

論 說 報 告

第 27 卷 第 4 號 昭和 16 年 4 月

連 續 ア ー チ の 計 算

正會員 小 野 一 良*

要 旨 本文は等しい形状のアーチが橋脚上に連続して多数架設せられた場合に於てアーチに生ずる曲げモーメント、力及び應力を差方程式に依り解いたものであり、径間数の多少に拘はらず任意の荷重状態に對し簡単に計算をなすことが出来る。又計算例に依り無鉸拱との差を明かにし、連続アーチを無鉸拱と見做し得ざることを示した。

目 次

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1. 緒 言 | 8. 計算例其の I: 無鉸拱及び長さ無限の連続アーチの垂直荷重に依る影響線 |
| 2. 連続アーチの意義及び計算に用ふる假定 | 9. 計算例其の II: 無鉸拱及び長さ無限の連続アーチに生ずる應力の計算 |
| 3. 単径間のアーチ | 10. 計算例其の III: 長さ有限なる連続アーチ |
| 4. 橋 脚 | 11. 長さ有限なる連続アーチの最端の径間及び橋臺 |
| 5. 長さ無限の連続アーチ | |
| 6. 長さ有限なる連続アーチ (橋臺の形状が橋脚に等しい場合) | |
| 7. 長さ有限なる連続アーチ (橋臺の形状が橋脚と異なる場合) | |

1. 緒 言

近時鋼材節約の爲延長長さ鐵道橋に於て、鋼桁の代りに鐵筋コンクリート又は、無筋コンクリートの連続アーチを用ひた例が屢々見られる。然してその計算書を見るに、比較的高い橋脚上にアーチを架設する場合に於ても、起拱點に於ける橋脚の弾性變形を無視し、無鉸拱と考へるのが通例である。又橋脚に生ずる應力及び橋脚の安定度の計算に於てもアーチより橋脚に及ぼされる荷重を外力と考へて取扱ひ、橋脚の撓みに依る外力の大きさの變化を無視して居る。これは畢竟連続アーチとしての解法が非常に繁雜なるが爲である。

三瀬博士に依り提唱せられた 9 變位の定理又は 6 變位の定理を用ふる時は一般の連続アーチに對し規則的に解くことが出来るがこの方法にても径間数の 3 倍又は 2 倍の未知數を含む聯立方程式を解く必要がある。

本書は形状等しき橋脚上に形状等しきアーチが多数連続して架設せられた場合の解法を示したものであり、この解法に依る時は径間數に關係なく、2 元の聯立方程式を數回解くのみにて比較的正確にアーチ及び橋脚に生ずる變形の計算をなし得て、その手數も無鉸拱の計算に比しきして困難ではない。茲に比較的正確にと稱したのは垂直壓力に依る橋脚の垂直方向の變位を 0 と見做したことを指したのであり、多くの設計にて見らるる如き斷面の大なる橋脚を用ふる時はこの影響は殆ど考慮する要はない。

連続アーチの各径間が異なる場合、又は径間が等しくとも橋脚の高さが異なる場合には、本方法は適用出来ないが、單に橋脚の高さのみに僅かに差がある場合には、その橋脚を適當に設計することに依り本方法を採用し得る様爲すことが出来る。

計算例にて示す如く連続アーチを無鉸拱と假定して應力及び變形を求めた場合と、本方法に依り計算した値とは非常に差あるを以て、橋脚が特に短く且堅固なる場合を除き一般に本方法に依り設計する要ありと考へられる。

* 鐵道技師 工學士 鐵道省岐阜工事事務所

2. 連続アーチの意義及び計算に用ふる假定

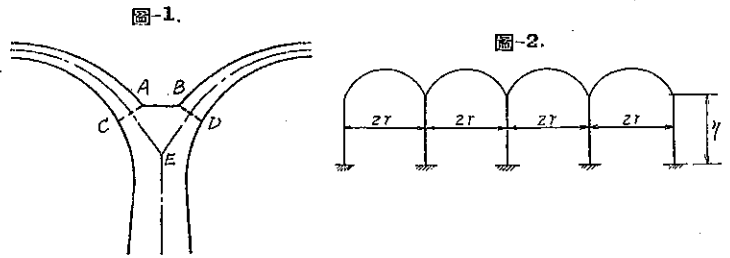
本書に於て連続アーチとは形状及び材質の全く等しい左右対称なるアーチが、形状及び材質の全く等しい多数の橋脚上に連続して架設せられた場合を指し、これに加はる荷重は任意である。部材は完全なる弾性體なりとし、又橋脚は水平なる地盤に完全に固定せられて居るか、又は垂直方向及び水平方向には完全に固定せられて居るが、廻轉に對してのみ弾性的に結合せられて居るとす。但し橋脚の基礎に於ける廻轉に對する彈性係數は總ての橋脚に於て等しいと假定する。

起拱點に於てアーチと橋脚とは完全に剛結せられたと考へる。

鐵筋コンクリート又は無筋コンクリートのアーチ及び橋脚に於て、斷面に張力の生じない場合には、斷面二次モーメントは外力の状態に關係せず一定と見做し得るが、斷面の一部に張力の生ずる場合には、張力を受けるコンクリート部分を除いて斷面二次モーメントを計算し直す必要を生じ、その結果斷面二次モーメントが荷重の状態に依り變化する爲本計算方法は適用出來なくなる。斯くの如き不便は連続アーチに限らず、無鉸拱にも起きる問題であるが、連続アーチに於てはアーチの兩端の固定度が劣る爲斷面に大なる張力が生じ易い。

鐵筋又は無筋コンクリートの連続アーチの設計に當つては、先づ全斷面に對する斷面二次モーメントを用ひて本計算方法に依り斷面に生ずる應力を計算し、その結果斷面に張力を生ずる時は無筋コンクリートアーチに於ては、これを鐵筋コンクリートアーチと

なし、又鐵筋コンクリートアーチに於て標準示方書第 100 條に示す限度以上の張力を生ずる場合には、斷面二次モーメントを計算し直すか、又は、アーチの形状寸法を變へ、鐵筋を追加する等考慮せねばならぬ。



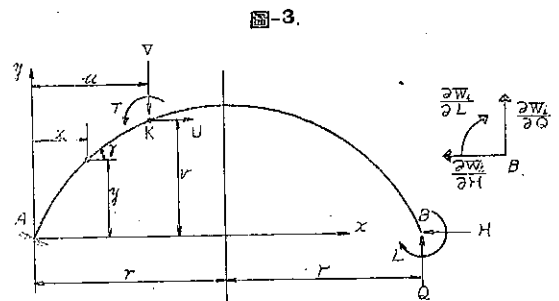
一般にアーチに於て起拱點とはアーチ部分の始終點を意味する爲、連続アーチに於ては圖-1 に於ける AC 線及び BD 線が起拱點となる。然し連続アーチに於ては圖-2 に示す如くアーチ及び橋脚の中心線に關しアーチの形状、徑間及び橋脚の高さ等を取扱ふ爲圖-1 に於てアーチの中心線及び橋脚の中心線の交點たる E 點を以て起拱點と稱するのが便利である。今後は E 點を計算上の起拱點と稱し、AC 線及び BD 線を構造上の起拱點と稱して區別することとする。但し單に起拱點と稱する時は計算上の起拱點を指すこととする。

次章以下の計算に於ては各種の數量及び記號に對しそのデメンションを示すのを省略するが、すべての數量に對し同一の長さ及び重量のデメンションを採用する必要がある。計算例に示す如く本書に於ては總て長さに對しては m を用ひ、重さに對しては t を用ふることにす。從つて曲げモーメントのデメンションは $t \cdot m$ となり、ヤング係數及び應力のデメンションは t/m^2 となる。

3. 單徑間のアーチ

連続アーチは起拱點に於て單徑間のアーチと橋脚とに分離して考へることが出来る。次にこれ等各部に就き外力と變形量との關係を求めることにす。

先づ一徑間のアーチに就きその一端を固定し、他端及びその中間に任意の外力を作用せしめた場合に自由端に於ける變位の計算をなす。圖-3 に於て A を固定端とし、B を自由端とし、B 點及び中間の K 點に圖に示す如き外力が作用した場合の内働は次式に依



り與へられる。

$$\begin{aligned}
 W_i &= \frac{1}{2} \int_A^K \frac{1}{EJ} \{L - Q(2r - x) + Hy - T + V(u - x) + U(v - y)\}^2 ds \\
 &+ \frac{1}{2} \int_K^B \frac{1}{EJ} \{L - Q(2r - x) + Hy\}^2 ds + \frac{1}{2} \int_A^K \frac{1}{EF} \{(Q - V) \sin \gamma - (H - U) \cos \gamma\}^2 ds \\
 &+ \frac{1}{2} \int_K^B \frac{1}{EF} \{Q \sin \gamma - H \cos \gamma\}^2 ds
 \end{aligned}$$

上式に於て

W_i : 内働

E : アーチを作る材料のヤング係数

J : アーチの断面二次モーメント

F : アーチの断面積

鉄筋コンクリートアーチの場合には E をコンクリートのヤング係数とし、 J 及び F は鉄筋断面積に弾性比を乗じて、コンクリートの断面積に換算することとする。

y : 横距 x に於けるアーチ中心軸の縦距

γ : 横距 x に於けるアーチ中心軸の水平面に對する傾斜角

ds : アーチ中心軸の微分長さ

V : K 點に作用する外力の垂直分力

U : K 點に作用する外力の水平分力

T : K 點に作用する外力のモーメント

L, Q, H 及び V, U, T の正の方向は 圖-3 に示す方向とする。

上式を書き變へれば

$$\begin{aligned}
 W_i &= \frac{1}{2} \int_u^u \frac{1}{EJ \cos \gamma} \{L - Q(2r - x) + Hy - T + V(u - x) + U(v - y)\}^2 dx \\
 &+ \frac{1}{2} \int_u^{2r} \frac{1}{EJ \cos \gamma} \{L - Q(2r - x) + Hy\}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^u \frac{1}{EF \cos \gamma} \{(Q - V) \sin \gamma - (H - U) \cos \gamma\}^2 dx \\
 &+ \frac{1}{2} \int_u^{2r} \frac{1}{EF \cos \gamma} \{Q \sin \gamma - H \cos \gamma\}^2 dx \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

W_i をそれぞれ L, Q, H にて偏微分する時は自由端 B に於けるアーチ軸の角變位、垂直方向の移動量及び水平方向の移動量が與へられる。これ等の移動の正の方向は L, Q, H の正の方向となる。

$$\begin{aligned}
 E \frac{\partial W_i}{\partial L} &= \int_0^{2r} \frac{dx}{J \cos \gamma} L - r \int_0^{2r} \frac{dx}{J \cos \gamma} Q + \int_0^{2r} \frac{y dx}{J \cos \gamma} H - \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} T \\
 &+ \left\{ (u - r) \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} - \int_0^u \frac{x - r}{J \cos \gamma} dx \right\} V + \left\{ v \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} - \int_0^u \frac{y dx}{J \cos \gamma} \right\} U \\
 E \frac{\partial W_i}{\partial Q} &= -r \int_0^{2r} \frac{dx}{J \cos \gamma} L + \left\{ r^2 \int_0^{2r} \frac{dx}{J \cos \gamma} + \int_0^{2r} \frac{(x - r)^2}{J \cos \gamma} dx \right. \\
 &+ \left. \int_0^{2r} \frac{\sin \gamma \tan \gamma}{F} dv \right\} Q - r \int_0^{2r} \frac{y dx}{J \cos \gamma} H + \left\{ r \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} \right. \\
 &- \left. \int_0^u \frac{x - r}{J \cos \gamma} dx \right\} T - \left\{ r(u - r) \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} - u \int_0^u \frac{x - r}{J \cos \gamma} dx \right. \\
 &+ \left. \int_0^u \frac{(x - r)^2}{J \cos \gamma} dx + \int_0^u \frac{\sin \gamma \tan \gamma}{F} dx \right\} V - \left\{ vr \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} - v \int_0^u \frac{x - r}{J \cos \gamma} dx \right. \\
 &- \left. r \int_0^u \frac{y}{J \cos \gamma} dx + \int_0^u \frac{(x - r)y}{J \cos \gamma} dx - \int_0^u \frac{\sin \gamma}{F} dx \right\} U \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E \frac{\partial W_i}{\partial H} = & \int_0^{2r} \frac{y dx}{J \cos \gamma} L - r \int_0^{2r} \frac{y dx}{J \cos \gamma} Q + \left\{ \int_0^{2r} \frac{y^2 dx}{J \cos \gamma} + \int_0^{2r} \frac{\cos \gamma}{F} dx \right\} H \\
 & - \int_0^u \frac{y dx}{J \cos \gamma} T + \left\{ (u-r) \int_0^u \frac{y dx}{J \cos \gamma} - \int_0^u \frac{(x-r)y}{J \cos \gamma} dx + \int_0^u \frac{\sin \gamma}{F} dx \right\} V \\
 & + \left\{ v \int_0^u \frac{y dx}{J \cos \gamma} - \int_0^u \frac{y^2 dx}{J \cos \gamma} - \int_0^u \frac{\cos \gamma}{F} dx \right\} U
 \end{aligned}$$

上式を次の符號を用ひて書き換へることとす。

$$c_4 = \int_0^{2r} \frac{dx}{J \cos \gamma}$$

$$c_5 = \int_0^{2r} \frac{y dx}{J \cos \gamma}$$

$$\frac{c_5}{c_4} = w$$

$$c_6 = \int_0^{2r} \frac{(y-w)^2}{J \cos \gamma} dx + \int_0^{2r} \frac{\cos \gamma}{F} dx$$

$$c_7 = \frac{1}{r^2} \left\{ \int_0^{2r} \frac{(x-r)^2}{J \cos \gamma} dx + \int_0^{2r} \frac{\sin \gamma \tan \gamma}{F} dx \right\}$$

$$f_4 = \frac{1}{2} c_4 - \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma}$$

$$f_5 = - \int_0^u \frac{y-w}{J \cos \gamma} dx$$

$$f_6 = \frac{1}{2} c_7 + \frac{1}{r} \int_0^u \frac{x-r}{J \cos \gamma} dx$$

$$r\varphi_4 = \frac{1}{2} u c_4 - (u-r) \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} + \int_0^u \frac{x-r}{J \cos \gamma} dx$$

$$r\varphi_5 = -(u-r) \int_0^u \frac{y-w}{J \cos \gamma} dx + \int_0^u \frac{(x-r)(y-w)}{J \cos \gamma} dx - \int_0^u \frac{\sin \gamma}{F} dx$$

$$r\varphi_7 = \frac{1}{2} u c_7 + \frac{u-r}{r} \int_0^u \frac{x-r}{J \cos \gamma} dx - \frac{1}{r} \int_0^u \frac{(x-r)^2}{J \cos \gamma} dx - \frac{1}{r} \int_0^u \frac{\sin \gamma \tan \gamma}{F} dx$$

$$\psi_4 = -\frac{1}{2} (v-w) c_4 + (v-w) \int_0^u \frac{dx}{J \cos \gamma} - \int_0^u \frac{(y-w) dx}{J \cos \gamma}$$

$$\psi_5 = \frac{1}{2} c_6 + (v-w) \int_0^u \frac{y-w}{J \cos \gamma} dx - \int_0^u \frac{(y-w)^2}{J \cos \gamma} dx - \int_0^u \frac{\cos \gamma}{F} dx$$

$$\psi_7 = \frac{1}{2} v c_7 + \frac{v-w}{r} \int_0^u \frac{x-r}{J \cos \gamma} dx - \frac{1}{r} \int_0^u \frac{(x-r)(y-w)}{J \cos \gamma} dx + \frac{1}{r} \int_0^u \frac{\sin \gamma}{F} dx$$

これ等の係数の中 c_4, c_5, c_6, c_7 は荷重の位置に關係せず一定であるが、その他の係数は荷重の位置に依り變化する。又 $f_4, f_5, r\varphi_4, \psi_4, \psi_5$ はアーチの頂點を原點として奇函數であるが、 $f_6, r\varphi_4, r\varphi_5, \psi_6$ はアーチの頂點を原點として偶函數なることはたやすく證明せられる。

即ち 圖-3 に於ける K 點に對する f_4 の値を $f_4(u)$ とし、 f_5 の値を $f_5(u)$ とし、以下同様にあらはせば

$$f_4(u) = -f_4(2r-u)$$

$$f_5(u) = -f_5(2r-u)$$

$$f_6(u) = f_6(2r-u)$$

$$r\varphi_4(u) = r\varphi_4(2r-u)$$

$$r\varphi_5(u) = r\varphi_5(2r-u)$$

$$r\varphi_7(u) = -r\varphi_7(2r-u)$$

$$\psi_4(u) = -\psi_4(2r-u)$$

(5)

$$\left. \begin{aligned} \psi_0(u) &= -\psi_0(2r-u) \\ \psi_1(u) &= \psi_0(2r-u) \end{aligned} \right\}$$

(2) 式より

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_4 L - r c_4 Q + c_5 H - \left(\frac{1}{2} c_4 - f_4\right) T + \left(\frac{1}{2} u c_4 - r \varphi_4\right) V \\ &\quad + \left\{ \frac{1}{2} (v-w) c_4 + \psi_0 \right\} U \\ E \frac{\partial W_1}{\partial H} - w E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_5 H + f_5 T - r \varphi_5 V + \left(\psi_0 - \frac{1}{2} c_5 \right) U \\ E \frac{\partial W_1}{\partial Q} + r E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= r^2 c_7 Q + r \left(\frac{1}{2} c_7 - f_7 \right) T + r \left(-\frac{1}{2} u c_7 + r \varphi_7 \right) V \\ &\quad + r \left(-\frac{1}{2} r c_7 + \psi_0 \right) U \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

上式はアーチの右端 B 点及びアーチ上の一 点 K のみに外力が作用した場合に於けるアーチの右端 B 点の移動量を示したものであるが、アーチ上の各所に多数の荷重が作用した場合にはこれ等の各点に關し $f_4, f_5, f_7, r \varphi_4$ 等を求め、これ等の係数と外力との積の和を用ひて移動量を示すこととなる。即ち

$$\begin{aligned} E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_4 L - r c_4 Q + c_5 H - \Sigma \left(\frac{1}{2} c_4 - f_4 \right) T + \Sigma \left(\frac{1}{2} u c_4 - r \varphi_4 \right) V \\ &\quad + \Sigma \left\{ \frac{1}{2} (v-w) c_4 + \psi_0 \right\} U \\ E \frac{\partial W_1}{\partial H} - w E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_5 H + \Sigma f_5 T - \Sigma r \varphi_5 V + \Sigma \left(\psi_0 - \frac{1}{2} c_5 \right) U \\ E \frac{\partial W_1}{\partial Q} + r E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= r^2 c_7 Q + r \Sigma \left(\frac{1}{2} c_7 - f_7 \right) T + r \Sigma \left(-\frac{1}{2} u c_7 + r \varphi_7 \right) V \\ &\quad + r \Sigma \left(-\frac{1}{2} r c_7 + \psi_0 \right) U \end{aligned}$$

今茲に

$$\left. \begin{aligned} W_4 &= -\Sigma f_4 T + \Sigma r \varphi_4 V - \Sigma \psi_0 U \\ W_5 &= -\Sigma f_5 T + \Sigma r \varphi_5 V - \Sigma \psi_0 U \\ W_7 &= -\Sigma f_7 T + \Sigma r \varphi_7 V + \Sigma \psi_0 U \\ U_s &= \Sigma U \\ V_s &= \Sigma V \\ T_s &= -\Sigma T + \Sigma u V + \Sigma v U \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

とおけば上式は次の如く書き換へられる。

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_4 L - r c_4 Q + c_5 H - W_4 - \frac{1}{2} c_5 U_s + \frac{1}{2} c_4 T_s \\ E \frac{\partial W_1}{\partial H} - w E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_5 H - W_5 - \frac{1}{2} c_5 U_s \\ E \frac{\partial W_1}{\partial Q} + r E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= r^2 c_7 Q + r W_7 - \frac{1}{2} r c_7 T_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

上式より

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_1}{\partial H} &= c_5 L - r c_5 Q + (w c_5 + c_5) H - (w W_4 + W_5) - \frac{1}{2} (w c_5 + c_5) U_s + \frac{1}{2} c_5 T_s \\ E \frac{\partial W_1}{\partial Q} &= -r c_4 L + r^2 (c_4 + c_7) Q - r c_5 H + r (W_4 + W_7) + \frac{1}{2} r c_5 U_s - \frac{1}{2} r (c_4 + c_7) T_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

以上の計算に於てはアーチの左端を固定した場合にアーチの右端に於ける移動量を求めたのであるが、次にアーチの右端を固定した場合にアーチの左端に於ける移動量を求めることとす。この時は (8), (9) 式に於て W_6 , W_8 及び V_8 の値はそのまま変化しないが、 W_7 , U_8 及び T_8 はそれぞれ $-W_7$, $-U_8$ 及び $(2rV_8 - T_8)$ となる。従つて 圖-4 に於て L' , Q' , H' の方向の移動量は次式に依り與へられる。

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_i}{\partial L'} &= c_4 L' - r c_5 Q' + c_6 H' - W_7 + \frac{1}{2} c_5 U_8 \\ &\quad + \frac{1}{2} c_4 (2rV_8 - T_8) \\ E \frac{\partial W_i}{\partial H'} &= c_5 L' - r c_6 Q' + (w c_6 + c_6) H' - (w W_4 + W_8) \\ &\quad + \frac{1}{2} (w c_6 + c_6) U_8 + \frac{1}{2} c_6 (2rV_8 - T_8) \\ E \frac{\partial W_i}{\partial Q'} &= -r c_4 L' + r^2 (c_4 + c_7) Q' - r c_6 H' + r (V_8 - W_7) \\ &\quad - \frac{1}{2} r c_5 U_8 - \frac{1}{2} r (c_4 + c_7) (2rV_8 - T_8) \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

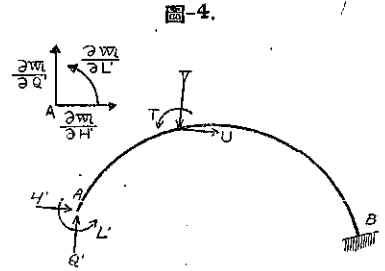


圖-4.

無鉸拱に於ては起拱點に於ける角變位及び垂直方向の移動量が 0 となるから

$$\begin{aligned} E \frac{\partial W_i}{\partial L} &= 0 \\ E \frac{\partial W_i}{\partial Q} &= 0 \end{aligned}$$

又アーチ部分が $t^\circ\text{C}$ の温度の上昇をなす時は、アーチを造る材料の線膨脹係数を β とすれば

$$E \frac{\partial W_i}{\partial H} = 2rE\beta\tau$$

これより L, Q, H を解けば無鉸拱の右の起拱點に生ずる曲げモーメント L_d , 垂直反力 Q_d 及び水平反力 H_d が得られる。

$$\left. \begin{aligned} L_d &= \frac{W_4}{c_4} - \frac{w(W_8 + 2rE\beta\tau)}{c_6} - \frac{W_7}{c_7} \\ H_d &= \frac{W_8 + 2rE\beta\tau}{c_6} + \frac{1}{2} U_8 \\ rQ_d &= -\frac{W_7}{c_7} + \frac{1}{2} T_8 \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

同様にして無鉸拱の左の起拱點に生ずる曲げモーメント L_d' , 垂直反力 Q_d' 及び水平反力 H_d' を求めれば

$$\left. \begin{aligned} L_d' &= \frac{W_4}{c_4} - \frac{w(W_8 + 2rE\beta\tau)}{c_6} + \frac{W_7}{c_7} \\ H_d' &= \frac{W_8 + 2rE\beta\tau}{c_6} - \frac{1}{2} U_8 \\ rQ_d' &= \frac{W_7}{c_7} + \frac{1}{2} (2rV_8 - T_8) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

以上は無鉸拱に就いての計算であるが、長さ無限の連続アーチの各徑間に等しき左右對稱なる荷重が作用する場合には各橋脚の變形は 0 となるから (11) 式又は (12) 式を用ひて起拱點に於ける曲げモーメント、垂直反力及び水平反力を計算することが出来る。例へば左右對稱なる死荷重及び温度變化に依り長さ無限の連続アーチに生ずる應力が求められる。

4. 橋脚

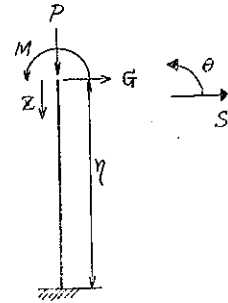
橋脚の基礎が地盤に完全に固定されて居る時、橋脚の上端に 圖-5 に示す如き外力が作用した場合の、内働は次式に依り與へられる。

$$W_t = \frac{1}{2} \int_0^\eta \frac{1}{EJ} (M - Gz)^2 dz + \frac{1}{2} \int_0^\eta \frac{1}{EF} P^2 dz \dots\dots\dots (13)$$

上式に於て

- W_t : 橋脚の内働
- E : 橋脚を造る材料のヤング係數
- J : 橋脚の断面二次モーメント
- F : 橋脚の断面積
- z : 橋脚の上端より下に向つての距離

圖-5.



W_t をそれぞれ M, G, P にて偏微分する時には橋脚の上端に於ける橋脚中心線の角偏位、水水平移動量及び垂直移動量が與へられる。但しこれ等移動量の正の方向は 圖-5 に於ける M, G, P の方向とする。

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_t}{\partial M} &= \int_0^\eta \frac{dz}{J} M - \int_0^\eta \frac{z}{J} dz G \\ E \frac{\partial W_t}{\partial G} &= - \int_0^\eta \frac{z}{J} dz M + \int_0^\eta \frac{z^2}{J} dz G \\ E \frac{\partial W_t}{\partial P} &= \int_0^\eta \frac{dz}{F} P \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

今茲に

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \int_0^\eta \frac{dz}{J} \\ c_2 &= \int_0^\eta \frac{z}{J} dz \\ c_3 &= \int_0^\eta \frac{z^2}{J} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

と置けば上式は次の如く書き換へられる。

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_t}{\partial M} &= c_1 M - c_2 G \\ E \frac{\partial W_t}{\partial G} &= -c_2 M + c_3 G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

一般に橋脚の断面は矩形にして、且橋脚の厚さ及び幅は下に行くに従ひ直線的に増加する場合が多い。今起拱點より z なる距離に於ける橋脚の厚さを $a(1+\lambda z)$ とし、幅を $b(1+\mu z)$ とすれば

$$J = \frac{1}{12} a^3 b (1+\lambda z)^3 (1+\mu z)$$

従つて c_1, c_2, c_3 を求めるには次の不足積分が使はれる。

$$\left. \begin{aligned} \int \frac{dz}{J} &= \frac{12}{a^3 b} \left\{ \frac{2.302585 \mu^2}{(\lambda - \mu)^3} \log \frac{1+\lambda z}{1+\mu z} + \frac{\mu}{(\lambda - \mu)^2 (1+\lambda z)} - \frac{1}{2(\lambda - \mu)(1+\lambda z)^2} \right\} \\ \int \frac{z}{J} dz &= \frac{12}{a^3 b} \left\{ -\frac{2.302585 \mu}{(\lambda - \mu)^3} \log \frac{1+\lambda z}{1+\mu z} - \frac{1}{(\lambda - \mu)^2 (1+\lambda z)} + \frac{1}{2\lambda(\lambda - \mu)(1+\lambda z)^2} \right\} \\ \int \frac{z^2}{J} dz &= \frac{12}{a^3 b} \left\{ \frac{2.302585}{(\lambda - \mu)^3} \log \frac{1+\lambda z}{1+\mu z} + \frac{2\lambda - \mu}{\lambda^2(\lambda - \mu)^2 (1+\lambda z)} - \frac{1}{2\lambda^2(\lambda - \mu)(1+\lambda z)^2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

然し橋脚の厚さ及び幅が直線的に變化しない場合には積分を多數の断面に於ける値の和として求めねばならぬ。

橋脚の基礎が完全に固定されずこの點に働くモーメントに比例して多小の角變位を生ずる場合には (15) 式に於ける c_1, c_2, c_3 にこの影響を加へねばならぬ。即ち橋脚の基礎に單位のモーメントが作用した時 δ なる角變位を生ずるとすれば

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \int_0^n \frac{dz}{J} + E\delta \\ c_2 &= \int_0^n \frac{z}{J} dz + \eta F\delta \\ c_3 &= \int_0^n \frac{z^2}{J} dz + \eta^2 E\delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

5. 長さ無限の連続アーチ

圖-6 を長さ有限又は無限の連続アーチの一部とし、荷重は番號 0 の橋脚より左のみにあり、これより右は無いとする。

番號 n の起拱點に於けるアーチ及び橋脚に生ずる曲げモーメント、垂直反力及び水平反力を圖-7, 8, 9 の如く稱することとす。

これ等の曲げモーメント及び力の間には次の關係がある。

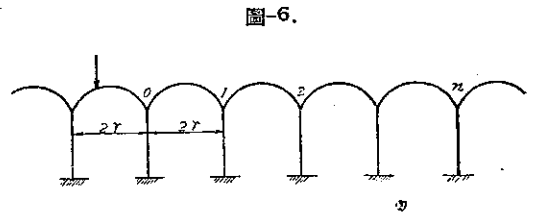


圖-6.

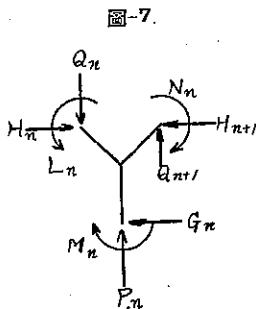


圖-7.

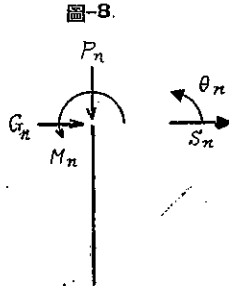


圖-8.

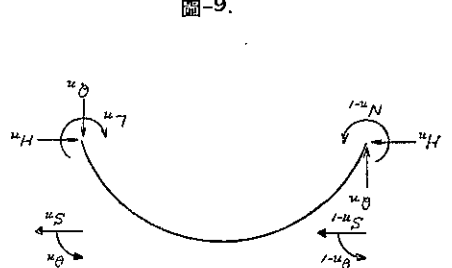


圖-9.

$$\left. \begin{aligned} L_n - N_n &= M_n & (n=0, 1, 2, \dots) \\ Q_n - Q_{n+1} &= P_n & (\quad \quad \quad) \\ H_n - H_{n+1} &= G_n & (\quad \quad \quad) \\ L_n - N_{n+1} &= 2rQ_n & (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

又番號 n の起拱點に於ける角偏位を θ_n とし、水平方向の移動量を S_n とし、これ等の正の方向は圖-8 に示す方向とする。橋脚の壓縮應力に依る變形を 0 と見做せば起拱點に於ける垂直移動量は 0 となる。

(8) 式及び (9) 式に於て W_4, W_5, W_7, U_5, T_5 を 0 とすれば

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\partial W_1}{\partial L} &= c_4 L - r c_5 Q + c_6 H \\ E \frac{\partial W_1}{\partial H} &= c_5 L - r c_6 Q + (w c_5 + c_6) H \\ E \frac{\partial W_1}{\partial Q} &= -r c_4 L + r^2 (c_4 + c_7) Q - r c_5 H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

従つてアーチの左端の移動量と右端の移動量との間には次の關係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} E \tan \theta_{n-1} - \{c_4 L_n - r c_5 Q_n + c_6 H_n\} &= E \tan \theta_n \\ E S_{n-1} - \{c_5 L_n - r c_6 Q_n + (w c_5 + c_6) H_n\} &= E S_n \\ 2r E \tan \theta_{n-1} + \{-r c_4 L_n + r^2 (c_4 + c_7) Q_n - r c_5 H_n\} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

上式に於ては

$$n=1, 2, 3, \dots$$

又 (16) 式に依り

$$\left. \begin{aligned} E \tan \theta_n &= c_1 M_n - c_2 G_n & (n=0, 1, 2, \dots) \\ E S_n &= -c_2 M_n + c_3 G_n & (\quad \quad \quad) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

(19), (21), (22) 式より $N, Q, P, G, \tan \theta, S$ を消去すれば次の 3 式が残る。

$$\left. \begin{aligned} c_1(M_{n-1}+M_n) - c_2(H_{n-1}-H_{n+1}) + \frac{1}{2} c_7(M_{n-1}-L_{n-1}+L_n) &= 0 \\ c_1(M_{n-1}-M_n) - c_2(H_{n-1}-2H_n+H_{n+1}) + \frac{1}{2} c_4(M_{n-1}-L_{n-1}-I_n) - c_5 H_n &= 0 \\ -c_2(M_{n-1}-M_n) + c_3(H_{n-1}-2H_n+H_{n+1}) + \frac{1}{2} c_6(M_{n-1}-L_{n-1}-I_n) - (wc_5+c_8)H_n &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

今

$$\left. \begin{aligned} M_n &= m \xi^n \\ H_n &= h \xi^n \\ L_n &= l \xi^n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

と置き (23) 式に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \{c_1(1+\xi) + \frac{1}{2} c_7\} m \xi^{n-1} - c_2(1-\xi^2) h \xi^{n-1} - \frac{1}{2} c_7(1-\xi) l \xi^{n-1} &= 0 \\ \{c_1(1-\xi) + \frac{1}{2} c_4\} m \xi^{n-1} - \{c_2(1-2\xi+\xi^2) + c_5 \xi\} h \xi^{n-1} - \frac{1}{2} c_4(1+\xi) l \xi^{n-1} &= 0 \\ \{-c_2(1-\xi) + \frac{1}{2} c_3\} m \xi^{n-1} + \{c_3(1-2\xi+\xi^2) - (wc_5+c_8)\xi\} h \xi^{n-1} - \frac{1}{2} c_3(1+\xi) l \xi^{n-1} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$\xi \neq 0$ とし、且 m, h, l は同時に 0 とはならないとすれば上式より次の関係式が得られる。

$$\begin{vmatrix} c_1(1+\xi) + \frac{1}{2} c_7 & -c_2(1-\xi^2) & -\frac{1}{2} c_7(1-\xi) \\ c_1(1-\xi) + \frac{1}{2} c_4 & -c_2(1-2\xi+\xi^2) - c_5 \xi & -\frac{1}{2} c_4(1+\xi) \\ -c_2(1-\xi) + \frac{1}{2} c_3 & c_3(1-2\xi+\xi^2) - (wc_5+c_8)\xi & -\frac{1}{2} c_3(1+\xi) \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式は ξ の 4 次式であるからこれを解けば一般に ξ の値が 4 個得られる。上の行列式を解き且

$$\alpha = \frac{1}{\xi} - 2 + \xi \dots\dots\dots (27)$$

と置けば次式が得られる。

$$(c_1 c_4 - c_2^2)(c_4 - c_7)\alpha^2 + \{c_4 c_7(c_1 w^2 + 2c_2 w + c_3) + 4c_4(c_1 c_3 - c_2^2) - c_1 c_6(c_4 - c_7)\} \alpha - (4c_1 + c_3)c_4 c_6 = 0 \dots\dots\dots (28)$$

(28) 式を解けば α の値が 2 個得られ、これを α_1 及び α_2 とする。(27) 式に α_1 及び α_2 の値を入れればこれより ξ の値が 2 個づつ得られる。 α_1 の場合を ξ_1 及び $\xi_2 = \frac{1}{\xi_1}$ とし、 α_2 の場合を ξ_3 及び $\xi_4 = \frac{1}{\xi_3}$ とする。但し

$$|\xi_1| < 1$$

$$|\xi_2| < 1$$

とする。斯くの如くして ξ の値が定まつた時は (25) 式より $m:h:l$ の比が計算せられる。即ち

$$m = -4c_2 c_4 + c_3 c_7 - c_2(c_4 - c_7)\alpha \dots\dots\dots (29)$$

と置けば h 及び l は

$$\left. \begin{aligned} h &= -\{c_4(4c_1+c_7)+c_1(c_4-c_7)\alpha\} \frac{1}{1-\xi} \\ l &= 2c_1c_6 \frac{1+\xi}{1-\xi} + c_7(c_6+c_2\alpha) \frac{1}{1-\xi} - c_3c_4 \frac{1+\xi}{\xi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

次に

$$\left. \begin{aligned} N_n &= n\xi^n \\ G_n &= g\xi^n \\ rQ_n &= q\xi^n \\ rP_n &= p\xi^n \\ E \tan \theta_n &= t\xi^n \\ ES_n &= s\xi^n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

と置けば (19) 及び (22) 式に依り

$$\left. \begin{aligned} n &= 2c_1c_6 \frac{1+\xi}{1-\xi} + c_7(c_6+c_2\alpha) \frac{\xi}{1-\xi} + c_3c_4(1+\xi) \\ g &= -\{c_4(4c_1+c_7)+c_1(c_4-c_7)\alpha\} \\ t &= c_7(c_1c_6+c_2c_4) \\ s &= -(c_1c_3-c_2^2)\{4c_4+(c_4-c_7)\alpha\} - c_7(c_2c_6+c_3c_4) \\ &= wc_7(c_1c_6+c_2c_4) - c_1c_3(c_4-c_7) - (4c_1+c_7)c_4c_6 \frac{1}{\alpha} \\ q &= -(c_1c_6+c_2c_4) \frac{1+\xi}{\xi} \\ p &= -(c_1c_6+c_2c_4) \frac{1+\xi}{1-\xi} \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

以上の式に依り計算せられたる m, h, l, n, g, p, t, s の値は $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ に相應して各々 4 個づつ得られ、これ等をあらはすには 1, 2, 3, 4 の脚字を附することとす。

ξ の 4 個の値を用ひて (24) 式及び (31) 式を一般的に書き直せば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} I_n &= A_1 I_1 \xi_1^n + A_2 I_2 \xi_2^n + A_3 I_3 \xi_3^n + A_4 I_4 \xi_4^n \\ M_n &= A_1 m_1 \xi_1^n + A_2 m_2 \xi_2^n + A_3 m_3 \xi_3^n + A_4 m_4 \xi_4^n \\ N_n &= A_1 n_1 \xi_1^n + A_2 n_2 \xi_2^n + A_3 n_3 \xi_3^n + A_4 n_4 \xi_4^n \\ H_n &= A_1 h_1 \xi_1^n + A_2 h_2 \xi_2^n + A_3 h_3 \xi_3^n + A_4 h_4 \xi_4^n \\ G_n &= A_1 g_1 \xi_1^n + A_2 g_2 \xi_2^n + A_3 g_3 \xi_3^n + A_4 g_4 \xi_4^n \\ rQ_n &= A_1 q_1 \xi_1^n + A_2 q_2 \xi_2^n + A_3 q_3 \xi_3^n + A_4 q_4 \xi_4^n \\ rP_n &= A_1 p_1 \xi_1^n + A_2 p_2 \xi_2^n + A_3 p_3 \xi_3^n + A_4 p_4 \xi_4^n \\ E \tan \theta_n &= A_1 t_1 \xi_1^n + A_2 t_2 \xi_2^n + A_3 t_3 \xi_3^n + A_4 t_4 \xi_4^n \\ ES_n &= A_1 s_1 \xi_1^n + A_2 s_2 \xi_2^n + A_3 s_3 \xi_3^n + A_4 s_4 \xi_4^n \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

上式に於て A_1, A_2, A_3, A_4 は境界条件より定まる常數である。特に茲に注意すべきは番號 0 の起拱點を右の起拱點とした徑間上に荷重がある場合にはこの起拱點の左側に於ける垂直反力及び番號 0 の橋脚の反力は上式に依り與へられる Q_0 及び P_0 ではなくして一般に Q_0+R 及び P_0+R にて示されることである。即ち (19) 式に於ては Q_0, P_0 の代りに Q_0+R 及び P_0+R と置いても成立し、又 (21) 式には Q_0 及び P_0 が含まれぬ爲 Q_0 及び P_0 の値を任意に採り得ることとなる。連続アーチの最端の起拱點の外側に於ける垂直反力及び橋脚の反力に關しても同様である。

長さ無限の連続アーチに於ては $|\xi_3| > 1, |\xi_4| > 1$ なる爲

$$A_3 = 0, \quad A_4 = 0$$

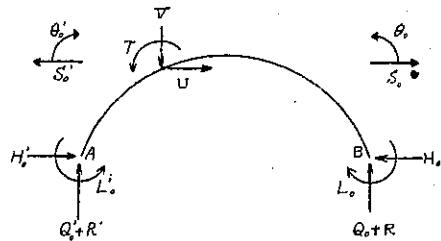
となる。従つて

$$\left. \begin{aligned} L_n &= A_1 l_1 \xi_1^n + A_2 l_2 \xi_2^n \\ M_n &= A_1 m_1 \xi_1^n + A_2 m_2 \xi_2^n \\ N_n &= A_1 n_1 \xi_1^n + A_2 n_2 \xi_2^n \\ H_n &= A_1 h_1 \xi_1^n + A_2 h_2 \xi_2^n \\ G_n &= A_1 g_1 \xi_1^n + A_2 g_2 \xi_2^n \\ rQ_n &= A_1 q_1 \xi_1^n + A_2 q_2 \xi_2^n \\ rP_n &= A_1 p_1 \xi_1^n + A_2 p_2 \xi_2^n \\ E \tan \theta_n &= A_1 t_1 \xi_1^n + A_2 t_2 \xi_2^n \\ ES_n &= A_1 s_1 \xi_1^n + A_2 s_2 \xi_2^n \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \dots (34)$$

上式に於ける Q_0 及び P_0 に関しても前と同様な注意が必要である。

次に長さ無限の連続アーチの中の一径間のみ荷重があり、その他の径間には荷重が無い場合に於ける A_1 及び A_2 の値を計算せんとす。圖-10 を荷重が作用して居る径間とし、この起拱點に於ける曲げモーメント、垂直反力及び水平反力を同圖に示す如く名付けることとす。

圖-10.



B 點より右には荷重が無い爲 B 點を番號 0 の起拱點とし、これより右の起拱點に順次に 1, 2, 3, ... なる番號を付ければこれ等の起拱點に於ける曲げモーメント、力及び變形は (34) 式の常數 A_1 及び A_2 を適當に選ぶことに依り與へられる筈であり、この A_1 及び A_2 の値を B_1 及び B_2 とする。

又 A 點より左にも荷重が無い爲 A 點を番號 0 の起拱點とし、これより左の起拱點に順次に 1, 2, 3, ... なる番號を付ければこれ等の起拱點に於ける曲げモーメント、力及び變形も亦 (34) 式の常數 A_1 及び A_2 を適當に選ぶことに依り與へられる筈であり、この A_1 及び A_2 の値を A_1 及び A_2 とする。

圖-10 に示す左右の起拱點に生ずる曲げモーメント及び力の間には次の關係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} L'_0 &= L_0 - 2r(Q_0 + R) + T_s \\ Q'_0 + R' + Q_0 + R &= V_s \\ H'_0 &= H_0 - U_s \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

又 B 點に於ける角變位を θ_0 とし、水平移動量を S_0 とし、A 點に於ける角變位を θ'_0 とし、水平移動量を S'_0 とすればこれ等の變位の間には (8), (9) 式に依り次の關係が成り立つ。これ等の移動量の正の方向は 圖-10 に示す方向とす。

$$\left. \begin{aligned} -E \tan \theta'_0 - \{c_s L_0 - r c_s (Q_0 + R) + c_s H_0 - W_4 - \frac{1}{2} c_s U_s + \frac{1}{2} c_s T_s\} &= E \tan \theta_0 \\ -E S'_0 - \{c_s L_0 - r c_s (Q_0 + R) + (w c_s + c_s) H_0 - (w W_4 + W_5) - \frac{1}{2} (w c_s + c_s) U_s + \frac{1}{2} c_s T_s\} &= E S_0 \\ 2r E \tan \theta'_0 + \{-r c_s L_0 + r^2 (c_4 + c_7) (Q_0 + R) - r c_s H_0 + r (W_4 + W_7) & \\ + \frac{1}{2} r c_s U_s - \frac{1}{2} r (c_4 + c_7) T_s\} &= 0 \end{aligned} \right\} (36)$$

(19) の第 4 式及び (21) 式は $n=1, 2, 3, \dots$ の場合について成立するが、これ等の式に於て特に $n=0$ と置け

ば N_{-1} , $\tan \theta_{-1}$ 及び S_{-1} なる符號を以て表はされる値が得られ、これ等の數値は (33) 式又は (34) 式に於て $n = -1$ と置いて得られる數値に一致する筈である。然しこれ等は必ずしも番號 (-1) の起拱點に於ける曲げモーメント及び變形をあらはすとは限らない。 N_{-1} , $\tan \theta_{-1}$, S_{-1} を用ひて (35), (36) 式を書き直せば下の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} L_0' - N_{-1} + 2rR - T_3 &= 0 \\ H_0' - H_0 + U_s &= 0 \\ E \tan \theta_0' + E \tan \theta_{-1} - rc_4 R - W_4 - \frac{1}{2} c_5 U_s + \frac{1}{2} c_4 T_3 &= 0 \\ ES_0' + ES_{-1} - rc_4 R - (wW_4 + W_5) - \frac{1}{2} (wc_6 + c_6) U_s + \frac{1}{2} c_5 T_3 &= 0 \\ E \tan \theta_0' + E \tan \theta_{-1} - \frac{1}{2} r(c_4 + c_7) R - \frac{1}{2} (W_4 + W_7) - \frac{1}{4} c_6 U_s + \frac{1}{4} (c_4 + c_7) T_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (37)$$

上式より

$$rR = -\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} - \frac{c_5}{2(c_4 - c_7)} U_s + \frac{1}{2} T_3 \dots \dots \dots (38)$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} L_0' - L_{-1} &= 2 \frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_5}{c_4 - c_7} U_s \\ E \tan \theta_0' + E \tan \theta_{-1} &= -\frac{c_7 W_4 - c_4 W_7}{c_4 - c_7} - \frac{c_6 c_7}{2(c_4 - c_7)} U_s \\ ES_0' + ES_{-1} &= -\frac{wc_7 W_4 - c_6 W_7}{c_4 - c_7} + W_5 + \frac{1}{2} \left(c_6 - \frac{wc_6 c_7}{c_4 - c_7} \right) U_s \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

上式に於ける L_0' , N_{-1} 等を (34) 式に依り下の如く書き直すこととす。

$$\begin{aligned} L_0' &= A_1 l_1 + A_2 l_2 \\ N_{-1} &= B_1 m_1 \xi_1^{-1} + B_2 m_2 \xi_2^{-1} \\ H_0' &= A_1 h_1 + A_2 h_2 \\ H_0 &= B_1 h_1 + B_2 h_2 \\ E \tan \theta_0' &= A_1 t_1 + A_2 t_2 \\ E \tan \theta_{-1} &= B_1 t_1 \xi_1^{-1} + B_2 t_2 \xi_2^{-1} \\ ES_0' &= A_1 s_1 + A_2 s_2 \\ ES_{-1} &= B_1 s_1 \xi_1^{-1} + B_2 s_2 \xi_2^{-1} \end{aligned}$$

従つて (39) 式は下の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} (A_1 l_1 + A_2 l_2) - (B_1 m_1 \xi_1^{-1} + B_2 m_2 \xi_2^{-1}) &= 2 \frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_5}{c_4 - c_7} U_s \\ (A_1 h_1 + A_2 h_2) - (B_1 h_1 + B_2 h_2) &= -U_s \\ (A_1 t_1 + A_2 t_2) + (B_1 t_1 \xi_1^{-1} + B_2 t_2 \xi_2^{-1}) &= -\frac{c_7 W_4 - c_4 W_7}{c_4 - c_7} - \frac{c_6 c_7}{2(c_4 - c_7)} U_s \\ (A_1 s_1 + A_2 s_2) + (B_1 s_1 \xi_1^{-1} + B_2 s_2 \xi_2^{-1}) &= -\frac{wc_7 W_4 - c_6 W_7}{c_4 - c_7} + W_5 + \frac{1}{2} \left(c_6 - \frac{wc_6 c_7}{c_4 - c_7} \right) U_s \end{aligned} \right\} (40)$$

上式より

$$A_1(c_7 l_1 + 2t_1) - B_1(c_7 m_1 - 2t_1)\xi_1^{-1} + A_2(c_7 l_2 + 2t_2) - B_2(c_7 m_2 - 2t_2)\xi_2^{-1} = 2W_7$$

然るに

$$c_7 l + 2t = (c_7 m - 2t) \frac{1}{\xi} = \{c_6 c_7 (4c_1 + c_7) - c_2 c_7 (c_4 - c_7)\} \frac{1}{1 - \xi}$$

故に

$$\rho = \{c_6 c_7 (4c_1 + c_7) - c_2 c_7 (c_4 - c_7)\} \frac{1}{1 - \xi} \dots\dots\dots (41)$$

と置けば

$$\left. \begin{aligned} (A_1 - B_1)\rho_1 + (A_2 - B_2)\rho_2 &= 2W_7 \\ (A_1 - B_1)h_1 + (A_2 - B_2)h_2 &= -U_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

となり、これより $A_1 - B_1$ 及び $A_2 - B_2$ が計算せられる。

(40) の第 3, 第 4 式はアーチの左の起拱點を元として右の起拱點に於ける變位を計算したのであるが、同様にしてアーチの右の起拱點を元として左の起拱點に於ける變位を計算すれば

$$\left. \begin{aligned} (A_1 t_1 \xi_1^{-1} + A_2 s_2 \xi_2^{-1}) + (B_1 t_1 + B_2 t_2) &= -\frac{c_7 W_4 + c_4 W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_6 c_7}{2(c_4 - c_7)} U_s \\ (A_1 s_1 \xi_1^{-1} + A_2 s_2 \xi_2^{-1}) + (B_1 s_1 + B_2 s_2) &= -\frac{w c_7 W_4 + c_4 W_7}{c_4 - c_7} + W_5 - \frac{1}{2} \left(c_6 - \frac{w c_6 c_7}{c_4 - c_7} \right) U_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

(40) 式と (43) 式との和を求めれば

$$\left. \begin{aligned} (A_1 + B_1) \frac{1 + \xi_1}{\xi_1} t_1 + (A_2 + B_2) \frac{1 + \xi_2}{\xi_2} t_2 &= -\frac{2c_7}{c_4 - c_7} W_4 \\ (A_1 + B_1) \frac{1 + \xi_1}{\xi_1} s_1 + (A_2 + B_2) \frac{1 + \xi_2}{\xi_2} s_2 &= -\frac{2w c_7}{c_4 - c_7} W_4 + 2W_5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

今

$$\begin{aligned} \kappa &= w t - s \\ \therefore \kappa - c_6 \left\{ c_1 (c_4 - c_7) + c_4 (4c_1 + c_7) \right\} \frac{1}{c_7} &\dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

と置けば

$$(A_1 + B_1) \frac{1 + \xi_1}{\xi_1} \kappa_1 + (A_2 + B_2) \frac{1 + \xi_2}{\xi_2} \kappa_2 = -2W_5 \dots\dots\dots (46)$$

故に (44) の第 1 式及び (46) 式より $A_1 + B_1$ 及び $A_2 + B_2$ が計算せられ、先に求めた $A_1 - B_1$ 及び $A_2 - B_2$ により A_1, A_2, B_1, B_2 が求められる。

以上に依り定まつた A_1, A_2, B_1, B_2 の値を (34) 式の A_1, A_2 に入れれば長さ無限の連続アーチの任意の一徑間に任意の荷重が作用した場合に於ける連続アーチの各起拱點に生ずる曲げモーメント、力及び變形が與へられる。又多數の荷重が連続アーチの數徑間に作用した場合には一徑間づつの場合を重疊することに依り解くことが出来る。

斯くの如くして任意の荷重に依り各起拱點に生ずる曲げモーメント、力及び變形が求められればこれよりアーチ及び橋脚の任意の位置に於ける曲げモーメント、力及び變形を計算することが出来る。

6. 長さ有限なる連続アーチ (橋臺の形狀が橋脚に等しい場合)

連続アーチの兩端の橋脚は通常の橋梁の場合と同様に橋臺と呼び、又その形狀も中間部の橋脚とは異なる場合が多い。然し乍ら茲に於ては兩端の橋臺が中間部の橋脚に全く同形の場合に就いて取扱ふこととす。

徑間數 n なる長さ有限の連続アーチに任意の荷重が作用する場合にこの左右兩端を延長して長さ無限の連続アーチと考へることとすれば前章に依りアーチの各部に生ずる曲げモーメント、力及び變形を計算することが出来る。然しこの時には連続アーチの兩端に相當する位置に曲げモーメント及び力が生ずることとなる。故にこの位置に外力を作用せしめてこの力に平衡を保たしむれば結局に於て長さ有限の連続アーチと見做すことが出来る。

圖-11 に於て N_A, Q_A, H_A は長さ無限の連続アーチ、と見做した時に連続アーチの左端に相當する位置に生ずる曲げモーメント、垂直反力及び水平反力を示し、 N_B, Q_B, H_B は連続アーチの右端に相當する位置に生ずる曲げモーメント、垂直反力及び水平反力である。

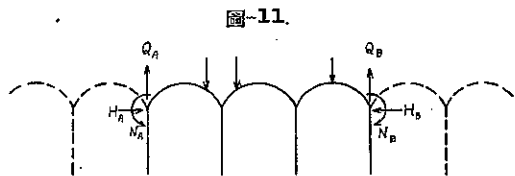


圖-11.

圖-12 は左方に無限に續いた長さ半無限の連続アーチの右端に I_0 なる曲げモーメント, H_0 なる水平方向の外力及び Q_0+R なる垂直方向の外力が作用した場合を示し, この際有限なる連続アーチの左端に相當する位置に於て起拱點に生ずる曲げモーメントを N_n とし, 垂直反力を Q_{n+1} とし, 水平反力を H_{n+1} とする。

又圖-13 は右方に無限に續いた長さ半無限の連続アーチの左端に L_0' なる曲げモーメント, H_0' なる水平方向の外力及び $Q_0'+R'$ なる垂直方向の外力が作用した場合を示し, この際有限なる連続アーチの右端に相當する位置

圖-12.

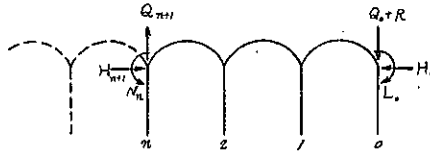
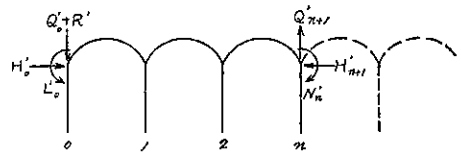


圖-13.



に於て起拱點に生ずる曲げモーメントを N_n' とし, 垂直反力を Q'_{n+1} とし, 水平反力を H'_{n+1} とする。

圖-12 及び圖-13 に於ては長さ半無限の連続アーチの端に於て上記の外力が作用する外には外力は作用しないとする。

圖-11, 12 及び圖-13 に示した3種の荷重状態を合計する時 A 點及び B 點に於ける曲げモーメント及び力の和が 0 となればこれは長さ有限の連続アーチを代表することとなる。

A 點に於ける曲げモーメント及び力が 0 なる爲には

$$\left. \begin{aligned} N_A + L_0' + N_n &= 0 \\ H_A + H_0' + H_{n+1} &= 0 \\ Q_A - (Q_0' + R') + Q_{n+1} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

又 B 點に於ける曲げモーメント及び力が 0 なる爲には

$$\left. \begin{aligned} N_B + I_0 + N_n' &= 0 \\ H_B + H_0 + H'_{n+1} &= 0 \\ Q_B - (Q_0 + R) + Q'_{n+1} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

今

$$I_0 = B_1 l_1 + B_2 l_2, \quad H_0 = B_1 h_1 + B_2 h_2, \quad Q_0 = B_1 q_1 + B_2 q_2$$

とすれば

$$N_n = B_1 n_1 \xi_1^n + B_2 n_2 \xi_2^n, \quad H_{n+1} = B_1 h_1 \xi_1^{n+1} + B_2 h_2 \xi_2^{n+1}, \quad Q_{n+1} = B_1 q_1 \xi_1^{n+1} + B_2 q_2 \xi_2^{n+1}$$

となり又

$$L_0' = A_1 l_1 + A_2 l_2, \quad H_0' = A_1 h_1 + A_2 h_2, \quad Q_0' = A_1 q_1 + A_2 q_2$$

とすれば

$$N_n' = A_1 n_1 \xi_1^n + A_2 n_2 \xi_2^n, \quad H'_{n+1} = A_1 h_1 \xi_1^{n+1} + A_2 h_2 \xi_2^{n+1}, \quad Q'_{n+1} = A_1 q_1 \xi_1^{n+1} + A_2 q_2 \xi_2^{n+1}$$

となる。従つて (47), (48) 式にこれ等の値を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} (A_1 l_1 + A_2 l_2) + (B_1 n_1 \xi_1^n + B_2 n_2 \xi_2^n) + N_A &= 0 \\ (A_1 n_1 \xi_1^n + A_2 n_2 \xi_2^n) + (B_1 l_1 + B_2 l_2) + N_B &= 0 \\ (A_1 h_1 + A_2 h_2) + (B_1 h_1 \xi_1^{n+1} + B_2 h_2 \xi_2^{n+1}) + H_A &= 0 \\ (A_1 h_1 \xi_1^{n+1} + A_2 h_2 \xi_2^{n+1}) + (B_1 h_1 + B_2 h_2) + H_B &= 0 \\ (Q_0' + R') - (B_1 q_1 \xi_1^{n+1} + B_2 q_2 \xi_2^{n+1}) - Q_A &= 0 \\ (Q_0 + R) - (A_1 q_1 \xi_1^{n+1} + A_2 q_2 \xi_2^{n+1}) - Q_B &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

上の 4 式より

$$\left. \begin{aligned} (A_1 + B_1)(l_1 + n_1 \xi_1^n) + (A_2 + B_2)(l_2 + n_2 \xi_2^n) + N_A + N_B &= 0 \\ (A_1 + B_1)h_1(1 + \xi_1^{n+1}) + (A_2 + B_2)h_2(1 + \xi_2^{n+1}) + H_A + H_B &= 0 \\ (A_1 - B_1)(l_1 - n_1 \xi_1^n) + (A_2 - B_2)(l_2 - n_2 \xi_2^n) + N_A - N_B &= 0 \\ (A_1 - B_1)h_1(1 - \xi_1^{n+1}) + (A_2 - B_2)h_2(1 - \xi_2^{n+1}) + H_A - H_B &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (50)$$

この聯立方程式より A_1, A_2, B_1, B_2 が計算せられ、又 (49) 式の内の下の 2 式より $(Q_0' + H')$ 及び $(Q_0 + R)$ が求められる。

従つて圖-12 及び圖-13 に示す長さ半無限の連続アーチの各箇所に生ずる曲げモーメント、力及び變形が計算せられ、これと長さ無限と見做して計算した場合とを合計すれば長さ有限なる連続アーチの各箇所に生ずる曲げモーメント、力及び變形が求められる。

7. 長さ有限なる連続アーチ (橋臺の形状が橋脚と異なる場合)

連続アーチに於て兩端の橋臺は中間の橋脚に比しその形状が異なることが多い。従つて一般に橋臺の上部に作用する外力とこの點の移動量との關係を與へる c_1, c_2, c_3 は橋脚の場合に比し異なる値となる。

斯くの如き連続アーチに任意の荷重が作用した場合にアーチ及び橋脚の各箇所に生ずる曲げモーメント、力及び變形を求めるには先づこれを長さ無限の連続アーチとして計算をなす。その結果有限なる連続アーチの左右端 (橋臺とアーチとの接續點) に相當する位置に生ずる曲げモーメント及び水平方向の反力をそれぞれ L_A, H_A 及び L_B, H_B とする。又これ等の點に於ける角偏位及び水平移動量をそれぞれ θ_A, S_A 及び θ_B, S_B とし、これ等の正の方向を圖-14 に示す。

圖-14.

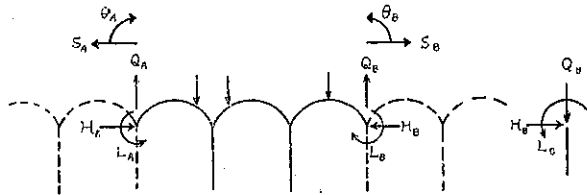
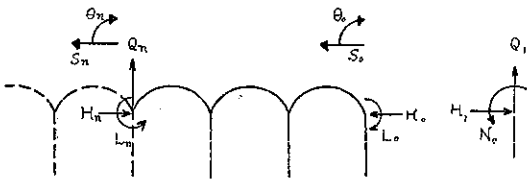


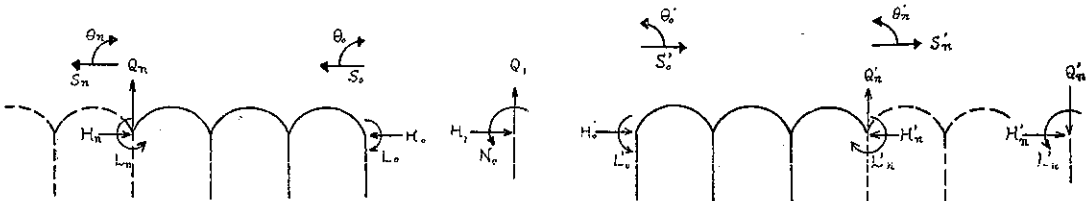
圖-15 は長さ半無限の連続アーチの右端に L_0 なる曲げモーメント及び H_0 なる水平方向の外力が作用した場合を示し、この際外力の作用點に於ける角偏位を θ_0 とし、水平方向の移動量を S_0 とし、又有限なる連続アーチの左端 (左橋臺とアーチとの接續點) に相當する位置に於て起拱點に生ずる曲げモーメントを L_n とし、水平方向の反力を H_n とし、角偏位を θ_n とし、水平方向の移動量を S_n とする。

圖-15.



又圖-16 は長さ半無限の連続アーチの左端に L_0' なる曲げモーメント及 wH_0' なる水平方向の外力が作用した場合を示し、この際外力の作用點に於ける角偏位を θ_0' とし、水平方向の移動量を S_0' とし、又有限なる連続アーチの右端 (右橋臺とアーチとの接續點) に相當する位置に於て起拱點に生ずる曲げモーメントを L_n' とし、水平方向の反力を H_n' とし、角偏位を θ_n' とし、水平方向の移動量を S_n' とする。

圖-16.



この右端 (右橋臺とアーチとの接續點) に相當する位置に於て起拱點に生ずる曲げモーメントを L_n' とし、水平方向の反力を H_n' とし、角偏位を θ_n' とし、水平方向の移動量を S_n' とする。

次にこれ等 3 組の荷重状態の組合せに依り長さ有限なる連続アーチを代表し得る如く L_0, H_0 及び L_0', H_0' をきめることとす。

右端の橋臺に関する c_1, c_2, c_3 の値を c_{1B}, c_{2B}, c_{3B} とすれば B なる起拱點に於ける曲げモーメント、力及び變形の間には次の關係が成立せねばならぬ。

$$\left. \begin{aligned} c_{1B}(L_B + N_0 + L_n') - c_{2B}(H_B + H_1 + H_n') &= E \tan \theta_B - E \tan \theta_0 + E \tan \theta_n' \\ -c_{2B}(L_B + N_0 + L_n') + c_{3B}(H_B + H_1 + H_n') &= ES_B - ES_0 + ES_n' \end{aligned} \right\} \dots (51)$$

又左端の橋臺に關する c_1, c_2, c_3 の値を c_{1A}, c_{2A}, c_{3A} とすれば A なる起拱點に於ける曲げモーメント、力及び變形の間には次の關係が成立せねばならぬ。

$$\left. \begin{aligned} c_{1A}(L_A + N_0' + L_n) - c_{2A}(H_A + H_1' + H_n) &= E \tan \theta_A - E \tan \theta_0' + E \tan \theta_n \\ -c_{2A}(L_A + N_0' + L_n) + c_{3A}(H_A + H_1' + H_n) &= ES_A - ES_0' + ES_n \end{aligned} \right\} \dots (52)$$

今茲に

$$L_0 = B_1 l_1 + B_2 l_2, \quad H_0 = B_1 h_1 + B_2 h_2, \quad L_0' = A_1 l_1 + A_2 l_2, \quad H_0' = A_1 h_1 + A_2 h_2$$

として (34) 式を用ひて (51), (52) 式を書き直せば下の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} c_{1B} \{ L_B + (B_1 m_1 + B_2 m_2) + (A_1 l_1 \xi_1^n + A_2 l_2 \xi_2^n) \} - c_{2B} \{ H_B + (B_1 h_1 \xi_1 + B_2 h_2 \xi_2) + (A_1 h_1 \xi_1^n + A_2 h_2 \xi_2^n) \} &= E \tan \theta_B - (B_1 t_1 + B_2 t_2) + (A_1 t_1 \xi_1^n + A_2 t_2 \xi_2^n) \\ -c_{2B} \{ L_B + (B_1 m_1 + B_2 m_2) + (A_1 l_1 \xi_1^n + A_2 l_2 \xi_2^n) \} + c_{3B} \{ H_B + (B_1 h_1 \xi_1 + B_2 h_2 \xi_2) + (A_1 h_1 \xi_1^n + A_2 h_2 \xi_2^n) \} &= ES_B - (B_1 s_1 + B_2 s_2) + (A_1 s_1 \xi_1^n + A_2 s_2 \xi_2^n) \\ c_{1A} \{ L_A + (A_1 m_1 + A_2 m_2) + (B_1 l_1 \xi_1^n + B_2 l_2 \xi_2^n) \} - c_{2A} \{ H_A + (A_1 h_1 \xi_1 + A_2 h_2 \xi_2) + (B_1 h_1 \xi_1^n + B_2 h_2 \xi_2^n) \} &= E \tan \theta_A - (A_1 t_1 + A_2 t_2) + (B_1 t_1 \xi_1^n + B_2 t_2 \xi_2^n) \\ -c_{2A} \{ L_A + (A_1 m_1 + A_2 m_2) + (B_1 l_1 \xi_1^n + B_2 l_2 \xi_2^n) \} + c_{3A} \{ H_A + (A_1 h_1 \xi_1 + A_2 h_2 \xi_2) + (B_1 h_1 \xi_1^n + B_2 h_2 \xi_2^n) \} &= ES_A - (A_1 s_1 + A_2 s_2) + (B_1 s_1 \xi_1^n + B_2 s_2 \xi_2^n) \end{aligned} \right\} \dots (53)$$

特に連続アーチの兩端が固定せる場合に於ては

$$c_{1A} = c_{1B} = 0, \quad c_{2A} = c_{2B} = 0, \quad c_{3A} = c_{3B} = 0$$

となる爲 (53) 式は下の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} (A_1 + B_1) m_1 (1 - \xi_1^n) + (A_2 + B_2) m_2 (1 - \xi_2^n) &= E \tan \theta_A + E \tan \theta_B \\ (A_1 + B_1) s_1 (1 - \xi_1^n) + (A_2 + B_2) s_2 (1 - \xi_2^n) &= ES_A + ES_B \\ (A_1 - B_1) m_1 (1 + \xi_1^n) + (A_2 - B_2) m_2 (1 + \xi_2^n) &= E \tan \theta_A - E \tan \theta_B \\ (A_1 - B_1) s_1 (1 + \xi_1^n) + (A_2 - B_2) s_2 (1 + \xi_2^n) &= ES_A - ES_B \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (54)$$

(53) 式又は (54) 式より A_1, A_2, B_1, B_2 が求められ、従つて圖-15 及び 圖-16 に示す長さ半無限の連続アーチの各箇所に生ずる曲げモーメント、力及び變形が計算せられる。

又兩端が固定せる長さ有限なる連続アーチを解くには次の方法も採用せられる。即ちこの連続アーチの左右兩端に相當する位置に對して、同時に左右對稱なる荷重が長さ無限の連続アーチ上にあると考へてもよい。例へば 3 徑間の連続アーチ上に圖-17 に示す如き荷重がある場合にはこれを長さ無限の連続アーチ上に圖-18 に示す如く

圖-17.

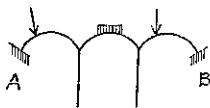
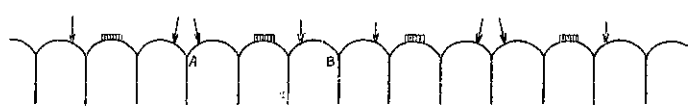


圖-18.



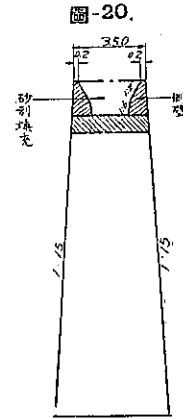
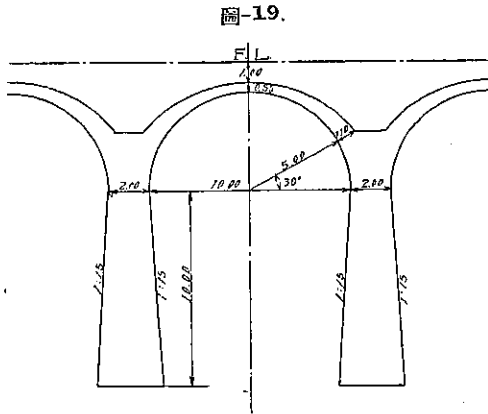
A 點及び B 點に關し左右對稱なる荷重が無限に續いた場合に置き換へて考へてもよい。この様に長さ無限の連続アーチに A 點及び B 點に關し左右對稱なる荷重がある場合には A 點及び B 點の橋脚には變形を生ぜず、従つてこれ等の點を固定とした場合と實際上等しくなる。

8. 計算例其の I: 無鈹拱及び長さ無限の連続アーチの垂直荷重に依る影響線

茲に圖-19 及び 圖-20 に示す如き半圓形の無筋コンクリートの連続アーチに就き垂直荷重に依り各箇所に生

ずる曲げモーメント及び力の影響線を求め、これを無鉸拱の影響線と比較することとす。

圖-19 よりアーチの中立軸を求めれば圖-21 の如くなり、橋脚上に於て左右の構造上の起拱點間を直線で結び



この中點を計算上の起拱點とする。従つて計算上の起拱點と構造上の起拱點との間に於けるアーチの中立軸は水平線となる。然して計算の便宜上圖-21 に於て縦線を施した部分の彈性變形を 0 と見做すこととし、従つて構造上の起拱點と計算上の起拱點との間に於けるアーチ部分の斷面積及び斷面二次モーメントを無限大なりと假定する。このアーチの徑間は 10 m なるも橋脚の中心間距離は 12 m なるを以て $r=6$ となる。

次に構造上の起拱點と頂點との間を水平距離に於て 10 等分に分ち、この等分點に關し左の構造上の起拱點より頂點に向ひ順次 [10], [9], [8], ..., [0] なる番號を附すこととす。又計算上の起拱點に對し [11] なる番號を附ける。これ等各位置に置ける x, y, γ, d, F 及び J の値を求めれば表-1 の如くなる。但しこゝに d はアーチの厚さを示すこととす。

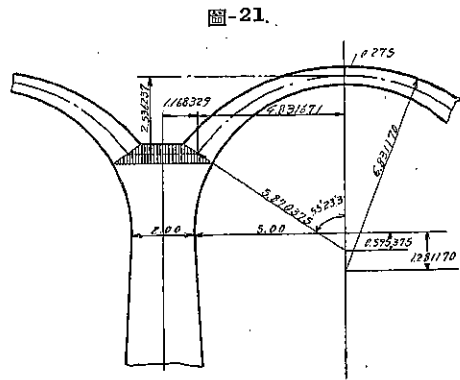


表-1.

	x	y	γ	d	F	J
[11]	0	0	0	∞	∞	∞
[10]	1.1683 29	0	0	∞	∞	∞
"	1.1683 29	0	55°23.5'	1.1042 11	4.4258 60	0.4496 98
[9]	1.6514 96	0.6095 21	47°47.7'	0.9710 53	3.8132 24	0.2996 38
[8]	2.1346 63	1.0840 82	41°10.9'	0.8673 67	3.3511 77	0.2100 98
[7]	2.6178 30	1.4669 48	35°10.8'	0.7837 04	2.9879 28	0.1529 30
[6]	3.1009 97	1.7704 47	29°35.6'	0.7173 78	2.7060 25	0.1160 50
[5]	3.5841 65	2.0161 22	24°18 0'	0.6636 85	2.4817 50	0.0910 96
[4]	4.0673 32	2.2089 64	19°13.3'	0.6215 35	2.3081 55	0.0743 05
[3]	4.5504 99	2.3544 90	14°17.7'	0.5897 27	2.1785 89	0.0631 39
[2]	5.0336 66	2.4561 65	9°28.5'	0.5675 03	2.0887 95	0.0560 60
[1]	5.5168 33	2.5163 36	4°43.3'	0.5543 50	2.0359 36	0.0521 38
[0]	6.0000 00	2.5362 37	0°0'	0.5500 00	2.0185 00	0.0508 83

(3) 式に於ける積分を [11], [10], [9], ..., [0] なる各點に於ける値より梯形法を用ひて計算すれば

$$\begin{aligned} c_4 &= 116.8807\ 28 & c_6 &= 242.7196\ 68 & w &= 2.0766\ 44 \\ c_5 &= 41.2751\ 10 & c_7 &= 15.8117\ 83 & c_4 - c_7 &= 101.0689\ 95 \end{aligned}$$

(4) 式に依り f_4, f_5 等の計算すれば表-2 の如くなる。

表-2. (1)

	f_4	f_5	f_7	$r\varphi_4$	$r\varphi_5$
[11]	58.4403 64	0	7.9058 67	0	0
[10]	58.4403 64	0	7.9058 67	68.2775 72	0
[9]	56.2943 42	3.7250 04	6.2743 67	96.0570 21	0.8572 52
[8]	53.5663 93	7.0022 09	4.4203 15	122.6787 20	3.4134 96
[7]	50.1070 70	9.6962 82	2.3472 82	147.8200 60	7.4354 21
[6]	45.7815 11	11.6069 75	0.1017 72	171.0968 95	12.5987 48
[5]	40.4777 07	12.5161 26	-2.2265 34	192.0602 99	18.4769 40
[4]	34.1247 02	12.2366 24	-4.5072 27	210.2118 89	24.8049 05
[3]	26.7329 88	10.6859 46	-6.5702 19	225.0361 67	30.1653 03
[2]	18.4155 02	7.9287 47	-8.2277 61	236.0448 89	34.7509 03
[1]	9.3971 66	4.2263 45	-9.3058 14	242.8316 95	37.7518 23
[0]	0	0	-9.6802 15	245.1256 92	38.7964 28

表-2. (2)

	$r\varphi_7$	ψ_5	ψ_4	ψ_3
[11]	0	121.3598 34	20.6375 55	0
[10]	9.2366 16	121.3598 34	20.6375 55	0
[9]	12.6690 06	86.3157 30	19.3667 18	5.2677 56
[8]	15.2647 58	60.1701 77	16.6664 80	10.1908 80
[7]	16.9125 73	40.2463 67	13.2845 84	14.9134 31
[6]	17.5109 99	25.6251 38	9.8406 59	19.3152 27
[5]	16.9941 01	14.9659 19	6.6428 22	23.4449 32
[4]	15.3472 24	7.7212 45	4.0078 26	27.1369 82
[3]	12.6304 30	3.2562 93	2.0370 83	30.2450 22
[2]	8.9933 29	0.9396 78	0.8908 35	32.6099 44
[1]	4.6772 96	0.0944 87	0.2813 25	34.0939 64
[0]	0	0	0	34.5996 63

次に橋脚の基礎に於ける弾性角變位を 0 と見做して (15) 式に依り c_1, c_2, c_3 の値を計算す。基礎から 10 m の高さまでの間は橋脚の幅及び厚さが直線的に變化するがこれより上は橋脚の厚さを示す線が圓弧となる。従つて (15) 式の積分を計算するに當り橋脚の上部は積分を數個の斷面に於ける値の和として求め、下部に於ては (17) 式に示した不定積分を用ひて計算をなす。即ち橋脚の上部を除けば起拱點より a なる距離に於ける橋脚の厚さは 1.6348 32 ($1+0.0815\ 578\ z$) となり、又この位置に於ける橋脚の幅は 4.0081 65 ($1+0.0332\ 654\ z$) にてあらはされる。これより

$$c_1 = 2.0630\ 53 \quad c_2 = 10.3437\ 49 \quad c_3 = 71.6499\ 95$$

従つて

$$c_1 c_3 - c_2^2 = 40.8245\ 94 \quad 4c_1 + c_2 = 24.0639\ 45$$

(28) 式に依り α を求めれば

$$\alpha_1 = -58.341366 \quad \alpha_2 = 0.482261$$

(27) 式により

$$\xi_1 = -0.01775454 \quad \xi_2 = 0.5060078$$

(29), (30), (32), (41), (45) 式より m, h, l 等を求め、計算の便宜上これ等の値を 10 000 で割れば

$m_1 = 5.999383$	$m_2 = -0.150229$
$h_1 = 0.918904$	$h_2 = -0.589719$
$l_1 = 6.224741$	$l_2 = 0.738359$
$n_1 = 0.225357$	$n_2 = 0.888588$
$g_1 = 0.936219$	$g_2 = -0.291317$
$t_1 = 2.703377$	$t_2 = 2.703377$
$s_1 = 4.952307$	$s_2 = -19.318913$
$q_1 = 9.458837$	$q_2 = -5.508859$
$p_1 = 9.626773$	$p_2 = -0.251371$
$\rho_1 = 103.830681$	$\rho_2 = 17.081491$
$\kappa_1 = 0.661645$	$\kappa_2 = 24.932833$

今温度変化 $\tau=0$ とすれば無絞拱に於ける (11) 式でも又連続アーチに於ける (42), (44), (46) 式でも W_4, W_6, W_7, U_S, T_S の一次の項のみにより成立つて居るから

表-3.

表-3 に示す 5 個の場合に就き起拱點及び頂點等に生ずる曲げモーメント、力及び應力等を求めて置けば一般の場合に對し計算が容易となる。

	甲	乙	丙	丁	戊
W_4	100	0	0	0	0
W_6	0	100	0	0	0
W_7	0	0	100	0	0
U_S	0	0	0	100	0
T_S	0	0	0	0	100

(11) 式に依り無絞拱に就き L_d, H_d, rQ_d を求めればこれより構造上の起拱點に於ける曲げモーメント $L_d(sp)$ 及び頂點に於ける曲げモーメント $M_d(cr)$ は次式に依り計算せられる。

$$\left. \begin{aligned} L_d(sp) &= L_d - 1.168329 Q_d \\ M_d(cr) &= L_d + 2.536237 H_d - 6.000000 Q_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (55)$$

但し上式は曲げモーメントの計算位置より右に荷重がない場合に限られて居る。

無絞拱に於て 甲, 乙, 丙, 丁, 戊 の各荷重状態に關し L_d, H_d, Q_d 及び $L_d(sp), M_d(cr)$ の値を計算すれば表-4 の如くなる。

表-4.

	甲	乙	丙	丁	戊
L_d	0.855573	-5.031226	-6.324417	0	0
H_d	0	2.422768	0	50	0
Q_d	0	0	-1.054070	0	8.333333
$L_d(sp)$	0.855573	-5.031226	-5.092917	0	-9.736075
$M_d(cr)$	0.855573	1.113488	0	126.8119	-50

長さ無限の連続アーチに關し甲, 乙, 丙, 丁, 戊 の各荷重状態に於ける曲げモーメント及び力等の計算をなすには先づ (38), (42), (44), (46) 式より rR, A_1, A_2, B_1, B_2 を求める必要がある (表-5 参照)。

表-5.

	甲	乙	丙	丁	戊
rR	-0.9894 23	0	0.9894 23	-120.0762 3	50.
A_1	0.1074 546	-0.0744 7285	0.7665 94	-11.1023 8	0
A_2	0.0530 0523	-1.3843 27	1.1945 12	67.4863 5	0
B_1	0.1074 546	-0.0744 7285	-0.7665 94	11.1023 8	0
B_2	0.0530 0523	-1.3843 27	-1.1945 12	-67.4863 5	0

(34) 式の A_1, A_2 に表-5 に於ける B_1, B_2 の値を入れ且 $n=0$ と置けば 圖-10 に示す L_0, H_0, Q_0+R が得られる。又構造上の起拱點に於ける曲げモーメント $L_0(sp)$ 及び頂點に於ける曲げモーメント $M_0(cr)$ は次式より求められる (表-6 参照)。

$$\left. \begin{aligned} L_0(sp) &= L_0 - 1.1683 28 (Q_0 + R) \\ M_0(cr) &= L_0 + 2.5362 37 H_0 - 6.0000 000 (Q_0 + R) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

但し上式は曲げモーメントの計算位置より右に荷重がない場合に限られて居る。

表-6.

	甲	乙	丙	丁	戊
L_0	0.7080 137	-1.4857 04	-5.6538 27	19.2803 06	0
H_0	0.0674 8222	0.7479 309	0	50.	0
Q_0+R	0	0	-0.9423 045	3.2133 98	8.3333 33
$L_0(sp)$	0.7080 137	-1.4857 04	-4.5529 05	15.5260 00	-9.7360 75
$M_0(cr)$	0.8791 646	0.4112 260	0	126.8119	-50.

次に荷重を受けて居る区間の右隣の区間に於ける曲げモーメント及び力の計算をなす。(34) 式の A_1, A_2 に B_1, B_2 の値を入れ、且 $n=0$ 又は $n=1$ と置けば N_0, L_1, H_1, Q_1 が得られ、又番號 0 の計算上の起拱點の右に接する構造上の起拱點に於ける曲げモーメント $N_0(sp)$ 、番號 1 の計算上の起拱點の左に接する構造上の起拱點に於ける曲げモーメント $L_1(sp)$ 及び頂點に於ける曲げモーメント $M_1(cr)$ は次式より計算せられる (表-7 参照)。

$$\left. \begin{aligned} N_0(sp) &= N_0 + 1.1683 29 Q_1 \\ L_1(sp) &= L_1 - 1.1683 29 Q_1 \\ M_1(cr) &= N_0 + 2.5362 37 H_1 + 6.00 Q_1 \\ &= L_1 + 2.5322 37 H_1 - 6.00 Q_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

表-7.

	甲	乙	丙	丁	戊
N_0	0.0713 1548	-1.2468 795	-1.2341 806	-57.4655 66	0
L_1	0.0079 2796	-0.5089 752	-0.3615 659	-26.4409 37	0
H_1	-0.0175 6999	0.4143 017	0.3689 522	19.9539 68	0
Q_1	-0.0052 8229	0.0614 9203	0.0727 1839	2.5853 86	0
$N_0(sp)$	0.0651 4403	-1.1750 366	-1.1492 276	-54.4449 85	0
$L_1(sp)$	0.0140 9941	-0.5808 181	-0.4465 249	-29.4615 18	0
$M_1(cr)$	-0.0049 3996	0.1728 401	0.1378 740	8.6623 49	0

表-4, 5, 6, 7 に示す荷重状態甲に於ける L_0, rR, L_0, N_0 等の値を [甲] で代表し、又荷重状態乙に於けるこ

れ等の値を〔乙〕で代表し、荷重状態 丙, 丁, 戊 に於ても同様な記號で代表すれば無絞拱又は長さ無限の連続アーチの一徑間の任意の荷重がある場合に荷重より右側に於ける L_d, rR, L_0, N_0 等の値は次式に依り與へられる。

$$〔甲〕 \times \frac{W_4}{100} + 〔乙〕 \times \frac{W_5}{100} + 〔丙〕 \times \frac{W_7}{100} + 〔丁〕 \times \frac{U_8}{100} + 〔戊〕 \times \frac{T_8}{100} \dots\dots\dots(58)$$

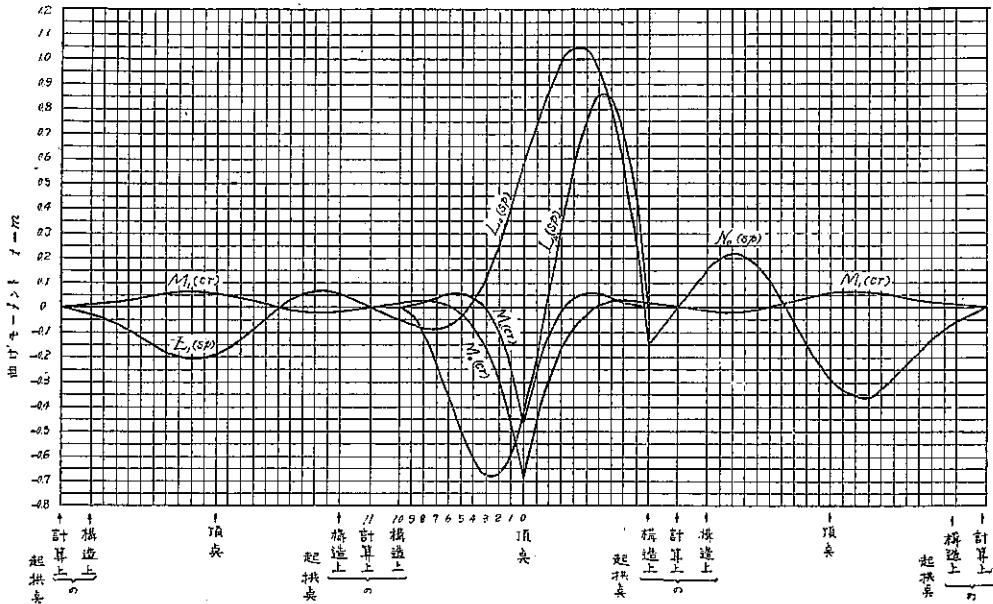
又荷重より左側に於ける L_d, L_0, N_0 等の値は

$$〔甲〕 \times \frac{W_4}{100} + 〔乙〕 \times \frac{W_5}{100} - 〔丙〕 \times \frac{W_7}{100} - 〔丁〕 \times \frac{U_8}{100} + 〔戊〕 \times \frac{2rV_8 - T_8}{100} \dots\dots\dots(59)$$

特に垂直荷重に依る影響線を求める場合には

圖-22.

- $L_d(sp)$: 無絞拱
 - $L_0(sp), L_1(sp), N_0(sp)$: 連続アーチ
 - $M_d(cr)$: 無絞拱
 - $M_0(cr), M_1(cr)$: 連続アーチ
- } の構造上の起拱點に生ずる曲げモーメント
- } の頂點に生ずる曲げモーメント



$$〔甲〕 \times \frac{r\varphi_4}{100} + 〔乙〕 \times \frac{r\varphi_5}{100} + 〔丙〕 \times \frac{r\varphi_7}{100} + 〔戊〕 \times \frac{r}{100} \dots\dots\dots(60)$$

及び

$$〔甲〕 \times \frac{r\varphi_4}{100} + 〔乙〕 \times \frac{r\varphi_5}{100} - 〔丙〕 \times \frac{r\varphi_7}{100} + 〔戊〕 \times \frac{2r-x}{100}$$

に依り計算せられる。

斯くの如くして垂直荷重に依り無絞拱及び長さ無限の連続アーチの構造上の起拱點に生ずる曲げモーメント $L_d(sp), L_0(sp), N_0(sp), L_1(sp)$ の影響線及拱頂に生ずる曲げモーメント $M_d(cr), M_0(cr), M_1(cr)$ の影響線を求めれば 圖-22 の如くなる。又同様に垂直荷重に依つて無絞拱及び長さ無限の連続アーチの構造上の起拱點に生ずる垂直反力 $Q_d, Q_0 + R, Q_1$ の影響線及び水平反力 H_d, H_0, H_1 の影響を求めれば 圖-23 の如くなる。

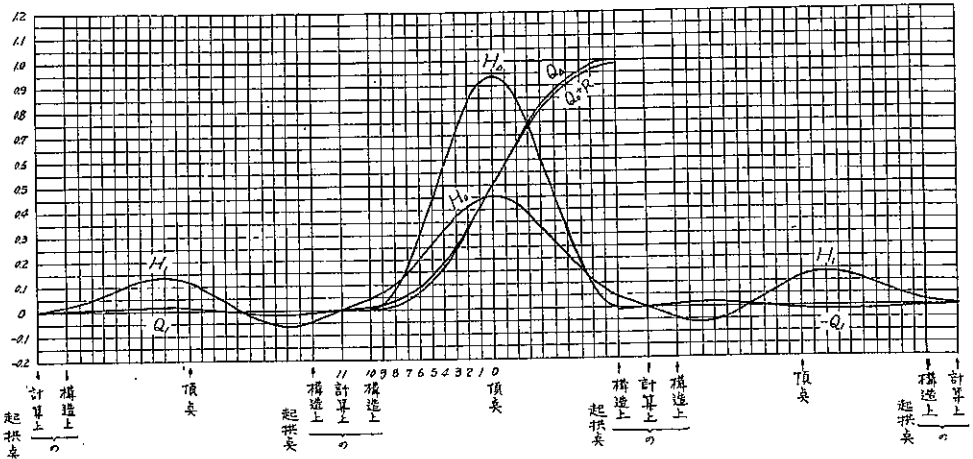
これ等の影響線圖より見られる如く無絞拱に於ける曲げモーメント及び水平反力と連続アーチに於ける曲げモ

れは

なす

圖-23.

H_d : 無鉸拱 } に生ずる水平反力
 H_0, H_1 : 連続アーチ }
 Q_d : 無鉸拱 } の構造上の起拱點に生ずる垂直反力
 $Q_d + R, Q_1 - Q$: 連続アーチ }



ーメント及び水平反力とはその大きさが全然異り、連続アーチのアーチ部分を無鉸拱と見做す時は大きな誤差を生ずることが分る。

9. 計算例其の II: 無鉸拱及び長さ無限の連続アーチに生ずる應力の計算

茲に死荷重、活荷重及び温度變化に依りアーチの上縁及び下縁に生ずる應力の計算をなす。

計算の過程に於て注意すべきは表-4 及び表-6 に於ける $M_d(cr)$ 及び $M_0(cr)$ はアーチの頂點と右の起拱點との間に荷重がない場合の値であるから、頂點に生ずる應力を計算するには頂點より左側の荷重と右側の荷重とを別々に分けて計算を進めるのが便利である。頂點に對し左右對稱の荷重ならば頂點の一方の側の荷重のみに依り應力を求め、最後にこれを 2 倍すればよい。又 $L_d(sp)$ 及び $L_0(sp)$ はアーチの右端の構造上の起拱點と計算上の起拱點との間に荷重が無い場合の値であるから構造上の起拱點と計算上の起拱點との間に荷重がある時はこれを別にして計算せねばならぬ。一般に橋脚の上部(構造上の起拱點の間)には橋脚の中心線に對し左右對稱の荷重を受けること多く、斯くの如き荷重はその橋脚の垂直壓力を増すのみでその他には全然影響を及ぼさないのてこれを除いて計算を行ふこととす。即ち計算上の起拱點と構造上の起拱點の間には荷重がないとして取扱ふこととす。

表-2 に示した $r\phi_s, r\phi_3, r\psi_s, \psi_s$ 等はアーチの中心軸に外力が作用した場合の値であるが一般に外力はアーチの上縁に受けることが多く、斯くの如き場合にはこれをアーチの中心軸に作用する外力とモーメントとに分解して考へることとす。

計算例 II の 1

長さ無限の連続アーチが死荷重に依つて受ける應力は各徑間共死荷重が等しき爲兩端固定のアーチに於て死荷重に依り生ずる應力と等しくなる。頂點より左側の部分に於ける死荷重に依る W_1, W_2 等の値を計算すれば

$$W_1 = 16.971 \quad W_2 = 1.353.8 \quad W_3 = 1.465.0 \quad U_N = 6.8105 \quad T_N = 329.49$$

表-4 及び (58) 式に依り計算すれば

$$M_d(cr) = -1.825, \quad H_d = 36.23$$

頂點に於ては

$$J=0.050883 \quad F=2.018500 \quad p=0.550000$$

なる爲頂點の上縁に生ずる壓縮應力は

$$-(-1.825) \times \frac{0.550000}{2 \times 0.050883} + 36.23 \times \frac{1}{2.018500} = 27.8$$

頂點の下縁に生ずる壓縮應力は

$$(-1.825) \times \frac{0.550000}{2 \times 0.050883} + 36.23 \times \frac{1}{2.018500} = 8.1$$

頂點の左右兩側にある死荷重に依る壓縮應力はこれを2倍すれば得られる。即ち上縁に對し

$$\sigma(cr, u) = 27.8 \times 2 = 55.6 \text{ t/m}^2 = 5.56 \text{ kg/cm}^2$$

下縁に對し

$$\sigma(cr, s) = 8.1 \times 2 = 16.2 \text{ t/m}^2 = 1.62 \text{ kg/cm}^2$$

構造上の起拱點に生ずる應力を計算するにはアーチ全體が受ける死荷重に依り

$$W_4 = 82.542 \quad W_6 = 2707.6 \quad W_7 = 0 \quad U_8 = 0 \quad T_8 = 1321.2$$

表-4 及び (5S) 式に依り

$$L_{s(sp)} = 13.56 \quad H_s = 65.60 \quad Q_{\Delta} = 110.10$$

構造上の起拱點に於ては

$$J = 0.449698 \quad F = 4.425860 \quad d = 1.104211 \quad \sin \gamma = 0.82306 \quad \cos \gamma = 0.56796$$

従つて構造上の起拱點の上縁に生ずる壓縮應力は

$$\begin{aligned} \sigma(sp, u) &= -13.56 \times \frac{1.104211}{2 \times 0.449698} + 65.60 \times \frac{0.56796}{4.425860} + 110.10 \times \frac{0.82306}{4.425860} \\ &= 12.2 \text{ t/m}^2 = 1.22 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

起拱點の下縁に生ずる壓縮應力は

$$\begin{aligned} \sigma(sp, s) &= 13.56 \times \frac{1.104211}{2 \times 0.449698} + 65.60 \times \frac{0.56796}{4.425860} + 110.10 \times \frac{0.82306}{4.425860} \\ &= 45.5 \text{ t/m}^2 = 4.55 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

計算例 II の 2

長さ無限の連続アーチに於て温度上昇に依り生ずる應力も兩端固定のアーチが等しい温度上昇に依り受ける應力に等しい。従つて (11) 式に於て温度上昇を 10°C とし、その他には荷重がないとすれば

$$\begin{aligned} \tau &= 10^\circ\text{C} & E &= 2100000 \text{ t/m}^2 & \beta &= \frac{10}{1000000} & W_4 &= 0 \\ W_6 &= 0 & W_7 &= 0 & U_8 &= 0 & T_8 &= 0 \\ L_s &= -123.8 & H_s &= 61.0 & Q_{\Delta} &= 0 \end{aligned}$$

(5S) 式より

$$L_s(sp) = -126.8 \quad M_s(cr) = 27.9$$

死荷重の場合の計算と同様にして構造上の起拱點及び頂點の上縁及び下縁に生ずる應力を求めれば

$$\begin{aligned} \sigma(sp, u) &= 16.36 \text{ kg/cm}^2 & \sigma(sp, s) &= -14.80 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma(cr, u) &= -12.05 \text{ kg/cm}^2 & \sigma(cr, s) &= 18.09 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

逆に 10°C の温度降下のある場合は

$$\begin{aligned} \sigma(sp, u) &= -16.36 \text{ kg/cm}^2 & \sigma(sp, s) &= 14.80 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma(cr, u) &= 12.05 \text{ kg/cm}^2 & \sigma(cr, s) &= -18.09 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

この温度應力を前に計算した死荷重に依る應力と合計しても温度上昇の時は頂點の上縁に 6.49 kg/cm^2 の引張應力を生じ、起拱點の下縁に 10.25 kg/cm^2 の引張應力を生ずる。又温度降下の時は頂點の下縁に 16.47 kg/cm^2 の

引張応力を生じ、起拱點の上縁に 15.14 kg/cm^2 の引張応力を生ずることとなる。従つて斯くの如き無筋コンクリートアーチは温度變化を受ける時龜裂を生ずる怖れがある。

計算例 II の 3

次に活荷重の大きさを 12.6 t/m とし、活荷重に依りアーチに生ずる應力を求めることとす。圖-22 の影響線に依り連続アーチの頂點に最大の曲げモーメントが生ずるのは 圖-24 に示す如く垂直荷重が頂點を中心として左右に 2.55 m づつの範圍にある場合であることが豫想せられるのでこの場合に就き頂點に生ずる應力を計算することとす。

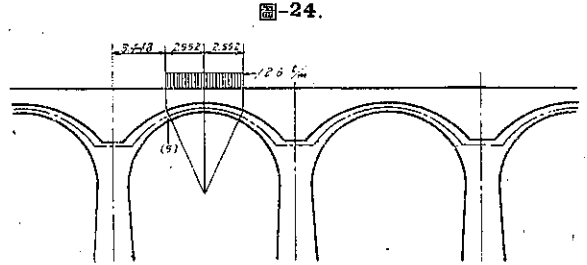


圖-24.

先づ荷重が頂點とこれより左方 2.55 m の間にのみある場合に就き W_4, W_5 等を求めれば

$$W_4 = 7183.4 \quad W_5 = 975.1 \quad W_7 = 348.4 \quad U_N = 1.266 \quad T_N = 148.6$$

表-6 及び (58) 式に依り $M_0(\text{cr})$ 及び H_0 を求めれば

$$M_0(\text{cr}) = -5.54 \quad H_0 = 12.79$$

これより頂點の上縁及び下縁に生ずる應力を求め、これを 2 倍すれば

$$\sigma(\text{cr}, u) = 7.23 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{cr}, s) = -4.71 \text{ kg/cm}^2$$

計算例 II の 4

無絞拱が以上と同様なる活荷重を受けるとすれば 表-4 及び (58) 式に依り

$$M_A(\text{cr}) = -0.38 \quad H_A = 24.26$$

これより頂點の上縁及び下縁に生ずる應力を求めこれを 2 倍すれば

$$\sigma(\text{cr}, u) = 2.82 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{cr}, s) = 2.00 \text{ kg/cm}^2$$

計算例 II の 5

活荷重に依り連続アーチの構造上の起拱點に最大の應力が生ずるのは 圖-22 の影響線に依り垂直荷重が 圖-25 に示す範圍に作用した場合であることが想像せられる。但し前述の通り計算上の起拱點と構造上の起拱點との間に作用する外力に対しては計算より除外することとす。AB 間の荷重に対しては

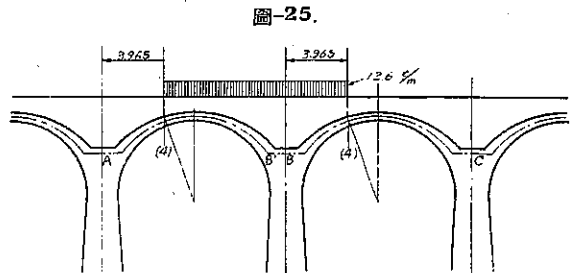


圖-25.

$$W_4 = 16810 \quad W_5 = 1933.3 \quad W_7 = -679.34 \quad U_N = -4.2790 \quad T_N = 686.50$$

表-6 及び (58) 式に依り $L_0(\text{sp}), Q_0 + R, H_0$ を求めれば

$$L_0(\text{sp}) = 53.80 \quad Q_0 + R = 63.50 \quad H_0 = 23.70$$

BC 間の荷重に対しては

$$W_4 = 4967 \quad W_5 = 239.74 \quad W_7 = 679.34 \quad U_N = 4.2790 \quad T_N = 88.61$$

表-7 及び (59) 式に依り BC 間の荷重に依つて B' 點に生ずる曲げモーメント $N_0'(\text{sp})$ 水平反力 H_1' 及び垂直反力 Q_1' を求めれば

$$N_0'(\text{sp}) = 10.55 \quad H_1' = -3.24 \quad Q_1' = -0.72$$

AB 間の荷重に依る影響と BC 間の荷重に依る影響とを合計すれば

$$L_0(\text{sp}) + N_0'(\text{sp}) = 64.35 \quad H_0 + H_1' = 20.46 \quad Q_0 + R - Q_1' = 64.22$$

これより構造上の起拱點 B' の上縁及び下縁に生ずる應力を求めれば

$$\sigma(\text{sp}, u) = -6.45 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{sp}, s) = 9.35 \text{ kg/cm}^2$$

計算例 II の 6

以上と同一の荷重に依り無鉸拱に生ずる應力を計算するには AB 間の荷重のみを考慮すればよい。従つて表-4 及び (58) 式に依り

$$L_d(sp) = 14.30 \quad H_d = 44.7 \quad Q_d = 64.4$$

これより構造上の起拱點 B' の上縁及び下縁に生ずる應力を求めれば

$$\sigma(sp, u) = 0.02 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(sp, s) = 3.53 \text{ kg/cm}^2$$

10. 計算例其の III: 長さ有限なる連続アーチ

前章と同様な形状寸法の 5 径間の連続アーチに就いて應力の計算を爲すこととす。但し橋臺に關する c_1, c_2, c_3 の値は橋脚に關する c_1, c_2, c_3 の値と全く等しいとする。

計算例 III の 1

この連続アーチが 10°C の温度上昇を受けた場合に中央径間の構造上の起拱點及び頂點に生ずる應力を求めるには先づこれを長さ無限の連続アーチとして計算を進めることとす。計算例 II の 2 を利用すれば (50) 式に於て

$$N_A = N_B = -126.8 \quad H_A = H_B = 61.0$$

これより

$$A_1 = B_1 = 6.57 \quad A_2 = B_2 = 111.8$$

この A_1, A_2, B_1, B_2 に依り中央径間の右端の計算上の起拱點に生ずる曲げモーメントは

$$A_1 l_1 \xi_1^3 + A_2 l_2 \xi_2^3 + B_1 n_1 \xi_1^2 + B_2 n_2 \xi_2^2 = 36.2$$

同様に中央径間の水平反力は

$$A_1 h_1 \xi_1^3 + A_2 h_2 \xi_2^3 + B_1 h_1 \xi_1^2 + B_2 h_2 \xi_2^2 = -17.1$$

(56) 式に依り

$$J(sp) = 36.2 \quad M(cr) = -7.1$$

以上の曲げモーメント及び水平反力に依つて構造上の起拱點及び頂點の上縁及び下縁に生ずる應力を求めれば

$$\sigma(sp, u) = -4.66 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(sp, s) = 4.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma(cr, u) = 2.99 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(cr, s) = -4.69 \text{ kg/cm}^2$$

これ等の應力を計算例 II の 2 に於ける應力に加へれば

$$\sigma(sp, u) = 11.70 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(sp, s) = -10.58 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma(cr, u) = -9.06 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(cr, s) = 13.40 \text{ kg/cm}^2$$

これを計算例 II の 2 に比較すれば何れも約 70% の値となつて居る。

計算例 III の 2

5 径間の連続アーチの中央径間に 圖-24 に示す荷重がある場合にこの頂點に生ずる應力を計算する。

$$W_d = 14\,366.8 \quad W_s = 1\,950.3 \quad W_r = 0 \quad U_S = 0$$

表-5 に依り

$$A_1 = B_1 = 13.98 \quad A_2 = B_2 = -19.4$$

これより N_A, N_B 及び H_A, H_B を計算すれば

$$N_A = N_B = -4.41 \quad H_A = H_B = 1.481$$

(50) 式に於ける A_1, A_2, B_1, B_2 を求めれば

$$A_1 = B_1 = 0.340 \quad A_2 = B_2 = 2.99$$

この A_1, A_2, B_1, B_2 に依つて中央径間の右端の計算上の起拱點に生ずる曲げモーメントは

$$A_1 l_1 \xi_1^3 + A_2 l_2 \xi_2^3 + B_1 n_1 \xi_1^2 + B_2 n_2 \xi_2^2 = 0.966$$

同様に中央径間の水平反力は

$$A_1 h_1 \xi_1^3 + A_2 h_2 \xi_2^3 + B_1 h_1 \xi_1^3 + B_2 h_2 \xi_2^3 = -0.457$$

(56) 式に依り

$$L(\text{sp}) = 0.966 \quad M(\text{cr}) = -0.194$$

頂点の上縁及び下縁に生ずる応力を計算すれば

$$\sigma(\text{cr}, u) = 0.08 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{cr}, s) = -0.13 \text{ kg/cm}^2$$

これを計算例 II の 3 に加へれば

$$\sigma(\text{cr}, u) = 7.31 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{cr}, s) = -4.84 \text{ kg/cm}^2$$

これを計算例 II の 3 で求めた応力に比較すれば応力が僅かに増すが大差なきことが認められる。

計算例 III の 3

前章と同様な形状寸法の径間の連続アーチの左右両端が固定せられた場合にその中央径間に 圖-24 に示す荷重が作用した場合にこの頂点に生ずる応力を計算する。計算例 III の 2 と同様にして

$$W_1 = 14366.8 \quad W_2 = 1950.2 \quad W_3 = 0 \quad U_3 = 0$$

表-5 に依り

$$A_1 = B_1 = 13.98 \quad A_2 = B_2 = -19.4$$

長さ無限の連続アーチの 5 径間毎に斯くの如き荷重が作用せる場合を考へれば中央径間外の荷重に依り中央径間の計算上の起拱點に生ずる曲げモーメント及び水平反力は

$$A_1 h_1 (\xi_1^6 + \xi_1^{10} + \xi_1^{14} + \dots) + A_2 h_2 (\xi_2^6 + \xi_2^{10} + \xi_2^{14} + \dots) + B_1 n_1 (\xi_1^4 + \xi_1^8 + \xi_1^{12} + \dots) + B_2 n_2 (\xi_2^4 + \xi_2^8 + \xi_2^{12} + \dots) = -1.656$$

$$(A_1 + B_1) h_1 (\xi_1^6 + \xi_1^{10} + \xi_1^{14} + \dots) + (A_2 + B_2) h_2 (\xi_2^6 + \xi_2^{10} + \xi_2^{14} + \dots) = 0.784$$

(56) 式に依り

$$M(\text{cr}) = 0.334$$

従つて頂点の上縁及び下縁に生ずる応力は

$$\sigma(\text{cr}, u) = -0.14 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{cr}, s) = 0.22 \text{ kg/cm}^2$$

この値を計算例 II の 3 に加へれば

$$\sigma(\text{cr}, u) = 7.09 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma(\text{cr}, s) = -4.49 \text{ kg/cm}^2$$

これも計算例 II の 3 の結果と大差が無いことが認められる。

計算例の III の 2 及び III の 3 に於ては 5 径間の連続アーチの両端の橋合に關する c_1, c_2, c_3 値が中間の橋脚の値に等しい場合及びこれ等の値が 0 なる場合に就き中央径間に生ずる応力を計算したのであるが一般の場合にはこれ等の場合の中間にあり、従つて頂点に生ずる応力も計算例 III の 2 と III の 3 との中間に位する筈である。然るにこれ等の値は長さ無限の連続アーチの場合に比し大差無き爲一般に長さ有限なる連続アーチに於てはアーチの端より 3 径間以上内方にある荷重に依りアーチの端より 3 径間以上内方の径間に生ずる応力はこれを長さ無限の連続アーチと考へて応力の計算をしても差支へ無いと想像せられる。

以上の計算例にて示す如く斯くの如き構造の無筋コンクリートの連続アーチに於ては温度の變化及び活荷重に依りアーチ部分に大なる引張応力を生ずる爲これを鉄筋コンクリートのアーチとして設計し直す必要が認められる。

11. 長さ有限なる連続アーチの最端の径間及び橋臺

長さ有限なる連続アーチの任意の径間に荷重がある場合に各径間に生ずる曲げモーメント、力及び變形は第 6 章又は第 7 章に依り計算し得るが、本章に於ては特に荷重が最端の径間のみにある場合に就て各径間に生ずる曲げ

モーメント、力及び変形の計算方法を述べることにする。

先づ長さ半無限の連続アーチを考へ、一般に橋臺の形状は中間の橋脚に異なる形状であるとする。圖-10 を斯様な連続アーチの最左端の徑間と見做せば (35) 式及び (36) 式はそのまゝ成立する。従つて (37), (38), (39) 式も同様に適用される。左端の橋臺に関する c_1, c_2, c_3 の値を c_{1A}, c_{2A}, c_{3A} とすれば

$$E \tan \theta_0' = c_{1A}L_0' - c_{2A}H_0' \quad ES_0' = -c_{2A}L_0' + c_{3A}H_0'$$

(37), (38), (39) 式に依り

$$rR = -\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} - \frac{c_6}{2(c_4 - c_7)} U_S + \frac{1}{2} T_S$$

$$L_0' = N_{-1} + 2\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_6}{c_4 - c_7} U_S$$

$$H_0' = H_0 - U_S$$

従つて

$$E \tan \theta_0' = c_{1A} \left(N_{-1} + 2\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_6}{c_4 - c_7} U_S \right) - c_{2A}(H_0 - U_S)$$

$$ES_0' = -c_{2A} \left(N_{-1} + 2\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_6}{c_4 - c_7} U_S \right) + c_{3A}(H_0 - U_S)$$

この値を (39) 式に入れれば

$$\begin{aligned} c_{1A}N_{-1} - c_{2A}H_0 + E \tan \theta_{-1} &= -c_{1A} \left(2\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_6}{c_4 - c_7} U_S \right) - c_{2A}U_S \\ &\quad - \frac{c_7W_4 - c_4W_7}{c_4 - c_7} - \frac{c_6c_7}{2(c_4 - c_7)} U_S - c_{2A}N_{-1} + c_{3A}H_0 + ES_{-1} = c_{2A} \left(2\frac{W_4 - W_7}{c_4 - c_7} + \frac{c_6}{c_4 - c_7} U_S \right) \\ &\quad + c_{3A}U_S - \frac{wc_7W_4 - c_6W_7}{c_4 - c_7} + W_6 + \frac{1}{2} \left(c_6 - \frac{wc_6c_7}{c_4 - c_7} \right) U_S \end{aligned}$$

これより

$$\left. \begin{aligned} &B_1(c_{1A}n_1\xi_1^{-1} - c_{2A}h_1 + t_1\xi_1^{-1}) + B_2(c_{1A}n_2\xi_2^{-1} - c_{2A}h_2 + t_2\xi_2^{-1}) \\ &= -\frac{(2c_{1A} + c_7)W_4 - (2c_{1A} + c_4)W_7}{c_4 - c_7} - \left\{ \frac{c_6(2c_{1A} + c_7)}{2(c_4 - c_7)} + c_{2A} \right\} U_S \\ &B_1(-c_{2A}n_1\xi_1^{-1} + c_{3A}h_1 + s_1\xi_1^{-1}) + B_2(-c_{2A}n_2\xi_2^{-1} + c_{3A}h_2 + s_2\xi_2^{-1}) \\ &= \frac{(2c_{2A} - wc_7)W_4 - (2c_{2A} - c_6)W_7}{c_4 - c_7} + W_6 + \left\{ \frac{c_3(2c_{2A} - wc_7)}{2(c_4 - c_7)} + \frac{1}{2}c_3 + c_{3A} \right\} U_S \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(61)$$

上式より B_1, B_2 が得られ、(38) 式より rR が計算せられる。

長さ有限なる連続アーチの最左端の徑間のみには荷重がある場合には先づこれを長さ半無限(右方に無限)の連続アーチと見做して (61) 式に依り計算を行ひ、次に右端が有限なることに依る影響を附加する。この計算は第 7 章に示す所に依るが唯 (53) 式に於て

$$L_A = 0, \quad H_A = 0, \quad \tan \theta_A = 0, \quad S_A = 0$$

と置いても差支へない。

長さ有限なる連続アーチに於ては以上に述べた如く、又第 6 章及び第 7 章に述べた如く端に近い徑間に生ずる曲げモーメント、力及び変形が中間の徑間に於けるものに比し異り、又その計算も煩雜であるがその橋臺を適當に設計することに依りこれを長さ無限の連続アーチに等しくすることが出来る筈である。即ち橋臺に関する c_1, c_2, c_3 の値を c_{1A}, c_{2A}, c_{3A} とすれば次式に於ける A_1 及び A_2 の値の如何に係らず恒等的に次式が成立する如く c_{1A}, c_{2A}, c_{3A} の値を定めればよい。

$$\left. \begin{aligned} A_1t_1 + A_2t_2 &= c_{1A}(A_1l_1 + A_2l_2) - c_{2A}(A_1h_1 + A_2h_2) \\ A_1s_1 + A_2s_2 &= -c_{2A}(A_1l_1 + A_2l_2) + c_{3A}(A_1h_1 + A_2h_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(62)$$

これより

$$\begin{aligned}
 c_{1A} &= \frac{\begin{vmatrix} h_1 & t_1 \\ h_2 & t_2 \\ h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}} \\
 c_{2A} &= \frac{\begin{vmatrix} l_1 & t_1 \\ l_2 & t_2 \\ h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} s_1 & h_1 \\ s_2 & h_2 \\ h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}} \\
 c_{3A} &= \frac{\begin{vmatrix} s_1 & l_1 \\ s_2 & l_2 \\ h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_1 & l_1 \\ h_2 & l_2 \end{vmatrix}}
 \end{aligned} \quad (63)$$

上式に示す如く c_{2A} は 2 様の計算方法があるが何れも一致する筈である。前章の計算例につき これ等の値を求めれば次の如くなる。

$$c_{1A} = 0.937703$$

$$c_{2A} = 3.410126$$

$$c_{3A} = 28.489868$$