

論 說 報 告

第 27 卷 第 12 號 昭和 16 年 12 月

開多角形地に於けるトラバース測量の誤差檢證法

正會員 安 東 功*

要 旨 開多角形地のトラバース測量には誤差檢證の途を缺くを以て、從來重要測量に對しては數回觀測の平均法を採用せるが、本論は之に對して閉多角形地に於けるが如く誤差檢證の方法を考案し、且つ之が誤差の調整法を講じたものである。

1. 測量法及び誤差の檢證

開多角形地 (Open Polygon) に於けるトラバース測量には從來誤差檢證の方法を講ぜず、如何に精密に測量せし結果と雖も、尙ほ且つ不安に驅られつゝ、そのままに打ち過して居る習慣である。

本測量法は開多角形地を閉多角形地 (Closed Polygon) に於けると同様に考へ、原點より折線に沿ふて測距並に測角をなしつつ最終の測定に達し、逆に再び原點に歸復する測量法である。而して此の場合閉合 n 多角形地にありては、其の内角の和は $(2n-4) \times 90^\circ$ なるか、或は許容誤差の範圍内なるかを關し、次に該測量の閉合誤差の比を計算して、合緯距、合經距の間に幾何の差までを許すかを定めんとする方法である。

次に實測例を以て測量法並に誤差檢證法を解説する。

圖-1 に於ける 5 本の折線に對する測點 ①②③④⑤⑥等は、東京市神田區駿河臺四丁目並に同區淡路町の道路面上に直接釘を打ち込みて設けたるものである。而して該路面は瀝青系にて鋪裝されて居る。

測量法は 5 本の折線を閉合 10 邊形地と見なし、① 點を起點として距離並に夾角 (左廻りに測角) を測りて⑥點に達し、更に同様⑥點より距離及び夾角 (左廻りに測角) を測りつゝ①點に歸復せるものである。而してその觀測値は表-1 の如し。

表-1 に示すが如く平均角の合計は $1439^\circ 58' 23''$ にして、之を閉合 10 邊形地と見なすときは、其の内角の和は $(2n-4) \times 90^\circ = 1440^\circ$ なるを以て、角の總和の誤差は次の如し。

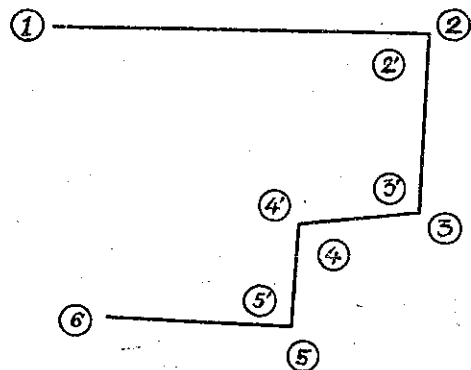
$$1440^\circ - 1439^\circ 58' 23'' = -97''$$

又 1 角に對する誤差は測點 8 ヶ所なるを以て、 $-97''/\sqrt{8} = -34''$ である。

次に合緯距の誤差は $+34$ mm, 合經距の誤差は -59 mm なるを以て閉合誤差の比は次の如し。

$$\frac{\sqrt{0.034^2 + 0.059^2}}{727.615} = \frac{1}{10700}$$

圖-1



* 工學士 石見組技師長

以上の如くして誤差を検證するのである。

表-1.

測點	距離 (m)	1 倍 角	2 倍 角	3 倍 角	平均角	方 位	緯距 (m)	經距 (m)
①	141.353	—	—	—	—	N 0°00'00"	+141.353	0.000
②	68.188	87°46'00"	175°32'00"	263°18'00"	87°46'00"	S87 46 00 E	- 2.67	+ 68.186
③	46.114	98 23 40	196 47 20	295 11 20	98 23 43	S 6 09 43 E	- 45.848	+ 4.950
④	39.827	269 30 20	521 00 40	781 31 20	269 30 23	S86 40 06 E	- 2 3 5	+ 39.760
⑤	68.325	90 39 40	181 19 40	271 59 00	90 39 43	S 2 40 11 W	- 68.251	- 3.183
⑥	68.327	—	—	—	—	N 2 40 11 E	+ 68.253	+ 3.183
⑦	39.827	269 20 40	538 41 20	807 01 20	269 20 33	N86 40 22 W	+ 2.312	- 39.760
⑧	46.115	99 23 40	198 57 40	298 26 20	99 23 47	N 6 09 09 W	+ 45.849	- 4.942
⑨	68.189	261 35 40	523 10 40	784 45 20	261 35 17	N87 44 26 W	+ 2.686	- 68.186
⑩	141.350	272 14 00	544 28 00	816 41 40	272 13 57	S 0 01 37 W	-141.350	- 0.067
計	727.615				1 439°58'23"		+260.455	+116.029
							-260.421	-116.088
						緯, 緯距の差 =	+ 0.034	- 0.059

【備考】 ①より⑥に至る往及び⑥より①に至る復なる測量は異なる日時に施行した。而して測者は同一人にて、又トランシット並に尺度は同一のものを使用した。

距離測定には竹尺及び耗分割の物指を使用した。而して讀数は 0.5 mm までを判讀したもので、2 回以上觀測の平均値である。

第 6 棚の平均角は 1 倍角, 2 倍角, 3 倍角を全部合計して之を 6 にて除したる値である (3 倍角を 3 にて除したる値より、此の場合の如く 6 にて除したる値は 20% だけ確率が大きい)。

緯距及び經距の計算には ①~⑩ 線を假子午線と假定した。

2. 誤差調整法

1. 角度誤差の調査

閉多角形地と見なしたるを以て、其の内角の和は $(2n-4) \times 90^\circ$ でなければならぬ。即ち

$$\angle ② + \angle ③ + \dots + \angle ⑧ + \angle ⑩ - (2n-4) \times 90^\circ = 0 \dots\dots\dots (1)$$

でなければならぬ。又局所條件としては各點に於て

$$\left. \begin{aligned} \angle ② + \angle ③ - 360^\circ &= 0 \\ \angle ③ + \angle ④ - 360^\circ &= 0 \\ \angle ④ + \angle ⑤ - 360^\circ &= 0 \\ \angle ⑤ + \angle ⑥ - 360^\circ &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

でなければならぬ。然るに (1) 式に於ては些少の誤差 ω_1 を生じ、同様 (2) 式に於ては $\omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$ 等を生じたとする。然らば

$$\omega_1 - (\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5) = 0 \dots\dots\dots (3)$$

である。表-1 の例に於ては (3) 式は、 $-97'' - (-3'' - 60'' - 50'' + 16'') = 0$ となる。

(3) 式の誤差を配分し角度を調整するには、(1) 及び (2) 式を同時に満足せしむべく調整を施すのが合理的である。然れども茲には略法として先づ (1) 式を満足せしむべく誤差を配分し、然る後 (2) 式を満足せしむべく調整を行ふ方法を試みたのである。

扱て (1) 式を満足せしむべき ω_1 なる誤差を配分するには、輕重 (Weight) を加味せる“邊長の逆數に比例して誤差を配分する方法”を採用した。更正量の公式は次の如し。

$$C_r = \omega_1 \times \frac{\frac{1}{a_{r-1}} + \frac{1}{a_r}}{\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \dots + \frac{2}{a_r} + \dots + \frac{2}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_n}} \dots (4a)$$

$$C_r = \omega_1 \times \frac{d_{r-1} + d_r}{d_1 + 2d_2 + \dots + 2d_r + \dots + 2d_{n-1} + d_n} \dots (4b)$$

但し C_r = 各角に配分すべき誤差

ω_1 = 公式 (3) の ω_1 の値

a_1, a_r, a_n = 開多角形地の最初の路線、 r 番目の路線、最終の路線等の距離

$d_1, d_2, \dots = a_1, a_2, \dots$ の逆數

上式によりて調整したる後に於ても、局所的には尙ほ多少の誤差を存置す。即ち未だ (2) 式を満足せず。

そこで此等、第 2 次的に生じたる些少の誤差 $\omega_2', \omega_3', \omega_4', \omega_5'$ 等を調整するには“輕重は推差 (Probable Error) の 2 乘に逆比例す”と言ふ定理に基きて之を行ふのである。

次にこれが公式の誘導法は、今某測點にて往に於ける測角 α の輕重及推差を p_α 及び r_α とし、復に於ける α 角に相當する β 角 (360° より減じたる値) のそれらを p_β 及び r_β とすれば

$$p_\alpha : p_\beta = 1/r_\alpha^2 : 1/r_\beta^2$$

である。又 r_α, r_β 及び n_α, n_β を各々往及び復に於ける殘差及び觀測回數とすれば、前式より

$$p_\alpha : p_\beta = \left(\frac{1}{\sqrt{n_\alpha(n_\alpha-1)}} \sqrt{[v_\alpha^2]} \right)^2 : \left(\frac{1}{\sqrt{n_\beta(n_\beta-1)}} \sqrt{[v_\beta^2]} \right)^2$$

となる。然るに往及び復に於ける觀測回數は相等しきを以て

$$p_\alpha : p_\beta = [v_\beta^2] : [v_\alpha^2]$$

となり、又 M_α, M_β を (4) 式によりて更正を終りたる後の往及び復の調整角とし、且つ一般に最近似値 (Most Probable Value) は $[p.M][p]$ で表はす事を注意すれば、某測點の更正量 C' は次式にて表はさる。

$$C'_a = \omega' \times \frac{[v_\alpha^2]}{[v_\alpha^2] + [v_\beta^2]} \quad (M_\alpha \text{ に対するもの}) \dots (5a)$$

$$C'_b = \omega' \times \frac{[v_\beta^2]}{[v_\alpha^2] + [v_\beta^2]} \quad (M_\beta \text{ に対するもの}) \dots (5b)$$

但し $\omega' = 360^\circ - (M_\alpha + M_\beta)$

表-1 の實測例を本法によりて調整したるものは表-2 に示すが如し。

表-2' に於て (4) 式により調整した平均調整角にて緯距、經距を計算したるに、合緯距は +2 mm、合經距は -8 mm となつた。而して之等によりて閉合誤差の比を計算せば 1/87700 となる。又同表 (5) 式により調整した調整角並に次項に述ぶる調整後の距離によりて閉合誤差の比を求むれば零となることは勿論である。

表-2.

測點	表-1 の平均角	公式 (4) による調整		公式 (5) による調整			往及び復の 相加平均角
		更正角	調整平均角	[<i>vw</i>]	更正角	各點の調整角	
①	—	—	—	—	—	—	—
②	87° 46' 00''	+ 7''	87° 46' 07''	0	0''	87° 46' 07''	87° 46' 02''
③	98 23 43	+12	98 23 55	334	+ 3	98 23 58	98 24 13
④	260 30 23	+16	260 30 39	334	+ 7	260 30 46	260 30 48
⑤	90 39 43	+13	90 39 56	1134	-20	90 39 36	90 39 35
⑥	—	—	—	—	—	—	—
⑦	269 20 33	+14	269 20 47	1334	-23	269 20 24	269 20 25
⑧	99 28 47	+16	99 29 03	534	+11	99 29 14	99 29 12
⑨	261 35 17	+12	261 35 29	3534	+33	261 36 02	261 35 47
⑩	272 13 57	+ 7	272 14 04	334	-11	272 13 53	272 13 58
計	1 439° 58' 23''	+97''	1 440° 00' 00''		+54'' -54''	1 440° 00' 00''	1 440° 00' 00''

【備考】本表に於て (4) 式により調整後に第 2 次的に生じたる誤差は、 $\omega_1' + \omega_2' + \omega_3' + \omega_4' + \omega_5' = +11'' - 36'' - 18'' + 43'' = 0$ である。

末欄に記載した相加平均角は、比較参考のために示したもので、往及び復の観測値 (第 2 欄の平均角) より各々その補角を算出し、それ等によりて相加平均値 (Arithmetical Mean) を計算したもので、従来のトラバース測量に採用せる平均角の値である。

2. 距離誤差の調査

距離誤差の調整も角度誤差の場合と同様に、往復の値に對する各々推差を求め、之より輕重率を計算して某線の最近似値を求むるのが合理的である。但し本例に於ては之を省略す。

3. 結 言

本測量法の特徴は次の如し。

- (1) 精密を要するトラバース測量には、從來とても距離及び角度には各々 4 回以上の観測をなすを普通とした。故に本測量の如く之を 2 等分して往及び復として測量するも、時間並に勞力に於て甚だしき誤差を認めないのである。
- (2) 特に距離測量を 2 回以上行ふ場合には、從來も測線に對し反對の方向に測量せるを以て、本測量の場合も全く同一である。
- (3) 測角に對して本測量はトランジットを 2 回据え換へる手數と、之が運搬の勞力とを餘分に要すれども、精度に於ては 2 回据え換へる爲めに偏心誤差、視準誤差等の誤差を相殺し得る利益がある。
- (4) 本法は誤差調整法に於ける計算即ち内業に多大の時間を要する如く見ゆれども、之は計算尺程度の概算にて充分であるから割合に簡單である。
- (5) 本測量は精度を云々し得て安心を得る利點がある。