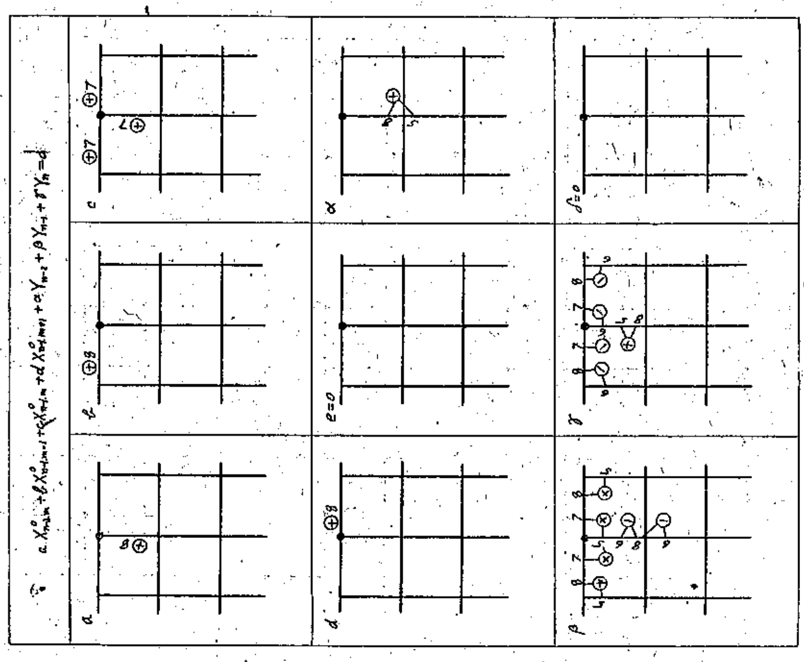


圖-13. (5)

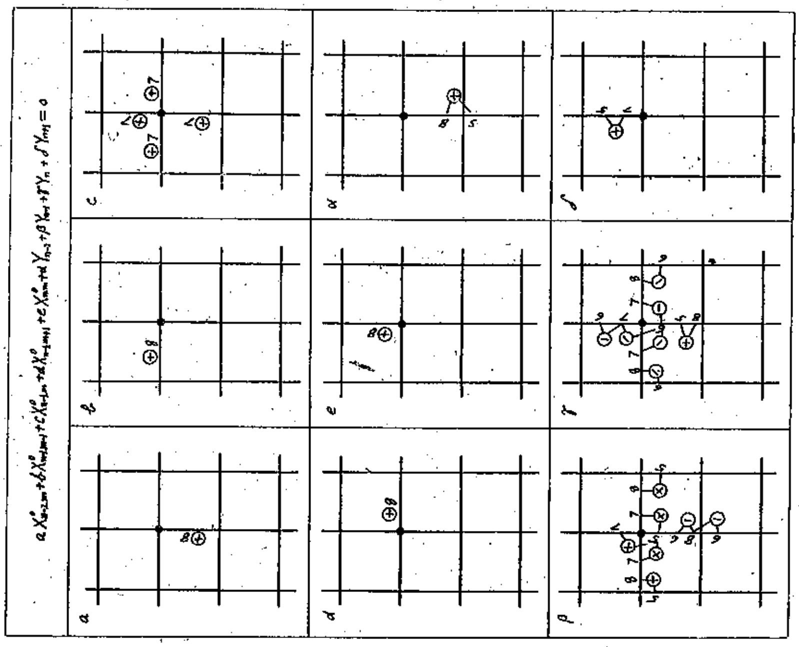


圖-13. (6)

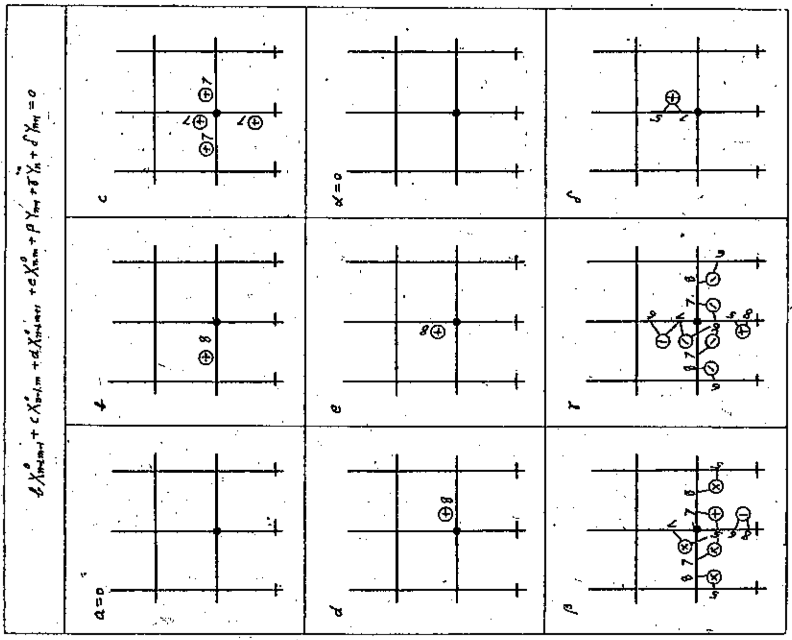


圖-13. (7)

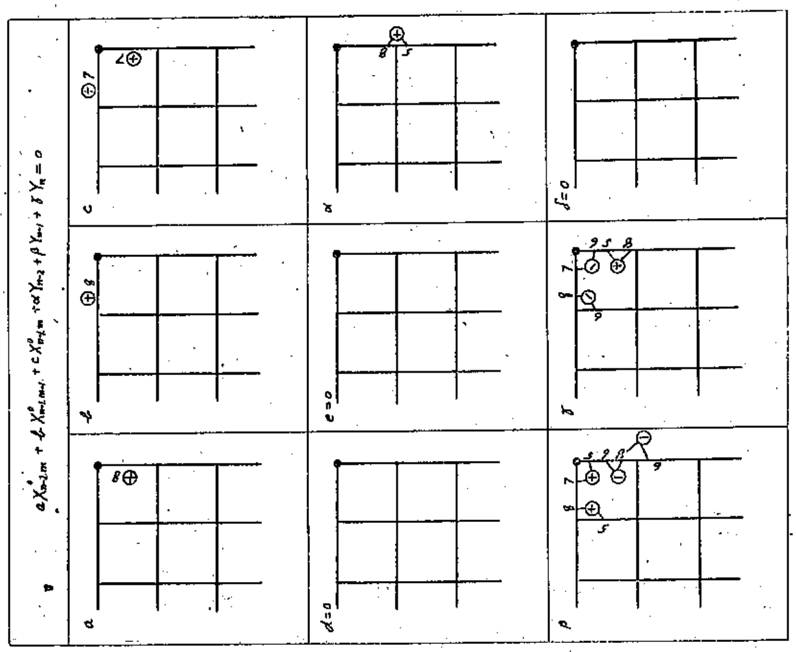


圖-13. (8)

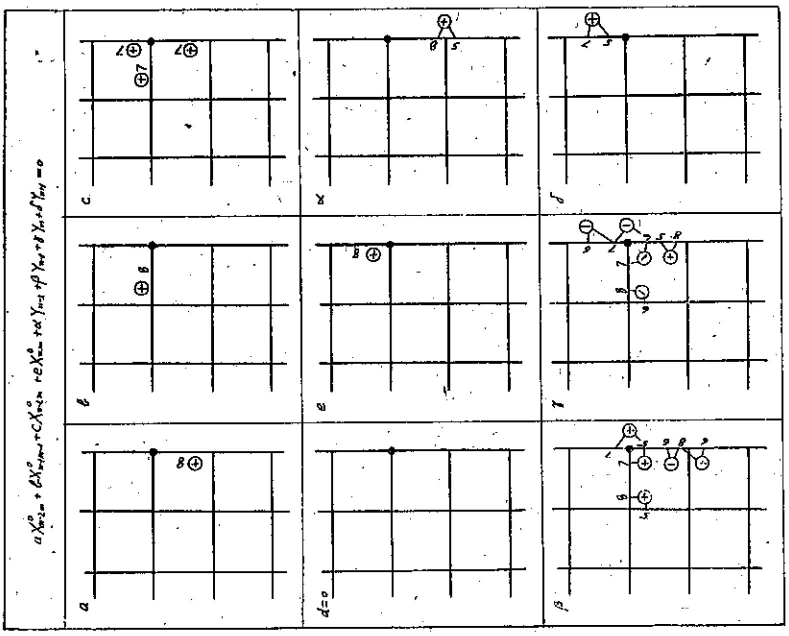
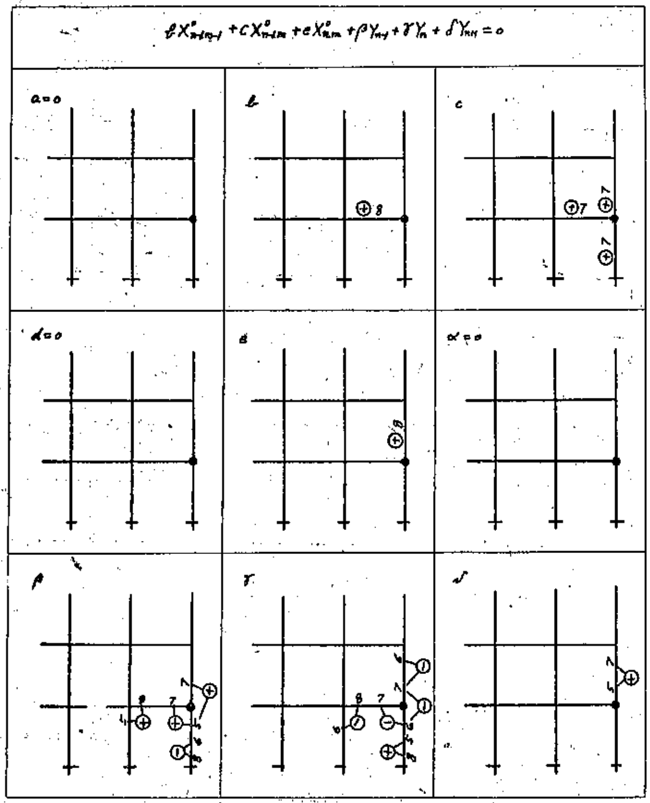


圖-13. (9)



兩式の差をとれば

$$\sum_m\left[\frac{1}{h_n}\{M^u{}_n-M^o{}_n-Q_n(h_n-d_n)\}-\frac{1}{h_{n-1}}\{M^u{}_{n-1}-M^o{}_{n-1}+Q_{n-1}d_{n-1}\}-P_n\right]=0$$

茲に　$P_n=\eta_n\sum_m p_n$

$p_n=m_nl_np^2$

(31), (32) 兩式を用ひて變形すれば

$$\sum_m\Big[\frac{1}{h_n}\Big\{(1+f_{5.n})M^o{}_n-(1-f_{6.n})M^u{}_n+\frac{EJ}{h_nh'_n}(f_{4.n}\eta_n+f_{3.n}\eta_{n+1})\Big\}-\frac{1}{h_{n-1}}\{(1-f_{6.n-1})M^o{}_{n-1}$$

$$-(1+f_{5.n-1})M^u{}_{n-1}-\frac{EJ}{h_{n-1}h'_{n-1}}(f_{3.n-1}\eta_{n-1}+f_{4.n-1}\eta_n)+p_n\eta_n\Big]=0$$

式 (39), (40) を代入して整理せば次式を得。之を層方程式と呼ぶことにする。

$$\sum_m[a'_nX^o{}_{n-2}+b_n'X^o{}_{n-1}+e'_nX^o{}_n+\alpha'_nY_{n-2}+\beta'_nY_{n-1}+\gamma'_nY_n+\delta'_nY_{n+1}]-\sum_m\frac{\mu^2{}_n\mu'_n}{6}f'_{0.n}Y_n=0 \cdot\cdot(47)$$

茲に諸係數 a'_n, $b'_n\cdots$ は次式を以て表はさる。

$$a'_n=\xi_{n-1}\xi'_{n-1}F_{n-1}\{(2+f_{7.n-1})(1+f_{5.n-1})+(1+f_{8.n-1})(1-f_{6.n-1})\}$$

$$b'_n=-\xi_n\xi'_nF_n\{(2+f_{7.n})(1-f_{6.n})+(1+f_{8.n})(1+f_{5.n})\}$$

$$+\xi_{n-1}\xi'_{n-1}F_{n-1}\{(2+f_{7.n-1})(1-f_{6.n-1})+(1+f_{8.n-1})(1+f_{5.n-1})\}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
e'_n &= -\xi_n\xi'_n F_n\{(2+f_{7.n})(1+f_{5.n})+(1+f_{8.n})(1-f_{6.n})\} \\
\alpha'_n &= \xi_{n-1}\xi_{n-2}\xi'_{n-1}F_{n-1}\{(2+f_{7.n-1})(1+f_{5.n-1}) \\
&\qquad +(1+f_{8.n-1})(1-f_{6.n-1})\}(1+f_{5.n-2}) \\
\beta'_n &= -\xi_n\xi_{n-1}\xi'_n F_n\{(2+f_{7.n})(1-f_{6.n})+(1+f_{8.n})(1+f_{5.n})\}(1+f_{5.n-1}) \\
&\qquad -\xi^2_{n-1}\xi'_{n-1}F_{n-1}\Big[\{(2+f_{7.n-1})(1+f_{5.n-1}) \\
&\qquad +(1+f_{8.n-1})(1-f_{6.n-1})\}\Big\{(1-f_{6.n-1}) \\
&\qquad +\frac{\xi_{n-2}}{\xi_{n-1}}(1-f_{6.n-2})\Big\}+\frac{f_{3.n-1}}{6F_{n-1}}\Big] \\
\gamma'_n &= \xi^2_n\xi'_n F_n\Big[\{(2+f_{7.n})(1-f_{6.n})+(1+f_{8.n})(1+f_{5.n})\}\Big\{(1-f_{6.n}) \\
&\qquad +\frac{\xi_{n-1}}{\xi_n}(1-f_{6.n-1})\Big\}-\frac{f_{4.n}}{6F_n}\Big] \\
&\qquad +\xi^2_{n-1}\xi'_{n-1}F_{n-1}\Big[\Big\{\{(2+f_{7.n-1})(1+f_{5.n-1}) \\
&\qquad +(1+f_{8.n-1})(1-f_{6.n-1})\}(1+f_{5.n-1})\Big\}-\frac{f_{4.n-1}}{6F_{n-1}}\Big] \\
\delta'_n &= -\xi^2_n\xi'_n F_n\Big[\{(2+f_{7.n})(1-f_{6.n})+(1+f_{8.n})(1+f_{5.n})\}(1+f_{5.n})+\frac{f_{3.n}}{6F_n}\Big]
\end{aligned}
\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(48)
$$

上式は $n=2, 3, \cdots\cdots N-1$ に適用される。最上階 $n=N$に對しては $\xi_N=0$ とし，最下階 $n=1$ に對しては $\xi_{0-1}=0$, $\xi_{0-2}=0$ とし且 $a'_1=0$ とすることによつて適用することが出來る。f_5, f_6, f_7, f_8 が 1 に比して無視出來る程微少なる場合には式 (48) の諸係數は簡單になる。殊にすべての柱及桁に就て部材長及斷面が等しき場合には ξ 及 ξ' は脚符號の如何に拘らず一定となるため式 (48) の諸係數は猶一層簡單になる。その場合の値と特に $\xi=\xi'=1$ なる場合の値とは表-4 及表-5 に一括して示されてゐる。

表-4.

項	X^0_{n-2}	X^0_{n-1}	X^0_n	Y_{n-2}	Y_{n-1}	Y_n	Y_{n+1}
係數	a'	b'	e'	α'	β'	γ'	δ'
最上階 $n=N\geq 3$	$\xi\xi'$	$\xi\xi'$	0	$\xi^2\xi'$	$-\xi^2\xi'(2+\frac{1}{6}f_3)$	$\xi^2\xi'(1-\frac{1}{6}f_4)$	0
中間階	$\xi\xi'$	0	$-\xi\xi'$	$\xi^2\xi'$	$-\xi^2\xi'(3+\frac{1}{6}f_3)$	$\xi^2\xi'(3-\frac{1}{3}f_4)$	$-\xi^2\xi'(1+\frac{1}{6}f_3)$
最下階 $n=1$	0	0	$-\xi\xi'$	0	$-\xi^2\xi'(2+\frac{1}{6}f_3)$	$\xi^2\xi'(3-\frac{1}{3}f_4)$	$-\xi^2\xi'(1+\frac{1}{6}f_3)$

表-5.

項	X^0_{n-2}	X^0_{n-1}	X^0_n	Y_{n-2}	Y_{n-1}	Y_n	Y_{n+1}
係數	a'	b'	e'	α'	β'	γ'	δ'
最上階 $n=N\geq 3$	1	1	0	1	$-(2+\frac{1}{6}f_3)$	$(1-\frac{1}{6}f_4)$	0
中間階	1	0	-1	1	$-(3+\frac{1}{6}f_3)$	$(3-\frac{1}{3}f_4)$	$-(1+\frac{1}{6}f_3)$
最下階 $n=1$	0	0	-1	0	$-(2+\frac{1}{6}f_3)$	$(3-\frac{1}{3}f_4)$	$-(1+\frac{1}{6}f_3)$

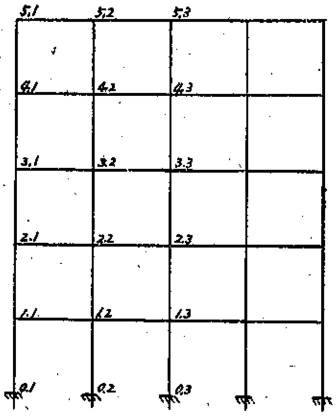
式 (43) の格點方程式と式 (47) の層方程式とが振動の基本方程式である。すべての格點に就て式 (43) を，各

層に就て式 (47) を適用して得られる $(nm+n)$ 個の聯立方程式を解くことによつて，强制振動及自由振動に關する問題を解くことが出來る。

算法を實例によつて示す爲に次に 5 層 4 聯架構の自由振動週期を求むる。

部材斷面が一様なる 5 層 4 聯の正方形架構の自由振動週期を前述の方法を以て解く。最初に f_5, f_6, f_7, f_8 を 1 に比して無視せる近似解法を行ふ。格點の符號は圖-14 に示す如く名付ける。各格點について表-3 を用ひて格點平衡式を作る。例へば (4.2) 點に就ては $X_{2.3}+8X_{3.3}+2X_{3.2}+X_{4.3}+2Y_5-9Y_4+6Y_3+Y_2=0$ となる。この様な式が全格點に就いて 15 個成立す。各層に就いて表-5 を用ひて層平衡式を作る。例へば最上層に就ては

圖-14.



$$X_{3.3}+2X_{2.3}+2X_{3.1}+2X_{4.1}+2X_{4.2}+X_{4.3}$$
$$+\left\{5\left(1-\frac{f_4}{6}\right)-\frac{4}{6}f_5\right\}Y_5-5\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4+5Y_3=0$$

となる[4]。之と類似せる方程式が各層につき 5 個得られる。合計 20 個の式の左邊は表-6 に示す如くであり，右邊は各式とも 0 である。

表-6.

	X_{01}	X_{02}	X_{03}	X_{13}	X_{12}	X_{11}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{33}	X_{32}	X_{31}	X_{41}	X_{42}	X_{43}	Y_5	Y_4	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0
1.1	6	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	−6	4
1.2	1	8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	−9	7
1.3	0	2	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	−9	7
2.3	0	0	1	8	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	−9	6	1
2.2	0	1	0	1	8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	−9	6	1
2.1	1	0	0	0	1	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	−6	3	1
3.1	0	0	0	0	0	1	6	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2	−6	3	1	0
3.2	0	0	0	0	1	0	1	8	1	0	1	0	0	0	0	0	2	−9	6	1	0
3.3	0	0	0	1	0	0	0	2	8	1	0	0	0	0	0	0	2	−9	6	1	0
4.3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	8	2	0	0	0	1	2	−9	6	1	0	0
4.2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	8	1	0	1	0	2	−9	6	1	0	0
4.1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	6	1	0	0	2	−6	3	1	0	0
5.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	1	0	−2	1	1	0	0	0
5.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	6	1	−5	4	1	0	0	0
5.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	6	−5	4	1	0	0	0
V	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2	1	$5(1-\frac{1}{6}f_4)-\frac{4}{6}f_5$	$-5(2+\frac{1}{6}f_3)$	5	0	0	0
IV	0	0	0	0	0	0	2	2	1	0	0	0	−2	−2	−1	$-5(1+\frac{1}{6}f_3)$	$5(3-\frac{1}{3}f_4)-\frac{4}{6}f_4$	$-5(3+\frac{1}{6}f_3)$	5	0	0
III	0	0	0	1	2	2	0	0	0	−1	−2	−2	0	0	0	0	$-5(1+\frac{1}{6}f_3)$	$5(3-\frac{1}{3}f_4)-\frac{4}{6}f_4$	$-5(3+\frac{1}{6}f_3)$	5	0
II	2	2	1	0	0	0	−2	−2	−1	0	0	0	0	0	0	0	0	$-5(1+\frac{1}{6}f_3)$	$5(3-\frac{1}{3}f_4)-\frac{4}{6}f_4$	$-5(3+\frac{1}{6}f_3)$	5
I	0	0	0	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-5(1+\frac{1}{6}f_3)$	$5(3-\frac{1}{3}f_4)-\frac{4}{6}f_4$	$-5(2+\frac{1}{6}f_3)$

强制振動の場合には ϕ と Y_0 とが與へられてゐるから 20 個の方程式から 20 個の未知量を求むることが出來るし，自由振動の場合には $Y_0=0$ なる故 ϕ を求むべき frequency equation が得られる。表-6 に於て Y_0 を除く他の項の係數に依つて作られる行列式を 0 とおける式が frequency equation である。その內最初の 15 個の格點方程式は ϕ を含まず，常係數の一次方程式であるからイテラチオン法によつて X と Y との關係を求めることが出來る。

$$X_{01}=0.002Y_5-0.012Y_4+0.074Y_3-0.453Y_2+0.924Y_1$$
$$X_{02}=-0.001Y_4+0.022Y_3-0.280Y_2+0.979Y_1$$

4) X の係數に 2 とあるは左右對稱なるために右半分の格點に關する項を加算せるためであり，Y の係數を 5 倍せるは柱が 5 列あるためであり，$\frac{1}{6}f_4$ を 4 倍せるは桁の數が 4 連あるからである。

$$X_{0.3}=-0.004Y_4+0.033Y_3-0.305Y_2+0.966Y_1$$

$$X_{1.3}=-0.003Y_5+0.033Y_4-0.309Y_3+1.000Y_2-0.687Y_1$$

$$X_{1.2}=-0.001Y_5+0.022Y_4-0.281Y_3+1.000Y_2-0.719Y_1$$

$$X_{1.1}=-0.010Y_5+0.075Y_4-0.465Y_3+0.998Y_2-0.521Y_1$$

$$X_{2.1}=\ \ 0.059Y_5-0.460Y_4+0.999Y_3-0.534Y_2-0.079Y_1$$

$$X_{2.2}=\ \ 0.022Y_5-0.282Y_4+1.001Y_3-0.719Y_2-0.021Y_1$$

$$X_{2.3}=\ \ 0.029Y_5-0.307Y_4+0.999Y_3-0.691Y_2-0.034Y_1$$

$$X_{3.3}=-0.269Y_5+0.989Y_4-0.689Y_3-0.034Y_2+0.004Y_1$$

$$X_{2.3}=-0.261Y_5+1.001Y_4-0.721Y_3-0.021Y_2$$

$$X_{3.1}=-0.369Y_5+0.963Y_4-0.528Y_3-0.077Y_2+0.014Y_1$$

$$X_{4.1}=\ \ 0.417Y_5-0.321Y_4-0.113Y_3+0.020Y_2-0.004Y_1$$

$$X_{4.2}=\ \ 0.700Y_5-0.679Y_4-0.020Y_3-0.001Y_2+0.001Y_1$$

$$X_{4.3}=\ \ 0.645Y_5-0.605Y_4-0.045Y_3+0.006Y_2-0.001Y_1$$

之を殘りの 5 個の聯立方程式に代入すれば

$$0.025Y_5-0.227Y_4+1.801Y_3-\left(9.996+\frac{5}{6}f_3\right)Y_2+\left(18.167-\frac{5}{3}f_4-\frac{2}{3}f_0\right)Y_1=0 \cdots\cdots \mathrm{I}$$

$$-0.187Y_5+1.761Y_4-\left(9.774+\frac{5}{6}f_3\right)Y_3+\left(16.426-\frac{5}{3}f_4-\frac{2}{3}f_0\right)Y_2-\left(9.994+\frac{5}{6}f_3\right)Y_1=0 \cdots\cdots \mathrm{II}$$

$$1.504Y_5-\left(9.690+\frac{5}{6}f_3\right)Y_4+\left(16.386-\frac{5}{3}f_4-\frac{2}{3}f_0\right)Y_3-\left(9.774+\frac{5}{6}f_3\right)Y_2+1.801Y_1=0 \cdots \mathrm{III}$$

$$-\left(7.688+\frac{5}{6}f_3\right)Y_5+\left(15.814-\frac{5}{3}f_4-\frac{2}{3}f_0\right)Y_4-\left(9.690+\frac{5}{6}f_3\right)Y_3+1.759Y_2-0.227Y_1=0 \cdots \mathrm{IV}$$

$$\left(6.350-\frac{5}{6}f_4-\frac{2}{3}f_0\right)Y_5-\left(7.688+\frac{5}{6}f_3\right)Y_4+1.502Y_3-0.186Y_2+0.025Y_1=0 \cdots\cdots \mathrm{V}$$

此の係數に依つて作らるゝ determinant を 0 ならしむべき ϕ を試索的に求める。

試みに $\phi=0.74$ とおけば表-**1** によつて $f_0=0.300$, $f_3=0.050$, $f_4=0.100$ なる故 determinant $\varDelta$ は

$$\varDelta=\begin{vmatrix} 0.025 & -0.227 & 1.801 & -10.038 & 17.800 \\ -0.187 & 1.761 & -9.816 & 16.059 & -10.036 \\ 1.504 & -9.732 & 16.019 & -9.816 & 1.801 \\ -7.730 & 15.447 & -9.732 & 1.759 & -0.227 \\ 6.067 & -7.730 & 1.502 & -0.186 & 0.025 \end{vmatrix}$$

變形して[5)]

$$\varDelta=\begin{vmatrix} -0.321 & -0.481 & -0.226 & -2.222 & 9.363 \\ -0.346 & -0.254 & -2.027 & 7.816 & -8.437 \\ -0.159 & -2.015 & 7.789 & -8.243 & 1.599 \\ -1.663 & 7.717 & -8.230 & 1.573 & -0.202 \\ 6.067 & -7.730 & 1.502 & -0.186 & 0.035 \end{vmatrix}$$

5) 計算の都合上之を I+II+III+IV+V, II+III+IV+V, III+IV+V, IV+V, V を行とする行列式に變形したが，この變形は行はずとも結果は得られる。

この値を消去法を用ひて計算すれば $\Delta=-32.3$ となる。同樣にして $\phi=0.73$ 及 $\phi=0.75$ に就いて計算し補間法によつて $\phi=0.74$ なることを知る[6)]。

本例の如き高層架構にては f_5, f_6, f_7, f_8 の影響は後例にて知る如く極めて僅少であつて之を無視して求めた上記の値を以て正確なる値とみなして差支へない。こゝで f_5, f_6, f_7, f_8 の諸係數を無視することの持つ意義を一應考察するに上例にても知り得る如く之等を無視する時は格點方程式は φ を含まず，水平荷重が格點のみに作用せる場合の格點方程式と同一である。卽ち格點以外の部材部分の慣性力は之を夫々兩端格點に分配されて働くものとみなしたことを意味する。

次に層方程式に就いて考ふれば式 (31) によつて明なる如く部材の彎曲に依つて生ずる慣性力を無視したことを意味する。されば兩者を綜合して考へれば f_5, f_6, f_7, f_8 を無視することの意味は次の假定に相當する。「外力の計算に當つては兩格點間の變位は直線狀にして彎曲せざるものとし，この變位に依つて生ずる慣性力は兩格點に合理的に配分さるるものとす」後例に見る如く部材の彎曲によつて追加さるゝ變位は僅かであり，且部材中間の慣性力は之を兩格點に適當なる比率にて分配して作用するものと考へても，高層なる架構にては全體的な變位に對しては殆んど影響せぬであらうことは豫想されるから，この假定は架構が高層にして振動が緩なる程漸次正確になるものと考へらる (第 7 節參照)。

表-7.　係數 $\dfrac{Wh^3}{36\,EJ}$

節點 ＼ 張間數		1	2	3	4	5
1 層ラーメン	1	2.1429	1.3750	1.0000	0.7871	0.6488
2 層ラーメン	1	9.0001	5.5026	3.9294	3.0594	2.5043
	2	4.8000	3.0103	2.1822	1.7133	1.4102
3 層ラーメン	1	20.5154	12.3088	8.7208	6.7595	5.5180
	2	15.8662	9.6256	6.8585	5.3321	4.3614
	3	7.5866	4.7239	3.4119	2.6731	2.1976
4 層ラーメン	1	36.5705	21.7281	15.3328	11.8566	9.6666
	2	31.8400	19.0151	13.4539	10.4182	8.5015
	3	22.9312	13.8481	9.8466	7.6460	6.2501
	4	10.3933	6.4432	4.6447	3.6349	2.9864
5 層ラーメン	1	57.1316	32.9978	23.7593	18.3472	14.9368
	2	52.3881	30.2815	21.8785	16.9079	13.7714
	3	43.3759	25.0761	18.2499	14.1214	11.5101
	4	30.0217	17.3274	12.8399	9.9638	8.1402
	5	13.2022	8.1637	5.8784	4.5977	3.7755

6) ϕ の大體の値を豫想するには最上階に對する平衡方程式 V の η に一様なる格點水平荷重を受けた架構の撓度を代入することによつて近似的に得られる。卽ち $f_0+1.250f_4+1.152f_7=0.489$ 之を解きて $\phi=0.74$ を得。一様なる水平格點荷重 W による柱及桁の剛度一様なる架構の撓度は表-7 によりて與へられる (本表は土木學會誌第 26 卷第 6 號酒井博士の論文から引用せるものである)。

自由振動週期及格點の水平變位の算定に於て上述の假定が許し得る場合にも，部材の彎曲率の値に就ては許し得るとは限らぬ。何故ならば彎曲率は架構に働く外力の總力に影響さるゝと同時に外力の局部的の分布狀態にも相當左右されるからである。

7. 斷面一樣なる正方形單聯高層架構の自由振動

部材長と斷面が一樣なる高層單聯架構の自由振動週期と部材應力を上記の方法を用ひて計算する。f_5, f_6, f_7, f_8 の自由振動週期に及ぼす影響は僅少であるから，初めには之を無視して近似解を求める。この場合格點方程式 (45) は ϕ を含まぬ故 X^0 は Y の常係數の一次方程式を以つて表はされる。この X の値を層方程式に於ける X に代入して得られる Y の一次聯立方程式から Y を消去して ϕ を求むべき frequency equation を作り，之を滿足すべき ϕ を表-1 を用ひて試索的に求める。

かくて得た近似値を利用して f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せざる嚴密解を求めたが後の例で示される樣に 2 層架構に於ても既に之等諸量が ϕ に及ぼす影響は極めて小さく，今行つてゐる計算の精度の範圍では 0 とおいて差支へない。それ故に 3 層以上の架構では之を無視した。

frequency equation を解くことによつて得られた ϕ により Y 及 X^0 を求め之より式 (39') 及 (40') により格點の撓度と端彎曲率を計算すれば $M_a=k_aY_t$, $M_b=k_bY_t$ 及 $\eta_a=j_a\eta_t, \eta_b=j_b\eta_t$ の形にて與へらる。こゝに η_t は架構の頂點の撓度で $Y_t=\dfrac{6EJ}{hh'}\eta_t$ である。從つて部材の撓度を求むるには式 (15)～(18) を用ひて

$$A=-\frac{1}{2}\left(j_a+\frac{6k_a}{\phi^2}\frac{h}{h'}\right)\eta_t\cot\phi+\frac{1}{2}\left(j_b+\frac{6k_b}{\phi^2}\frac{h}{h'}\right)\eta_t\operatorname{cosec}\phi$$

等を得。しかるに $\dfrac{h'}{h}=1$ なる故 $\eta_t=1.00$ とおけば係數 A, B, C, D は次の如くなる。

$$A=-\frac{1}{2}\left(j_a+\frac{6k_a}{\phi^2}\right)\cot\phi+\frac{1}{2}\left(j_b+\frac{6k_b}{\phi^2}\right)\operatorname{cosec}\phi$$

$$B=\frac{1}{2}\left(j_a+\frac{6k_a}{\phi^2}\right)$$

$$C=-\frac{1}{2}\left(j_a-\frac{6k_a}{\phi^2}\right)\coth\phi+\frac{1}{2}\left(j_b-\frac{6k_b}{\phi^2}\right)\operatorname{cosech}\phi$$

$$D=\frac{1}{2}\left(j_a-\frac{6k_a}{\phi^2}\right)$$

この場合の端彎曲率は $K_aY_t=k_a\dfrac{6EJ}{hh'}$ の形で與へられる故に k_a, k_b 等で表はす時は係數は $\dfrac{6EJ}{hh'}$ である。この計算に必要なる $\sin\phi$, $\cos\phi$, $\sinh\phi$, $\cosh\phi$ の値は林博士の數表[7]が便であり $\cot\phi$, $\coth\phi$, $\operatorname{cosec}\phi$, $\operatorname{cosech}\phi$ の値は表-8 に與へられてゐる。

(1). 1 層ラーメン (圖-15)

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せる近似解法

格點方程式は圖-13 により

$$4X_{0.1}+X_{0.2}+2Y_0-2Y_1=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{i})$$

層方程式は (48) により

---

7) 林 桂一氏， 高等函數表，

表-8.

ϕ	$\cot\phi$	$\mathrm{cosec}\,\phi$	$\coth\phi$	$\mathrm{cosech}\,\phi$	ϕ	$\cot\phi$	$\mathrm{cosec}\,\phi$	$\coth\phi$	$\mathrm{cosech}\,\phi$
0.51	1.788	2.048	2.128	1.878	0.90	0.791	1.277	1.339	0.974
0.52	1.747	2.012	2.093	1.839	0.91	0.778	1.267	1.387	0.961
0.53	1.707	1.978	2.060	1.801	0.92	0.761	1.257	1.378	0.948
0.54	1.668	1.945	2.028	1.765	0.93	0.746	1.248	1.369	0.935
0.55	1.631	1.913	1.998	1.730	0.94	0.731	1.238	1.360	0.922
0.56	1.595	1.883	1.969	1.696	0.95	0.715	1.229	1.352	0.910
0.57	1.560	1.853	1.940	1.663	0.96	0.700	1.221	1.344	0.897
0.58	1.526	1.825	1.913	1.631	0.97	0.685	1.212	1.336	0.885
0.59	1.494	1.797	1.887	1.600	0.98	0.671	1.204	1.328	0.874
0.60	1.462	1.771	1.862	1.571	0.99	0.657	1.196	1.320	0.862
0.61	1.431	1.746	1.838	1.542	1.00	0.642	1.188	1.313	0.851
0.62	1.401	1.721	1.815	1.514	1.01	0.628	1.181	1.306	0.840
0.63	1.372	1.697	1.792	1.487	1.02	0.614	1.174	1.299	0.829
0.64	1.343	1.675	1.770	1.461	1.03	0.601	1.166	1.292	0.818
0.65	1.315	1.652	1.749	1.435	1.04	0.587	1.160	1.286	0.808
0.66	1.288	1.631	1.729	1.411	1.05	0.574	1.153	1.279	0.798
0.67	1.262	1.610	1.710	1.387	1.06	0.560	1.146	1.273	0.787
0.68	1.237	1.590	1.691	1.363	1.07	0.548	1.140	1.267	0.778
0.69	1.212	1.571	1.672	1.340	1.08	0.534	1.134	1.261	0.768
0.70	1.188	1.552	1.655	1.318	1.09	0.522	1.128	1.255	0.758
0.71	1.163	1.534	1.638	1.297	1.10	0.509	1.120	1.249	0.749
0.72	1.140	1.517	1.621	1.276	1.11	0.496	1.116	1.244	0.739
0.73	1.117	1.500	1.605	1.255	1.12	0.484	1.111	1.238	0.730
0.74	1.095	1.483	1.589	1.236	1.13	0.472	1.106	1.233	0.721
0.75	1.073	1.467	1.574	1.216	1.14	0.460	1.101	1.228	0.713
0.76	1.052	1.451	1.560	1.197	1.15	0.448	1.096	1.223	0.704
0.77	1.031	1.437	1.546	1.179	1.16	0.436	1.091	1.218	0.695
0.78	1.011	1.421	1.532	1.161	1.17	0.424	1.086	1.213	0.687
0.79	0.991	1.408	1.519	1.143	1.18	0.412	1.082	1.209	0.679
0.80	0.971	1.394	1.506	1.126	1.19	0.400	1.077	1.204	0.671
0.81	0.952	1.381	1.494	1.109	1.20	0.389	1.073	1.200	0.663
0.82	0.933	1.368	1.481	1.093	1.21	0.377	1.069	1.195	0.655
0.83	0.915	1.355	1.470	1.077	1.22	0.366	1.065	1.191	0.647
0.84	0.896	1.343	1.458	1.061	1.23	0.355	1.061	1.187	0.639
0.85	0.879	1.331	1.447	1.046	1.24	0.343	1.057	1.183	0.632
0.86	0.861	1.320	1.436	1.031	1.25	0.332	1.054	1.179	0.624
0.87	0.844	1.308	1.426	1.016	1.26	0.321	1.050	1.175	0.617
0.88	0.827	1.298	1.416	1.002	1.27	0.310	1.047	1.171	0.610
0.89	0.810	1.287	1.406	0.988	1.28	0.299	1.044	1.168	0.603

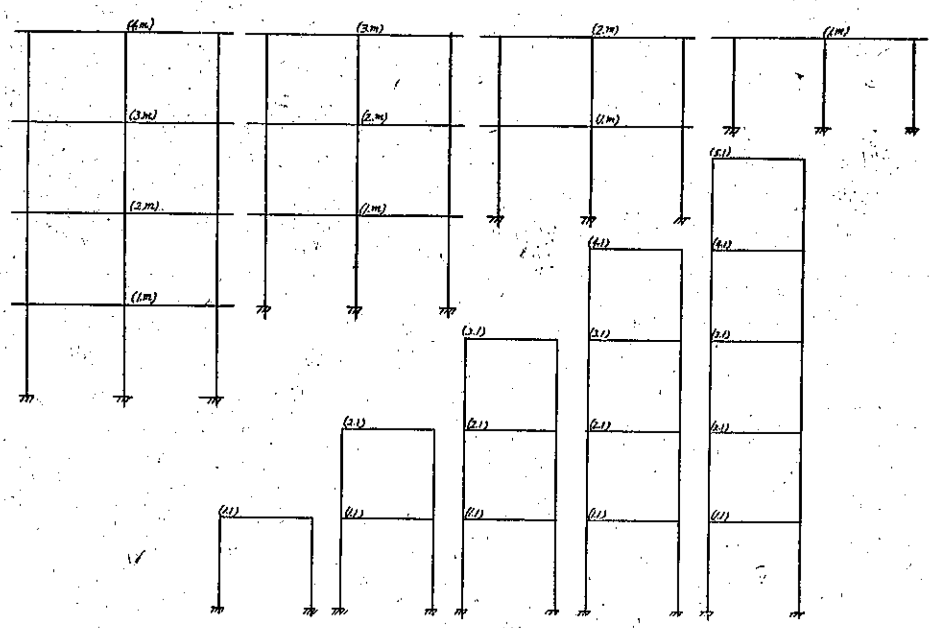
表-8.（續き）

ϕ	$\cot\phi$	$\mathrm{cosec}\,\phi$	$\coth\phi$	$\mathrm{cosech}\,\phi$	ϕ	$\cot\phi$	$\mathrm{cosec}\,\phi$	$\coth\phi$	$\mathrm{cosech}\,\phi$
1.29	0.288	1.041	1.164	0.596	1.70	−0.130	1.010	1.069	0.378
1.30	0.278	1.038	1.161	0.589	1.71	−0.140	1.010	1.068	0.374
1.31	0.267	1.035	1.157	0.582	1.72	−0.150	1.011	1.066	0.370
1.32	0.256	1.032	1.154	0.575	1.73	−0.161	1.013	1.065	0.366
1.33	0.246	1.030	1.150	0.569	1.74	−0.171	1.015	1.064	0.362
1.34	0.235	1.027	1.147	0.562	1.75	−0.181	1.016	1.062	0.358
1.35	0.224	1.025	1.144	0.556	1.76	−0.191	1.018	1.061	0.355
1.36	0.214	1.023	1.141	0.550	1.77	−0.202	1.020	1.060	0.351
1.37	0.204	1.021	1.138	0.543	1.78	−0.212	1.022	1.059	0.347
1.38	0.193	1.019	1.135	0.537	1.79	−0.223	1.025	1.057	0.344
1.39	0.183	1.017	1.132	0.531	1.80	−0.233	1.027	1.056	0.340
1.40	0.172	1.015	1.130	0.525	1.81	−0.244	1.029	1.055	0.336
1.41	0.162	1.013	1.127	0.519	1.82	−0.255	1.032	1.054	0.333
1.42	0.152	1.012	1.124	0.514	1.83	−0.265	1.035	1.053	0.329
1.43	0.142	1.010	1.122	0.508	1.84	−0.276	1.037	1.052	0.326
1.44	0.132	1.009	1.119	0.502	1.85	−0.287	1.040	1.051	0.323
1.45	0.121	1.007	1.117	0.497	1.86	−0.298	1.043	1.050	0.319
1.46	0.111	1.006	1.114	0.491	1.87	−0.309	1.047	1.049	0.316
1.47	0.101	1.005	1.112	0.486	1.88	−0.320	1.050	1.048	0.313
1.48	0.091	1.004	1.109	0.480	1.89	−0.330	1.053	1.047	0.309
1.49	0.081	1.003	1.107	0.475	1.90	−0.342	1.057	1.046	0.306
1.50	0.071	1.003	1.105	0.470	1.91	−0.353	1.060	1.045	0.303
1.51	0.061	1.002	1.103	0.465	1.92	−0.364	1.064	1.044	0.300
1.52	0.051	1.001	1.101	0.459	1.93	−0.376	1.068	1.043	0.297
1.53	0.041	1.001	1.098	0.454	1.94	−0.387	1.072	1.042	0.294
1.54	0.031	1.001	1.096	0.449	1.95	−0.399	1.077	1.041	0.290
1.55	0.021	1.000	1.094	0.445	1.96	−0.410	1.081	1.040	0.287
1.56	0.018	1.000	1.092	0.440	1.97	−0.422	1.085	1.040	0.284
1.57	0.001	1.000	1.091	0.435	1.98	−0.434	1.090	1.039	0.282
1.58	−0.001	1.000	1.089	0.430	1.99	−0.446	1.095	1.038	0.279
1.59	−0.019	1.000	1.087	0.426	2.00	−0.458	1.100	1.037	0.276
1.60	−0.029	1.000	1.085	0.421	2.01	−0.470	1.105	1.037	0.274
1.61	−0.039	1.001	1.083	0.416	2.02	−0.482	1.110	1.036	0.270
1.62	−0.049	1.002	1.081	0.412	2.03	−0.495	1.116	1.035	0.267
1.63	−0.059	1.002	1.080	0.408	2.04	−0.507	1.121	1.034	0.265
1.64	−0.069	1.003	1.078	0.403	2.05	−0.520	1.127	1.034	0.262
1.65	−0.079	1.004	1.077	0.399	2.06	−0.533	1.133	1.033	0.259
1.66	−0.090	1.005	1.075	0.395	2.07	−0.545	1.139	1.032	0.257
1.67	−0.100	1.006	1.074	0.390	2.08	−0.559	1.145	1.032	0.254
1.68	−0.110	1.007	1.072	0.386	2.09	−0.572	1.152	1.031	0.251
1.69	−0.120	1.008	1.071	0.382	2.10	−0.585	1.158	1.030	0.249

表-8.（續き）

ϕ	$\cot\phi$	$\operatorname{cosec}\phi$	$\coth\phi$	$\operatorname{cosech}\phi$	ϕ	$\cot\phi$	$\operatorname{cosec}\phi$	$\coth\phi$	$\operatorname{cosech}\phi$
2.11	−0.599	1.165	1.030	0.246	2.31	−0.912	1.353	1.020	0.201
2.12	−0.612	1.172	1.029	0.244	2.32	−0.930	1.366	1.020	0.199
2.13	−0.626	1.180	1.029	0.241	2.33	−0.949	1.379	1.019	0.197
2.14	−0.640	1.187	1.028	0.239	2.34	−0.968	1.392	1.019	0.195
2.15	−0.654	1.195	1.028	0.236	2.35	−0.988	1.406	1.018	0.193
2.16	−0.669	1.203	1.027	0.234	2.36	−1.008	1.420	1.018	0.191
2.17	−0.683	1.211	1.026	0.231	2.37	−1.028	1.434	1.018	0.189
2.18	−0.698	1.219	1.026	0.229	2.38	−1.049	1.449	1.017	0.187
2.19	−0.712	1.228	1.025	0.227	2.39	−1.070	1.465	1.017	0.185
2.20	−0.728	1.237	1.025	0.224	2.40	−1.092	1.481	1.017	0.183
2.21	−0.743	1.246	1.024	0.222	2.41	−1.114	1.497	1.016	0.181
2.22	−0.759	1.255	1.024	0.220	2.42	−1.136	1.514	1.016	0.179
2.23	−0.775	1.265	1.023	0.218	2.43	−1.160	1.531	1.016	0.178
2.24	−0.791	1.275	1.023	0.215	2.44	−1.183	1.549	1.015	0.176
2.25	−0.807	1.285	1.923	0.213	2.45	−1.207	1.568	1.015	0.174
2.26	−0.824	1.296	1.022	0.211	2.46	−1.233	1.587	1.015	0.172
2.27	−0.841	1.307	1.022	0.209	2.47	−1.258	1.607	1.015	0.170
2.28	−0.858	1.318	1.021	0.207	2.48	−1.285	1.628	1.014	0.169
2.29	−0.875	1.329	1.021	0.205	2.49	−1.311	1.649	1.014	0.167
2.30	−0.894	1.341	1.020	0.203	2.50	−1.338	1.671	1.014	0.165

圖-15.



$$2X_0+\left\{2\left(1-\frac{1}{6}f_4\right)-\frac{1}{6}f_0\right\}Y_1-2\left(1-\frac{1}{6}f_3\right)Y_0=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (ii)$$

しかるに $X_{0.1}=X_{0.2}$ 及 $Y_0=0$ なる故 (i), (ii) は

$$5X_{0.1}-2Y_1=0$$

$$2X_{0.1}+\left\{2\left(1-\frac{1}{6}f_4\right)-\frac{1}{6}f_0\right\}Y_1=0$$

frequency equation は $X_{0.1}$ と Y_1 を消去して得られる。

$$\Delta=\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 2\left(1-\frac{1}{6}f_4\right)-\frac{1}{6}f_0 \end{vmatrix}=0$$

即ち　$$\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}f_0+f_4\right)=1.40 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (iii)^{8)}$$

表-1 に依つて $\phi=1.77$ を得。f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せざる嚴密解は先に求めた如く $\phi=1.79$ である (第 4 節計算例 6)

この場合撓度と曲げモーメントとの關係を求むれば下の如し。

$$\left.\begin{aligned} M^u_{0.1}&=-0.86Y_1 \\ M^o_{0.1}&=0.55Y_1 \\ \eta_1&=\frac{hh'}{6EJ}Y_1 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (iv)$$

式 (13) に依つて $\eta_1=1.00$ とせる場合の部材の撓みを計算せば次の如し。

式 (15′)　により $A=-\frac{1}{2}\times\frac{6\times0.86}{1.79^2}\times0.223+\frac{1}{2}\left(1+\frac{6\times0.55}{1.79^2}\right)\times1.025=0.861$

表-9.

部　材	位　置	撓　度	格點靜荷重による撓度	部　材	位　置	B.M.	格點靜荷重によるB.M.
柱	1.00	1.00	1.00	柱	M^o	0.55	0.60
	0.80	0.83	0.82		M^u	−0.86	−0.80
	0.60	0.58	0.56	桁	M^l	0.55	0.60
	0.40	0.31	0.29		M^r	−0.55	−0.60
	0.20	0.09	0.09				
桁	0.00	0.00	0.00				
	0.20	0.06	0.06				
	0.40	0.03	0.03				
	0.60	−0.03	−0.03				
	0.80	−0.06	−0.06				
	1.00	0.00	0.00				

係數 $\frac{6EJ}{hh'}$

8) 前編に於てもこの式を導いたがその時は三次の行列式であつた。こゝに二次行列式に簡單化されたのは補助函數 X を導入せる結果である。

式 (16′) により　$B=-\frac{1}{2}\times\frac{6\times0.86}{1.79^2}=-0.805$

式 (17′) により　$C=-\frac{1}{2}\times\frac{6\times0.86}{1.79^2}\times1.057+\frac{1}{2}\left(1-\frac{6\times0.55}{1.79^2}\right)\times0.344=-0.856$

式 (18′) により　$D=\frac{1}{2}\times\frac{6\times0.86}{1.79^2}=0.805$

$\therefore\quad \eta=0.861\sin\lambda x-0.805\cos\lambda x-0.856\sinh\lambda x+0.805\cosh\lambda x\cdots\cdots(\mathrm{v})$

式 (iv) 及 (v) より撓度及彎曲率を計算せば表-9 の如くなる。

猶格點に水平靜荷重が作用せる場合の撓度及彎曲率[9]を計算し振動の場合と比較した（右欄）。

(2). 2 層ラーメン（圖-15）

<u>f_3, f_6, f_7, f_8 を無視せる近似解法</u>

格點方程式は圖-13 により

式 (2.1) に對し　$X_{0\cdot1}+4X_{1\cdot1}+X_{1\cdot2}+Y_0+Y_1-2Y_2=0$

式 (1.1) に對し　$6X_{0\cdot1}+X_{0\cdot2}+X_{1\cdot1}+4Y_0-6Y_1+2Y_2=0$

層方程式は式 (48) により

II 層に對し　$2X_{0\cdot1}+2X_{1\cdot1}+2Y_0-2\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+2\left(1-\frac{1}{6}f_4\right)Y_2-\frac{1}{6}f_0Y_2=0$

I 層に對し　$-2X_{1\cdot1}-2\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_0+2\left(3-\frac{1}{3}f_4\right)Y_1-2\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2-\frac{1}{6}f_0Y_1=0$

しかるに　$Y_0=0,\ X_{0\cdot1}=X_{0\cdot2},\ X_{1\cdot1}=X_{1\cdot2}$　なる故

$$X_{0\cdot1}+5X_{1\cdot1}-2Y_2=0\cdots\cdots(\mathrm{i})$$

$$7X_{0\cdot1}+X_{1\cdot1}-6Y_1+2Y_2=0\cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

$$X_{0\cdot1}+X_{1\cdot1}-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2=0\cdots\cdots(\mathrm{iii})$$

$$X_{1\cdot1}-\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1+\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0\cdots\cdots(\mathrm{iv})$$

式 (i) 及 (ii) により

$$X_{1\cdot1}=-0.382Y_1+0.471Y_2$$

$$X_{0\cdot1}=0.912Y_1-0.353Y_2$$

之を式 (iii) 及 (iv) に代入して

$$\left(1.470+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1-\left(1.118-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2=0$$

$$\left(3.382-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1-\left(1.471+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

依つて frequency equation は Y_1 及 Y_2 を消去して得られる。

$$\varDelta=\begin{vmatrix} -\left(1.470+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.118-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0 \\ 3.382-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.471+\frac{1}{6}f_3\right) \end{vmatrix}=0$$

表-1 に依り $\phi=1.23$ を得。

9) 鷹部屋博士著：建築架構モーメント圖譜並計算法 II.

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せざる嚴密解法

試みに $\phi=1.23$ として計算す。表-1 により $f_0=2.252$, $f_3=0.393$, $f_4=0.774$, $f_5=0.046$, $f_6=0.052$, $f_7=0.030$, $f_8=0.029$ を得.

式 (41) に依り $F=\frac{1}{3.060}$, 略符號 5, 6, 7, 8 は次の如くなる。

$$5=1.046 \qquad 6=0.948 \qquad 7=1.989 \qquad 8=1.008$$

格點方程式の係數は圖-13 に依りて定む。格點 (21) に對し $a=1.008$, $b=0$, $c=3.978$, $d=1.008$, $e=0$, $\alpha=1.054$, $\beta=1.224$, $\gamma=-1.787$, $\delta=0$ となり方程式は

$$1.008X_{0\cdot1}+3.978X_{1\cdot1}+1.008X_{1\cdot2}+1.224-1.787Y_2=0$$

格點 (11) に對し $a=0$, $b=0$, $c=5.967$, $d=1.008$, $e=1.008$, $\alpha=0$, $\beta=0$, $\gamma=-5.558$, $\delta=2.080$ となり方程式は

$$5.967X_{0\cdot1}+1.008X_{0\cdot2}+1.008X_{1\cdot1}-5.558Y_1+2.080Y_2=0$$

しかるに $X_{0\cdot1}=X_{0\cdot2}$, $X_{1\cdot1}=X_{1\cdot2}$ なる故上の 2 式は

$$1.008X_{0\cdot1}+4.986X_{1\cdot1}+1.224Y_1-1.787Y_2=0 \cdots\cdots(\mathrm{i})$$

$$6.975X_{0\cdot1}+1.008X_{1\cdot1}-5.558Y_1+2.080Y_2=0 \cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

式 (i) 及 (ii) により

$$X_{0\cdot1}=0.857Y_1-0.361Y_2 \cdots\cdots(\mathrm{iii})$$

$$X_{1\cdot1}=-0.419Y_1+0.431Y_2 \cdots\cdots(\mathrm{iv})$$

層方程式の係數は式 (48) に依りて定む。

$n=2$ に對し $a'=1.012$, $b'=0.980$, $e'=0$, $\beta'=-1.985$, $\gamma'=0.930$ となり方程式は

$$1.012X_{0\cdot1}+0.980X_{1\cdot1}-1.985Y_1+0.930Y_2-0.188Y_2=0$$

式 (iii), (iv) を代入して

$$-1.529Y_1+0.799Y_2=0 \cdots\cdots(\mathrm{v})$$

$n=1$ に對し $a'=0$, $b'=0$, $e'=-1.012$. $\gamma'=2.677$, $\delta=-1.091$ となり方程式は

$$1.012X_{1\cdot1}-2.659Y_1+1.091Y_2+0.188Y_1=0$$

式 (iii) 及 (iv) を代入して

$$2.895Y_1-1.527Y_2=0 \cdots\cdots(\mathrm{vi})$$

(v), (vi) 兩式より frequency equation は Y_1 と Y_2 を消去して得られる。

$$\varDelta=\begin{vmatrix}-1.529 & 0.799\\ 2.895 & -1.527\end{vmatrix}=0.022$$

$\phi=1.22$ と假定して同様なる計算を行へば $\varDelta=-0.040$ となる。故に嚴密解として $\phi=1.23$ を得。又この場合 $Y_1=0.53Y_2$ である。式 (iii) 及 (iv) より

$$X^0_{0\cdot1}=(0.857\times0.53-0.361)Y_2=0.09Y_2$$

$$X^0_{1\cdot1}=(-0.419\times0.53+0.431)Y_2=0.21Y_2$$

式 (39′) に代入して

$$Xu_{1\cdot1}=(-0.09+0.948\times0.53+0.948\times0.53\times1.046)Y_2\fallingdotseq-0.13Y_2$$

$$Xu_{0\cdot1}=-1.046\times0.53Y_2=-0.55Y_2$$

式 (40′) に代入して

$$M^o_{1\cdot1}=\frac{1}{3.062}(2.030\times0.21+1.029\times0.13)Y_2=0.18Y_2$$

$$Mu_{1\cdot1}=\frac{1}{3.062}(-2.030\times0.13-1.029\times0.21)Y_2=-0.16Y_2$$

$$M^o_{0\cdot1}=\frac{1}{3.062}(2.030\times0.09+1.029\times0.55)Y_2=0.24Y_2$$

$$Mu_{0\cdot1}=\frac{1}{3.062}(-2.030\times0.55-1.029\times0.09)Y_2=-0.39Y_2$$

格點に於ける撓度は $\eta_2=\frac{hh'}{6EJ}Y_2$, $\eta_1=0.53\frac{hh'}{6EJ}Y_2$, 式 (13) によつて $\eta_2=1.00$ とせる場合の各部材の撓み及各部材の端モーメントを計算せば**表-10** 及**表-11** の如くなる。之を同一なる水平荷重が各格點に作用せる場合の同一架構の撓度[10]及端モーメントと比較するためにその値を右欄に示した。

表-10.

部材	位置	撓度	格點靜荷重による撓度
第2層の柱	1.00	1.00	1.00
	0.80	0.94	0.95
	0.60	0.85	0.85
	0.40	0.74	0.74
	0.20	0.63	0.63
第1層の柱	1.00	0.53	0.53
	0.80	0.42	0.43
	0.60	0.28	0.29
	0.40	0.15	0.15
	0.20	0.04	0.04
	0.00	0.00	0.00
第2層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.02	−0.02
第1層の桁	0.20	0.04	0.04
	0.40	0.02	0.02
	0.60	−0.02	−0.02
	0.80	−0.04	−0.04

表-11.

部材	位置	B.M.	格點靜荷重によるB.M.
第2層の柱	M^o	0.18	0.20
	M^u	−0.16	−0.13
第1層の柱	M^o	0.24	0.27
	M^u	−0.39	−0.40
第2層の桁	M^l	0.18	0.20
	N^r	−0.18	−0.20
第1層の桁	M^l	0.40	0.40
	M^r	−0.40	−0.40

係數 $\frac{6EJ}{hh'}$

高層架構の振動週期の計算には f_6, f_0, f_7, f_8 の影響は僅少なるべきことは既述したが，本例によれば 2 層架構にても既にその影響は徴少にして之を無視するも支障なき程度である。されば 3 層以上の高層架構に於ては之を考慮せざることとする。

(3) 3 層ラーメン（圖-15）

格點方程式は **表-3** により

(31) に對し　$X_{1\cdot1}+4X_{2\cdot1}+X_{2\cdot2}+Y_1+Y_2-2Y_3=0$

(21) に對し　$X_{0\cdot1}+6X_{1\cdot1}+X_{1\cdot2}+X_{2\cdot1}+Y_0+3Y_1-6Y_2+2Y_3=0$

10) 兩端モーメント M_a, M_b, 撓度 η_a, η_b なる桁の撓度は

$$EJ\eta=EJ\eta_a+\left\{\frac{EJ}{l}(\eta_b-\eta_a)+\frac{2M_a+M_b}{6}l\right\}x-\frac{M_a}{2}x^2+\frac{M_a-M_b}{6l}x^3$$

式 (11) に對し　$6X_{0\cdot1}+X_{0\cdot2}+X_{1\cdot1}+4Y_0-6Y_1+2Y_2=0$

$Y_0=0,\ X_{0\cdot1}=X_{0\cdot2},\ X_{1\cdot1}=X_{1\cdot2},\ X_{2\cdot1}=X_{2\cdot2}$ なる故

$$X_{1\cdot1}+5X_{2\cdot1}+Y_1+Y_2-2Y_3=0 \quad \cdots\cdots(\text{i})$$

$$X_{0\cdot1}+7X_{1\cdot1}+X_{2\cdot1}+3Y_1-6Y_2+2Y_3=0 \quad \cdots\cdots(\text{ii})$$

$$7X_{0\cdot1}+X_{1\cdot1}-6Y_1+2Y_2=0 \quad \cdots\cdots(\text{iii})$$

式 (i), (ii) 及 (iii) を解きて

$$X_{0\cdot1}=0.936Y_1-0.425Y_2+0.052Y_3 \quad \cdots\cdots(\text{iv})$$

$$X_{1\cdot1}=-0.549Y_1+0.974Y_2-0.361Y_3 \quad \cdots\cdots(\text{v})$$

$$X_{2\cdot1}=-0.090Y_1-0.395Y_2+0.472Y_3 \quad \cdots\cdots(\text{vi})$$

層方程式は式 (48) により

$n=3$ に對し　$X_{1\cdot1}+X_{2\cdot1}+Y_1-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_3=0$

$n=2$ に對し　$X_{0\cdot1}-X_{2\cdot1}-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$

$n=1$ に對し　$-X_{1\cdot0}+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$

以上の 3 式に式 (iv), (v), (vi) を代入して

$$0.361Y_1-\left(1.421+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_3=0$$

$$\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1-\left(2.970-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2+\left(1.420+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$

$$\left(3.549-\frac{1}{3}f_4-\frac{f_0}{12}\right)Y_1-\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+0.361Y_3=0$$

之より frequency equation は Y_1, Y_2 及 Y_3 を消去して得られる。

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0.361 & -\left(1.421+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0 \\ -\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right) & 2.970-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.420+\frac{1}{6}f_3\right) \\ 3.549-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.361 \end{vmatrix}=0$$

之を解きて

$$\phi=0.98, \qquad Y_1=0.34Y_3, \qquad Y_2=0.76\,Y_3$$

を得。

曲げモーメントと撓度とを求むる爲に $\phi=0.98$ ある場合の格點方程式を圖-13 に依つて求むれば（f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せず）

$$1.011X^0{}_1+5.035X^0{}_2+1.029Y_1+1.097Y_2-1.931Y_3=0$$

$$1.011X^0{}_0+7.047X^0{}_1+1.011X^0{}_2+3.145Y_1-5.871Y_2+2.048Y_3=0$$

$$7.047X^0{}_0+1.011X^0{}_1-5.871Y_1+2.048Y_2=0$$

上記の Y_1 及 Y_2 を代入せば

$$1.011X^0{}_1+5.035X^0{}_2-0.747Y_3=0$$

$$1.011X^0_0+7.047X^0_1+1.011X_2-1.345Y_3=0$$

$$7.047X^0_0+1.011X^0_1-0.440Y_3=0$$

之より　$X^0_0=0.04Y_3$,　$X^0_1=0.17Y_3$,　$X_2^0=0.11Y_3$

式 (39′) に代入して　$Xu_0=-0.35Y_3$,　$Xu_1=-0.15Y_3$,　$Xu_2=-0.05Y_3$

式 (40′) 及式 (13) により彎曲率及撓度を求むれば**表-12**, **表-13** を得。之を同一なる水平荷重が各格點に作用せる場合の撓度及彎曲率と比較するためにその値を右欄に示した。

表-12.

部　材	位　置	撓　度	格點靜荷重による撓度
第3層の柱	1.00	1.00	1.00
	0.80	0.99	0.99
	0.60	0.95	0.95
	0.40	0.89	0.89
	0.20	0.82	0.83
第2層の柱	1.00	0.76	0.77
	0.80	0.69	0.71
	0.60	0.61	0.63
	0.40	0.51	0.53
	0.20	0.41	0.44
第1層の柱	1.00	0.34	0.37
	0.80	0.24	0.27
	0.60	0.16	0.17
	0.40	0.07	0.08
	0.20	0.02	0.01
	0.00	0.00	0.00
第3層の桁	0.20	0.01	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.01	−0.02
第2層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.20	−0.02
第1層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.02	−0.02

表-13.

部　材	位　置	B.M.	格點靜荷重による B.M.
第3層の柱	M^o	0.14	0.17
	M^u	−0.07	−0.07
第2層の柱	M^o	0.16	0.16
	M^u	−0.16	−0.13
第1層の柱	M^o	0.09	0.09
	M^u	−0.25	−0.27
第3層の桁	M^l	0.14	0.17
	M^r	−0.14	−0.17
第2層の桁	M^l	0.23	0.23
	M^r	−0.23	−0.23
第1層の桁	M^l	0.25	0.22
	M^r	−0.25	−0.22

係數 $\dfrac{6EJ}{hh'}$

(4). 4 層ラーメン (圖-15)

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視す

格點方程式は表-3 に依り

(4.1) に對し　$X_{2\cdot1}+4X_{3\cdot1}+X_{3\cdot2}+Y_2+Y_3-2Y_4=0$

(3.1) に對し

$$X_{1\cdot1}+6X_{2\cdot1}+X_{2\cdot2}+X_{3\cdot1}+Y_1+3Y_2-6Y_3+2Y_4=0$$

(2.1) に對し

$$X_{0\cdot1}+6X_{1\cdot1}+X_{1\cdot2}+X_{2\cdot1}+Y_0+3Y_1-6Y_2+2Y_3=0$$

(1.1) に對し　$6X_{0\cdot1}+X_{0\cdot2}+X_{1\cdot1}+4Y_0-6Y_1+2Y_2=0$

$Y_0=0$, $X_{0\cdot1}=X_{0\cdot2}$, $X_{1\cdot1}=X_{1\cdot2}$, $X_{2\cdot1}=X_{2\cdot2}$, $X_{3\cdot1}=X_{3\cdot2}$

なる故

$$X_{2\cdot1}+5X_{3\cdot1}+Y_2+Y_3-2Y_4=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{i})$$

$$X_{1\cdot1}+7X_{2\cdot1}+X_{3\cdot1}+Y_1+3Y_2-6Y_3+2Y_4=0\cdots(\text{ii})$$

$$X_{0\cdot1}+7X_{1\cdot1}+X_{2\cdot1}+3Y_1-6Y_2+2Y_3=0\quad\cdots\cdots(\text{iii})$$

$$7X_{0\cdot1}+X_{1\cdot1}-6Y_1+2Y_2=0 \qquad \text{(iv)}$$

之を解きて

$$X_{3\cdot1}=0.013Y_1-0.088Y_2-0.395Y_3+0.472Y_4 \qquad \text{(v)}$$

$$X_{2\cdot1}=-0.066Y_1-0.559Y_2+0.976Y_3-0.361Y_4 \qquad \text{(vi)}$$

$$X_{21}=-0.553Y_1+0.998Y_2-0.434Y_3+0.053Y_4 \qquad \text{(vii)}$$

$$X_{0\cdot1}=0.936Y_1-0.428Y_2+0\,062Y_3-0.008Y_4 \qquad \text{(viii)}$$

層方程式は表-**5** に依り

$$X_{2\cdot1}+X_{3\cdot1}+Y_2-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_4=0$$

$$X_{1\cdot2}-X_{3\cdot1}+Y_1-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_3-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4=0$$

$$X_{0\cdot1}-X_{2\cdot1}+Y_0\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$

$$X_{1\cdot1}+\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)-\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1+\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

上式に式 (v) 乃至 (viii) を代入して

$$-0.053Y_1+0.353Y_2-\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+\left(1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_4=0$$

$$0.434Y_1-\left(1.914+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(2.961-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_3-\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4=0$$

$$-\left(1.998+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3.131-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2-\left(1.914+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+0.353Y_4=0$$

$$\left(3.553-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1-\left(1.998+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+0.434Y_3-0.053Y_4=0$$

之より frequency equation は Y_1, Y_2, Y_3 及 Y_4 を消去して得られる。

$$\varDelta=\begin{vmatrix} -0.053 & 0.353 & -\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right) & \left(1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right) \\ 0.434 & -\left(1.914+\frac{1}{6}f_3\right) & \left(2.961-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right) & -\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right) \\ -\left(1.998+\frac{1}{6}f_3\right) & \left(3.131-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right) & -\left(1.914+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.353 \\ \left(3.553-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right) & -\left(1.998+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.434 & -0.053 \end{vmatrix}$$

表-**1** を用ひて試索的に ϕ を求むれば $\phi=0.83$ を得。之より $Y_1=0.25Y_4$、$Y_2=0.61Y_4$, $Y_3=0.87Y_4$ を得。撓度及彎曲率を求むる爲に $\phi=0.83$ なる場合の格點方程式を圖-**13** によつて求むれば（f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せず）

$$1.006X_2+5.017X_3-0.432Y_4=0$$

$$1.006X_1+7.024X_2+1.006X_3-1.009Y_4=0$$

$$1.006X_0+7.024X_1+1.006X_2-1.089Y_4=0$$

$$7.024X_0+1.006X_1-0.248Y_4=0$$

之より $X^o{}_0=0.02Y_4$, $X^o{}_1=0.14Y_4$, $X^o{}_2=0.12Y_4$, $X^o{}_3=0.06Y_4$ を得。式 (39′) により $Xu_0=-0.25Y_4$, $Xu_1=-0.14Y_4$, $Xu_2=-0.06Y_4$, $Xu_3=-0.02Y_4$ を得。(40′), (13) 兩式により彎曲率及撓度を求むれば表-**14** 及表-**15** を

表-14.

部材	位置	撓度	格點靜荷重による撓度
第4層の柱	1.00	1.00	1.00
	0.80	0.99	0.99
	0.60	0.96	0.96
	0.40	0.93	0.93
	0.20	0.90	0.90
第3層の柱	1.00	0.87	0.87
	0.80	0.83	0.84
	0.60	0.78	0.79
	0.40	0.72	0.74
	0.20	0.66	0.68
第2層の桁	1.00	0.61	0.63
	0.80	0.55	0.58
	0.60	0.48	0.50
	0.40	0.39	0.12
	0.20	0.31	0.34
第1層の桁	1.00	0.25	0.28
	0.80	0.20	0.22
	0.60	0.13	0.14
	0.40	0.07	0.07
	0.20	0.02	0.01
	0.00	0.00	0.00
第4層の桁	0.20	0.01	0.01
	0.40	0.00	0.00
	0.60	−0.00	−0.00
	0.80	−0.01	−0.01
第3層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.02	−0.02
第2層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.02	−0.02
第1層の桁	0.20	0.02	0.03
	0.40	0.01	0.02
	0.60	−0.01	−0.02
	0.80	−0.02	−0.03

表-15.

部材	位置	B.M.	格點靜荷重によるB.M.
第4層の柱	M^o	0.05	0.07
	M^u	−0.03	−0.05
第3層の柱	M^o	0.10	0.13
	M^u	−0.08	−0.09
第2層の柱	M^o	0.14	0.17
	M^u	−0.14	−0.16
第1層の柱	M^o	0.10	0.17
	M^u	−0.17	−0.27
第4層の桁	M^l	0.05	0.07
	M^r	−0.05	−0.07
第3層の桁	M^l	0.13	0.18
	M^r	−0.13	−0.18
第2層の桁	M^l	0.22	0.26
	M^r	−0.22	−0.26
第1層の桁	M^l	0.24	0.33
	M^r	−0.24	−0.33

係數 $\dfrac{6EJ}{hh'}$

得。之を同一なる水平荷重が各格點に作用せる場合の撓度及彎曲率と比較するために其の値を右欄に示した。

(5). 5 層ラーメン (圖-15)

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視す

格點方程式は表-3 に依り

(5.1) に對し　$X_{3\cdot1}+5X_{4\cdot1}+Y_3+Y_4-2Y_5=0$

(4.1) に對し

$$X_{2\cdot1}+7X_{3\cdot1}+X_{4\cdot1}+Y_2+3Y_3-6Y_4+2Y_5=0$$

(3.1) に對し

$$X_{1\cdot1}+7Y_{2\cdot1}+X_{3\cdot1}+Y_1+3Y_2-6Y_3+2Y_4=0$$

(2.1) に對し　$X_{0\cdot1}+7X_{1\cdot1}+X_{2\cdot1}+3Y_1-6Y_2+2Y_3=0$

(1.1) に對し　$7X_{0\cdot1}+X_{1\cdot1}-6Y_1+2Y_2=0$

イテラチオン法を用ひてこの聯立方程式を解けば

$$X_{4\cdot1}=-0.002Y_1+0.013Y_2-0.088Y_3-0.395Y_4$$
$$+0.472Y_5$$

$$X_{3\cdot1}=0.010Y_1-0.064Y_2-0.559Y_3+0.976Y_4-0.361Y_5$$
$$X_{2\cdot1}=-0.065Y_1-0.562Y_2+1.000Y_3-0.434Y_4+0.053Y_5$$
$$X_{1\cdot1}=-0.553Y_1+0.999Y_2-0.438Y_3+0.063Y_4-0.008Y_5$$
$$X_{0\cdot1}=0.936Y_1-0.428Y_2+0.063Y_3-0.009Y_4+0.001Y_5$$

層方程式は表-5 に依り

$$X_{3\cdot1}+X_{4\cdot1}+Y_3-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_5=0$$
$$X_{2\cdot1}-X_{4\cdot1}+Y_2-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_4-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_5=0$$
$$X_{1\cdot1}-X_{3\cdot1}+Y_1-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_3-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4=0$$
$$X_{0\cdot1}-X_{2\cdot1}-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$
$$X_{1\cdot1}-\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1+\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

之に上式を代入して

$$0.008Y_1-0.051Y_2+0.353Y_3-\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4+\left(1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_5=0$$
$$-0.063Y_1+0.425Y_2-\left(1.912+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+\left(2.961-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_4-\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right)Y_5=0$$
$$0.437Y_1-\left(1.937+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(3.121-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_3-\left(1.913+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4+0.353Y_5=0$$
$$-\left(1.999+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3.134-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_2-\left(1.937+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+0.425Y_4-0.052Y_5=0$$
$$\left(3.553-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0\right)Y_1-\left(1.999+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+0.438Y_3-0.063Y_4+0.008Y_5=0$$

frequency equation は Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 及 Y_5 を上式より消去して得られる。

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0.008 & -0.051 & 0.353 & -\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0 \\ -0.063 & 0.425 & -\left(1.912+\frac{1}{6}f_3\right) & 2.961-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.419+\frac{1}{6}f_3\right) \\ 0.437 & -\left(1.937+\frac{1}{6}f_3\right) & 3.121-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.913+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.353 \\ -\left(1.999+\frac{1}{6}f_3\right) & 3.134-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.937+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.425 & -0.052 \\ 3.553-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.999+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.438 & -0.063 & 0.008 \end{vmatrix}=0$$

表-1 を用ひて試索的に ϕ を求むれば $\phi=0.74$ を得。この時 $Y_1=0.23Y_5$, $Y_2=0.59Y_5$, $Y_3=0.77Y_5$, $Y_4=0.92Y_5$ となる。撓度及彎曲率を求むる爲に $\phi=0.74$ なる場合の格點方程式を圖-13 によりて求むれば（f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せず）

$$1.004X_3+5.012X_4-0.250Y_5=0$$
$$1.004X_2+7.016X_3+1.004X_4-0.522Y_5=0$$

$$1.004X_1+7.016X_2+1.004X_3-0.702Y_5=0$$

$$1.004X_0+7.016X_1+1.004X_2-1.261Y_5=0$$

$$7.016X_0+1.004X_1-0.181Y_5=0$$

之を解きて

$$X^0{}_0=0.00Y_5,\quad X^0{}_1=0.17Y_5,\quad X^0{}_2=0.07Y_5,\quad X^0{}_3=0.06Y_5,\quad X^0{}_4=0.04Y_5$$

式 (39′) によつて

$$X^u{}_0=-0.23Y_5,\quad X^u{}_1=-0.14Y_5,\quad X^u{}_2=-0.00Y_5,\quad X^u{}_3=-0.06Y_5,\quad X^u{}_4=-0.01Y_5$$

40′),(13) 兩式により彎曲率及撓度を求むれば **表-16** 及**表-17** を得。之を同一なる水平荷重が各格點に作用せる場合の撓度及彎曲率と比較する爲に其の値を右欄に示した。

表-16.

部材	位置	撓度	格點靜荷重による撓度
第5層の柱	1.00	1.00	1.00
	0.80	0.99	0.99
	0.60	0.98	0.97
	0.40	0.96	0.96
	0.20	0.94	0.94
第4層の柱	1.00	0.92	0.92
	0.80	0.90	0.90
	0.60	0.87	0.87
	0.40	0.83	0.83
	0.20	0.80	0.79
第3層の柱	1.00	0.77	0.76
	0.80	0.75	0.75
	0.60	0.71	0.69
	0.40	0.67	0.63
	0.20	0.63	0.57
第2層の柱	1.00	0.59	0.53
	0.80	0.54	0.48
	0.60	0.46	0.41
	0.40	0.37	0.35
	0.20	0.29	0.28
第1層の柱	1.00	0.23	0.23
	0.80	0.18	0.18
	0.60	0.12	0.13
	0.40	0.06	0.06
	0.20	0.02	0.02
	0.00	0.00	0.00

部材	位置	撓度	格點靜荷重による撓度
第5層の桁	0.20	0.00	0.00
	0.40	0.00	0.00
	0.60	−0.00	−0.00
	0.80	−0.00	−0.00
第4層の桁	0.20	0.01	0.01
	0.40	0.00	0.00
	0.60	−0.00	−0.00
	0.80	−0.01	−0.01
第3層の桁	0.20	0.01	0.01
	0.40	0.00	0.01
	0.60	−0.00	−0.01
	0.80	−0.01	−0.01
第2層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.02	−0.02
第1層の桁	0.20	0.02	0.02
	0.40	0.01	0.01
	0.60	−0.01	−0.01
	0.80	−0.02	−0.02

表-17.

部材	位置	B.M.	格點靜荷重による B.M.	部材	位置	B.M.	格點靜荷重による B.M.
第5層の柱	M^o	0.03	0.03	第5層の桁	M^l	0.03	0.03
	M^u	−0.02	−0.02		M^r	−0.03	−0.03
第4層の柱	M^o	0.06	0.06	第4層の桁	M^l	0.08	0.08
	M^u	−0.06	−0.04		M^r	−0.08	−0.08
第3層の柱	M^o	0.05	0.09	第3層の桁	M^l	0.11	0.13
	M^u	−0.02	−0.07		M^r	−0.11	−0.13
第2層の柱	M^o	0.16	0.11	第2層の柱	M^l	0.18	0.18
	M^u	−0.15	−0.10		M^r	−0.18	−0.18
第1層の柱	M^o	0.08	0.10	第1層の桁	M^l	0.23	0.20
	M^u	−0.15	−0.16		M^r	−0.23	−0.20

係數 $\dfrac{6EJ}{hh'}$

以上の結果を總括すれば單聯 n 層架構の自由振動の ϕ の値は表-18 の如くなり,之を圖示すれば圖-18 の如くなる。

表-18.

n	ϕ
1	1.75
2	1.23
3	0.98
4	0.83
5	0.74

載荷ある場合の斷面一樣なる正方形架構の自由振動も同樣な方法で計算することが出來る。この場合載荷 M を持つ部材に對する ϕ は

$$\phi'=l\sqrt[4]{\frac{(M+m)p^2}{EI}}$$

なる故,載荷なき部材に對する ϕ と比較せば次の如くなる。

$$\phi'=\phi\sqrt[4]{\frac{M+m}{m}}$$

f_5, f_6, f_7, f_8 の影響を無視することにすれば格點方程式は載荷なき場合と變りなく,層方程式については f_6' の値の計算に際し載荷ある部材に對して ϕ' に就いて求むる。

かくて,得られた聯立方程式から之を滿足すべき ϕ を試索的に求め得ることは既に述べた通りであるが,はじめに ϕ を與へて聯立方程式より ϕ' を求め逆に振動週期が ϕ となる如き M を定むることも出來,運算は此の方法がより簡單である。例へば單聯 3 層架構の最上層に M なる等布荷重がある場合の自由振動は次の如くして求むることが出來る。

格點方程式は 7 章 3 節の式 (i), (ii), (iii) と同樣であり層方程式は次の如し。

$$X_{1\cdot1}+X_{2\cdot1}+Y_1-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f'_6\right)Y_3=0$$

$$X_{0\cdot1}-X_{2\cdot1}-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_6\right)Y_2-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$

$$X_{1\cdot0}-\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_6\right)Y_1+\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

之より frequency equation は

$$\varDelta=\begin{vmatrix} 0.361 & -\left(1.421+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f'_0 \\ -\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right) & 2.970-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.420+\frac{1}{6}f_3\right) \\ 3.549-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.361 \end{vmatrix}$$

與へられたる M について上式を滿足すべき ϕ 及 ϕ' を試索的に求め自由振動週期を得。

又は假に $\phi=0.90$ とすぎて frequency equation を作れば

$$\varDelta=\begin{vmatrix} 0.361 & -1.439 & 1.074-\frac{1}{12}f'_0 \\ -1.992 & 2.842 & -1.438 \\ 3.421 & -1.992 & 0.361 \end{vmatrix}$$

之を解きて $\varDelta=0$ なる如き f'_0 を求むれば $f'_0=1.668$ を得。しかるに $\dfrac{f'_0}{f_0}=\dfrac{m+M}{m}$ なる故 $\dfrac{M+m}{m}=\dfrac{1.668}{0.656}=2.54$ を得。かくの如き方法によつて $\dfrac{M}{m}$ と ϕ との關係を求むれば圖-16 の如くなる。

第 2 層に載荷ある場合の frequency equation は前と同樣の方法により次式となる。

$$\begin{vmatrix} 0.361 & -\left(1.421+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.111-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{12}f_0 \\ -\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right) & 2.970-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f'_0 & -\left(1.420+\frac{1}{6}f_3\right) \\ 3.549-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{12}f_0 & -\left(1.974+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.361 \end{vmatrix}=0$$

圖 16.

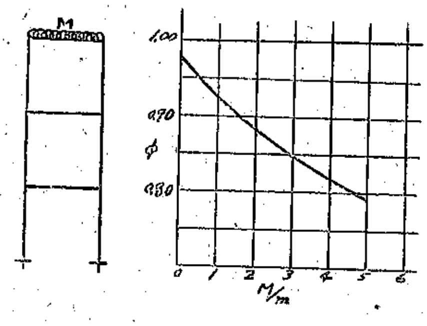
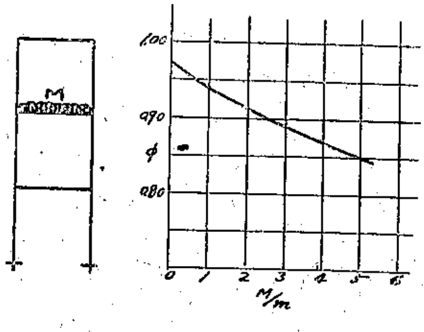


圖-17.



與へられたる M について上式を滿足すべき ϕ 及 φ' を試索的に求め自由振動週期を得。

又は假に $\phi=0.87$ とおきて frequency equation を作れば

$$\varDelta=\begin{vmatrix} 0.361 & -1.437 & 1.031 \\ -1.990 & 2.906-\frac{1}{12}f'_0 & -1.436 \\ 3.437 & -1.990 & 0.361 \end{vmatrix}$$

$\varDelta=0$ ならしむべき f'_0 を求むれば $f'_0=2.832$ となる。之より $\dfrac{M+m}{M}=\dfrac{f'_0}{f_0}=\dfrac{2.832}{0.573}=4.94$ を得。かくの如き方法により $\dfrac{M}{m}$ と ϕ との關係を求むれば圖-17 の如くなる。

8. 斷面一樣なる正方形無限多聯高層架構の自由振動

部材長及斷面一樣なる高層無限多聯架構の自由振動週期を上記の方法で計算する。

(1). **1 層ラーメン**（圖-15）

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視せる近似解法

格點方程式は圖-13 により

$$X^{o}_{0,m-1}+6X^{o}_{0\,m}+X^{o}_{0,m+1}-5Y_1=0$$

層方程式は式 (48) により

$$\sum_{m=\infty}\left\{X_0+\left(1-\frac{f_4}{6}\right)Y_1-\frac{f_0}{6}Y_1\right\}=0$$

X_0 は m に關係なき故，上式は

$$8X_0+5Y_1=0 \qquad 及 \qquad X_0+\left(1-\frac{f_4}{6}-\frac{f_0}{6}\right)Y_1=0$$

よつて frequency equation は X_0 と Y_1 を消去して得られる。

$$\begin{vmatrix} 8 & 5 \\ 1 & 1-\frac{f_4}{6}-\frac{f_0}{6} \end{vmatrix}=0$$

$$\therefore \quad \frac{1}{6}(f_0+f_4)=1.625$$

表-1 によつて $\phi=1.64$ を得。正確なる解法による ϕ の値は $\phi=1.645$[11] であつて f_5, f_6, f_7, f_8 を無視してもその影響は極めて微少なることを知ることが出來る。

(2). **2 層ラーメン**（圖-15）

格點方程式は圖-13 により

$$X_{0,m}+X_{1,m-1}+6X_{1,m}+X_{1,m+1}+4Y_1-5Y_2=0$$

$$X_{0,m-1}+8X_{0,m}+X_{0,m+1}+X_{1,m}-9Y_1+2Y_2=0$$

X_0, X_1 は m に無關係なる故

$$10X_0+X_1-9Y_1+2Y_2=0 \qquad 及 \qquad X_0+8X_1+4Y_1-5Y_2=0$$

之を解きて

$$X_1=-0.620Y_1+0.658Y_2 \qquad X_0=0.962Y_1-0.266Y_2$$

層方程式は　$$X_0+X_1-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_2=0$$

及　$$-X_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_1-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

上記の X_0, X_1 を代入して

$$-\left(1.658+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(1.392-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_2=0$$

$$\left(3.620-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_1-\left(1.658+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

よつて frequency equation は Y_1 と Y_2 を消去して得られる。

11) 妹澤博士著　振動學 頁 610.

$$\begin{vmatrix} -\left(1.658+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.392-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0 \\ 3.620-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0 & -\left(1.658+\frac{1}{6}f_3\right) \end{vmatrix}=0$$

表-1 によつて $\phi=1.18$ を得。

(3). 3 層ラーメン（圖-15）

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視す

格點方程式は表-3 により

$$X_{1.m}+X_{2.m-1}+6X_{2.m}+X_{2.m+1}+Y_1+4Y_2-5Y_3=0$$

$$X_{0.m}+X_{1.m-1}+8X_{1.m}+X_{1.m+1}+X_{2.m}+6Y_1-9Y_2+2Y_3=0$$

$$X_{0.m-1}+8X_{0.m}+X_{0.m+1}+X_{1.m}-9Y_1+2Y_2=0$$

X_0, X_1, X_2 は m に無關係なる故

$$X_1+8X_2+Y_1+4Y_2-5Y_3=0$$

$$X_0+10X_1+X_2+6Y_1-9Y_2+2Y_3=0$$

$$10X_0+X_1-9Y_1+2Y_2=0$$

之を解きて

$$X_0=0.969Y_1-0.299Y_2+0.027Y_3$$

$$X_1=-0.693Y_1+0.992Y_2-0.269Y_3$$

$$X_2=-0.038Y_1-0.624Y_2+0.659Y_3$$

層方程式は表-5 により

$$X_1+X_2+Y_1-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_3=0$$

$$X_0-X_2-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_2-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$

$$-X_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_1-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

之に X_0, X_1, X_2 の値を代入して

$$0.269Y_1-\left(1.632+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(1.390-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_3=0$$

$$-\left(1.993+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3.325-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_2-\left(1.632+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$

$$\left(3.693-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_1-\left(1.992+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+0.269Y_3=0$$

よつて frequency equation は Y_1, Y_2 及 Y_3 を消去して得られる。

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0.269 & -\left(1.632+\frac{1}{6}f_3\right) & 1.390-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0 \\ -\left(1.993+\frac{1}{6}f_3\right) & 3.325-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0 & -\left(1.632+\frac{1}{6}f_3\right) \\ 3.693-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0 & -\left(1.992+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.269 \end{vmatrix}=0$$

之より表-1 を用ひて試索的に $\phi=0.96$ を得。

(4). 4 層ラーメン（圖-15）

f_5, f_6, f_7, f_8 を無視す

格點方程式は表-3 により

$$X_2+8X_3+Y_2+4Y_3-5Y_4=0$$

$$X_1+10X_2+X_3+Y_1+6Y_2-9Y_3+2Y_4=0$$

$$X_0+10X_1+X_2+6Y_1-9Y_2+2Y_3=0$$

$$10X_0+X_1-9Y_1+2Y_2=0$$

之をイテラチオン法によつて解けば

$$X_3=0.004Y_1-0.038Y_2-0.624Y_3+0.659Y_4$$

$$X_2=-0.031Y_1-0.696Y_2+0.993Y_3-0.269Y_4$$

$$X_1=-0.694Y_1+1.000Y_2-0.302Y_3+0.027Y_4$$

$$X_0=0.969Y_1-0.300Y_2+0.030Y_3-0.003Y_4$$

層方程式は表-5 により

$$X_2+X_3+Y_2-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+\left(1-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_4=0$$

$$X_1-X_3+Y_1-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_3-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4=0$$

$$X_0-X_2-\left(3+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_2-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3=0$$

$$-X_1+\left(3-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_1-\left(1+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2=0$$

上記の X の値を代入して

$$-0.027Y_1+0.266Y_2-\left(1.631+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+\left(1.390-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_4=0$$

$$0.302Y_1-\left(1.962+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+\left(3.322-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_3-\left(1.632+\frac{1}{6}f_3\right)Y_4=0$$

$$-\left(2+\frac{1}{6}f_3\right)Y_1+\left(3.396-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_2-\left(1.963+\frac{1}{6}f_3\right)Y_3+0.266Y_4=0$$

$$\left(3.694-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right)Y_1-\left(2.000+\frac{1}{6}f_3\right)Y_2+0.320Y_3-0.027Y_4=0$$

よつて frequency equation は Y_1, Y_2, Y_3 及 Y_4 を消去して得られる。

$$\Delta=\begin{vmatrix} -0.027 & 0.266 & -\left(1.631+\frac{1}{6}f_3\right) & \left(1.390-\frac{1}{6}f_4-\frac{1}{6}f_0\right) \\ 0.302 & -\left(1.962+\frac{1}{6}f_3\right) & \left(3.322-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right) & -\left(1.632+\frac{1}{6}f_3\right) \\ -\left(2.000+\frac{1}{6}f_3\right) & \left(3.396-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0\right) & -\left(1.963+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.266 \\ 3.694-\frac{1}{3}f_4-\frac{1}{6}f_0 & -\left(2.000+\frac{1}{6}f_3\right) & 0.302 & -0.027 \end{vmatrix}=0$$

表-1 を用ひて試索的に $\phi=0.83$ を得。

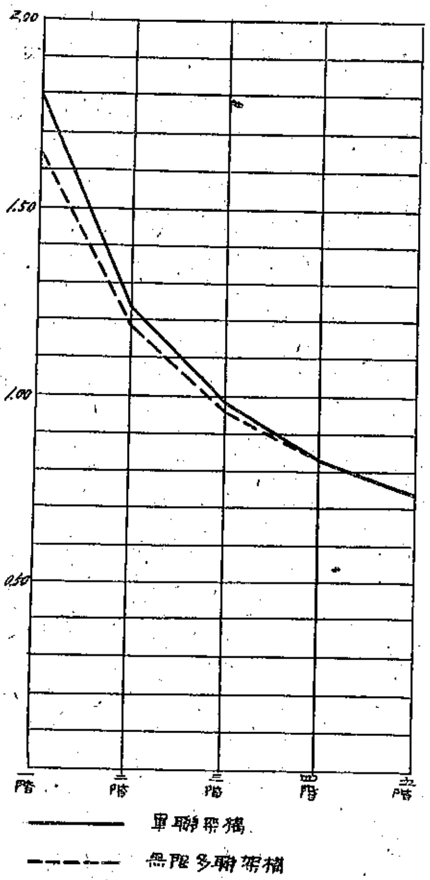
以上の結果を總括せば表-19 の如く，之を圖示すれば圖-18 の如し。

斷面一樣なる單層高層架構の ϕ の値は同層の多聯架構の ϕ の値に比して大であることは豫想し得る所であるが，實際に計算して見れば表-18 及表-19 に示す如く，その差は層數の增すと共に減じ 4 層架構に於て既に一致する。さればそれ以上の高層架構に於ては ϕ の値は層數のみによつて定まり聯數によらない[12]。層數の等しき架構については聯數の增加と共に ϕ は減少し，その變化の範圍は圖-18 における點，實兩曲線の中間に在る。

表-19.

n	ϕ
1	1.65
2	1.18
3	0.96
4	0.83

圖-18.



---

12) 先に計算例として 5 層 4 聯架構の自由振動を計算し煩雜な運算の後に $\phi=0.74$ を得た。しかし今や 5 層 n 聯架構の自由振動週期は 5 層單聯の場合と等しきことを知つた故にこの結果は當然豫想し得られる所である。