

論 說 報 告

第 27 卷 第 8 號 昭和 16 年 8 月

乾燥砂の運動機構及び砂の内部摩擦角測定法に就て

正會員 最 上 武 雄*

内容梗概 砂の運動が他の固體の運動と本質的に異なる點から砂の運動に關する一つの假設を提出した。其れを數種の實驗より検討して其の假設に依つて其の際に現れる現象が良く説明される事を示した。尙ほ副産物的に得られた合理的な内部摩擦角測定法を提議した。

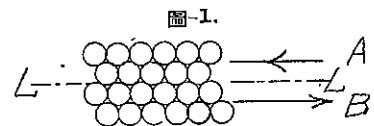
1. 緒 言

砂の壓力に對する考察は Coulomb 以來主動土壓と受動土壓に對してなされてゐる。即ち砂が動き初める時に砂が壁に及ぼす壓力である。故に砂の運動の機構を研究する必要がある事は言ふ迄もない。其れにも拘らず砂の運動機構に關する研究は非常に少い。砂の如き粒狀物質が鐵や木の如き連續體と非常に異なる所は Reynolds¹⁾ も指摘してゐる如く最大密度の状態があると言ふ事である。即ち容積變化と形狀變化を獨立に行ふ事が出来ないと言ふ事であるから砂の運動機構の特性も必ずや之の著しい性質と關聯の有るものでなければならぬ。Donath 等の實驗²⁾ に依れば砂が主動土壓又は受動土壓を壁に及ぼす際に壁が動き出して稍や暫くたゞねば其等の壓力が充分かかつて來ないと言ふが、之れは此の事の一つの證據である。砂の壓力が運動に依り起り運動は形狀變化を従つて容積變化を供ふとすれば Boussinesq の土壓論の如き巧妙な假定を設け熟達せる數學を驅使し Rankine³⁾ 流土壓の極と言はれたものでも實驗と一致した結果を持たない⁴⁾ のは其の基礎として容積變化を無視してゐる限り蓋し當然の事と言はねばならぬ。Coulomb 流土壓論が Rankine 流土壓論よりも遙かに實驗によく合ふ⁴⁾ 事も Coulomb は砂の運動と言ふ事から導かれる可き結論に近い假定より出發してゐるからだと思ふ。

尤も此の點は此處に行つた實驗だけから斷言するには早過ぎるがさう想像する事が無理ではないと思はれる節がある。此處に行つた實驗は標準砂を用ひて剪斷試験を行ひ其の際に現れる浮き上がりの現象を説明するために一種の假説を設け其の假説が正しいとすれば現はれるであらう現象を想像し其れ等を實驗に依つて驗證した。實驗の結果は一先づ満足す可きものではあつたが未だ充分ではないと思はれるので目下實驗を繼續中である。又もつと定量的に其等を説明す可き理論も必要と思ふし此の事柄から砂壓論に加ふべき考察はまだまだ澤山あるが、此處には一應の實驗結果だけを發表し其等を將來補足訂正して行きたいと思つてゐる。

2. 砂の運動の特性實驗 1, 2, 3

諸先輩の砂の運動の實驗に於て一致した結論——これが Coulomb 土壓の根本假定であるが——は砂の運動は或る滑り面を供ふと言ふ事である。此の點をもう少し立入つて考へて見やう。今圖-1 の如き最大密度の状態の一樣な砂粒の堆積を考へ LL 面を境にして A を左に



* 工學士 東京帝國大學助教授

1) Osborne Reynolds; Scientific papers" vol. II. p. 203~216.

2) Ohde "Theorie des Erddruckes unter besonderer Berücksichtigung der Erddruckverteilung" Bautech. 1938 Heft. 10 による。

3) George Darwin "Scientific Papers" vol. iv p. 305 et seq.

4) C. F. Jenkin "The Pressure exerted by granular material; an application of the principles of dilatancy" Proc. Roy. Soc. vol. 131, 1931. p. 53~59.

B を右に運動させ様としたとする。若し一粒の砂の周囲に砂粒が運動し得る空地が全然無ければ砂は運動する譯には行かない事は常識的に豫期される處であらう。故に砂が運動する爲めには必ず loose packing の状態にならねばならないが、其の様な状態になれる様な状態でなければならない。

實際に三箱剪断試験機に標準砂を埴め——充分密に——上蓋を全然動かない様にして剪断試験を行はふと思つても遂ひに剪る事が出来なかつた(實驗-1)。この様な拘束なしに剪断試験を行つて見るに最初速く僅か砂の沈下が起り、次いで非常に大きな浮き上がりを生ずる(實驗-2)。其の状況は圖-2~7, 圖-10, 11 の如くである。處で此の場合に斯様な容積変化は何處で行はれるであらうか。形状変化と容積変化又運動と容積変化が密接に結合してみるとすれば此の浮き上がりを生ずるための容積変化は、運動の最も激しく起つてゐる剪断面附近でなければならない。従つて試験機の上層中層下層(圖-9)の剪断前後の重量變化を測定すれば表-1 の如くである(實驗-3)。

圖-2. 剪断力と浮上りとの關係

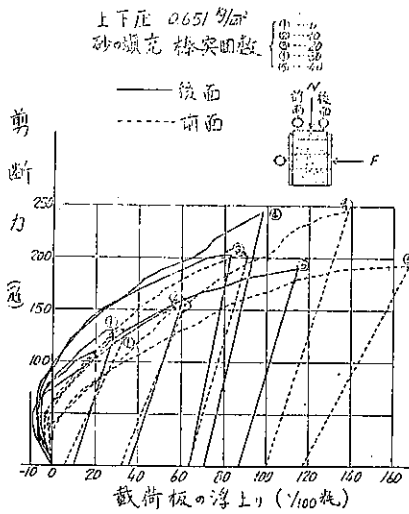


圖-3. 移動量と浮上りとの關係

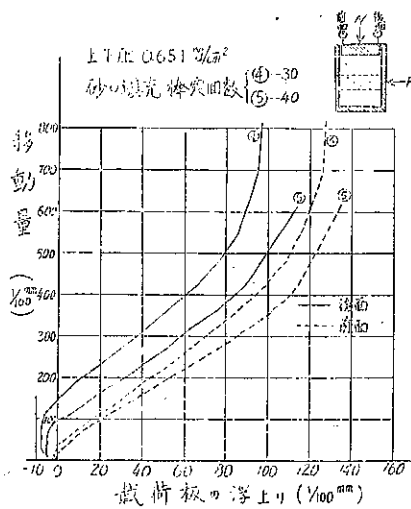


圖-4. 剪断力と浮上りとの關係

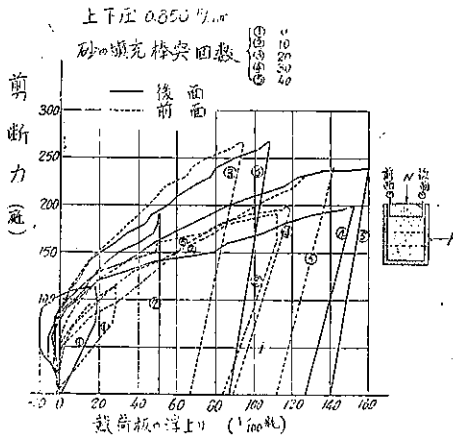
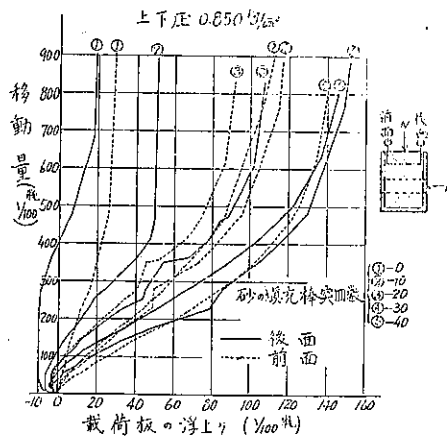


圖-5. 移動量と浮上りとの關係



5) 砂はまづ最大密度の状態に近い状態になり、それから再び容積増大を初める。沈下の生ずるのは最大密度の状態に近い状態になる事を意味する。これは非常に重大な事柄である。

圖-6. 剪斷力と載荷板の浮上りとの關係

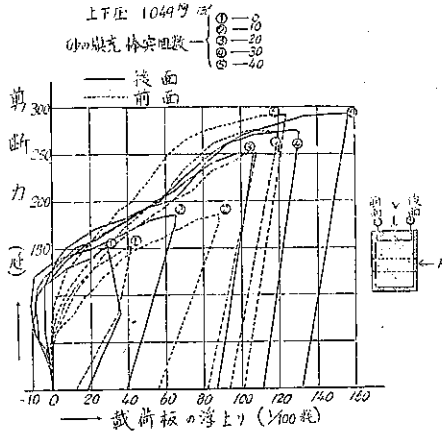
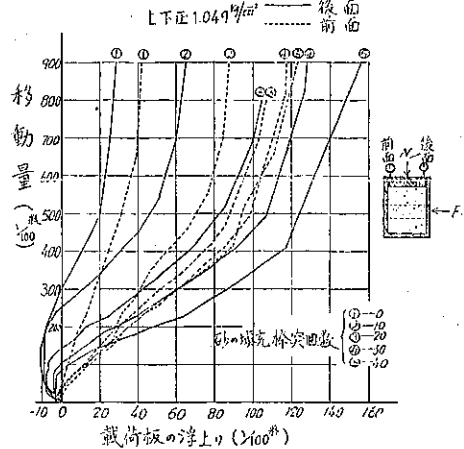


圖-7. 移動量と浮上りとの關係



これに依つて見れば上中下層共夫々の容積内にて平均した間隙量は剪斷前も剪斷後も大した變化はない。重量變化より見れば中層より上層に多少の砂の移動のある事が認められる。之れに依り剪斷に依る容積變化は主として剪斷面——寧ろ剪斷層に於て生ずる事が分かる。

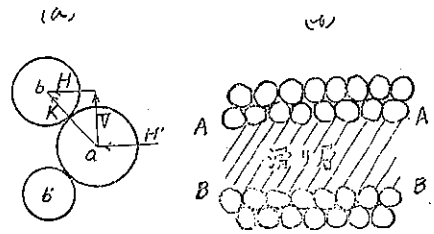
表-1.

上下圧	層別	重量 (gr)		間隙量		見掛比重	
		剪斷前	剪斷後	剪斷前	剪斷後	剪斷前	剪斷後
kg/cm ² 0.295	上	4930	4984	33.10	37.50	1.640	1.656
	中	5075	5029	37.10	37.60	1.668	1.655
	下	5158	5140	36.00	36.20	1.696	1.692
kg/cm ² 0.434	上	4877	4935	38.70	40.90	1.623	1.566
	中	5043	4965	37.30	38.30	1.660	1.635
	下	5154	5165	36.00	35.80	1.696	1.700

3. 砂の運動に関する假設

扱て loose packing にならねば運動が起らない事は前にも述べたが、其れならば運動の生じてゐる部分は果してどんな状態になつてゐるであらうか。恐らく非常に複雑な状態であらうが之れを次の様に model 化して考へて見やうと思ふ。今二つの砂粒 a, b を考へる。a が H に依つて押されると粒 a は粒 b を K なる力で押す K を垂直と水平の分力に分けて V, H とすれば H で水平に押されると共に V で押し上げられる。b' の粒は水平に押されると共に下方に押し下げられる。b, b' も其の隣りの粒を同様に押さうとする。其の結果粒の間の空間は擴がり間隙率は増す。其れと同時に圖-8 の φ は小となつて行く。しかし此れは必ずしも無限に擴がつて行くのではなく stability の方の必要な條件を満す爲めに或る層即ち圖-8-b の AA, BB の間の層に限られて其の上下の粒には影響はない。即ち滑り層が出来る。φ が小さくなるにつれて V は大きくなるが、φ に制限がある爲めに或程度以上には大きくなりなす。又 φ が或る値に近づくにつれて押し剪るに必要な力も一定なる傾向が出て來

圖-8.



る。つまり ϕ には定常状態には或る種の most probable value があり実際の ϕ は其の前後の値を持つ様になる。そして此の probable な ϕ の値は砂粒の性質に依つて決定する一定値である。此の様な model 化は實はもつともつと実験や理論の裏付けを経なければ正しいと確信する譯には行かないが、一應此の様な假設を作つて見る事は面白い事だし、又今迄行つた実験は大體に於て此の假設に對して有利である。

4. 實驗 4

以上の假設が正しいとすれば起るであらう現象を考へて實驗して見た。まづ剪斷試驗の際に生ずる浮き上がりは砂を試験機に填める際に密に填めた方が粗に填めたものよりも大きい筈である。試験結果は圖-2~7, 圖-10, 11 に示す如くで假設に對して有利である。

5. 實驗 5

又運動に依り力が傳達される模様は丁度 3 章の假設が正しいとすれば初めに砂を填める填め方はどうであつても剪斷層の状態は砂が同じなら同じであるから、力の傳達の状況も同様な筈である。言葉を換へて言へば平均に於ては同じ状況になる筈である。其處で今 P なる力で剪斷を行ふ場合に之れが其れと直角の方向に傳へられる力を Q とすると (圖-9), P と Q との関係は砂の性質に依り一定である筈で初めに砂を填める時の填め方如何に依らないと言ふ事が豫想される。

P, Q より平均の應力 p, q を出せば p, q の関係も亦砂に依つて定つた一定の関係にある筈である。實際に其れをやつて確めて見ると圖-12 の如く填め方如何に拘らず大體一定の直線關係が認められる。此の事柄は所謂主動土壓受動土壓の考へ方からでも説明出来る様ではあるが、唯だ其れだけでは砂の填め方に依らないと言ふ事の説明が中々困難であるが 3 章の假設を正しいとすれば良く納得出来る。

圖-9.

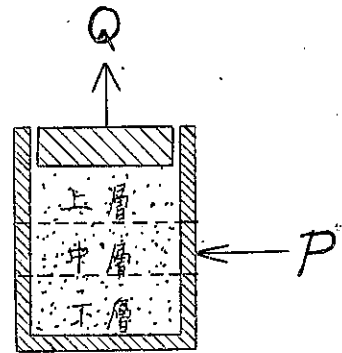


圖-10. 剪斷力と載荷板の浮上りとの關係

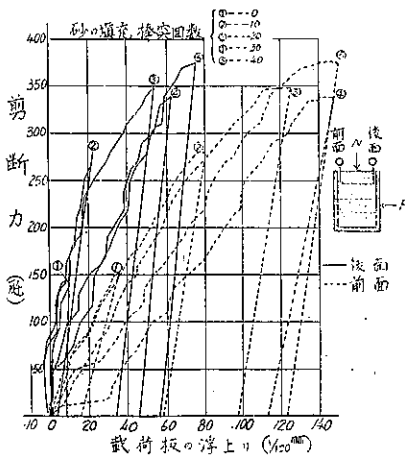
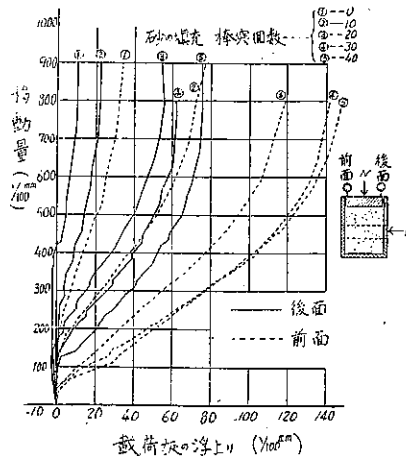


圖-11. 移動量と浮上りとの關係



主動土壓, 受動土壓の考へ方から p, q の間には

$$q = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} p$$

表-2.

実験番号		ϕ	実験番号		ϕ	実験番号		ϕ
棒突きなし	①	43°47'	棒突き 20回	③	44°26'	棒突き 30回		42°18'
		42°18'			43°47'			42°27'
棒突き 10回	②	46°26'	棒突き 30回	④	42°55'			48°25'
		43°05'			42°36'			45°53'
		34°12'			42°09'			45°09'
		41°36'	46°28'	44°45'				
		43°28'	45°53'	43°09'				
		41°04'	44°30'	40°42'				
					43°56'			40°32'

と言ふ関係があるが⁶⁾、今求めた p, q より ϕ の値を逆算して見ると表-2、圖-13 の如くなる(圖-13 で直線で結んだのは意味はない)。

ϕ の値が澤山あるのは測定せる p, q に依り ϕ が變る事を示す。 p, q の値等は表-3 の如くである。

圖-13 又は表-2 より見るに剪斷が進むにつれて ϕ の値は小さくなる傾向がある。

尤も大體は ϕ は一定と見る事が出来る。實驗に用ひた標準砂の自然息角は大體 25° である。

Q を測定するには圖-14 の如く剪斷機の蓋と秤に重量を掛けて釣合はして置く。 P なる力を加へた時に釣合ひが破れるが、其れを元に戻すために秤から取り去る可き重量から計算に依つて求める。

圖-12. q と p との関係

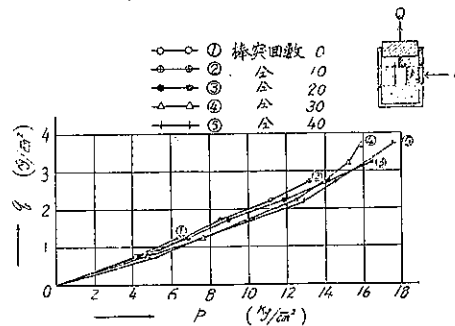


圖-13. 砂の摩擦角と見掛比重との關係

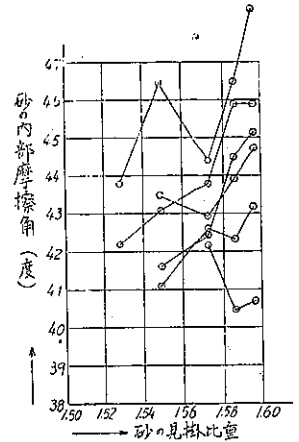
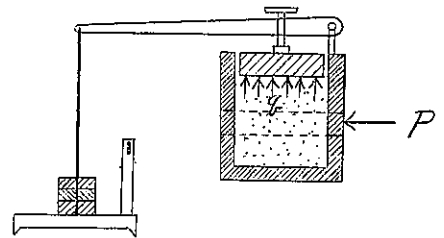


圖-14.



6. 實驗 6, 附 砂の剪斷試験の際の降伏現象に関する考察

剪斷力 F と中箱の抜け出る量との關係は標準型試験機の場合には良く知られてゐる様に圖-15 の様な形に

⁶⁾ 山口先生の剪斷試験機の理論(鐵道省土質調査委員會報告第二輯「土壤の剪斷抵抗力の測定」)の(7)式に於て $c=0$ と置けば(記號は本論文の如く改めて)

$$q = \frac{hp}{2b \tan \theta} \left(1 - e^{-\frac{2b}{h} \tan \theta \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} \right)$$

この exponential を展開して $\frac{2b \tan \theta}{h} \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$ の二次以上を無視すれば

$$q = \frac{hp}{2b \tan \theta} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2b \tan \theta}{h} \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} \right) \right\} = \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} p$$

表-3.

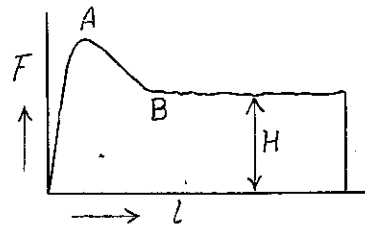
実験番號	p	q	變位	浮上り	容積變化	実験番號	p	q	變位	浮上り	容積變化
棒突 き な ①	4.115	0.751	0.479	0.0065	0.323	棒突 き 30 回 ④	4.730	0.751	0.204	0.0305	1.514
	6.386	1.247	0.712	0.0200	0.993		7.568	1.247	0.270	0.0515	2.556
棒突 き 10 回 ②	4.730	0.751	0.297	0.0132	0.655	棒突 き 40 回 ⑤	9.933	1.744	0.365	0.0650	3.226
	6.622	1.247	0.377	0.0210	1.042		12.440	2.241	0.424	0.0755	3.747
	8.514	1.744	0.455	0.0293	1.454		13.954	2.738	0.505	0.0860	4.268
	11.115	2.241	0.570	0.0380	1.886		15.136	3.235	0.593	0.0975	4.839
	13.224	2.440	0.790	0.0496	2.462		15.846	3.680	0.632	0.0975	4.839
棒突 き 20 回 ③	13.197	2.738	1.000	0.0518	2.571	棒突 き 40 回 ⑤	5.203	0.751	0.188	0.0310	1.539
	4.257	0.751	0.178	0.0150	0.074		7.568	1.247	0.338	0.0420	2.531
	6.859	1.247	0.248	0.0263	1.305		10.264	1.744	0.310	0.0598	2.968
	8.987	1.744	0.300	0.0330	1.638		12.913	2.241	0.360	0.0710	3.524
	11.825	2.241	0.365	0.0463	2.298		14.568	2.738	0.423	0.0818	4.060
	14.190	2.738	0.485	0.0653	3.241		15.375	3.235	0.500	0.0935	4.640
16.413	3.235	0.700	0.0830	4.119	17.548	3.730	0.584	0.1020	5.062		

なる。これは小型試験機に於ては變つて來て所謂降伏現象は現はれないし、標準型の場合でも砂の詰め方がゆるい場合には現はれない事が知られてゐる。

この曲線と浮き上がりの關係を見るに剪斷が進むにつれて浮き上がりが生ずるけれども、浮き上がりの大部分は曲線の AB 部分で生ずる事が觀察される。これは何故であらうか。我々の假設を以つて考へれば剪斷には必ず必要なだけ浮き上がが無ければならない。言ひ換へれば剪斷運動が定常状態になる迄は浮き上がりが増し、定常状態になるには一定の浮き上がりが必要である。剪斷運動が定常状態になれば剪斷力も一定となる筈であるから剪斷力が一定になる迄に浮き上がる量は一定であると考へられる。この必要な浮き上がりの生ずるのを邪魔するものがあれば其れを押しつけて定常状態にならうとする。若し其の邪魔が押しつけられて運動に必要な空間が砂粒の周圍に生ずるに至れば今迄の様に大きな剪斷力は要らなくなるから剪斷力は下がる筈である。今の場合に浮き上がりを邪魔してゐるのは試験機の壁である。故に此の壁に依る邪魔を少くすれば所謂降伏現象は現はれないのではなからうか。つまり降伏現象は砂に特有の性質ではなくて試験機に特有な性質ではなからうか。小型剪斷試験機を使へば之の現象が現はれず、又標準型試験機でも砂の詰め方を或程度ゆるめると現はれない事も之れで説明出来ないであらうか。

此の様に我々の假設に依れば此の事柄が良く説明されさうに思はれるが從來の考へ方に依れば中々うまくは説明出来ない。寧ろ或場合即ち我々が實驗した場合の如くであれば我々の假設から想像される事とは丁度逆の事が豫想される。即ち砂を填める際に上層の砂厚を種々に變へて見ると薄ければ壁の邪魔が少いから、降伏現象が起らず厚ければ邪魔が多いから降伏現象が生ずる筈である。從來の考へ方に依れば砂の厚さが厚ければ薄いものに比して上から加へる壓力が剪斷面に傳はり難くなるから剪斷面に生じる摩擦抵抗は層の薄い方が厚いものより大きくなる。故に砂層を厚くすれば降伏現象が現はれないであらう事が豫想される。つまり丁度我々の場合と逆になる。實驗の結果は果して我々の假設に有利である。定常になる迄に必要な浮き上がり量に關しても我々の假設に有利で剪斷力が定常になる迄に浮き上がる量は砂層の厚さに依らず大體 4mm の程度である。尤もこの量は剪斷力が定常になつても極く僅かづゝ増加する傾向がある。しかし剪斷力の方は箱が抜け出せば應力としては定常でな

圖-15.



7) 山口 昇 “砂の剪斷試験に際して現れたる降伏現象” 鐵道省土質調査委員會報告第四輯

くいくらかは大きくなって行つてゐるのだし、又剪断層附近の容積變化が極く僅かづつは上部に傳播して行く事を考へれば我々の假設に依る結論に對し致命的なものではない。此の浮き上がりの量の解析は次の機會に譲り度いが兎に角此の實驗は我々の假設に對して有利なデータを供給してゐると思ふ。

7. 實驗 6 の検討の續き

尙ほ普通の方法に依り砂層の厚さを變へた場合の内部摩擦角を出して見ると圖-16, 17 の如くで摩擦角は厚さが増せばいくらか増すと云ふ事が分かる。在來の考へ方に従へば前に述べた如く砂層が薄い程内部摩擦角は大き

圖-16. f_1 と n との関係

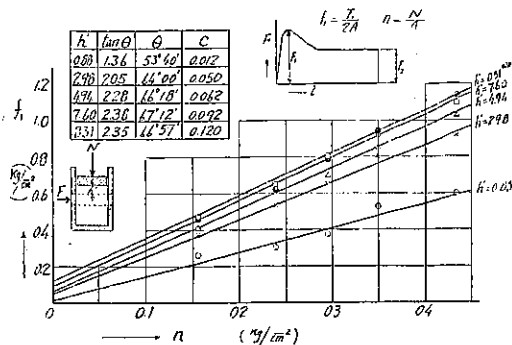
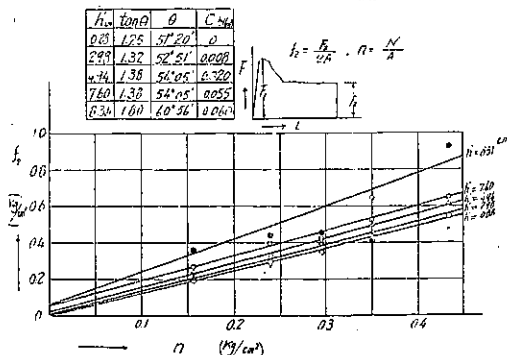


圖-17. f_2 と n との関係

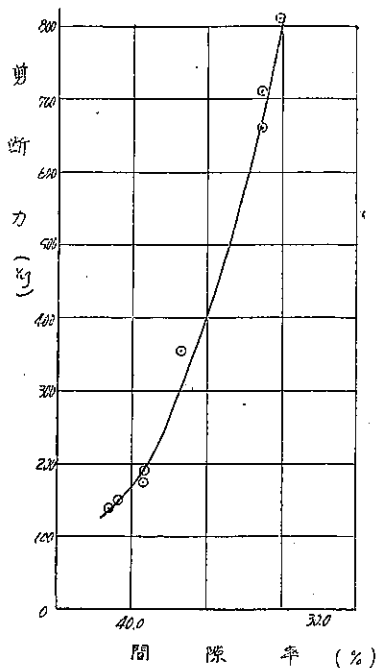


くなくて良い筈であるが丁度逆の結果になつてゐる。これも在來の考へ方に不利な結論である。

8. 砂の内部摩擦角測定法に関する考察

7章に述べた在來の摩擦角測定法は同節に述べた様な不合理な點があるに拘らず兎に角砂に對する一つの定數を興へ得る如く見える。しかし良く考へて見ると、此の方法に依つて内部摩擦角即ち剪断力を測定する事には幾多の困難がある。即ち砂を試験機に填める際の填め方に依つて剪断力が非常に變る。此れは圖-18を見れば明らかに分かる。勿論間隙率幾らの時に内部摩擦角が幾らと言へば良いかも知れないが、出来れば填め方如何に依らない砂の種類に依つてきまる一つの定數が興へられる事が希ましい。續つて5章に述べた ϕ の値を見るに此の値は砂の填め方如何に拘らない一定數であるから此の値の方が目的に適ふ。又それならば自然安息角を取れば砂の種類に依つて定まつた一定數となると云はれるかも知れない。しかし ϕ の値は現在の處さうはつきりとは言へないが砂の運動機構と密接な關係がありさうである。安息角も關係がないとは言へないが ϕ の方が直接らしい。寧ろ ϕ から安息角が説明されるのではなからうかと思はれる。又安息角も砂を積み上げた上部で測ると下部で測るとでは變つて來る。尤も其の差は大した事はない。尙ほ通常の方法に依つて内部摩擦角を求めるためには同種の實驗を三四回やつて直線を求める必要がある。三四回やる實驗の全部を同じ條件の下に行ふ事は中々骨が折れる。處が5章に書いた方法で—尤も力の測定法其物には改良の餘地が充分にあるが— ϕ を求めるのは一遍の實驗で良い。此の様に考へると内部摩擦角の測定法としては5章に書いた方法の方が遙かに良いと言ふ事が出来る。

圖-18. 剪断力—間隙率曲線



尙ほ圖-2~7, 圖-10~13 の實驗は小型剪断試験機, 圖-16~18 に對する實驗は標準型剪断試験機に依つたものである。終りに實驗に際し努力せられた土木教室加藤茂助手, 島田氏其他の方々へ厚く謝意を表する。