

論 説 報 告

第 27 卷 第 2 號 昭 和 16 年 2 月

自 旋 式 吊 橋 の 二 次 應 力 に 就 て

准 員 平 井 敦*

要旨 自旋式吊橋の上弦材を剛性を有する部材を以つて構成する場合、之をローゼ桁と同様な構造を有する吊橋として取扱ひ其の解法を進め、之に方列論的考察を加へ上下兩弦材に對し曲げモーメントが分配せらるゝ事を確め、この分配率を利用し不静定量 H の算式を導き、上弦材の二次應力の解明に資したものである。*

目 次

- | | |
|--------------|---------------------------------------|
| 1. ローゼ型自旋式吊橋 | 5. 直應力による弦材及び塔の長さの變化の弦材の曲げモーメントに對する影響 |
| 1. 緒 言 | 6. 兩端剛結の影響 |
| 2. 平衡條件式に就て | 7. 水平張力 H の算式 |
| 3. 基本式の誘導 | 2. 計算例 |
| 4. 方列論的考察 | |

1. ローゼ型自旋式吊橋の理論

1. 緒 言 自旋式吊橋の上弦材は通常ケーブル或は吊鎖を以つて構成せらるゝが、之を通常の部材を以つて構成せるものも多少見受けられる。かゝる形式の吊橋に於ては、其の上弦材 (Suspension member) の受くる二次應力の解明が特に重大な意義を有する事は云ふまでもない事である。筆者はこの目的に對し、かゝる形式の吊橋を圖-1 に示す如きローゼ系統の吊橋として取扱ひ其の解法を行はんとするものである。

本篇に於て論ずる吊橋は弾性理論 (Elastic Theory) の適用し得るが如き種類の吊橋を其の對象とし、且つ上弦材の慣性モーメントは下弦材の其に對し相當小なるものとす。又荷重は總て格點に垂直に働くものと假定す。上弦材と塔頂との關係は圖-1 の如く鉸構造と考へる。

解式の誘導に當り簡單の爲に圖-1 の如く格間數を 12 とし塔は第 3 格點及び第 9 格點に位置するものとして計算を進めるが、之は別に解式の一般性を害する事はない。又左右對稱とする。

本篇に用ふる主なる記號及び定義を列挙する。

- E …… 鋼材の彈性係數
- n …… 格間數を $(n+1)$ とする
- λ …… 格間長
- k …… 格點番號、但し上下格點を區別する必要がある時は下弦材格點 k を \bar{k} で示す
- L …… 中央支間長
- D …… 端支間長
- h_0 …… 塔の高さ

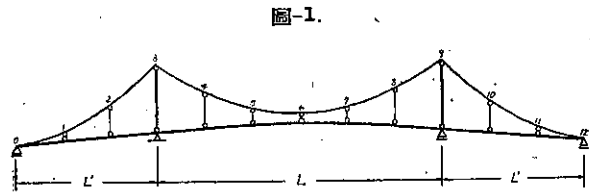


圖-1.

* 工學士 東京帝國大學綜合試験所

** 本文は昭和 15 年 4 月第 4 回工學會大會に於て講演せるものに、方列論的考察以下を追加せるもので、工學會大會別刷を本文の如く改める。

- l_k …… 格点 k に於ける吊材の長さ
 o_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の長さ
 u_k …… " " " 下弦材の長さ
 α_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材中立軸線の傾斜角
 β_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける下弦材中立軸線の傾斜角
 J_c …… 規準として選定せる慣性モーメント
 J^o_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の慣性モーメント
 J^{u_k} …… " " " 下弦材 " "
 J^v …… 塔の慣性モーメント
 F^o_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の断面積
 F^{u_k} …… " " " 下弦材 "
 F^t …… 塔の断面積
 o'_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の換算長
 即ち, $O'_k = O_k J_c / J^o_k$
 u'_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける下弦材の換算長
 即ち $u'_k = u_k J_c / J^{u_k}$
 l'_k …… $l'_k = o'_k + u'_k$
 f …… 中央径間上弦材の拱矢
 f_u …… 中央径間下弦材の反り
 f' …… 端部を塔頂とを結ぶ線に関する端径間上弦材の拱矢
 \bar{f} …… $\bar{f} = f + f_u$
 t_k …… 方列 t の対角元素
 s …… l'_k / u'_k が一定なる時此の比を s とす
 H_t …… 上弦材の受ける不静定水平張力 指標 i は荷重點を示す
 \bar{O}_k …… 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の受くる直應力
 \bar{U}_k …… " " " 下弦材 "
 \bar{V}_k …… 塔の受くる直應力
 M^o_{ki} …… 格点 k に於て上弦材に働く曲げモーメント。指標 i は荷重點を示す。但し部材を下向きに彎曲せんとするモーメントを正とす
 $M^{u_{ki}}$ …… 格点 k に於て下弦材に働く曲げモーメント。但し正方向は M^o_{ki} の逆
 M_{kt} …… 格点 k に於ける基本系の曲げモーメント
 P_k …… 上揚力による基本系の格点 k に於ける曲げモーメント (2.2) 式参照
 w …… 上揚力と考へらるゝ等分布荷重 (2.3) 式参照
 d_k …… $d_k = 6 \left[\frac{J_c}{F^o_k} \sec^2 \alpha_k \cdot \sin \alpha_k - \frac{J_c}{F^o_{k+1}} \sec^2 \alpha_{k+1} \cdot \sin \alpha_{k+1} + \frac{J_c}{F^{u_k}} \sec^2 \beta_k \cdot \sin \beta_k - \frac{J_c}{F^{u_k}} \sec^2 \beta_{k+1} \cdot \sin \beta_{k+1} \right]$ (3.7) 式参照
 d^t …… $d^t = 6 \frac{J_c}{F^t} \frac{ht}{\lambda} (tg \alpha_s - tg \alpha_d)$ (3.5) 式参照
 W …… 外力に依て生ずる吊橋の全内働
 ψ_k …… $\psi_k = \frac{J_c}{J^o_k} l^2_k \sec \alpha_k + \frac{J_c}{J^{u_k}} (1-l_k)^2 \sec \beta_k$ (7.1) 式参照

$$\nabla \dots \dots \nabla = \lambda \Sigma \left[\frac{J_a}{F^0 k} \sec^2 \alpha_k + \frac{J_c}{F^u k} \sec^2 \beta_k \right] + 2h_i \frac{J_c}{F^c} (tg \alpha_3 - tg \alpha_4)^2 \quad (7.2) \text{ 式参照}$$

δ_{ki} …… クローネッカーの記號、即ち $k=i$ の時 $\delta_{ki}=1$, $k \neq i$ の時 $\delta_{ki}=0$

次に設計上必要なる方列に関する定義を列挙する。但し A_{ki} を其の (k, i) 元素とする方列 $\|A_{ki}\|$ の代りに A と略記する。

$M^o \dots M^o = \|M^o_{ki}\|$ (4.2) 式参照

$M^u \dots M^u = \|M^u_{ki}\|$

$\mathfrak{z} \dots \dots$ (4.3) 式を以つて定義せられた方列

$\mathfrak{m} \dots \dots \mathfrak{m} = \|\mathfrak{m}_{ki}\|$, (4.4) 式を以つて定義せられた方列

$\mathfrak{u} \dots \dots$ (4.5) 式を以つて定義せられた方列

$P \dots \dots$ (4.7) " "

$d \dots \dots$ (5.1) " "

F^{-1A} …… 基本系列 A, 土木學會誌 26 卷 9 號 p. 893, (2.9) 式参照

F^{-1B} …… 基本系列 B, 土木學會誌 26 卷 9 號 p. 899 参照

$E \dots \dots$ 單位方列; $E = \begin{vmatrix} 1, & 0 & \dots & 0 \\ 0, & 1, & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0, & \dots & \dots & 0, & 1 \end{vmatrix}$

2. 平衡條件式に就て

公式の誘導に當り先づ平衡條件式を吟味する必要がある。最初に左端徑間の平衡を考へる。實際左徑間に屬する格點なる事を明示する爲に本節に限り左徑間の格點番號を代表する指標として i を用ふ (後節に於ては、指標 i は荷重格點を示す)。圖-2 に示す如く、左徑間の任意の格點 i, \bar{i} に極めて接近して切斷せる吊橋の平衡を考へれば、格點 i に関して—

$$M^o_i - M^u_i = R_0 x_i - \Sigma P'(x_i - a) + h_i H$$

然るに、 $h_i = h_0 \frac{x_i}{L'} - y_i$

である故

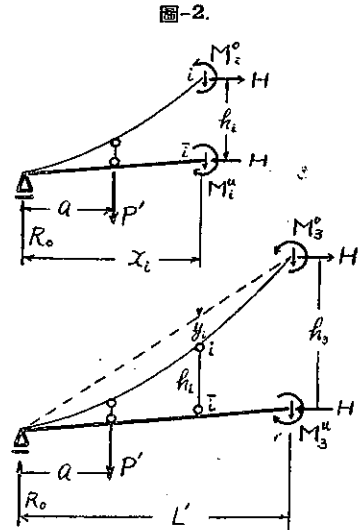
$$M^o_i - M^u_i = R_0 x_i - \Sigma P'(x_i - a) + \left(h_0 \frac{x_i}{L'} - y_i \right) H$$

茲に記號 Σ は P' の如き垂直荷重に関する項を集計する事を示すものであるが簡單の爲に之等に関する指標を省略す。又端徑間の下弦材は直線とす。次に塔のある下弦格點 3 に於ける平衡より、

$$R_0 L' = (M^o_3 - M^u_3) + \Sigma P'(L' - a) - H h_3$$

以上の兩式より R_0 を消去すれば、

$$M^o_i - M^u_i = \left[\Sigma \frac{P'(L' - a)}{L'} x_i - \Sigma P'(x_i - a) \right] - y_i H + \frac{M^o_3 - M^u_3}{L'} x_i$$



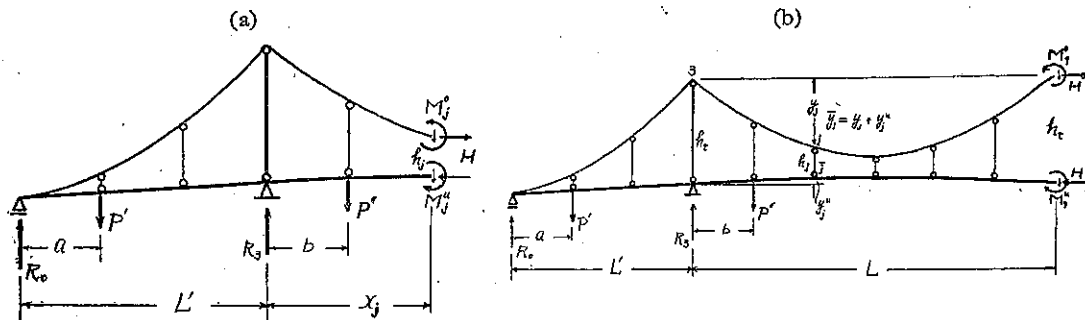
而るに最初の括弧の内は吊橋の左徑間を單純桁と考へた時の曲げモーメントである故

$$\Sigma \frac{P'(L' - a)}{L'} x_i - \Sigma P'(x_i - a) = \mathfrak{m}^o_i$$

とおけば
$$M^o_i - M^{u_i} = [\mathfrak{M}^s_i - y_i H] + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{x_i}{L'} \dots\dots\dots (i)$$

次に中央徑間に屬する任意の格點 j に関する平衡を考へる。圖-3 (a) により、

圖-3.



$$M^o_j - M^{u_j} = R_0 L' + (R_0 + R_s) x_j - \sum P'(L' + x_j - a) - \sum P''(x_j - b) + (h_u - \bar{y}_j) H$$

但し吊橋は左右對稱とし、 $h_s = h_0 = h_u$ とす。

圖-3 (b) により、

$$R_0 L' + (R_0 + R_s) L = M^o_s - M^{u_s} + \sum P'(L' + L - a) + \sum P''(L - b) - h_u H$$

以上の二式及び圖-2 につき下弦格點 j の平衡條件式の三式より R_0, R_s を消去し整理すれば、

$$M^o_j - M^{u_j} = \left[\sum \frac{P''(L - b)}{L} x_j - \sum P''(x_j - b) \right] - \bar{y}_j H + (M^o_s - M^{u_s}) \left(1 - \frac{x_j}{L} \right) + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{x_j}{L}$$

最初の括弧の内は支間 L の單純桁の曲げモーメントである故、

$$\sum \frac{P''(L - b)}{L} x_j - \sum P''(x_j - b) = \mathfrak{M}^s_j$$

とおけば上式は

$$M^o_j - M^{u_j} = \mathfrak{M}^s_j - \bar{y}_j H + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{L - x_j}{L} + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{x_j}{L} \dots\dots\dots (ii)$$

茲に、 $\bar{y}_j = y_j + y''_j$ 但し y''_j は圖-3 (b) に示す如く中央徑間の下弦材の反り（拋物線形）である。

更に右徑間に屬する任意の格點 k に関する平衡條件を考へれば、

$$M^o_k - M^{u_k} = \mathfrak{M}^s_k - y_k H + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{L' - x_k}{L'} \dots\dots\dots (iii)$$

以上の結果を綜合すれば (i) (ii) (iii) より、

$$\left. \begin{aligned} M^o_i - M^{u_i} &= [\mathfrak{M}^s_i - y_i H] + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{x_i}{L'} \\ M^o_j - M^{u_j} &= [\mathfrak{M}^s_j - \bar{y}_j H] + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{L - x_j}{L} + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{x_j}{L} \\ M^o_k - M^{u_k} &= [\mathfrak{M}^s_k - y_k H] + (M^o_s - M^{u_s}) \frac{L' - x_k}{L'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.1)$$

圖-1 の如き吊橋全體としては、三徑間の連續桁である。(2.1) の最終項に含まる $(M^o_s - M^{u_s}), (M^o_s - M^{u_s})$ はこの連續桁の支點モーメント (pier-moment) に相當するものと見做される。今圖-4 の如く、吊橋と同じ支間割を持つ連續桁で其支點モーメントが夫々 $(M^o_s - M^{u_s})$ 及び $(M^o_s - M^{u_s})$ なるものを考へ之を假に“基本系”と稱する事にする。而して

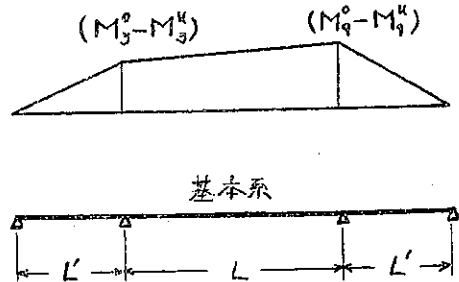
$$J^o_k \ll J^{u_k}$$

ならば、基本系の支點モーメントに對する J^o_k の影響は極めて小にして之を無視し得るものと考へられる。従つ

て前述の条件下に於ては、基本系として補剛桁（下弦材）の慣性モーメントと同じ慣性モーメントを有する連続桁即ち補剛桁のみの連続桁を採用しても実用上差し支なきものと思はれる。

(2.1) に於ける最終項即ち支點モーメントの項に對し、第一項 $[M_{s_i} - y_i H]$, $[M_{s_j} - y_j H]$, $[M_{s_k} - y_k H]$ は夫々支間 L, L, L' なる單純桁の曲げモーメントと考へらるゝ故 (3.1) の右邊は $[M_{s_i} - y_i H]$ 等を生ずると同様な荷重系が基本系に載荷せられた時の基本系の曲げモーメントである。而るに又、この荷重系は2つの部分 M^s 及び $(-y)H$ より成る。前者は“吊橋に對する荷重列”であり、後者は吊橋特有の一種の荷重である。 $(+y)$ なる曲げモーメントを生ぜしむる力を假に“上揚力” (Uplift) と稱すれば、(2.1) の右邊は基本系に“吊橋に對する荷重列”及び“上揚力”を載荷せる時の基本系の曲げモーメントで書き表はされる。従つて、今吊橋の任意の格點を k とし、

圖-4.



$M_k \dots$ “吊橋に對する荷重列” に依る基本系の曲げモーメント

$P_k \dots$ “上揚力” に依る基本系の曲げモーメント

とすれば (3.1) は次の形に書き替ふる事を得。

$$M_k^o - M_k^u = M_k - P_k H \dots \dots \dots (2.2)^*$$

而して“上揚力”に依る曲げモーメント $(+y_k)$ は吊橋の上弦材が拋物線保持すると見做さるゝ限り近似的に之と等價なる等分布荷重 w を以て置き換ふる事を得。即ちこの w が所謂上揚力であり、 P_k は基本系に等分布荷重 w を載荷せる時の基本系の曲げモーメントとして算出せらる。

端徑間の下弦材中立軸線を直線とし、中央徑間の下弦材中立軸線は拱矢 f_u なる拋物線形の反りを有するものとするならば、上揚力 w を與ふる式は周知の如く

$$w = \frac{8\bar{f}}{L^2} \dots \dots \dots (2.5)$$

但し $\bar{f} = f + f_u = 4f' \quad L = 2L'$

3. 基本式の誘導

上下兩弦材の任意の格點に關して三連モーメントの定理を適用すれば次式を得 (圖-1 参照)。但し兩端は剛節構造として式をたてる。

又上下弦の格點を特に區別する必要ある時に限り k, \bar{k} の如く書き表はすが、一般に區別する必要なき時は單に格點 k と呼ぶ事にする。

$$\left. \begin{aligned} k; & \quad o'_k M_{k-1}^o + 2(o'_k + o'_{k+1})M_k^o + o'_{k+1}M_{k+1}^o - \rho(\theta_k^o - \theta_{k+1}^o) = 0 \\ \bar{k}; & \quad u'_k M_{k-1}^u + 2(u'_k + u'_{k+1})M_k^u + u'_{k+1}M_{k+1}^u + \rho(\theta_k^u - \theta_{k+1}^u) = 0 \\ \text{左端;} & \quad u'_1 M_1^u + 2(u'_1 + o'_1)M_0 + o'_1 M_1^o - \rho(\theta_1^u - \theta_1^o) = 0 \\ \text{右端;} & \quad o'_{12} M_{11}^o + 2(o'_{12} + u'_{12})M_{12} + u'_{12} M_{12}^u - \rho(\theta_{12}^o - \theta_{12}^u) = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.1)$$

茲に、 $o'_k = o_k \frac{J_o}{J_u^o} \quad u'_k = u_k \frac{J_o}{J_u^u} \quad \rho = 6EJ_o$

3.1) より次式を得。

$$\left. \begin{aligned} u'_1 M_1^u + 2(o'_1 + u'_1)M_0 + o'_1 M_1^o - \rho(-R_1) &= 0 \\ o'_k M_{k-1}^o + u'_k M_{k-1}^u + 2(o'_k + o'_{k+1})M_k^o + (u'_k + u'_{k+1})M_k^u + o'_{k+1} M_{k+1}^o \\ &+ u'_{k+1} M_{k+1}^u - \rho[R_k - R_{k+1}] = 0 \\ o'_{12} M_{11}^o + 2(o'_{12} + u'_{12})M_{12} + u'_{12} M_{11}^u - \rho(R_{12}) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.2)$$

茲に, $R_k = \theta^o_k - \theta^{u_k}$

次に構造系の幾何學的關係を示す所謂角方程式 $\sum \Delta l \sin \alpha - \sum \theta \cdot l \cos \alpha = 0$ を各格間毎に考へ、 R_k を算出する。但し角 α_k 及び β_k は圖 5 の如く水平線を基線にして反時計廻りを正方向とす。吊材の直應力による變長の影響は省略し、塔に關しては之を考へる事とする。塔の兩側以外の格間に關しては一般に、

$$\Delta o_k \sin \alpha_k - \Delta u_k \sin \beta_k - (\theta^o_{k-1} \cos \alpha_k - \theta^{u_k} \cos \beta_k) = 0$$

$$\therefore R_k = \theta^o_k - \theta^{u_k} = \frac{1}{\lambda} [\Delta o_k \sin \alpha_k - \Delta u_k \sin \beta_k]$$

塔の兩側の格間に關しては、直應力による塔の變長を考慮に入れて――

$$\left. \begin{aligned} R_2 = \theta^o_2 - \theta^{u_2} &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_2 \sin \alpha_2 - \Delta u_2 \sin \beta_2 - \Delta h_2] \\ R_4 = \theta^o_4 - \theta^{u_4} &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_4 \sin \alpha_4 - \Delta u_4 \sin \beta_4 + \Delta h_2] \\ R_6 = \theta^o_6 - \theta^{u_6} &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_6 \sin \alpha_6 - \Delta u_6 \sin \beta_6 - \Delta h_2] \\ R_{10} = \theta^o_{10} - \theta^{u_{10}} &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_{10} \sin \alpha_{10} - \Delta u_{10} \sin \beta_{10} + \Delta h_2] \end{aligned} \right\}$$

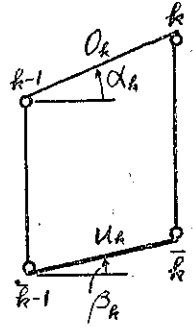


圖-5.

故に, $R_k - R_{k+1} = \frac{1}{\lambda} [\Delta o_k \sin \alpha_k - \Delta u_k \sin \beta_k - \Delta o_{k+1} \sin \alpha_{k+1} + \Delta u_{k+1} \sin \beta_{k+1}]$

塔の附近では、

$$\left. \begin{aligned} R_2 - R_3 &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_2 \sin \alpha_2 - \Delta u_2 \sin \beta_2 - \Delta o_3 \sin \alpha_3 + \Delta u_3 \sin \beta_3 + \Delta h_2] \\ R_3 - R_4 &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_3 \sin \alpha_3 - \Delta u_3 \sin \beta_3 - \Delta o_4 \sin \alpha_4 + \Delta u_4 \sin \beta_4 - 2\Delta h_2] \\ R_4 - R_5 &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_4 \sin \alpha_4 - \Delta u_4 \sin \beta_4 - \Delta o_5 \sin \alpha_5 + \Delta u_5 \sin \beta_5 + \Delta h_2] \\ R_5 - R_6 &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_5 \sin \alpha_5 - \Delta u_5 \sin \beta_5 - \Delta o_6 \sin \alpha_6 + \Delta u_6 \sin \beta_6 + \Delta h_2] \\ R_6 - R_{10} &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_6 \sin \alpha_6 - \Delta u_6 \sin \beta_6 - \Delta o_{10} \sin \alpha_{10} + \Delta u_{10} \sin \beta_{10} - 2\Delta h_2] \\ R_{10} - R_{11} &= \frac{1}{\lambda} [\Delta o_{10} \sin \alpha_{10} - \Delta u_{10} \sin \beta_{10} - \Delta o_{11} \sin \alpha_{11} + \Delta u_{11} \sin \beta_{11} + \Delta h_2] \end{aligned} \right\} \dots (3.3)$$

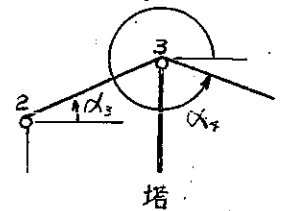
従つて(3.3)を(3.2)に代入すれば R の項を消去する事が出来る。而之に先だち Δo_k , Δu_k 及び Δh_k 等を冗餘量 H で表はす事が必要である。

弦材の直應力 \bar{O} 及び \bar{U} は近似的に、

$$\bar{O} = H \sec \alpha_k \quad \bar{U} = -H \sec \beta_k$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta o_k &= H \frac{O \sec \alpha_k}{EF^o_k} = H \frac{\lambda}{EF^o_k} \sec^2 \alpha_k \\ \Delta u_k &= -H \frac{\lambda}{EF^u_k} \sec^2 \beta_k \end{aligned} \right\} \dots (3.4)$$

圖-6.



又塔の受くる直應力 \bar{V}_2 及び \bar{V}_3 は近似的に

$$\bar{V}_2 = -H(tg \alpha_2 - tg \alpha_4) \quad \bar{V}_3 = -H(tg \alpha_3 - tg \alpha_{10})$$

角の取り方を念の爲圖-6に示す。吊橋を左右對稱とすれば、 $tg \alpha_3 = -tg \alpha_4$ 及び $tg \alpha_{10} = -tg \alpha_2$ なる故

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 = -H(tg \alpha_2 - tg \alpha_4) = -H(tg \alpha_3 - tg \alpha_{10})$$

又 $h_2 = h_3 = h_k$ とおき、

$$\Delta h_t = -\frac{III_t}{F F^c} (tg\alpha_s - tg\alpha_s) \dots \dots \dots (3.4')$$

今
$$d' = 6 \frac{h_t J_c}{\lambda F^c} (tg\alpha_s - tg\alpha_s) \dots \dots \dots (3.5)$$

とおけば,

$$\frac{\rho}{\lambda} \Delta h_t = -6 \frac{h_t J_c}{\lambda F^c} (tg\alpha_s - tg\alpha_s) H = -d' H \dots \dots \dots (3.6)$$

(3.3) (3.4) (3.6) により次式を得。

一般項;
$$\rho(R_k - R_{k+1}) = d_k H \dots \dots \dots (3.7)$$

茲に,
$$d_k = 6 \left[\frac{J_c}{F^c} \sec^2 \alpha_k \sin \alpha_k - \frac{J_c}{F^c} \sec^2 \alpha_{k+1} \sin \alpha_{k+1} + \frac{J_c^2}{F^c u_k} \sec^2 \beta_k \sin \beta_k - \frac{J_c}{F^c} \sec^2 \beta_{k+1} \sin \beta_{k+1} \right]$$

塔の附近に於ては,

$$\left. \begin{aligned} \rho(R_2 - R_3) &= (d_2 - d')H & \rho(R_8 - R_9) &= (d_8 - d')H \\ \rho(R_3 - R_4) &= (d_3 + 2d')H & \rho(R_9 - R_{10}) &= (d_9 + 2d')H \\ \rho(R_4 - R_5) &= (d_4 - d')H & \rho(R_{10} - R_{11}) &= (d_{10} - d')H \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.7')$$

(3.7) (3.7') を (3.2) に代入し且平衡條件式 (2.2) により $M u_k$ を消去すると,

$$(o'_k + u'_k) M^o_{k-1} + 2(o'_k + u'_k + o'_{k+1} + u'_{k+1}) M^o_k + (o'_{k+1} + u'_{k+1}) M^o_{k+1} = u'_k \mathfrak{M}_{k-1} + 2(u'_k + u'_{k-1}) \mathfrak{M}_k + u'_{k+1} \mathfrak{M}_{k+1} - [u'_k P_{k-1} + 2(u'_k + u'_{k+1}) P_k + u'_{k+1} P_{k+1}] H + d_k H.$$

之等を整理すれば次の如し

$$\left. \begin{aligned} \text{左端;} & 2l'_1 M_0 + u'_1 M^o_1 = \mathfrak{N}_0 + \mathfrak{S}_0 H \\ \text{一般;} & l'_k M^o_{k-1} + 2(l'_k + l'_{k+1}) M^o_k + l'_{k+1} M^o_{k+1} = \mathfrak{N}_k + \mathfrak{S}_k H \\ & l'_{n+1} M^o_n + 2l'_{n+1} M_{n+1} = \mathfrak{N}_{n+1} + \mathfrak{S}_{n+1} H \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.8)'$$

$$\left. \begin{aligned} \text{茲に,} & l'_k = o'_k + u'_k \\ & \mathfrak{N}_0 = u'_1 \mathfrak{M}_1 \\ & \mathfrak{N}_k = u'_k \mathfrak{M}_{k-1} + 2(u'_k + u'_{k+1}) \mathfrak{M}_k + u'_{k+1} \mathfrak{M}_{k+1} \\ & \mathfrak{N}_{n+1} = u'_{n+1} \mathfrak{M}_n \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.8')$$

$$\left. \begin{aligned} \text{及び,} & \bar{\mathfrak{S}}_0 = -u'_1 P_1 \\ & \bar{\mathfrak{S}}_k = -[u'_k P_{k-1} + 2(u'_k + u'_{k+1}) P_k + u'_{k+1} P_{k+1}] \\ & \bar{\mathfrak{S}}_{n+1} = -u'_{n+1} P_n \\ & \mathfrak{S}_0 = \bar{\mathfrak{S}}_0 + d_0 \\ & \mathfrak{S}_1 = \bar{\mathfrak{S}}_1 + d_1 \\ & \mathfrak{S}_2 = \bar{\mathfrak{S}}_2 + (d_2 - d') \\ & \mathfrak{S}_3 = \bar{\mathfrak{S}}_3 + (d_3 + 2d') \dots \text{塔の位置を格點 3 とする} \\ & \mathfrak{S}_4 = \bar{\mathfrak{S}}_4 + (d_4 - d') \\ & \mathfrak{S}_k = \bar{\mathfrak{S}}_k + d_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.8'')$$

注意すべきは \mathfrak{S}_k に関する項で、一般項は $\mathfrak{S}_k = \bar{\mathfrak{S}}_k + d_k$ であるが塔の位置する格點及び其のすぐ左右の格點に關する \mathfrak{S} の項には上記の如き d' に関する項を考へなければならない。

4. 方列論的考察

吊橋の上弦材の曲げモーメント M^o_k を與ふる式は (3.8) を格點 $k=0, 1, 2, \dots, n, n+1$ に適用して得られる次の如き一群の聯立方程式よりなる。

$$\left. \begin{aligned}
 2U'_1 M_0 + U'_1 M_1^0 &= \mathfrak{R}_0 + \mathfrak{S}_0 H \\
 U'_1 M_0 + 2(U'_1 + U'_2) M_1^0 + U'_2 M_2^0 &= \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{S}_1 H \\
 U'_2 M_1^0 + 2(U'_2 + U'_3) M_2^0 + U'_3 M_3^0 &= \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{S}_2 H \\
 U'_3 M_2^0 + 2(U'_3 + U'_4) M_3^0 + U'_4 M_4^0 &= \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{S}_3 H \\
 \dots\dots\dots &\dots\dots\dots
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1)$$

(4.1) を出発点とし之に筆者がローゼ桁に對して行つたと同様な取扱ひを爲せば次の方列方程式を得。

$$M^0 = \Delta H + B = \mathfrak{Q}^{-1} \cdot \mathfrak{S} U + \mathfrak{Q}^{-1} \cdot \mathfrak{R} \dots\dots\dots (4.2)$$

茲に、

$$\begin{aligned}
 M &= \left| \begin{array}{cccc} M_{0,0} & M_{0,1} & \dots & M_{0,12} \\ M_{1,0} & M_{1,1} & \dots & M_{1,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{11,0} & M_{11,1} & \dots & M_{11,12} \\ M_{12,0} & M_{12,1} & \dots & M_{12,12} \end{array} \right| & \mathfrak{R} &= \left| \begin{array}{cccc} \mathfrak{R}_{0,0} & \mathfrak{R}_{0,1} & \dots & \mathfrak{R}_{0,12} \\ \mathfrak{R}_{1,0} & \mathfrak{R}_{1,1} & \dots & \mathfrak{R}_{1,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{R}_{11,0} & \mathfrak{R}_{11,1} & \dots & \mathfrak{R}_{11,12} \\ \mathfrak{R}_{12,0} & \mathfrak{R}_{12,1} & \dots & \mathfrak{R}_{12,12} \end{array} \right| \\
 \mathfrak{S} &= \left| \begin{array}{cccc} \mathfrak{S}_0 & \mathfrak{S}_0 & \dots & \mathfrak{S}_0 \\ \mathfrak{S}_1 & \mathfrak{S}_1 & \dots & \mathfrak{S}_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{S}_{12} & \mathfrak{S}_{12} & \dots & \mathfrak{S}_{12} \end{array} \right| & H &= \left| \begin{array}{cccc} H_0 & & & \\ & H_1 & & \\ & & H_2 & \\ & & & \dots \\ & & & & H_{12} \end{array} \right|
 \end{aligned}$$

であり、方列 \mathfrak{Q} は (4.1) の左邊の M^0_k の係数の作る方列である。即ち

$$\mathfrak{Q} = \left| \begin{array}{cccc} 2U'_1 & U'_1 & & \\ U'_1 2(U'_1 + U'_2) & U'_2 & & \\ & U'_2 2(U'_2 + U'_3) & U'_3 & \\ & & U'_3 2(U'_3 + U'_4) & U'_4 \\ & & & \dots \\ & & & & U'_{11} 2(U'_{11} + U'_{12}) & U'_{12} \\ & & & & U'_{12} & 2U'_{12} \end{array} \right| \dots\dots\dots (4.3)$$

次に基本系の曲げモーメント \mathfrak{M}_{ki} より構成せらるる Δ 方列

$$\mathfrak{M} = \left| \begin{array}{cccc} \mathfrak{M}_{0,0} & \mathfrak{M}_{0,1} & \dots & \mathfrak{M}_{0,i} & \dots & \mathfrak{M}_{0,12} \\ \mathfrak{M}_{1,0} & \mathfrak{M}_{1,1} & \dots & \mathfrak{M}_{1,i} & \dots & \mathfrak{M}_{1,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{M}_{k,0} & \mathfrak{M}_{k,1} & \dots & \mathfrak{M}_{k,i} & \dots & \mathfrak{M}_{k,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{M}_{11,0} & \mathfrak{M}_{11,1} & \dots & \mathfrak{M}_{11,i} & \dots & \mathfrak{M}_{11,12} \\ \mathfrak{M}_{12,0} & \mathfrak{M}_{12,1} & \dots & \mathfrak{M}_{12,i} & \dots & \mathfrak{M}_{12,12} \end{array} \right| \dots\dots\dots (4.4)$$

を考へる。この方列の最外側の元素は零であるが形を整へる爲に附加したものである。第 i 列元素は荷重が格點 i に載荷せられた時の各格點 $0, 1, 2, \dots, k, \dots, 11, 12$ に於ける基本系の曲げモーメントである。又第 k 行元素は荷重が格點 $0, 1, 2, \dots, i, \dots, 11, 12$ に載荷せられた時の格點 k の曲げモーメント故、第 k 行は格點 k に関する基本系の曲げモーメント影響線の縦距と考へられる。

又

$$U = \left| \begin{array}{cccc} 2u'_1 & u'_1 & & \\ -u'_1 2(u'_1 + u'_2) & u'_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & u'_{11} 2(u'_{11} + u'_{12}) & u'_{12} \\ & & & u'_{12} & 2u'_{12} \end{array} \right| \dots\dots\dots (4.5)$$

とすれば、方列 U , \mathfrak{M} 及び \mathfrak{R} の間には次の關係がある事を證明し得。

$$\mathbb{1}\mathbb{M} = \mathbb{M}$$

従つて (4.2) に依り, $B = \mathbb{S}^{-1} \cdot \mathbb{M} = \mathbb{S}^{-1} \cdot \mathbb{1}\mathbb{M}$

今 $\mathbb{S}^{-1} \cdot \mathbb{1} = t \dots \dots \dots (4.6)^*$

とおけば $B = t\mathbb{M}$

しかるに後述の如く方列 t は近似的に對角方列であり又 t が \mathbb{M} の左に乘りぜられてる事に注目すれば次の事が云へる。ローゼ桁の場合に B が單純桁の影響線圖に相似であつた如く我々の取扱つてゐる吊橋に於ては, B は基本系の曲げモーメントの影響線圖に大體相似なる構成を有す。今取扱つてゐる吊橋系全體が即ち基本系が連續桁であるから, B は連續桁の影響線圖に大體相似である。

次に各列の元素が $P_0, P_1, \dots, P_k, \dots, P_{12}$ なる方列 P ,

$$P = \left\| \begin{array}{cccc} P_0 & P_0 & \dots & P_0 \\ P_1 & P_1 & \dots & P_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{12} & P_{12} & \dots & P_{12} \end{array} \right\| \equiv \| P_{k_0} \| \dots \dots \dots (4.7)$$

及び各列の元素が $\bar{\mathbb{S}}_0, \bar{\mathbb{S}}_1, \dots, \bar{\mathbb{S}}_k, \dots, \bar{\mathbb{S}}_{12}$ なる方列 $\bar{\mathbb{S}}$,

$$\bar{\mathbb{S}} = \| \bar{\mathbb{S}}_{k_0} \|$$

を考ふれば $\mathbb{1}P = -\bar{\mathbb{S}}$

なる關係がある。今弦材及び塔の直應力による變長を省略すれば,

$$A = \mathbb{S}^{-1} \cdot \bar{\mathbb{S}} = -\mathbb{S}^{-1} \cdot \mathbb{1}P = -tP$$

ローゼ桁²⁾に於ては A の構成は構の形 h に大體相似であるが, 吊橋に於ては, 上揚力による基本系の曲げモーメントに大體相似であると云へるのである。

方列 A 及び B に共通な方列 $t^3)$ が含まれてゐる故弦材及び塔の直應力による變長を無視すれば (4.2) は次の形となる。

$$M^0 = t(\mathbb{M} - PH) \dots \dots \dots (4.8)^*$$

方列 t は (4.6) で與へらるゝが, 之では方列 \mathbb{S} の逆方列を求めなければならぬので實際の計算には不便である。今任意の方列 G を取入れると (4.6) は, ⁴⁾

$$t = \mathbb{S}^{-1} \cdot \mathbb{1} = \mathbb{S}^{-1} \cdot GG^{-1} \cdot \mathbb{1} = [G^{-1} \cdot \mathbb{S}]^{-1} \cdot [G^{-1} \cdot \mathbb{1}] \dots \dots \dots (4.9)$$

$[G^{-1} \cdot \mathbb{S}]$ 及び $[G^{-1} \cdot \mathbb{1}]$ が對角方列になる様に方列 G を選ぶ事が萬一出來れば $[G^{-1} \cdot \mathbb{S}]^{-1}$ も對角方列となり, 方列 t の計算は非常に簡單となる。

しかるに幸にも,

1) 方列の演算に於ては左に乘ずる事と右に乘ずる事とは同一でない。即ち乗法の交換法則は必ずしも成立しない。故に t を左に乘ずる事と右に乘ずる事と其意味を異にす。

$$\left\| \begin{array}{ccc} \mathbb{M}_{11} & \mathbb{M}_{12} & \mathbb{M}_{13} \\ \mathbb{M}_{21} & \mathbb{M}_{22} & \mathbb{M}_{23} \\ \mathbb{M}_{31} & \mathbb{M}_{32} & \mathbb{M}_{33} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{ccc} t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} t_1 \mathbb{M}_{11} & t_2 \mathbb{M}_{12} & t_3 \mathbb{M}_{13} \\ t_1 \mathbb{M}_{21} & t_2 \mathbb{M}_{22} & t_3 \mathbb{M}_{23} \\ t_1 \mathbb{M}_{31} & t_2 \mathbb{M}_{32} & t_3 \mathbb{M}_{33} \end{array} \right\|$$

$$\left\| \begin{array}{ccc} t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{ccc} \mathbb{M}_{11} & \mathbb{M}_{12} & \mathbb{M}_{13} \\ \mathbb{M}_{21} & \mathbb{M}_{22} & \mathbb{M}_{23} \\ \mathbb{M}_{31} & \mathbb{M}_{32} & \mathbb{M}_{33} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} t_1 \mathbb{M}_{11} & t_1 \mathbb{M}_{12} & t_1 \mathbb{M}_{13} \\ t_2 \mathbb{M}_{21} & t_2 \mathbb{M}_{22} & t_2 \mathbb{M}_{23} \\ t_3 \mathbb{M}_{31} & t_3 \mathbb{M}_{32} & t_3 \mathbb{M}_{33} \end{array} \right\|$$

2) 土木學會誌第 26 卷第 8 號ローゼ桁に關する方列論的考察

3) 方列の演算に於ては結合及び分配の法則は成立する。

4) $[A \cdot B]^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{S} &\equiv \left\| \frac{l'_k + l'_{k+1}}{2\lambda} \cdot \delta_{kl} \right\| \\ \mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{U} &\equiv \left\| \frac{u'_k + u'_{k+1}}{2\lambda} \cdot \delta_{kl} \right\| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.10)$$

なる事を證明⁵⁾し得るを以て、方列 \mathbf{G} として基本系列 B を採用する。

$$\therefore \mathbf{t} = \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{U} = [\mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{S}]^{-1} \cdot [\mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{U}] \dots\dots\dots (4.11)^*$$

$[\mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{S}]$ 及び $[\mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{U}]$ は近似的に對角方列であり $[\mathbf{F}^{-1}_B \cdot \mathcal{S}]^{-1}$ も近似的に對角方列である。故に方列 \mathbf{t} は近似的に對角方列と見做し得。

方列 \mathbf{t} の略算式としては、

$$\mathbf{t} \equiv \left\| \frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} \cdot \delta_{kl} \right\| \dots\dots\dots (4.12)^*$$

を得るが、この略算式は兩端附近を除けば相當信頼度高き解を與ふるものである。(4.12) の運用法等は總てローゼ桁の其等 (脚註 2 及 5) に準ず。

方列 \mathbf{t} が近似的に對角方列である事は非常に重要な性質であつて、この性質と平衡條件式 (2.2) とに依り方列 \mathbf{t} が“弦材の負擔すべき曲げモーメント”の分配率を與へる方列なる事を知るのである。

∴ 平衡條件式 (3.2) を方列方程式として取扱へば、

$$\mathbf{M}^0 - \mathbf{M}^u = \mathcal{M} - \mathbf{P}\mathbf{H} \dots\dots\dots (4.13)$$

(4.8) (4.13) より \mathbf{M}^0 を消去すれば、

$$-\mathbf{M}^u \equiv (\mathbf{E} - \mathbf{t})(\mathcal{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) \dots\dots\dots (4.14)'$$

茲に \mathbf{E} は單位方列とす。

しかるに

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \mathcal{U} + \mathcal{D} \quad \therefore \mathcal{U} = \mathcal{S} - \mathcal{D} \\ \therefore \mathbf{E} - \mathbf{t} &= \mathbf{E} - \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{U} = \mathbf{E} - \mathcal{S}^{-1}(\mathcal{S} - \mathcal{D}) = \mathbf{E} - \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{S} + \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{D} = \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{D} \\ \therefore -\mathbf{M}^u &\equiv \mathbf{t}'(\mathcal{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) \quad \mathbf{t}' = \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{D} \dots\dots\dots (4.14)^* \end{aligned}$$

方列 \mathbf{t} は近似的に對角方列と見做される故今

$$\mathbf{t} = \left\| t_k \cdot \delta_{kl} \right\| \dots\dots\dots (4.15)$$

とおけば (4.8) (4.14') により、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}^0_{kl} &= t_k(\mathcal{M}_{kl} - P_k H_l) \\ -\mathbf{M}^u_{kl} &= (1 - t_k)(\mathcal{M}_{kl} - P_k H_l) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.16)^*$$

即ち“弦材に負擔さるべき曲げモーメント”、 $(\mathcal{M}_{kl} - P_k H_l)$ の兩弦材への分配比率は $t_k(1 - t_k)$ なる事を知る。依つて筆者は方列 \mathbf{t} を“分配を支配する方列”の意味に於て分配系列と呼ぶのであるが、系列なる語を選んだのは方列論上の用語との混同を避ける爲である。

又在來常識的に“曲げモーメントは部材の慣性モーメントの比に分配さる”と考へられて居たが (4.11) (4.12) により曲げモーメントの分配を支配するものは部材の換算長である事が窺はれる。

特殊な場合を擧ぐれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{l'_k}{u'_k} = s \quad \text{に對しては} \quad \mathbf{t} &= \left\| \frac{1}{s} \cdot \delta_{kl} \right\| \\ \frac{l'_k}{O'_k} = s' \quad \text{"} \quad \mathbf{t}' &= \left\| \frac{1}{s'} \cdot \delta_{kl} \right\| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.17)$$

なる事はローゼ桁と同様である。

5) 土木學會誌 26 卷第 9 號 ローゼ系構造物に關する方列論的考察。

5. 直應力による弦材及び塔の長さの變化の弦材の曲げモーメントに対する影響

前節に於ては弦材及び塔の直應力による長さの變化を省略したが、弦材の曲げモーメントに対する之等の影響を調べておく事は必要な事と考へる。

(3.5) (3.7) の d_k 及び d^t より次の如き各列同一なる元素より構成さるゝ次の如き方列を考へる。但し塔の位置を格點 3 及び 9 とし全格間數を 12 とす。従つて列數は 13 列となる。

$$\mathbf{d} = \begin{vmatrix} d_0 & d_0 & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_1 & d_1 & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_2 - d^t & d_2 - d^t & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_3 + 2d^t & d_3 + 2d^t & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_4 - d^t & d_4 - d^t & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_5 & d_5 & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_6 & d_6 & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_7 & d_7 & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_8 - d^t & d_8 - d^t & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_9 + 2d^t & d_9 + 2d^t & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{10} - d^t & d_{10} - d^t & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{11} & d_{11} & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{12} & d_{12} & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (5.1)$$

しかるとき $\mathfrak{S} = \|\mathfrak{S}_{k,0}\| = \mathfrak{S} + \mathbf{d} = -\mathfrak{U}\mathbf{P} + \mathbf{d}$

(4.2) に代入し結局次式を得

$$\mathbf{M}^0 = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathfrak{U}(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) + \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H}$$

(4.13) と組合せて、

$$\begin{aligned} -\mathbf{M}^u &= \mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H} - \mathbf{M}^0 = \mathbf{E}(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) - \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathfrak{U}(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) - \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H} \\ &= \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathfrak{D}(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) - \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H} \end{aligned}$$

即ち
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}^0 &= \mathfrak{t}(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) + \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H} \\ -\mathbf{M}^u &= \mathfrak{t}'(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H}) - \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5.2)$$

$$\mathfrak{t} = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathfrak{U} \quad \mathfrak{t}' = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathfrak{D} \quad 6)$$

之が直應力に基づく弦材及び塔の長さの變化——今後單に“弦材及び塔の變長、”と略稱す——が弦材の曲げモーメントに及ぼす影響を示す一般式である。弦材に負擔さるべき曲げモーメント $(\mathfrak{M} - \mathbf{P}\mathbf{H})$ は兩弦材の換算長を基準にして分配せらるゝが“弦材及び塔の變長、”に基づく曲げモーメントには分配と云ふ事はなく何れか一方の弦材の負擔となる。 \mathbf{M}^0 及び $(-\mathbf{M}^u)$ に関する補正項 $\Delta\mathbf{M}^0$ 及び $\Delta\mathbf{M}^u$ を考ふれば、

$$\left. \begin{aligned} \Delta\mathbf{M}^0 &= +\mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H} \\ \Delta\mathbf{M}^u &= -\mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}\mathbf{H} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5.3)$$

$[\mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}]$ は $H=1$ に対する弦材の曲げモーメントの變化量であるが、この演算の結果得られた方列は各列同一なる元素よりなる方列である。∴ 方列 \mathbf{d} が各列同一なる元素よりなる故である。今

$$[\mathfrak{S}^{-1} \cdot \mathbf{d}] = \|\mathbf{D}_{k,0}\| = \mathbf{D}$$

とすれば、

6) \mathbf{M}^u の式は、(3.7) を (3.2) に代入して平衡條件式 (2.2) により \mathbf{M}^0 を消去して得られる (3.8) 型の式より出發し第 4 節と同様な取扱ひを行つても得られる。

$$\mathfrak{S}^{-1} \cdot dH = \begin{vmatrix} D_0 H_0, & D_0 H_1, & \dots & D_0 H_i, & \dots & D_0 H_{12} \\ D_1 H_0, & D_1 H_1, & \dots & D_1 H_i, & \dots & D_1 H_{12} \\ D_2 H_0, & D_2 H_1, & \dots & D_2 H_i, & \dots & D_2 H_{12} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ D_k H_0, & D_k H_1, & \dots & D_k H_i, & \dots & D_k H_{12} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ D_{12} H_0, & D_{12} H_1, & \dots & D_{12} H_i, & \dots & D_{12} H_{12} \end{vmatrix}$$

である故格点 i に荷重せられたる場合の弦材の各格点に於ける曲げモーメントの補正量は次の如し。

$$\begin{aligned} \Delta M^{0,t} &= D_0 H_i & \Delta M^{u_0,t} &= -D_0 H_i \\ \Delta M^{1,t} &= D_1 H_i & \Delta M^{u_1,t} &= -D_1 H_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta M^{k,t} &= D_k H_i & \Delta M^{u_k,t} &= -D_k H_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta M^{12,t} &= D_{12} H_i & \Delta M^{u_{12},t} &= -D_{12} H_i \end{aligned}$$

方列 d は (5.1) に與へらるゝ如く “弦材の變長” の影響と “塔の變長” の影響との和より成る故に、必要に際しては之を次の如く 2 つの部分に分離して其各々の影響を單獨に知る事も出来る。

即ち

$$d^c = \begin{vmatrix} d_0 & d_0 & \vdots & \vdots \\ d_1 & d_1 & \vdots & \vdots \\ d_2 & d_2 & \vdots & \vdots \\ d_3 & d_3 & \vdots & \vdots \\ d_4 & d_4 & \vdots & \vdots \\ d_5 & d_5 & \vdots & \vdots \\ d_6 & d_6 & \vdots & \vdots \\ d_7 & d_7 & \vdots & \vdots \\ d_8 & d_8 & \vdots & \vdots \\ d_9 & d_9 & \vdots & \vdots \\ d_{10} & d_{10} & \vdots & \vdots \\ d_{11} & d_{11} & \vdots & \vdots \\ d_{12} & d_{12} & \vdots & \vdots \end{vmatrix} \quad d^t = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ -d^t & -d^t & \vdots & \vdots \\ 2d^t & 2d^t & \vdots & \vdots \\ -d^t & -d^t & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ -d^t & -d^t & \vdots & \vdots \\ 2d^t & 2d^t & \vdots & \vdots \\ -d^t & -d^t & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots \end{vmatrix}$$

とおけば、

$$d = d^c + d^t$$

である故、

$$\begin{aligned} D &= \mathfrak{S}^{-1} \cdot d = \mathfrak{S}^{-1} \cdot d^c + \mathfrak{S}^{-1} \cdot d^t \\ D^t &= \mathfrak{S}^{-1} \cdot d^t & D^c &= \mathfrak{S}^{-1} \cdot d^c \end{aligned}$$

とおけば、

$$D = D^t + D^c$$

今方列 \mathfrak{S} の逆方列を方列 a 即ち

$$a = \begin{vmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & \dots & a_{0,12} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{12,0} & a_{12,1} & a_{12,2} & \dots & a_{12,12} \end{vmatrix}$$

とすれば、方列 D^t の各元素は各列同一であるが其の k 番目の行の元素は

$$\begin{matrix}
a_{k0} & a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & a_{k4} & a_{k5} & a_{k6} & a_{k7} & a_{k8} & a_{k9} & a_{k10} & a_{k11} & a_{k12} \\
0, & 0, & -d^k, & 2d^k, & -d^k, & 0, & 0, & 0, & -d^k, & 2d^k, & -d^k, & 0, & 0,
\end{matrix}$$

の相互乗算の和より、次の如く求められる。

$$\begin{aligned}
D^0 &= (-a_{0,2} + 2a_{0,3} - a_{0,4} - a_{0,8} + 2a_{0,9} - a_{0,10})d^0 \\
D^1 &= (-a_{1,2} + 2a_{1,3} - a_{1,4} - a_{1,8} + 2a_{1,9} - a_{1,10})d^1 \\
D^2 &= (-a_{2,2} + 2a_{2,3} - a_{2,4} - a_{2,8} + 2a_{2,9} - a_{2,10})d^2 \\
D^3 &= (-a_{3,2} + 2a_{3,3} - a_{3,4} - a_{3,8} + 2a_{3,9} - a_{3,10})d^3 \\
D^4 &= (-a_{4,2} + 2a_{4,3} - a_{4,4} - a_{4,8} + 2a_{4,9} - a_{4,10})d^4 \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}$$

しかるに方列 α は大體基本系列 B に類似せる性格を有する方列である故方列 α の元素は對角元素附近の元素が支配的であると考へられる。故に次の如く考へても大體誤はない。

$$\begin{aligned}
D^0 &= D^1 = D^2 = D^3 = D^4 = D^5 = D^6 = D^7 = D^8 = D^9 = D^{10} = 0 \\
D^2 &= (-a_{2,2} + 2a_{2,3} - a_{2,4})d^2 & D^8 &= (-a_{8,8} + 2a_{8,9} - a_{8,10})d^8 \\
D^3 &= (-a_{3,2} + 2a_{3,3} - a_{3,4})d^3 & D^9 &= (-a_{9,9} + 2a_{9,10})d^9 \\
D^4 &= (-a_{4,2} + 2a_{4,3} - a_{4,4})d^4 & D^{10} &= (-a_{10,10})d^{10}
\end{aligned}$$

之等に H_i を乗じたものが直應力による塔の變長に基く曲げモーメントである故、當然の事ではあるが、この影響は塔の附近に局限せられ且塔頂に於て最大なる事が窺はれる

以上が弦材及び塔の變長の 弦材の曲げモーメントに及ぼす影響の一般的性質である。一般に ΔM は相當小である。

再び (5.2) にもどり $[S^{-1} \cdot d]$ の演算を考ふれば、之には方列 S の逆方列を含む故實際の計算には不便である。しかし次の如き假定が許し得るならば簡單となる。

[i] 下弦材の換算長一定なる場合

下弦材の換算長一定ならば、 $u'_k = \lambda$ と考へられる故

$$u = F_B$$

(5.2) により、

$$M^0 = S^{-1} \cdot F_B (\mathfrak{M} - PH) + S^{-1} \cdot F_B \cdot F_B \cdot F^{-1}_B \cdot d H = S^{-1} \cdot F_B \mathfrak{M} - (P - F_B^{-1} \cdot d) H$$

$$\left. \begin{aligned}
\text{即ち } M^0 &= [F^{-1}_B \cdot S]^{-1} \cdot [\mathfrak{M} - (P - F^{-1}_B \cdot d) H] \\
\text{但し } u'_k &= \lambda
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.4)^*$$

即ち下弦材の換算長一定ならば P に對し $-F^{-1}_B \cdot d$ なる補正を行へば之により上弦材の曲げモーメントが得られる。 M^u は平衡條件式 (4.13) より算出する。

[ii] 上弦材の換算長一定なる場合

$J^0_k = J_c \sec \alpha_k$ の如き場合には $O'_k = \lambda$ と考へられる故

$$S = F_B$$

$$\left. \begin{aligned}
\dots (5.2) \text{ より, } -M^u &= [F^{-1}_B \cdot S]^{-1} \cdot [\mathfrak{M} - (P + F^{-1}_B \cdot d) H] \\
\text{但し } O'_k &= \lambda
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.5)$$

即ち上弦材の換算長一定ならば P に對し $+F^{-1}_B \cdot d$ なる補正を行へばよいのである。

[iii] 分配系列が一定なる場合

$$J^0_k = J_c \sec \alpha_k \text{ 及び } J^u_k = J_c (s-1) \text{ 且つ } u_k = \lambda \dots\dots\dots (5.6)$$

の場合には上下兩弦材の換算長の比が一定となり、

$$\frac{O'_k + u'_k}{u'_k} = \frac{l'_k}{u'_k} = s > 1$$

$$S = \begin{pmatrix} s & & & \\ & s & & \\ & & \dots & \\ & & & s \end{pmatrix} \text{ とすれば}$$

$$\mathcal{Q} = \mathbf{1} \cdot S \text{ 或は } \mathcal{Q}^{-1} \cdot \mathbf{1} = S^{-1} = \left\| \frac{1}{s}, \delta_{kl} \right\| \dots \dots \dots (5.7)$$

従つて

$$\mathcal{Q}^{-1} \cdot \mathcal{D} = \mathcal{Q}^{-1} \cdot (\mathcal{Q} - \mathbf{1}) = E - \mathcal{Q}^{-1} \cdot \mathbf{1} = \left\| \frac{s-1}{s}, \delta_{kl} \right\|$$

又

$$\mathcal{Q}^{-1} \cdot \mathbf{d} = \mathcal{Q}^{-1} \cdot \mathcal{D} \cdot F^{-1} \cdot \mathbf{d} = \left\| \frac{s-1}{s}, \delta_{kl} \right\| \cdot F^{-1} \cdot \mathbf{d}$$

∴ (5.2) により,

$$\left. \begin{aligned} M^0 &= \left\| \frac{1}{s}, \delta_{kl} \right\| \cdot [\mathcal{R} - PH] + \left\| \frac{s-1}{s}, \delta_{kl} \right\| \cdot F^{-1} \cdot \mathbf{d} \\ -M^u &= \left\| \frac{s-1}{s}, \delta_{kl} \right\| \cdot [\mathcal{R} - PH] - \left\| \frac{s-1}{s}, \delta_{kl} \right\| \cdot F^{-1} \cdot \mathbf{d} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5.8)$$

6. 両端剛結の影響

第 4 節に於ては弦材の両端部は之を剛節構造として解を求めたが、弦材の両端部が鉸構造と考ふれば、基本方程式群は (4.1) の代りに次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} 2(l'_1 + l'_2)M^0_1 + l'_2 M^0_2 &= \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{S}_1 H \\ l'_2 M^0_1 + 2(l'_2 + l'_3)M^0_2 + l'_3 M^0_3 &= \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{S}_2 H \\ l'_3 M^0_2 + 2(l'_3 + l'_4)M^0_3 + l'_4 M^0_4 &= \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{S}_3 H \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6.1)$$

従つて,

$$\mathcal{Q}_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & & & \\ 0 & 2(l'_1 + l'_2) & l'_2 & & & \\ & l'_2 & 2(l'_2 + l'_3) & l'_3 & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & l'_{11} & 2(l'_{11} + l'_{12}) & 0 \\ & & & & & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (6.2)$$

$$u_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & & & & \\ 0 & 2(u'_1 + u'_2) & u'_2 & & & \\ & u'_2 & 2(u'_2 + u'_3) & u'_3 & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & u'_{11} & 2(u'_{11} + u'_{12}) & 0 \\ & & & & & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (6.3)$$

を定義すれば上弦材の曲ゲモーメントを與ふる近似式は,

$$\left. \begin{aligned} M^0 &= t_A (\mathcal{R} - PH) \\ \text{茲に } t_A &= \mathcal{Q}^{-1} \cdot u_A \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6.4)^*$$

(4.8) と比較する事により、兩者の差は方列 t と t_A である事を知る。即ち分配系列が異なるのであつて、弦材の両端を剛節構造にすると鉸構造にするのにと依り弦材の曲ゲモーメントの分配が異なるのである。

次に (4.9) の方列 G に相當する方列として次の如く零なる元素を附加せる方列 F_A を採用する。(之は單に元素數をそるへる爲である)。

$$F_A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & & & & & & & \\ 0 & 4\lambda & \lambda & & & & & & \\ & \lambda & 4\lambda & \lambda & & & & & \\ & & & & \dots & & & & \\ & & & & & \lambda & 4\lambda & 0 & \\ & & & & & 0 & 0 & & \end{vmatrix} \quad (6.5)$$

しかるとき (6.4) の分配系列 t_A は次の如く基本系列 A (脚註 2 及 5) を基準にして計算を行ひ得。

$$t_A = \mathcal{S}^{-1} \cdot \mathcal{U}_A = [F^{-1}_A \cdot \mathcal{S}_A]^{-1} \cdot [F^{-1}_A \cdot \mathcal{U}_A] \quad (6.6)^*$$

(4.11) と (6.6) との比較により更に曲ゲモーメントの分配率の變動量は基本系列 A 及 B に關係する事大なるを認むるのである。方列 F_A 及び F_B の差は其兩端部のみであるが之等の逆方列即ち基本系列 A 及び B を比較すれば兩者の間には相當の差が認められる。其對角元素に注目すれば、其中央部分は大體等しいが F^{-1}_A に於ては兩端に近づくにつれ次第に減少するに反し F^{-1}_B に於ては次第に増加する事が認められる。例へば格間數 6 に對する兩系列の對角元素を取出して並記すれば次の如し ($1/\lambda$ を省略)。

表-1 基本系列 A, B の對角元素

F^{-1}_A	0.	0.267949	0.287179	0.288461	0.287179	0.267949	0.
F^{-1}_B	0.577350	0.309402	0.290171	0.288689	0.290171	0.309402	0.577350

簡單の爲に下弦材の換算長が一定なりと假定すれば、

$$t_A = [F^{-1}_A \cdot \mathcal{S}_A]^{-1}$$

$$t_B = [F^{-1}_B \cdot \mathcal{S}]^{-1}$$

であるが、兩者の對角元素

$$At_0, At_1, At_2, \dots, At_{11}, At_{12}$$

$$t_0, t_1, t_2, \dots, t_{11}, t_{12}$$

を比較すれば、通常の場合兩端附近に於て一般に

$$t_k > At_k \quad (6.7)$$

なる様である。 t_k 及び At_k は夫々上弦材への曲ゲモーメントの分配率である故、兩端を剛構造にする方が曲ゲモーメントの分配割合が増加する傾向がある様に思はれる。

最後に弦材の兩端が剛節構造の場合の端部の曲ゲモーメント $M_{0,t}$ 及び $M_{12,t}$ を考ふるに (4.4) の元素

$$\mathfrak{M}_{0,0}, \mathfrak{M}_{0,1}, \dots, \mathfrak{M}_{0,t}, \dots, \mathfrak{M}_{0,12}$$

$$\mathfrak{M}_{12,0}, \mathfrak{M}_{12,1}, \dots, \mathfrak{M}_{12,t}, \dots, \mathfrak{M}_{12,12}$$

は零であり又 (4.7) の元素 P_0 及び P_{12} も零である故

$$\mathfrak{M}_{0,t} - P_0 H_t = \mathfrak{M}_{12,t} - P_{12} H_t = 0$$

(4.8) により

$$M_{0,t} = M_{12,t} = 0 \quad (6.8)^*$$

兩端を剛に結合するも鉸とするも、兩端の曲ゲモーメントに關する限りは同じである。しかし前述の如く、兩端附近の格點に於ける曲ゲモーメントは兩弦材への分配率が異なる故兩者は同一でない。

7. 水平張力 H の算式

$$(4.16) \text{ により, } \left. \begin{aligned} M^0_k &= t_k(\mathfrak{M}_k - P_k H) \\ -M^0_k &= (1-t_k)(\mathfrak{M}_k - P_k H) \end{aligned} \right\}$$

又 (6.8) により、 $M_0 = M_{12} = 0$

$H=1$ なる時、吊材、塔及び弦材の直應力を一般に \bar{N} とすれば、之等に関する直應力 N は一般に、

$$N = \bar{N}H$$

である。しかるとき吊橋全系に関する全仕事 W は、一般に l を部材長、 F を各部材の断面積、 J を各部材の慣性モーメントを表はすものとすれば、

$$\begin{aligned} W &= \sum \frac{N^2 l}{2EF} + \sum \frac{M^2 l}{2I_k J} \\ &= \sum \frac{\bar{N}^2 H^2 l}{2EF} + \sum \frac{t_k^2 O_k}{2EJ_k^0} (\mathfrak{M}_k - P_k H)^2 + \sum \frac{(1-t_k)^2 u_k}{2EJ_k^u} (\mathfrak{M}_k - P_k H)^2 \end{aligned}$$

故に最小働の原理に依り $\frac{\partial W}{\partial H} = 0$ とおけば、

$$\sum \frac{\bar{N}^2 l}{EF} H - \sum (\mathfrak{M}_k - P_k H) \left[\frac{P_k O_k}{EJ_k^0} t_k^2 + \frac{P_k u_k}{EJ_k^u} (1-t_k)^2 \right] = 0$$

更に、
$$\frac{P_k O_k}{EJ_k^0} t_k^2 + \frac{P_k u_k}{EJ_k^u} (1-t_k)^2 = \frac{J_c \lambda}{EJ_c} \left[\frac{J_c}{J_k^0} \sec^2 \alpha_k \cdot t_k^2 + \frac{J_c}{J_k^u} \sec^2 \beta_k (1-t_k)^2 \right]$$

と書き替へらるゝを以て今、

$$\frac{J_c}{J_k^0} \sec^2 \alpha_k \cdot t_k^2 + \frac{J_c}{J_k^u} \sec^2 \beta_k (1-t_k)^2 = \psi_k \dots \dots \dots (7.1)^*$$

とおけば上式は次の如くなる。

$$\sum \frac{\bar{N}^2 l}{EF} H - \frac{1}{EJ_c} \sum \psi_k (\mathfrak{M}_k - P_k H) P_k \lambda = 0$$

$$\therefore H = \frac{\sum \psi_k \mathfrak{M}_k P_k \lambda}{\sum \psi_k P_k^2 \lambda + EJ_c \sum \frac{\bar{N}^2 l}{EF}}$$

しかして $\sum \frac{\bar{N}^2 l}{EF}$ は周知の如く次の如き内容を有す。但し塔は格點 3 及び 9 に位置し且左右對稱とす。

$$\sum \frac{\bar{N}^2 l}{EF} = \frac{\lambda}{EJ_c} \sum \frac{J_c}{F^0 k} \sec^2 \alpha_k + \frac{\lambda}{EJ_c} \sum \frac{J_c}{F^u k} \sec^2 \beta_k + \frac{2l_t}{EJ_c} \frac{J_c}{F^u} (\text{tg} \alpha_3 - \text{tg} \alpha_4)^2$$

今
$$\nabla = \lambda \sum \frac{J_c}{F^0 k} \sec^2 \alpha_k + \lambda \sum \frac{J_c}{F^u k} \sec^2 \beta_k + 2l_t \frac{J_c}{F^u} (\text{tg} \alpha_3 - \text{tg} \alpha_4)^2 \dots \dots \dots (7.2)$$

とおけば、

$$EJ_c \sum \frac{\bar{N}^2 l}{EF} = \nabla$$

である故

$$H = \frac{\sum \psi_k \mathfrak{M}_k P_k \lambda}{\sum \psi_k P_k^2 \lambda + \nabla} \dots \dots \dots (7.3)^*$$

しかるに上弦材がケーブルの場合の H の算式は

$$H = \frac{\sum \left(\frac{J_c}{J^u k} \right) \mathfrak{M}_k P_k \lambda}{\sum \left(\frac{J_c}{J^u k} \right) P_k^2 \lambda + \nabla}$$

であるが (7.1) に於て

$$t_k = 0 \text{ 及び } \beta_k = 0 \text{ とおけば}$$

$$\psi_k = \frac{J_c}{J^u k}$$

である故 (7.3) は結局上式となる。 ψ_k がケーブルの場合の式の $J_c/J^u k$ に相當する事より次の事が云へる。ローゼ系統の自旋式吊橋の H は、ケーブルの吊橋に於て其の補剛桁に関する $J_c/J^u k$ に (7.1) の如き補正をほどこし

たのと同意義である。

通常の場合に於ては

$$\psi_k = \frac{J_c}{J^{o_k}} \sec \alpha_k \cdot t_k^2 + \frac{J_c}{J^{u_k}} (1-t_k)^2 < \frac{J_c}{J^{u_k}}$$

依つて上弦材がケーブルである自旋式吊橋の上弦材を剛性ある部材で置き換ふる事は、 H に関する限り吊橋の補剛桁の剛性を増加する事と大體同意義に解せらる。しかしながら H に関するこの影響は通常の場合微小である故 H の變化も微小であると考へらる。従つてケーブルを剛性ある部材で置き換へた場合の上弦材の曲げモーメントは大體に於てケーブルの場合の補剛桁の曲げモーメントの $\frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}}$ であると考へて誤ない様に思はれる。

特殊な場合として (5.6) の場合には (7.1) は次の如く簡單となる。

$$\frac{J_c}{J^{o_k}} = \cos \alpha_k, \quad t_k = \frac{1}{s}, \quad \beta_k = 0, \quad \frac{J_c}{J^{u_k}} = \frac{1}{s-1}$$

$$\therefore \psi_k = \cos \alpha_k \cdot \sec \alpha_k \left(\frac{1}{s}\right)^2 + \frac{1}{s-1} \cdot 1 \cdot \left(\frac{s-1}{s}\right)^2 = \frac{1}{s}$$

∴ (5.6) の場合には、

$$H = \frac{\sum \mathfrak{M}_k P_k \lambda}{\sum l^{o_k} \lambda + s \nabla'} \dots \dots \dots (7.4)^*$$

茲に、
$$\nabla' = \lambda \sum \left[\frac{J_c}{J^{o_k}} \sec^2 \alpha_k + \frac{J_c}{F_k^u} \right] + 2h \frac{J_c}{J^{u_k}} (\text{tg}^2 \alpha_a - \text{tg}^2 \alpha_s)^2$$

2. 計算例

〇〇橋⁷⁾の上弦材を通常の部材を以つて構成したる場合につき計算を進める。但し上弦材の慣性モーメントを次

表-2. 弦材換算長

格 點	O'_k	u'_k	l'_k	$\frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}}$	$\frac{o'_k + o'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}}$
1	44.0579 λ	1.5358 λ	45.5937 λ	0.0306	0.9694
2	"	1.2487 λ	45.3066 λ	0.0272	0.9728
3	"	1.2152 λ	45.2731 λ	0.0245	0.9755
4	"	1.0000 λ	45.0579 λ	0.0222	0.9778
5	"	"	"	"	"
6	"	"	"	"	"
7	"	"	"	"	"
8	"	"	"	0.0208	0.9792
9	"	0.8761 λ	44.9340 λ	0.0183	0.9817
10	"	0.7707 λ	44.8286 λ	0.0183	0.9817
11	"	0.8761 λ	44.9340 λ	0.0232	0.9768
12	"	1.2152 λ	45.2731 λ	0.0268	0.9732
13	"	"	"	"	"
14	"	"	"	"	"
15	"	"	"	"	"
16	"	"	"	"	"
17	"	"	"	"	"
18	"	"	"	"	"
19	"	"	"	"	"
20(中央)	"	"	"	"	"

7) 復興局土木部橋梁課；〇〇橋設計々算書

の如く假定する。

$$J^0_k = 22000 \times \sec \alpha_k \text{ 吋}^4$$

又 $J_c = 969273 \text{ 吋}^4$ とす。

尙 $f = 42 \text{ 呎}$ $f' = 11.125 \text{ 呎}$

$$L = 300 \text{ 呎} \quad L' = 150 \text{ 呎}$$

弦材の換算長を算出すれば表-2 の如し。

全格間數 40 故格點 20 を中心に左右對稱なり。略算ではあるが

$$i_k = \frac{u'_k + u'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}}$$

$$i'_k = \frac{o'_k + o'_{k+1}}{l'_{k+1} + l'_{k+1}}$$

として ψ_k の計算を行つたのが表-3 である。

上弦材がケーブルの場合と通常の部材を以つて構成せる場合との H に對する差異は J_c/J^0_k と ψ_k 故表-3 の最初と最後の欄(※印)とを比較すれば

$$\psi_k < \frac{J_c}{J^0_k}$$

であるが其差は著しくはない。

基本系として補剛桁のみの連続桁を考ふれば、上揚力に依る曲げモーメント P_k としては表-4 の數値を採用し得。

$$\therefore \sum \psi_k P_k \lambda = 92890.269$$

表-3. ψ_k の算出

格 點	$\frac{J_c}{J^0_k}$ ※	$(1-i_k)^2$	$\frac{J_c}{J^0_k} (1-i_k)^2$	i_k^2	$\frac{J_c}{J^0_k} \sec \alpha_k \cdot i_k^2$	ψ_k ※
1	1.5358	0.9397	1.4432	0.0009	0.0397	1.4829
2	1.2487	0.9463	1.1816	0.0007	0.0308	1.2124
3	1.2152	0.9516	1.1564	0.0006	0.0264	1.1828
4	1.0000	0.9561	0.9561	0.0005	0.0220	0.9781
5	"	"	"	"	"	"
6	"	"	"	"	"	"
7	"	"	"	"	"	"
8	"	0.9588	0.9588	0.0004	0.0176	0.9764
9	0.8761	0.9637	0.8443	0.0003	0.0132	0.8575
10	0.7707	0.9637	0.7437	"	0.0132	0.7559
11	0.8761	0.9541	0.8359	0.0005	0.0220	0.8579
12	1.2152	0.9471	1.1509	0.0007	0.0308	1.1817
13	"	"	"	"	"	"
14	"	"	"	"	"	"
15	"	"	"	"	"	"
16	"	"	"	"	"	"
17	"	"	"	"	"	"
18	"	"	"	"	"	"
19	"	"	"	"	"	"
20	"	"	"	"	"	"

表-4.

格 點	P_k	$P_k\psi_k\lambda$	$P_k\psi_k\lambda$	H	ケーブルの場合の H
1	1.3344 5	39.6103 5	29.6829 0	-0.0168 6	-0.0108 4
2	1.7789 0	57.5493 7	32.3511 0	-0.0252 1	-0.0252 3
3	1.3333 4	31.5415 6	23.6560 5	-0.0433 8	-0.0434 7
4	-0.0022 1	0.0000 7	- 0.0324 0	-0.0643 2	-0.0645 2
5	-2.2277 6	72.8133 3	- 32.0845 5	-0.0852 7	-0.0855 7
6	-5.3433 1	418.8853 1	- 78.3943 5	-0.1023 6	-0.1027 6
7	-9.3488 6	1 282.3064 7	-137.1618 0	-0.1102 3	-0.1106 8
8	-14.2444 1	2 971.7200 9	-208.6236 0	-0.1010 5	-0.1023 8
9	-20.0299 7	5 160.4313 4	-257.6355 0	-0.0691 1	-0.0693 8
10	-26.7055 2	8 086.4448 1	-302.8005 0	0	0
11	-18.2505 2	4.286.2567 3	-234.8568 0	0.0926 0	0.0937 7
12	-10.6855 2	2 023.9037 4	-189.4062 0	0.2187 9	0.2212 2
13	-4.0105 2	285.1016 5	- 71.0884 5	0.3672 7	0.3711 8
14	1.7744 8	55.8136 1	31.4535 0	0.5241 2	0.5296 1
15	6.6694 8	783.4645 9	118.2198 0	0.6772 7	0.6842 9
16	10.6744 8	2 019.7237 0	189.2104 5	0.8165 1	0.8249 1
17	13.7894 8	3 370.5005 4	244.4254 5	0.9331 7	0.9430 4
18	16.0144 8	4 545.9456 1	283.8646 5	1.0216 5	1.0321 0
19	17.3494 8	5 335.4543 6	307.5282 0	1.0764 2	1.0874 2
20	17.7944 8	5 612.6654 8	315.4161 0	1.0888 0	1.0999 2

又 $\lambda \sum \frac{J_c}{l^3 u_k} \sec^3 \alpha_k = 24 646.510$

$\lambda \sum \frac{J_c}{l^3 u_k} \sec^3 \beta_k = 7 874.433$

$2hu \frac{J_c}{F^2} (\operatorname{tg} \alpha_0 - \operatorname{tg} \alpha_n)^2 = 2 007.750$

$\therefore \sum \psi_k P^2_k \lambda + \nabla = 127 418.962 \dots \dots \dots (7.3)$ の分母

表-4 の第3欄を用ひ (7.3) の分子を算出し前述の分母の數値とにより H を求むれば表-4 の第4欄の如し。 H が算出せらるれば M^0_k の算出はローゼ桁と同様である。 l_k の數値を眺むれば上弦材の受くる曲ゲモーメントは $[M_k - P_k H]$ の大體 $\frac{1}{33} \sim \frac{1}{55}$ である事が窺はれる。

尙ローゼ桁の水平反力 H に関しても、第7節と同様なる考察を進め得るが、之は別の機會に譲る。