討　　議

第27巻第8號　昭和16年8月

中空壓縮材の挫屈に關する理論的研究

(第27巻第3號所載)

正會員　工學博士　田　中　豐*

壓縮部材の强弱並に安定に關しては，1757年 Euler に依る所謂 Euler 限界値の提案以來，幾多の討議がなされ，然も尙，種々硏究を要すべき問題が殘されて居る。柱の問題に關しては E. H. Salmon が，其著書 Columns (1921) に列擧した 1729~1920 年間に於ける參考文獻のみにても約 375 を算し，1921 年以後にありても，R. Mayer (1921), J. Ratzersdorfer (1936), S. Timoshenko (1936). F. Hartmann (1937), K. Jezek (1937) 等の代表的著書が出版せられて居る。其の他，內外の雜誌，學會誌等に發表せられた文獻數は年々增加の傾向を示して居る。最近，土木學會誌上にも，安宅，結城，金，樋浦等の諸君の硏究が發表せられ，此の種の問題に關する硏究の伸展を見つゝあることは欣快に堪へない。偶々今春，更に横田君の論文が發表せられ，筆者も興味深く之を一讀した。依つて，此の機會に主として，同論文に就て，所感の二,三を述べて，參考に供し度いと思ふ。

1. 安定不安定の問題

(a) 横田君は中實柱の柱屈は安定であると論じて居るが，安定不安定の問題は，寧ろ，將に挫屈せんとして居る柱を安定とするか不安定とするか，が先決問題である。一般の假定下に於て，挫屈現象は，壓縮部材の位置勢力の運動勢力への轉換とも考へられる。從つて，此の轉換時の變形は靜力學的問題として取扱ふことは無理であるとも考へられる。故に，此の場合，不定係數の消去に依る不安定條件を適用しても，必ずしも意味のないこととは考へられない。曲つた後の靜力學的平衡問題は，挫屈そのものとは別問題として取扱つて差支ないのである。

(b) Euler の限界値並に其の修正に關しては，既に多くの論議がなされて居る。然し，所謂安定問題の解法として，不定係數に依る解法は便益多き一解法と認めざるを得ない。長柱の不安定狀態を假定して，所謂 Euler の限界値を求めて差支ないことは言を俟たない。著者横田君は $P_E=\pi^2\dfrac{EI}{l^2}$ なるときに限り挫屈し $P>P_E$ にては挫屈しないことになると評して居るが，それは此の解に對する著者獨自の見解であつて，此の場合の此の解は限界値を與へるものと考へればよい。壓縮部材を elastica としての考察に依り，撓み f を假定し $f=0$ なるときは Euler 値と一致する，と逆算することが出來ても，それには又色々の疑問がある。嚴密に論ずれば，先づ挫屈の形式並に挫屈現象の可逆性に就て，一應の考察を必要とする。此の點に於て，可能變位と不定係數に依る解の方が寧ろ，工學的に意味あるものと筆者は考へて居る。

(c) 柱の撓みに就て。本論の如き假定下に於ける柱の撓みを論ずるに當り，撓みと柱の應力度との關係に就て，一應の數値計算を試むることは，本文の如き考察をなす場合の基本概念を得る爲めに必要な一事項と考へる。

今二突緣の組合せ壓縮材に於ける合成應力度を $\sigma=\dfrac{P}{2F}\left(1+\dfrac{2f}{h}\right)$，$P$=軸壓縮力，$F$=一突緣の斷面積，$h$=突緣の間隔，$f$=最大撓み，とし，細長比 $\dfrac{l}{r}=150$（橋梁示方書に於ける最大の細長比）に對する Euler 値に依り $\dfrac{P}{2F}=930\ \mathrm{kg/cm^2}$ と假定し合成力 σ を $2\,400\ \mathrm{kg/cm^2}$ とすれば，$\dfrac{f}{l}\fallingdotseq 0.01$ となり，此の値は著者論文の圖-3 (p. 259) に於ける縱距の最小目盛の大さに相當する。之に依つて，組合せ壓縮部材の强弱と撓みとの關係の一班を知るに足る。中實柱に就ても豫め同様の考察を試むることが肝要である。

2. 中空柱の問題

横田君は「新らしい問題」として，Euler 値以上の荷重を受けた中空柱の强さは，其の撓みの增大に伴ひ强さの減

* 東京帝國大學教授

少することあるべきことを指摘し，綾片並に綴鈑の寸法はこの減少を阻止せしむる如く決定すべきものとして，其の解法を提案した。此の場合著者は，柱の彎曲に依る突緣間隔の縮少並に之に依る斷面二次率の減少の影響を主要問題として取扱つて居る。本問題は，著者の言の如く，研究を要すべき問題であるが，本論文を一讀して，之に依つて，果して著者の主張が理論的にも，實際的にも達成せられ得るや否や，との感を深くした。

實用に供せらるべき壓縮材の理論的彈性撓みの限度は，前揭の一例に依つても明なる如く，甚だ小なるべきも，假りに $\frac{f}{l}=0.2$ 即ち柱長の約 1/5 の撓みを生じたる場合に於てすら，中實柱の强さの增大は僅に 5％ (p. 259 圖-3 曲線 II 參照)となつて居る。斯くの如き僅小なる差を，綾片又は綴鈑に依つて補ひ，中空柱をしてその强さの減少を阻止せんとすることは，極めて困難なることと考へられる。從つて，著者が求めた解 (p. 274, (41) 式) に依つては，理論的に著者の主張する樣な安定條件を滿足して居るとは考へられない。

玆に於て，問題は單に理論的解を目的とするか，或は，工學的に材片の寸法決定法としての一解法を求めんとするものなるか，を豫め明確にして進むことが肝要である。然らざれば，實際問題への適用に關する檢討に苦しむ結果となる虞がある。この點に於て，著者の努力を認むると同時に更に一層の考慮を希望して已まない次第である。

3. 現在の示方書規定に就て

此の場合，現在橋梁示方書の規定する綾片の寸法決定法に關し，一應の解說を附記して參考に供し度いと思ふ。橋梁に於ける壓縮部材の細長比は主要部材に在りては 100 以下，二次部材に在りては，150 以下と規定せられて居る。其の强弱並に綾片寸法の決定法に關して，先般提案せられた內務省鋼道路橋設計示方書案 (§ 62) 及土木學會鐵道橋標準設計示方書 (§ 52) に於ては，それぞれ次式に依る剪斷力が部材と直角に作用するものとして，設計すべきことを規定して居る。

$S=\frac{Pl}{4000\,y}$， P=壓縮部材の全强， l=壓縮部材の長 (cm)， y=部材の幅の $\frac{1}{2}$ (cm)。但し道路橋に在りては $S\geqq 0.015\,P$，鐵道橋に在りては $S\geqq 0.02\,P$。

此の規定の採擇には，筆者も委員の一人として關與して居つたから，之に對する筆者の解說を述べて將來の參考に資し度いと思ふ。

細長比 $\frac{l}{r}=150$ なる實用的最大限の場合に於て，壓縮部材の極應力度は Euler 式に依り 930 kg/cm² となる。故に抗壓突緣の部分的壓縮極强を 2 400 kg/cm² と假定すれば 2 400−930＝1 470 kg/cm² の餘裕がある理である。此の餘裕應力度 ($\varDelta\sigma$) が曲げモーメントに依りて生ずることあるものと假定すれば，次の如き略算結果が得られる。

$$\varDelta\sigma=\frac{M}{I}y,\quad y=\text{部材の幅の }\frac{1}{2},$$

$$\text{玆に } M=P\eta,\quad \eta=f\sin\frac{\pi}{l}x\quad \text{又は}\quad \eta=f\left(1-\cos\frac{\pi}{l}x\right)$$

と假定すれば，最大剪斷力 $S=Pf\frac{\pi}{l}$ が得られる。故に $\varDelta\sigma=1\,470$ kg/cm²，$M_{\max}=P_Ef=\frac{\pi^2 EI}{l^2}f$ と置き f を求め S 式に代入すれば $S=\frac{Pl}{4\,500\,y}$ となる。示方書規定の $S=\frac{Pl}{4\,000\,y}$ は上式の略算値とし，且つその他の場合に對する一般式として採用したものと考へてよい。

次に S の最小値を，鐵道橋に對して部材の全强の 2％ と規定したのは，一面に於て，新 Quebec 橋の設計に資する爲めに行はれた試驗結果による示方規定を參考とし，他面に於て，短柱に在りては，其の極應力度が $\sigma_K=$ 2 400 kg/cm² より大なることあるべきこと $\left(\text{例へば Tetmajer 式 } \sigma_K=3\,100-11.4\frac{l}{r}\ \text{kg/cm}^2\right)$ を考慮して定めたものである。之に依つて $\frac{l}{y}\leqq 80$ のときに在りても約 $\varDelta\sigma=900$ kg/cm² の曲げ應力度に對する考慮が拂はれて居ることになる。道路橋に對して，此の限度を 1.5％ としたのは，今回の改正で許容引張應力度は鐵道橋に比して多少增大せしめて居るが，許容壓縮應力度に對しては，之を增大せしめざることゝした。それで，綾片に對し

ては多少緩和して 1.5％ と規定したのであるが，然も，獨逸 DIN 1939 年の提案に於て $\frac{l}{r} \leq 40$ に對し 1％ と規定して居るものに比較すれば，本規定は $\frac{l}{y} \leq 60$ に對して 1.5％ となつて居るから，實用規定とし過小とは考へられない。但し，米國 A.R.E.A. 1935 年の鐵道橋示方書規定に依れば $\frac{l}{r} = 40 \sim 0$ に於て，2.4〜10％ と漸増する如く規定せられて居ることは，注目に値する示唆と考へて居る。

要するに，現在の規定に對する解説の一班は，前記の考察を以て大過なきものと考へられるが，本問題に關しては，更に研究を要すべき事項が尠くない。敢て，本文を草したる所以も亦，之に依りて，多少なりとも此の種の研究に資せんとする微意に他ならない次第である。 (16. 6. 20.)