

論 說 報 告

第 26 卷 第 11 號 新 刊 15 年 11 月

撓角撓度法による構造物の安定論 (其の二)

會 員 樋 浦 大 三*

第 4 章 多數の彈性支點を有する連續長柱の挫屈強度の計算法

第 1 節 總 說

中間に於て多數の彈性支點を有する連續長柱の挫屈を考へる。之の問題は古くから平行弦ポニー・トラスの上弦材が構面外に彎曲を起す場合の安定問題の近似解法として取扱はれてきたものである。然し乍ら多くの場合は彈性支點を彈性支床に置換へ、彈性支床上に横たはる長柱の挫屈を取扱つてゐるにすぎない。

彈性支點を有する多徑間連續長柱をそのまま取扱つてゐるのは只 Fr. Bleich あるのみのやうである。彼は兩端鉸の場合をモーメント法により、Differenzgleichung として解き、巧に結果を纏めてゐる。但し柱の軸壓縮應力、慣性モーメント、支點の間隔、支點の剛柔係數等は總て一定の場合に限られてゐる。

剛支點を有する多徑間連續長柱が挫屈を起す場合には彎曲によるエネルギーは全部柱の内部に吸収され、例へ支點に反力が作用したとしても、支點は變位を生ずることがないから、支點は何等の仕事をもなさない。之に反し、彈性支點を有する連續長柱に於ては支點が仕事をなすこととなるから、異なつた結果があらはれて来る。即ち彈性支點の剛柔により、全體が逆對稱形に彎曲する場合の方が却つて對稱形に彎曲する場合よりも挫屈荷重が小となることがある。一見不思議のやうであるが、支點が仕事をなすことを考へれば領き得るものである。

彈性支點の剛柔を係數 A を以つて表すこととする。 A は支點に單位の變位、即ち $\delta=1$ を與へるに要する力である。従つて δ なる變位を生じた場合の支點の反力は $-A\delta$ となる。撓角撓度法により之の問題を取扱へば次の通りである。

第 2 節 撓角撓度法による一般解法

彈性支點を有する多徑間連續長柱は兩端の支持條件により次の通り區別すると便利である。

- (a) 兩端鉸剛支點なる場合
- (b) 兩端鉸彈性支點なる場合
- (c) 兩端固定剛支點なる場合

柱は次の圖-15 に示す如く徑間數を n とし、各徑間毎に軸壓縮應力、斷面の慣性モーメント、徑間長が夫々異なる一般の場合を取扱ふものとする。

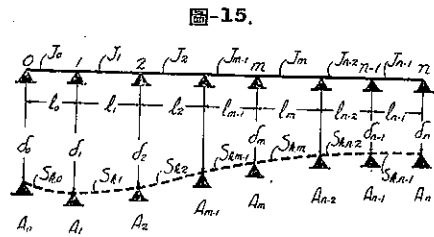


圖-15.

次の記號を用ひる。

$$\begin{aligned}
 J_0 &= \kappa_0 J_c, \quad J_1 = \kappa_1 J_c, \quad \dots \quad J_m = \kappa_m J_c, \quad \dots \quad J_{n-1} = \kappa_{n-1} J_c, \\
 S_{k,0} &= \bar{\kappa}_0 S_c, \quad S_{k,1} = \bar{\kappa}_1 S_c, \quad \dots \quad S_{k,m} = \bar{\kappa}_m S_c, \quad \dots \quad S_{k,n-1} = \bar{\kappa}_{n-1} S_c, \\
 l_0 &= \bar{\xi}_0 l_c, \quad l_1 = \bar{\xi}_1 l_c, \quad \dots \quad l_m = \bar{\xi}_m l_c, \quad \dots \quad l_{n-1} = \bar{\xi}_{n-1} l_c, \\
 \tau_0 &= \bar{\xi}_0 \tau_c, \quad \tau_1 = \bar{\xi}_1 \tau_c, \quad \dots \quad \tau_m = \bar{\xi}_m \tau_c, \quad \dots \quad \tau_{n-1} = \bar{\xi}_{n-1} \tau_c \\
 z_c &= \sqrt{\frac{S_k l_c^3}{E J_c \tau_c}} \\
 z_0 &= \sqrt{\frac{S_k l_0^3}{E J_0 \tau_0}} = u_0 z_c, \quad u_0 = \sqrt{\frac{\bar{\kappa}_0 \bar{\xi}_0^3}{\kappa_0 \bar{\xi}_0}}
 \end{aligned}$$

* 内務技師 工學士 内務省土木局第二技術課

$$\left. \begin{aligned}
 z_1 &= \sqrt{\frac{S_{k,1} l_1^2}{E J_1 \tau_1}} = u_1 z_c, & u_1 &= \sqrt{\frac{K_1 \xi_1^2}{K_1 \xi_1}}, \\
 &\vdots & &\vdots \\
 z_m &= \sqrt{\frac{S_{k,m} l_m^2}{E J_m \tau_m}} = u_m z_c, & u_m &= \sqrt{\frac{K_m \xi_m^2}{K_m \xi_m}}, \\
 &\vdots & &\vdots \\
 z_{n-1} &= \sqrt{\frac{S_{k,n-1} l_{n-1}^2}{E J_{n-1} \tau_{n-1}}} = u_{n-1} z_c, & u_{n-1} &= \sqrt{\frac{K_{n-1} \xi_{n-1}^2}{K_{n-1} \xi_{n-1}}}, \\
 c_0(z_0) &= c_0(u_0 z_c) = c_0, & s_0(z_0) &= s_0(u_0 z_c) = s_0, \\
 c_1(z_1) &= c_1(u_1 z_c) = c_1, & s_1(z_1) &= s_1(u_1 z_c) = s_1, \\
 c_m(z_m) &= c_m(u_m z_c) = c_m, & s_m(z_m) &= s_m(u_m z_c) = s_m, \\
 c_{n-1}(z_{n-1}) &= c_{n-1}(u_{n-1} z_c) = c_{n-1}, & s_{n-1}(z_{n-1}) &= s_{n-1}(u_{n-1} z_c) = s_{n-1}
 \end{aligned} \right\} \dots (82)$$

1. 両端鉸剛支點なる場合

任意の支點 m に於ける曲げモーメントの平衡條件式を求めらる。

$$M_{m,m-1} = \frac{E J_c}{l_c} \frac{K_{m-1}}{\xi_{m-1}} \frac{1}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \left\{ s_{m-1} \varphi_{m-1} + c_{m-1} \varphi_m - \frac{\delta_{m-1} - \delta_m}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_{m-1}} \cdot (c_{m-1} + s_{m-1}) \right\}$$

$$M_{m,m-1} = \frac{E J_c}{l_c} \frac{K_m}{\xi_m} \frac{1}{c^2_m - s^2_m} \left\{ c_m \varphi_m + s_m \varphi_{m+1} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_m} \cdot (c_m + s_m) \right\}$$

然るに曲げモーメントの平衡條件式は

$$M_{m,m-1} + M_{m,m+1} = 0$$

なるを以つて上式の値を之に代入すると

$$\begin{aligned}
 &\frac{K_{m-1}}{\xi_{m-1}} \frac{s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \varphi_{m-1} + \left\{ \frac{K_{m-1}}{\xi_{m-1}} \frac{c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} + \frac{K_m}{\xi_m} \frac{c_m}{c^2_m - s^2_m} \right\} \varphi_m + \frac{K_m}{\xi_m} \frac{s_m}{c^2_m - s^2_m} \varphi_{m+1} \\
 &+ \frac{K_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - \left\{ \frac{K_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{K_m}{\xi_m^2} \frac{1}{c_m - s_m} \right\} \frac{\delta_m}{l_c} \\
 &- \frac{K_m}{\xi_m^2} \frac{1}{c_m - s_m} \frac{\delta_{m+1}}{l_c} = 0 \dots \dots \dots (83)
 \end{aligned}$$

となる。之の曲げモーメントの平衡條件式は $m=2, 3, \dots, (n-2)$ に對して成立する。次に支點 1 に對する曲げモーメントの平衡條件式を求めると

$$\left\{ \frac{K_0}{\xi_0} \frac{1}{c_0} + \frac{K_1}{\xi_1} \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2} \right\} \varphi_1 + \frac{K_1}{\xi_1} \frac{s_1}{c_1^2 - s_1^2} \varphi_2 - \left\{ \frac{K_0}{\xi_0^2} \frac{1}{c_0} - \frac{K_1}{\xi_1} \frac{1}{c_1 - s_1} \right\} \frac{\delta_1}{l_c} - \frac{K_1}{\xi_1^2} \frac{1}{c_1 - s_1} \frac{\delta_2}{l_c} = 0 \dots \dots \dots (84)$$

となる。同様に支點 (n-1) に於ける曲げモーメントの平衡條件式は

$$\begin{aligned}
 &\frac{K_{n-2}}{\xi_{n-2}} \frac{s_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} \varphi_{n-2} + \left\{ \frac{K_{n-2}}{\xi_{n-2}} \frac{s_{n-2}}{c^2_{n-2} - s^2_{n-2}} + \frac{K_{n-1}}{\xi_{n-1}} \frac{1}{c_{n-1}} \right\} \varphi_{n-1} \\
 &+ \frac{K_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - \left\{ \frac{K_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} - \frac{K_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \frac{1}{c_{n-1}} \right\} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} = 0 \dots \dots \dots (85)
 \end{aligned}$$

となる。従つて全部の曲げモーメントの平衡條件式を整理すると次の (86) 式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 \rho'_1 \varphi_1 + a_1 \varphi_2 &\dots \dots \dots - d'_1 \frac{\delta_1}{l_c} - b_1 \frac{\delta_2}{l_c} &&= 0 \\
 a_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + a_2 \varphi_3 &\dots \dots \dots + b_1 \frac{\delta_1}{l_c} - d_2 \frac{\delta_2}{l_c} - b_2 \frac{\delta_3}{l_c} &&= 0 \\
 &\vdots &&\vdots \\
 a_{m-1} \varphi_{m-1} + \rho_m \varphi_m + a_m \varphi_{m+1} &\dots \dots \dots + l_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - d_m \frac{\delta_m}{l_c} - b_m \frac{\delta_{m+1}}{l_c} &&= 0 \\
 &\vdots &&\vdots \\
 a_{n-3} \varphi_{n-3} + \rho_{n-2} \varphi_{n-2} + a_{n-2} \varphi_{n-1} &\dots \dots \dots + b_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{l_c} - b_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - b_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &&= 0 \\
 a_{n-2} \varphi_{n-2} + \rho'_{n-1} \varphi_{n-1} &\dots \dots \dots + b_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - d'_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &&= 0
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (86)$$

但し上式中

$$\left. \begin{aligned} \rho_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \cdot \frac{c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} + \frac{\kappa_m}{\xi_m} \cdot \frac{\delta_m}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2}, & a_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_m} \cdot \frac{\delta_m}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2}, \\ d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \cdot \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \cdot \frac{1}{c_m - s_m}, & b_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \cdot \frac{1}{c_m - s_m}, \\ \rho'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \cdot \frac{1}{c_0} + \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \cdot \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2}, & \rho'_{n-1} &= \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \cdot \frac{c_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} + \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \cdot \frac{1}{c_{n-1}}, \\ d'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \cdot \frac{1}{c_0} - \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \cdot \frac{1}{c_1 - s_1}, & d'_{n-1} &= \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \cdot \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} - \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \cdot \frac{1}{c_{n-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(87)$$

を表すものとする。

次に支點の剪斷力の平衡條件式を求める。m 支點の左側の剪斷力を Q_m^l とすれば

$$Q_m^l = - \frac{M_{m-1,m} + M_{m,m-1}}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_{m-1}} \cdot s_m \cdot \frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_{m-1}}$$

となる。然るに

$$\begin{aligned} M_{m-1,m} &= \frac{EJ_c}{l_c} \cdot \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}} \cdot \frac{1}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \left\{ c_{m-1} \varphi_{m-1} + s_{m-1} \varphi_m - \frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_{m-1}} \cdot (c_{m-1} + s_{m-1}) \right\} \\ M_{m,m-1} &= \frac{EJ_c}{l_c} \cdot \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}} \cdot \frac{1}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \left\{ s_{m-1} \varphi_{m-1} + c_{m-1} \varphi_m - \frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_{m-1}} \cdot (m-1 + s_{m-1}) \right\} \end{aligned}$$

なるを以つて

$$Q_m^l = - \frac{EJ_c}{l_c^2} \cdot \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \left\{ \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \varphi_{m-1} + \frac{1}{c_{m-1} + s_{m-1}} \varphi_m - \frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_{m-1}} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \right\}$$

となる。又 m 點の右側の剪斷力を Q_m^r とすれば

$$Q_m^r = - \frac{M_{m,m+1} + M_{m+1,m}}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_m} \cdot s_m \cdot \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_m}$$

となる。然るに

$$\begin{aligned} M_{m,m+1} &= \frac{EJ_c}{l_c} \cdot \frac{\kappa_m}{\xi_m} \cdot \frac{1}{c_m^2 - s_m^2} \left\{ c_m \varphi_m + s_m \varphi_{m+1} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_m} \cdot (c_m + s_m) \right\} \\ M_{m+1,m} &= \frac{EJ_c}{l_c} \cdot \frac{\kappa_m}{\xi_m} \cdot \frac{1}{c_m^2 - s_m^2} \left\{ s_m \varphi_m + c_m \varphi_{m+1} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_m} \cdot (c_m + s_m) \right\} \end{aligned}$$

なるを以つて

$$Q_m^r = - \frac{EJ_c}{l_c^2} \cdot \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left\{ \frac{1}{c_m - s_m} \varphi_m + \frac{1}{c_m + s_m} \varphi_{m+1} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{l_c} \cdot \frac{1}{\xi_m} \cdot \left(z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \right\}$$

となる。剪斷力の平衡條件式 $\sum Q_m = 0$ は

$$- Q_m^l + Q_m^r - A_m \delta_m = 0$$

となるから

$$\gamma_m = \frac{A_m l_c^2}{EJ_c} \dots\dots\dots(88)$$

とすれば

$$\left. \begin{aligned} & - \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \cdot \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \varphi_{m-1} - \left\{ \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \cdot \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \cdot \frac{1}{c_m - s_m} \right\} \varphi_m + \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \cdot \frac{1}{c_m - s_m} \varphi_{m+1} \\ & + \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - \left\{ \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left(z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) - \gamma_m \right\} \frac{\delta_m}{l_c} + \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left(z_m^2 - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \frac{\delta_{m+1}}{l_c} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(89)$$

となる。之の平衡條件式は曲げモーメントの平衡條件式同様 $m=2, 3 \dots (n-2)$ に於て成立する。支點 1 に於ける平衡條件式は

$$- \left\{ \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \cdot \frac{1}{c_0} - \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \cdot \frac{1}{c_1 - s_1} \right\} \varphi_1 + \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \cdot \frac{1}{c_1 - s_1} \varphi_2$$

$$-\left\{\frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0'}\right) + \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1}\right) - \gamma_1\right\} \frac{\delta_1}{l_c} + \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1}\right) \frac{\delta_2}{l_c} = 0 \dots (90)$$

となる。又支點 (n-1) に於ける平衡条件式は

$$\begin{aligned} & \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} \varphi_{n-2} - \left\{ \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} - \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \frac{1}{c_{n-1} - s_{n-1}} \right\} \varphi_{n-1} \\ & + \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \left(z_{n-2}^2 - \frac{2}{c_{n-2} - s_{n-2}}\right) \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - \left\{ \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \left(z_{n-2}^2 - \frac{2}{c_{n-2} - s_{n-2}}\right) \right. \\ & \left. + \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \left(z_{n-1}^2 - \frac{1}{c_{n-1}}\right) - \gamma_{n-1} \right\} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} = 0 \dots (91) \end{aligned}$$

となる。従つて剪断力の平衡条件式を整理すれば次の (92) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} -d'_1 \varphi_1 + b_1 \varphi_2 &\dots \dots \dots -\bar{\rho}'_1 \frac{\delta_1}{l_c} + e_1 \frac{\delta_2}{l_c} &&= 0 \\ -b_1 \varphi_1 - d_2 \varphi_2 + b_2 \varphi_3 &\dots \dots \dots + e_1 \frac{\delta_1}{l_c} - \bar{\rho}'_2 \frac{\delta_2}{l_c} + e_2 \frac{\delta_3}{l_c} &&= 0 \\ \vdots &&&\vdots \\ -b_{m-1} \varphi_{m-1} - d_m \varphi_m + b_m \varphi_{m+1} &\dots \dots \dots + e_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - \bar{\rho}'_m \frac{\delta_m}{l_c} + e_m \frac{\delta_{m+1}}{l_c} &&= 0 \\ \vdots &&&\vdots \\ -b_{n-3} \varphi_{n-3} - d_{n-2} \varphi_{n-2} + b_{n-2} \varphi_{n-1} &\dots \dots \dots + e_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{l_c} - \bar{\rho}'_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} + e_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &&= 0 \\ -b_{n-2} \varphi_{n-2} - d'_{n-1} \varphi_{n-1} &\dots \dots \dots + e_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - \bar{\rho}'_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &&= 0 \end{aligned} \right\} (92)$$

但し上式中

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho}'_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{2m-1}^2} \left(z_{2m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}}\right) + \frac{\kappa_m}{\xi_{2m}^2} \left(z_{2m}^2 - \frac{2}{c_m - s_m}\right) - \gamma_m, & e_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_{2m}^2} \left(z_{2m}^2 - \frac{2}{c_m - s_m}\right), \\ d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{2m-1}^2} \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{\xi_{2m}^2} \frac{1}{c_m - s_m}, & b_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_{2m}^2} \frac{1}{c_m - s_m}, \\ \rho'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0'}\right) + \frac{\kappa_1}{\xi_1^2} \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1}\right) - \gamma_1, \\ \rho'_{n-1} &= \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \left(z_{n-2}^2 - \frac{2}{c_{n-2} - s_{n-2}}\right) + \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \left(z_{n-1}^2 - \frac{1}{c_{n-1}}\right) - \gamma_{n-1}, \\ d'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0} \frac{1}{c_0} - \frac{\kappa_1}{\xi_1} \frac{1}{c_1 - s_1}, & d'_{n-2} &= \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} - \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}} \frac{1}{c_{n-1}}, \end{aligned} \right\} (93)$$

を表すものである。故に挫屈の条件式は (86), (92) 兩式より次の (94) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} & \begin{matrix} \rho'_1 & a_1 & & & & -d'_1 & -b_1 \\ & \rho_2 & a_2 & & & b_1 & -d_2 & -b_2 \\ a_1 & & \rho_m & a_m & & b_{m-1} & -d_m & -b_m \\ & a_{m-1} & & \rho_{n-2} & a_{n-2} & & & \\ & & a_{n-3} & & \rho'_{n-1} & & & \\ & & & & & & b_{n-2} & -d'_{n-1} \end{matrix} \\ & \begin{matrix} -d'_1 & & & & & & & \\ -b_1 & -d_2 & b_2 & & & & & \\ & -b_{m-1} & -d_m & b_m & & & & \\ & & -b_{n-3} & -d_{n-2} & b_{n-2} & & & \\ & & & & & & e_{n-2} & -\bar{\rho}'_{n-1} \end{matrix} \end{aligned} \right\} = 0 \dots (94)$$

然し之の行列式は行と列の数が多く計算が困難であるから、εc に或る數値を假定する。然るときは (86) の曲

げモーメントの平衡条件式と (92) の剪断力の平衡条件式の係数は總て數値で與へられる。先づ (86) 式より φ を δ/l_c で表せば

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \alpha_{1.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \alpha_{1.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \alpha_{1.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \alpha_{1.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} \\ \varphi_2 &= \alpha_{2.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \alpha_{2.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \alpha_{2.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \alpha_{2.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} \\ &\vdots \\ \varphi_m &= \alpha_{m.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \alpha_{m.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \alpha_{m.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \alpha_{m.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} \\ &\vdots \\ \varphi_{n-1} &= \alpha_{n-1.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \alpha_{n-1.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \alpha_{n-1.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \alpha_{n-1.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (95)$$

となる。之の値を (92) 式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \beta_{1.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \beta_{1.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \beta_{1.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \beta_{1.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &= 0 \\ \beta_{2.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \beta_{2.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \beta_{2.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \beta_{2.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &= 0 \\ &\vdots \\ \beta_{m.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \beta_{m.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \beta_{m.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \beta_{m.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &= 0 \\ &\vdots \\ \beta_{n-1.1} \frac{\delta_1}{l_c} + \beta_{n-1.2} \frac{\delta_2}{l_c} + \dots + \beta_{n-1.m} \frac{\delta_m}{l_c} + \dots + \beta_{n-1.n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (96)$$

となる。上式の δ/l_c の係数の行列式を $\Delta(\beta)$ とする。

$$\Delta(\beta) \equiv \begin{vmatrix} \beta_{1.1} & \beta_{1.2} & \dots & \beta_{1.m} & \dots & \beta_{1.n-1} \\ \beta_{2.1} & \beta_{2.2} & \dots & \beta_{2.m} & \dots & \beta_{2.n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{m.1} & \beta_{m.2} & \dots & \beta_{m.m} & \dots & \beta_{m.n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{n-1.1} & \beta_{n-1.2} & \dots & \beta_{n-1.m} & \dots & \beta_{n-1.n-1} \end{vmatrix}$$

上の $\Delta(\beta)$ の値を計算する。 z_c の種々なる値に對し同様の方法を繰返すとグラフにより z_c の値を知ることが出来る。 z_c の値を知れば (82) 式より挫屈荷重を知ることが出来る。

2. 兩端鉸彈性支點なる場合

之の場合は柱の兩端に於ても變位があることとなる。支點の曲げモーメントの平衡条件式を求めると次の (97) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \rho'_1 \varphi_1 + \alpha_1 \varphi_2 + \dots + b'_1 \frac{\delta_0}{l_c} - d'_1 \frac{\delta_1}{l_c} - b_1 \frac{\delta_2}{l_c} + \dots &= 0 \\ \alpha_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + \alpha_2 \varphi_3 + \dots + b_1 \frac{\delta_1}{l_c} - d_2 \frac{\delta_2}{l_c} + b_2 \frac{\delta_3}{l_c} + \dots &= 0 \\ &\vdots \\ \alpha_{m-1} \varphi_{m-1} + \rho_m \varphi_m + \alpha_m \varphi_{m+1} + \dots + b_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - d_m \frac{\delta_m}{l_c} - b_m \frac{\delta_{m+1}}{l_c} + \dots &= 0 \\ &\vdots \\ \alpha_{n-3} \varphi_{n-3} + \rho_{n-2} \varphi_{n-2} + \alpha_{n-2} \varphi_{n-1} + \dots + b_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{l_c} - d_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - b_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} + \dots &= 0 \\ \alpha_{n-2} \varphi_{n-2} + \rho'_{n-1} \varphi_{n-1} + \dots + b_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - d'_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} - b'_{n-1} \frac{\delta_n}{l_c} &= 0 \end{aligned} \right\} (97)$$

但し上式中

$$\left. \begin{aligned} \rho_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}} \frac{C_{m-1}}{C_{m-1}^2 - S_{m-1}^2} + \frac{\kappa_m}{\xi_m} \frac{C_m}{C_m^2 - S_m^2}, & \alpha_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_m} \frac{\varepsilon_m}{C_m^2 - S_m^2}, \\ d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}} \frac{1}{C_{m-1} - S_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{\xi_m} \frac{1}{C_m - S_m}, & b_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_m} \frac{1}{C_m - S_m}, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \rho'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \frac{1}{c_0} + \frac{\kappa_1}{\xi_1} \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2}, \quad \rho'_{n-1} = \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{c_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} + \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \frac{1}{c_{n-1}}, \\
 d'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \frac{1}{c_0} - \frac{\kappa_1}{\xi_1} \frac{1}{c_1 - s_1}, \quad d'_{n-1} = \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} - \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \frac{1}{c_{n-1}}, \\
 b'_0 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \cdot \frac{1}{c_0}, \quad b'_{n-1} = \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \cdot \frac{1}{c_{n-1}},
 \end{aligned} \right\} (98)$$

を表すものである。

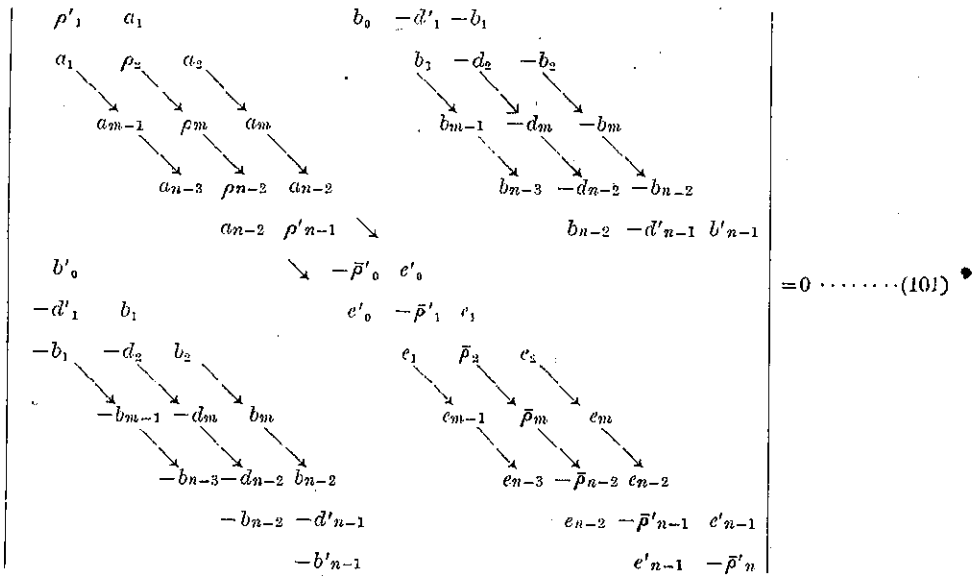
次に剪断力の平衡条件式を求めれば

$$\left. \begin{aligned}
 b'_0 \varphi_1 &\dots\dots\dots - \bar{\rho}'_0 \frac{\delta_0}{l_c} + e'_0 \frac{\delta_1}{l_c} \dots\dots\dots = 0 \\
 -d'_1 \varphi_1 + b_1 \varphi_2 &\dots\dots\dots + e'_0 \frac{\delta_0}{l_c} - \bar{\rho}'_1 \frac{\delta_1}{l_c} + e_1 \frac{\delta_2}{l_c} \dots\dots\dots = 0 \\
 -b_1 \varphi_1 - d_2 \varphi_2 + b_2 \varphi_2 &\dots\dots\dots + e'_1 \frac{\delta_1}{l_c} - \bar{\rho}'_2 \frac{\delta_2}{l_c} + e_2 \frac{\delta_3}{l_c} \dots\dots\dots = 0 \\
 &\vdots \\
 -b_{m-1} \varphi_{m-1} - d_m \varphi_m + b_m \varphi_{m+1} &\dots\dots\dots + e'_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - \bar{\rho}'_m \frac{\delta_m}{l_c} + e_m \frac{\delta_{m+1}}{l_c} \dots\dots\dots = 0 \\
 &\vdots \\
 -b_{n-3} \varphi_{n-3} - d_{n-2} \varphi_{n-2} + b_{n-2} \varphi_{n-1} &\dots\dots\dots + e'_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{l_c} - \bar{\rho}'_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} + e_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} \dots\dots\dots = 0 \\
 &\vdots \\
 -b_{n-2} \varphi_{n-2} - d'_{n-1} \varphi_{n-1} &\dots\dots\dots + e_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - \bar{\rho}'_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} + e'_{n-1} \frac{\delta_n}{l_c} = 0 \\
 -b'_{n-1} \varphi_{n-1} &\dots\dots\dots + e'_{n-1} - \bar{\rho}'_{n-1} \frac{\delta_n}{l_c} = 0
 \end{aligned} \right\} (99)$$

となる。但し上式中

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{\rho}_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \left(z^2_{m-1} - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left(z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) - \gamma_m, \quad e_m = \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left(z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right), \\
 d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \frac{1}{c_m - s_m}, \quad b_m = \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \frac{1}{c_m - s_m}, \\
 \bar{\rho}'_0 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \left(z^2_0 - \frac{1}{c_0} \right) - \gamma_0, \\
 \bar{\rho}'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \left(z^2_0 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{\kappa_1}{\xi_1} \left(z^2_1 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \gamma_1, \\
 \bar{\rho}'_{n-1} &= \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \left(z^2_{n-2} - \frac{2}{c_{n-2} - s_{n-2}} \right) + \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \left(z^2_{n-1} + \frac{1}{c_{n-1}} \right) - \gamma_{n-1}, \\
 \bar{\rho}'_{n-1} &= \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \left(z^2_{n-1} - \frac{1}{c_{n-1}} \right) - \gamma_n, \\
 e'_0 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \left(z^2_0 - \frac{1}{c_0} \right), \quad e'_{n-1} = \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \left(z^2_{n-1} - \frac{1}{c_{n-1}} \right), \\
 d'_1 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \frac{1}{c_0} - \frac{\kappa_1}{\xi_1} \frac{1}{c_1 - s_1}, \quad d'_{n-1} = \frac{\kappa_{n-2}}{\xi_{n-2}^2} \frac{1}{c_{n-2} - s_{n-2}} - \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \frac{1}{c_{n-1}}, \\
 b'_0 &= \frac{\kappa_0}{\xi_0^2} \frac{1}{c_0}, \quad b'_{n-1} = \frac{\kappa_{n-1}}{\xi_{n-1}^2} \frac{1}{c_{n-1}}
 \end{aligned} \right\} (100)$$

を表すものである。従つて撓屈条件式は



となる。之より最小の e_0 を計算すれば挫屈荷重が求められる。然し之の場合も行列式の値の算出は簡単でないから両端鉸剛支点を有する柱の場合と同様な計算方法によるとよい。

3. 両端固定剛支点なる場合

之の場合は両端剛支点を有する場合の係数が少し異なるだけである。両端が固定の条件 $\varphi_0=0, \varphi_n=0$ を用ひると平衡条件式は次の通りとなる。

曲げモーメントの平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned}
 &\rho_1 \varphi_1 + a_1 \varphi_2 + \dots + d_1 \frac{\delta_1}{lc} - b_1 \frac{\delta_2}{lc} \dots \dots \dots = 0 \\
 &a_2 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + a_2 \varphi_3 + \dots + b_1 \frac{\delta_1}{lc} - d_2 \frac{\delta_2}{lc} - b_2 \frac{\delta_3}{lc} \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \\
 &a_{m-1} \varphi_{m-1} + \rho_m \varphi_m + a_m \varphi_{m+1} + \dots + b_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{lc} - d_m \frac{\delta_m}{lc} - b_m \frac{\delta_{m+1}}{lc} \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \\
 &a_{n-3} \varphi_{n-3} + \rho_{n-2} \varphi_{n-2} + a_{n-2} \varphi_{n-1} + \dots + b_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{lc} - d_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{lc} - b_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{lc} = 0 \\
 &a_{n-2} \varphi_{n-2} + \rho_{n-1} \varphi_{n-1} + \dots + b_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{lc} - d_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{lc} = 0
 \end{aligned} \right\} (102)$$

となる。但し上式中

$$\left. \begin{aligned}
 \rho_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}} \frac{C_{m-1}}{C^2_{m-1} - S^2_{m-1}} + \frac{\kappa_m}{\xi_m} \frac{C_m}{C^2_m - S^2_m}, & a_m &= \frac{\kappa_m}{\xi_m} \frac{S_m}{C^2_m - S^2_m}, \\
 d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi^2_{m-1}} \frac{1}{C_{m-1} - S_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{\xi^2_m} \frac{1}{C_m - S_m}, & b_m &= \frac{\kappa_m}{\xi^2_m} \frac{1}{C_m - S_m},
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (103)$$

を表すものである。

次に剪断力の平衡条件式は

$$\begin{cases}
 -d_1\varphi_1 + b_1\varphi_2 \cdots \cdots - \bar{\rho}_1 \frac{\delta_1}{l_c} + e_1 \frac{\delta_2}{l_c} \cdots \cdots = 0 \\
 -b_1\varphi_1 - d_2\varphi_2 + b_2\varphi_3 \cdots \cdots + e_1 \frac{\delta_2}{l_c} - \bar{\rho}_2 \frac{\delta_2}{l_c} + e_2 \frac{\delta_3}{l_c} \cdots \cdots = 0 \\
 \vdots \\
 -b_{m-1}\varphi_{m-1} - d_m\varphi_m + b_m\varphi_{m+1} \cdots \cdots + e_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{l_c} - \bar{\rho}_m \frac{\delta_m}{l_c} + e_m \frac{\delta_{m+1}}{l_c} \cdots \cdots = 0 \\
 \vdots \\
 -b_{n-3}\varphi_{n-3} - d_{n-2}\varphi_{n-2} + b_{n-2}\varphi_{n-1} \cdots \cdots + e_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{l_c} - \bar{\rho}_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - b_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} = 0 \\
 \vdots \\
 -b_{n-2}\varphi_{n-2} - d_{n-1}\varphi_{n-1} \cdots \cdots + e_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{l_c} - d_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{l_c} = 0
 \end{cases} \quad (104)$$

となる。但し上式中

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{\rho}_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \left(z^{2m-1} \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) + \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left(z^{2m} \frac{2}{c_m - s_m} \right) - \gamma_m, \quad e_m = \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \left(z^{2m} \frac{2}{c_m - s_m} \right) \\
 d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{\xi_{m-1}^2} \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}}, \quad \kappa_m = \frac{1}{\xi_m^2} \frac{1}{c_m - s_m}, \quad b_m = \frac{\kappa_m}{\xi_m^2} \frac{1}{c_m - s_m}
 \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

を表すものである。

従つて撓屈荷重を求めべき条件式は次の (106) 式となる。

$$\begin{array}{ccccc}
 \rho_1 & a_1 & & -d_1 & -b_1 \\
 a_1 \searrow & \rho_2 & a_2 \searrow & b_1 \searrow & -d_2 & -b_2 \\
 & a_{m-1} & \rho_m & a_m \searrow & b_{m-1} \searrow & -d_m & -b_m \\
 & & a_{n-3} & \rho_{n-2} & a_{n-2} \searrow & b_{n-3} \searrow & -d_{n-2} & -b_{n-2} \\
 & & & a_{n-2} & \rho_{n-1} & & b_{n-2} & -d_{n-1} \\
 & & & & & & & & = 0 \cdots \cdots (106)
 \end{array}$$

之の場合も前同様の計算方法により z_c の最小値を求める。即ち先づ z_c に或る値を假定し、(102) 式より φ を δ/l を以て表し、次に之の値を (104) 式に代入し δ/l のみの方程式となし、其の係数の行列式 $\Delta(\beta)$ の値を求める。之の方法を z_0 の種々なる値に對し行ふと z_c の値を求めることが出来る。 z_c を知れば (82) 式より撓屈荷重を計算すること出来る。

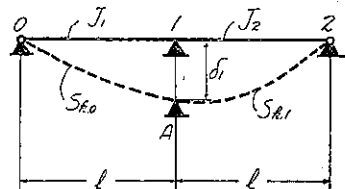
圖-16.

第 3 節 特別なる場合

以上述べた解法は極く一般の場合のものであるが、支點の間隔、剛柔係数が夫々總て等しい 3,4 の場合を考へてみる。

1. 2 徑間兩端鉸剛支點なる場合

圖-16 に示す如く 2 徑間兩端鉸剛支點なる場合の撓屈条件式を求めると次の (107) 式となる。

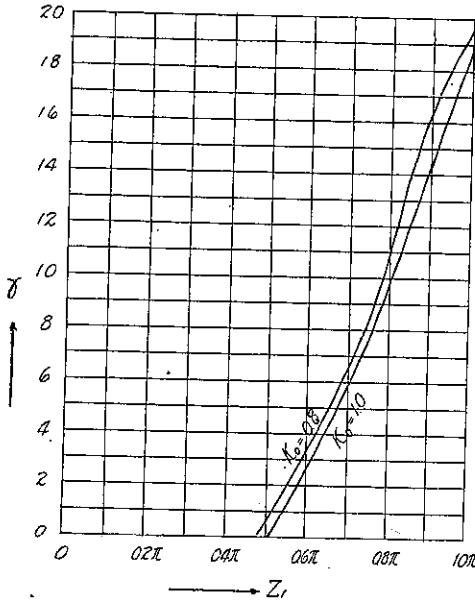


$$\left| \begin{array}{cc}
 \left(\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1}{c_1} \right) & - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1} \right) \\
 - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1} \right) & - \left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{1}{c_1} \right) \right\} - \gamma
 \end{array} \right| = 0 \quad \cdots \cdots (107)$$

上式を展解すれば

$$\gamma = \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{1}{c_1} \right) + \frac{\left(\frac{\kappa_0 - \kappa_1}{c_0 - c_1} \right)^2}{\left(\frac{\kappa_0 + \kappa_1}{c_0 + c_1} \right)} \dots (108)$$

圖-17.

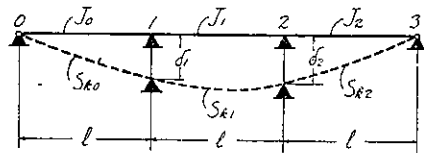


となる。之より γ と ε_0 との関係を求めることが出来る。
 例へば $\kappa_1=1, \kappa_0=\kappa_1=1, \varepsilon_0=\varepsilon_1=1$ なる場合の ε と γ との関係を示せば圖-17 となる。

2. 3 徑間兩端鉸剛支點なる場合

圖-18 に示す如く 3 徑間兩端鉸剛支點を有する連續長柱の撓屈を考へる。 $S_{k,0}=S_{k,1}=S_{k,2}=S_k$ とする。

圖-18.



(a), 柱が左右對稱の場合

柱が左右對稱なるが故に $\kappa_0=\kappa_2$ となる。撓屈荷重を求めには對稱形彎曲と逆對稱形彎曲の場合とに分けて考へると便利である。

(i) 對稱形彎曲の場合

對稱形彎曲の場合であるから $\varphi_2 = -\varphi_1, \delta_1 = \delta_2$ となる。従つて撓屈條件式は

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\kappa_0 + \kappa_1}{c_0 + c_1 + s_1} \right) & -\frac{\kappa_0}{c_0} \\ -\frac{\kappa_0}{c_0} & -\left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) - \gamma \right\} \end{vmatrix} = 0 \dots (109)$$

となる。之を展解すれば

$$\gamma = \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \frac{\kappa_0^2}{c_0^2} \frac{1}{\frac{\kappa_0 + \kappa_1}{c_0 + c_1 + s_1}} \dots (110)$$

となる。(110) 式より ε と γ との関係を求めることが出来る。

(ii) 逆對稱形彎曲の場合

逆對稱形彎曲の場合であるから $\varphi_2 = \varphi_1, \delta_2 = -\delta_1$ となる。

撓屈の條件式は

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{\kappa_0 + \kappa_1}{c_0 + c_1 - s_1} \right) & -\left(\frac{\kappa_0 - 2\kappa_1}{c_0 - c_1 - s_1} \right) \\ -\left(\frac{\kappa_0 - 2\kappa_1}{c_0 - c_1 - s_1} \right) & -\left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + 2\kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \gamma \right\} \end{vmatrix} = 0 \dots (111)$$

となり、之を展解すると

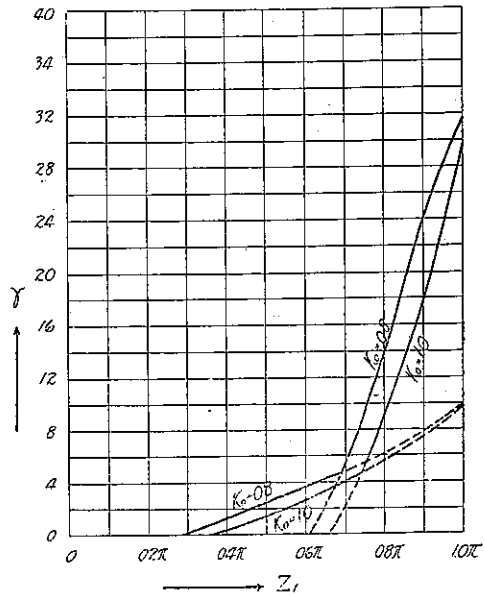
$$\gamma = \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + 2\kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \frac{\left(\frac{\kappa_0 - 2\kappa_1}{c_0 - c_1 - s_1} \right)^2}{\left(\frac{\kappa_0 + \kappa_1}{c_0 + c_1 - s_1} \right)} \dots (112)$$

となる。前同様 z_0 と γ との関係を求めることが出来る。

z_0 の或る値に対しては (110) 式と (112) 式より 2 個の γ の値が出る。こととなるが大なる方の γ を採るべきである。

図-19 は γ 曲線を示すものである。

図-19.



(b) 柱が左右不對稱なる場合

柱が左右不對稱であるから 對稱形彎曲の場合と逆對稱形彎曲の場合とに分けて考へることは出来ない。挫屈荷重は次の一般條件式より求めなければならない。

$$\begin{vmatrix} \rho'_1 & a_1 & -d'_1 & -b_1 \\ a_1 & \rho'_2 & b_1 & -d'_2 \\ -d'_1 & b_1 & \bar{\rho}'_1 & e_1 \\ -b_1 & -d'_2 & e_1 & \bar{\rho}'_2 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots (113)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} \rho'_1 &= \frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2}, & \rho'_2 &= \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} + \frac{\kappa_2}{c_2}, & a_1 &= \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2}, \\ d'_1 &= \frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1}, & d'_2 &= \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} - \frac{\kappa_2}{c_0}, & b_1 &= \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1}, \\ \bar{\rho}'_1 &= \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \gamma, \\ \bar{\rho}'_2 &= \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \kappa_2 \left(z_2^2 - \frac{1}{c_2} \right) - \gamma, \\ e_1 &= \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (114)$$

を表すものとする。

3. 4 徑間兩端鉸剛支點なる場合

柱が左右不對稱の場合は挫屈の一般條件式より求めなければならない。左右對稱の場合は次の如くする。

(i) 對稱形彎曲の場合

對稱形彎曲の場合であるから $\varphi_2 = 0, \varphi_3 = -\varphi_1, \delta_3 = \delta_1$ となる。支點 1 に於ける曲げモーメントの平衡條件式は

$$\left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \right\} \varphi_1 - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_1}{l} - \frac{\kappa_2}{c_1 - s_1} \frac{\delta_2}{l} = 0 \dots\dots (115)$$

となる。従つて

$$\varphi_1 = \frac{\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1}}{\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2}} \frac{\delta_1}{l} + \frac{\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1}}{\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2}} \frac{\delta_2}{l} \dots\dots (116)$$

となる。

支點 1 に於ける剪斷力の平衡條件式を求めると

$$\left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right) \varphi_1 + \left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \gamma \right\} \frac{\delta_1}{l} - \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_2}{l} = 0 \dots\dots (117)$$

となる。上式に (116) 式の φ_1 の値を代入すると

$$(f_1 - \gamma) \frac{\delta_1}{l} + g \frac{\delta_2}{l} = 0 \dots\dots (118)$$

となる。但し

$$f_1 = \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \frac{\left(\frac{\kappa_0 - \kappa_1}{c_0 - c_1 - s_1} \right)^2}{\left(\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_0^2 + c_1^2 - s_1^2} \right)} \dots (119)$$

$$g = -\kappa_1 \left(z_1 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \frac{\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \left(\frac{\kappa_0 - \kappa_1}{c_0 - c_1 - s_1} \right)}{\left(\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_0^2 + c_1^2 - s_1^2} \right)} \dots (120)$$

を表す。次に支點 2 に於ける剪断力の平衡条件式は

$$\frac{2\kappa_1}{c_1 - s_1} \varphi_1 - 2\kappa_1 \left(z_1 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_1}{l} + \left\{ 2\kappa_1 \left(z_1 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \gamma \right\} \frac{\delta_2}{l} = 0 \dots (121)$$

となり、 φ_1 に (116) 式の値を用ひると

$$2g \frac{\delta_1}{l} + (f_2 - \gamma) \frac{\delta_2}{l} = 0 \dots (122)$$

となる。但し

$$f_2 = 2\kappa_1 \left(z_1 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \frac{\frac{2\kappa_1}{c_1 - s_1} \cdot \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1}}{\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_0^2 + c_1^2 - s_1^2}} \dots (123)$$

を表す。(118)、(122) 兩式より挫屈条件式として次の (124) 式が與へられる

$$\begin{vmatrix} (f_1 - \gamma) & g \\ 2g & (f_2 - \gamma) \end{vmatrix} = 0 \dots (124)$$

之を展解すれば

$$\gamma^2 - (f_1 + f_2)\gamma + (f_1 f_2 - 2g^2) = 0 \dots (125)$$

となり、之の γ の二次方程式を解けば z_0 と γ との関係が知られることとなる。例へば $\kappa_0 = \kappa_1 = 1$ とし、 $z_1 = 0.8\pi$ の場合とすれば

$$f_1 = 4.900 - 4.359 + \frac{(1.417 - 5.338)^2}{1.417 + 3.077} = 3.983$$

$$f_2 = -2 \times 4.359 + \frac{2 \times 5.338^2}{1.417 + 3.077} = 3.933$$

$$g = -(-4.359) + \frac{5.338(1.417 - 5.338)}{1.417 + 3.077} = -0.333$$

となり

$$\gamma^2 - 7.946\gamma + 15.563 = 0$$

となる。之より γ を求めれば

$$\gamma = 3.503, \quad \gamma = 4.443$$

となる。従つて $\gamma = 4.443$ をとることとなる。次に $\kappa_0 = 0.8$ 、 $\kappa_1 = 1$ とし、同様に $z_1 = 0.8\pi$ とすれば $z_0 = 0.90\pi$ となり

$$f_1 = 0.8 \times 7.170 - 4.359 + \frac{(0.8 \times 0.824 - 5.338)^2}{0.8 \times 0.824 + 3.077} = 7.237$$

$$f_2 = -2 \times 4.359 + \frac{2 \times 5.338^2}{0.8 \times 0.824 + 3.077} = 6.536$$

$$g = -(-4.359) + \frac{(0.8 \times 0.824 - 5.338) \times 5.338}{0.8 \times 0.824 + 3.077} = -2.326$$

となる。之より挫屈条件式を求めれば

$$\gamma^2 - 13.773\gamma + 36.480 = 0$$

となる。之を解けば

$$\gamma = 10.203, \quad \gamma = 3.571$$

となる。従つて $\gamma = 10.203$ をとることゝなる。以上の計算結果を比較すると $\kappa_0 = 0.8$ としたため、同じ荷重に耐えしむるには γ を約 6 増加しなければならぬことが知られる。

(ii) 逆対称形撓曲の場合

之の場合は支點 2 に於ては曲げモーメントは零となり 2 径間両端鉸剛支點の場合と全く同様の結果となる。

以上對稱形、不對稱形撓曲の場合につき夫々 z_0 と γ との關係を求め、 z_0 に對し γ の値が 2 個ある場合は其の大なる方を採ればよい。

第 4 節 計算例

圖-20 に示す如く兩端鉸剛支點 6 等径間の 連續長柱の撓屈

荷重を計算してみることにする。

$$J_0 = J_1 = J_2 = J_3 = J, \quad J_4 = J_5 = \frac{1}{0.81} J_0$$

とし、彈性支點の剛柔係数は總て等しいものとする。

$$\kappa_0 = \kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 1, \quad \kappa_4 = \kappa_5 = \frac{1}{0.81}$$

$$\bar{\kappa}_0 = \bar{\kappa}_1 = \bar{\kappa}_2 = \bar{\kappa}_3 = \bar{\kappa}_4 = \bar{\kappa}_5 = 1, \quad \bar{\xi}_0 = \bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2 = \bar{\xi}_3 = \bar{\xi}_4 = \bar{\xi}_5 = 1,$$

となり、更に彈性限度内の撓屈のみを取扱ふものとするれば

$$\xi_0 = \xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi_4 = \xi_5 = 1, \quad \tau_0 = 1,$$

となり

$$z_0 = \sqrt{\frac{S_k l^2}{E J c}}$$

とすれば

$$z_0 = z_1 = z_4 = z_5 = z_0$$

$$z_2 = z_3 = 0.9 z_0$$

となる。扱て柱は左右對稱であるから對稱形撓曲の場合と逆對稱形撓曲の場合とに分けて考へる。

(a) 對稱形撓曲の場合

對稱形撓曲の場合であるから $\delta_1 = \delta_0, \delta_2 = \delta_4, \varphi_0 = -\varphi_1, \varphi_4 = -\varphi_2, \varphi_3 = 0$ となる。

曲げモーメントの平衡條件式は

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \right) \varphi_1 + \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \varphi_2 - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_1}{l} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \varphi_1 + \left(\frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} + \frac{\kappa_2 c_2}{c_2^2 - s_2^2} \right) \varphi_2 + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \frac{\delta_1}{l} - \left(\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} - \frac{\kappa_2}{c_2 - s_2} \right) \frac{\delta_2}{l} - \frac{\kappa_2}{c_2 - s_2} \frac{\delta_2}{l} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (126)$$

となる。次に剪斷力の平衡條件式は

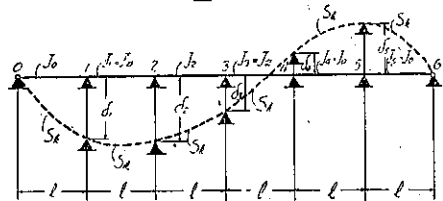
$$\left. \begin{aligned} - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right) \varphi_1 + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \varphi_2 - \left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \gamma \right\} \frac{\delta_1}{l} + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \varphi_1 - \left(\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} - \frac{\kappa_2}{c_2 - s_2} \right) \varphi_2 + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_1}{l} - \left\{ \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \right. & \\ \left. + \kappa_2 \left(z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right) - \gamma \right\} \frac{\delta_2}{l} + \kappa_2 \left(z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right) \frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ \frac{2\kappa_2}{c_2 - s_2} \varphi_2 + 2\kappa_2 \left(z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right) \frac{\delta_2}{l} - \left\{ 2\kappa_2 \left(z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right) - \gamma \right\} \frac{\delta_2}{l} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (127)$$

となる。

(b) 逆對稱形撓曲の場合

逆對稱形撓曲の場合であるから $\delta_0 = -\delta_1, \delta_4 = -\delta_2, \delta_3 = 0, \varphi_0 = \varphi_1, \varphi_4 = \varphi_2$ とする。

圖-20.



曲げモーメントの平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{\kappa_0}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_0^2 - s_1^2} \right) \varphi_1 + \frac{\kappa_1 s_1}{c_0^2 - s_1^2} \varphi_2 - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_1}{l} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \frac{\delta_2}{l} = 0 \\ & \frac{\kappa_1 s_1}{c_0^2 - s_1^2} \varphi_2 + \left(\frac{\kappa_1 c_1}{c_0^2 - s_1^2} + \frac{\kappa_2 c_2}{c_2^2 - s_2^2} \right) \varphi_2 + \frac{\kappa_2 s_2}{c_2^2 - s_2^2} \varphi_3 + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \frac{\delta_1}{l} - \left(\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} - \frac{\kappa_2}{c_2 - s_2} \right) \frac{\delta_2}{l} = 0 \\ & \frac{2\kappa_2 s_2}{c_2^2 - s_2^2} \varphi_2 + \frac{2\kappa_2 c_2}{c_2^2 - s_2^2} \varphi_3 + \frac{2\kappa_2}{c_2 - s_2} \frac{\delta_2}{l} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (128)$$

となる。又剪断力の平衡条件式を求めると

$$\left. \begin{aligned} & - \left(\frac{\kappa_0}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right) \varphi_1 + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \varphi_2 - \left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \right\} \frac{\delta_1}{l} + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_2}{l} = 0 \\ & - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \varphi_1 - \left(\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} - \frac{\kappa_2}{c_2 - s_2} \right) \varphi_2 + \frac{\kappa_2}{c_2 - s_2} \varphi_3 \\ & + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_1}{l} - \left\{ \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) + \kappa_2 \left(z_2^2 - \frac{2}{c_2 - s_2} \right) - \gamma \right\} \frac{\delta_2}{l} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (129)$$

となる。

以上の (126), (127) 兩式と (128), (129) 兩式より z_0 と γ との関係を求める。今 $z_0 = 0.8\pi$ の時の γ を求めて見る。

対称形彎曲の場合の曲げモーメントの平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned} & 4.4927 \varphi_1 + 2.2597 \varphi_2 + 3.9198 \frac{\delta_1}{l} - 5.3332 \frac{\delta_2}{l} = 0 \\ & 1.8304 \varphi_1 + 5.7578 \varphi_2 + 4.3223 \frac{\delta_1}{l} + 1.1452 \frac{\delta_2}{l} - 5.4675 \frac{\delta_3}{l} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (i)$$

となり、剪断力の平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned} & -3.9198 \varphi_1 - 5.3332 \varphi_2 + (0.5446 - \gamma) \frac{\delta_1}{l} + 4.3557 \frac{\delta_2}{l} = 0 \\ & 4.3223 \varphi_1 - 1.1452 \varphi_2 + 3.5231 \frac{\delta_1}{l} + (-9.3413 - \gamma) \frac{\delta_2}{l} + 5.8132 \frac{\delta_3}{l} = 0 \\ & 10.9350 \varphi_2 + 11.6264 \frac{\delta_2}{l} + (-11.6264 - \gamma) \frac{\delta_3}{l} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (ii)$$

となる。(i) 式より φ を求めると

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= -0.589 \frac{\delta_1}{l} + 1.533 \frac{\delta_2}{l} - 0.569 \frac{\delta_3}{l} \\ \varphi_2 &= -0.564 \frac{\delta_1}{l} - 0.686 \frac{\delta_2}{l} + 1.130 \frac{\delta_3}{l} \end{aligned}$$

となる。之を (ii) 式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} & (-5.8634 + \gamma) \frac{\delta_1}{l} - 1.3840 \frac{\delta_2}{l} + 3.8031 \frac{\delta_3}{l} = 0 \\ & -1.6298 \frac{\delta_1}{l} + (\gamma + 1.9298) \frac{\delta_2}{l} - 2.0616 \frac{\delta_3}{l} = 0 \\ & 6.1706 \frac{\delta_1}{l} - 4.1228 \frac{\delta_2}{l} + (\gamma - 0.7334) \frac{\delta_3}{l} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (iii)$$

となる。従つて撓屈の条件式は

$$\begin{vmatrix} (-5.8634 + \gamma) & -1.3840 & 3.8031 \\ -1.6298 & (1.9298 + \gamma) & -2.0616 \\ 6.1706 & -4.1228 & (-0.7334 + \gamma) \end{vmatrix} = 0 \dots (iv)$$

となる。之を展開すれば

$$\gamma^2 - 4.68\gamma - 43.63\gamma + 66.02 = 0$$

となる。γ の 實根を求めると

$$\gamma_1 = 1.37, \quad \gamma_2 = 8.78 \dots \dots \dots (a)$$

となる。

次に逆對稱形の彎曲の場合の曲げモーメントの平衡條件式は

$$\left. \begin{aligned} 4.4927\varphi_1 + 2.2597\varphi_2 + 3.9198\frac{\delta_1}{l} - 5.3362\frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ 1.8304\varphi_1 + 5.7578\varphi_2 + 2.2931\varphi_3 + 4.3223\frac{\delta_1}{l} + 1.1452\frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ 2.2031\varphi_2 + 3.2660\varphi_3 + 5.4675\frac{\delta_2}{l} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (vi)$$

となり、剪斷力の平衡條件式は

$$\left. \begin{aligned} -3.9198\varphi_1 - 5.3362\varphi_2 + (0.5446 - \gamma)\frac{\delta_1}{l} - 4.3557\frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ 4.3223\varphi_1 - 1.1452\varphi_2 - 5.4675\varphi_3 + 3.5231\frac{\delta_1}{l} + (-9.3413 - \gamma)\frac{\delta_2}{l} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (vii)$$

となる。(vi) 式より φ を解くと

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= -0.464\frac{\delta_1}{l} + 1.132\frac{\delta_2}{l} \\ \varphi_2 &= -0.813\frac{\delta_1}{l} + 0.110\frac{\delta_2}{l} \\ \varphi_3 &= 0.549\frac{\delta_1}{l} - 1.743\frac{\delta_2}{l} \end{aligned}$$

となり、之の値を (vii) 式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} (\gamma - 6.7017)\frac{\delta_1}{l} + 0.6685\frac{\delta_2}{l} &= 0 \\ 0.5481\frac{\delta_1}{l} + (\gamma - 4.9827)\frac{\delta_2}{l} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (viii)$$

となる。従つて控屈の條件式は

$$\begin{vmatrix} (\gamma - 6.7017) & 0.6685 \\ 0.5481 & (\gamma - 4.9827) \end{vmatrix} = 0 \dots \dots \dots (ix)$$

となる。之を展解すると

$$\gamma^2 - 11.68\gamma - 33.03 = 0$$

となる。之の實根を求めると

$$\gamma_1 = 4.79, \quad \gamma_2 = 6.89 \dots \dots \dots (b)$$

となる。(a), (b) 兩式を比較して γ=8.78 を探るべきことが知られる。扱て $\gamma = \frac{Al^2}{EJ_c}$ なるを以つて、之を變形すると

$$\frac{Al}{2S_k} = \frac{\gamma}{2z^2c}$$

となる。従つて

$$\frac{Al}{2S_k} = \frac{8.78}{2 \times (0.8\pi)^2} = 0.695$$

となる。Fr. Bleich は柱の斷面が一定にして、 $n = \infty$ の場合の $\frac{Al}{2S_k}$ の値を求め、 $n = 6$ 以上の場合は $n = \infty$ の場合と殆んど變らないと云つてゐるが $z_c = 0.8\pi$ に対しては $\frac{Al}{2S_k} = 0.822^{(21)}$ なる値を與へてゐる。之と求めた値と

(21) Fr. Bleich, "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken" p. 205.

を比較すると中央部の 2 間丈断面を大とした影響を知ることが出来る。

第 5 章 ポニー・トラスの上弦材の構面外への挫屈強度の計算法

第 1 節 總 説

1. 従來の研究

ポニー・トラスには下路橋のトラスのやうに上横構が存在しないため、垂直材と横桁とを互に剛結してラーメンを構成し、上弦材の各格點を構面に直角な側方向に對し支持する作用をなさしめる。従つて之のラーメンの抵抗が小なる場合には上弦材は構面外へ挫屈を起し易いものとなる。

之の問題は最初 Fr. Engesser⁽²²⁾⁽²³⁾⁽²⁴⁾ により取扱れたものであるが、其の後平行弦のトラス又は曲弦のトラスに就き Müller-Breslau⁽²⁵⁾, H. Zimmerman⁽²⁶⁾, H. Kayer⁽²⁷⁾, R. Briske⁽²⁸⁾, A. Ostenfeld⁽²⁹⁾, Fr. Bleich⁽³⁰⁾⁽³¹⁾, R. Mayer⁽³²⁾, F. Schweda⁽³³⁾⁽³⁴⁾, S. Timoshenko⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾, E. Chwalla⁽³⁷⁾ H. Neukrich⁽³⁸⁾, Fr. Bleich und H. Bleich⁽³⁹⁾, 及稻田隆⁽⁴⁰⁾ 等多數の諸學者によつて研究せられ、夫々論文が發表されてゐる。

(a) Fr Engesser

Fr. Engesser は上弦材の軸壓縮應力と斷面の慣性モーメントが一定なる場合に就き垂直材と横桁とを剛結して構成するラーメンの抵抗が各格間 l に等布するものと假定して公式を誘導した。ラーメンの抵抗を X とすれば $X = kl\delta$ となる。 k はラーメンの垂直材の自由端に單位の變位を

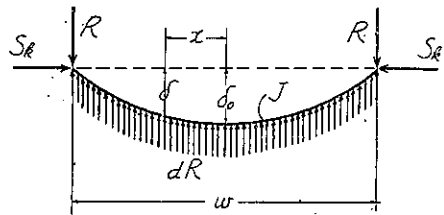
與へるに要する力で、總ての格點に於て一定と假定する。

今横荷重を dR を以つて表せば

$$dR = \frac{k}{l} \delta d\delta \dots \dots \dots (130)$$

となる。

次に 圖-21 に示す如く撓曲を起した 場合の上弦材の彈性曲線



(22) Fr. Engesser, "Die Sicherung offener Brücken gegen Ausknicken", Zentralblatt der Bauverwaltung, 1884, 1885, 1892.

(23) " Die Zusatzkräfte und Nebenspannungen eiserner Brücken, II, 1893.

(24) " "Versuche und Untersuchungen über der Knickwiderstand gestützten Stabes", Der Eisenbau, 1918.

(25) Müller-Breslau, Graphische Statik, Band II, 2, 1908.

(26) H. Zimmerman, Die Knickfestigkeit der Druckgurte offener Brücken, 1910.

(27) H. Kayer, "Die Knicksicherheit der Druckgurte offener Brücken", Zentralblatt der Bauverwaltung, 1909.

(28) R. Briske, "Die Knicksicherheit der Drukgurte offener Brücken", Zentralblatt der Bauverwaltung, 1910.

(29) A. Ostenfeld, "Die Seitenfestigkeit offener Brücken", Beton und Eisen, 1916.

(30) Fr. Bleich, "Die Knickfestigkeit elastischer Stabverbindung", Der Eisenbau, 1919.

(31) " Theorie und Berechnung der eisernen Brücken, 1924.

(32) R. Mayer, Die Knickfestigkeit, 1921.

(33) F. Schweda, "Beitrag zur Berechnung der Knicksicherheit offener Brücken", Der Bauingenieur 1925.

(34) " "Die Bemessung des Endquerrahmens offener Brücken." Der Bauingenieur, 1928.

(35) S. Timoshenko, "Sur la stabilité des systèmes élastiques", annales des pont et chaussées, 1913.

(36) " Problems concerning elastic Stability in Structures", Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1929.

(37) E. Chwalla, "Die Seitenfestigkeit offener Parallel-und Trapezträgerbrücken", Der Bauingenieur, 1929.

(38) H. Neukrich, "Die elastisch gestützte Druckgurtung", Der Stahlbau, 1936.

(39) Fr. Bleich und H. Bleich, "Beitrag zur Stabilitätsuntersuchung des punktwise elastisch gestützten Stabes." Der Stahlbau, 1937.

(40) 稻田 隆, "長柱の挫屈と之に及ぼす弾性横抵抗の影響竝に鐵道軌道の張出に關する考察," 土木學會誌, 第 20 卷, 第 11 號, 昭和 9 年 11 月.

を次式の通り假定する。

$$\delta = \delta_0 \cos \frac{\pi x}{w} \dots\dots\dots (131)$$

茲に x は半波長の中央よりの距離, w は半波長を表す。

$$R = \int_0^{\frac{w}{2}} dR \dots\dots\dots (132)$$

弾性曲線の微分方程式は

$$EJ \frac{d^2 \delta}{dx^2} = -M$$

となるから, 半波長の中央の點 m に應用すれば

$$S_k \delta_0 - R \frac{w}{2} + \int_0^{\frac{w}{2}} x dR = \frac{\pi^2 EJ}{w^2} \delta_0 \dots\dots\dots (133)$$

となる。然るに

$$\left. \begin{aligned} R \frac{w}{2} &= \frac{k w^2}{2 \pi l} \delta_0 \\ \int_0^{\frac{w}{2}} x dR &= \frac{k w^2}{2 \pi l} \delta_0 - \frac{k w^2}{\pi^2 l} \delta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (134)$$

なるが故に

$$S_k = \frac{\pi^2 EJ}{w^2} + \frac{A w^2}{\pi^2 l} \dots\dots\dots (135)$$

となる。次に

$$\frac{dS_k}{dw} = 0$$

を求むれば

$$-\frac{2 \pi^2 EJ}{w^3} + \frac{2kw}{\pi^2 l} = 0$$

となる。之より

$$w = \pi \sqrt[4]{\frac{EJl}{k}} \dots\dots\dots (136)$$

を得。之を (135) 式に代入すれば

$$S_k = 2 \sqrt{\frac{EJk}{l}} \dots\dots\dots (137)$$

となる。

(b) Fr. Bleich

Fr. Bleich は軸壓縮應力, 柱の慣性モーメント, 支點の間隔, ラーメンの抵抗が一定にして, 兩端が較剛支點なる場合をモーメント法により, Differenzgleichung を利用して解き巧に纏めてある。今其の結果を引用すれば

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{2S_k}{l} \frac{\left(1 - \cos v \frac{\pi}{n}\right)}{1 - \frac{b}{1 - \cos v \frac{\pi}{n}}} \quad (v=1, 2, \dots, n-1,) \\ a &= \frac{z_c}{z_c - \sin z_c}, \quad b = 3 - \left(\frac{z_c}{\pi}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (138)$$

となる。之より必要なる k として次の (139) 式を與へてある。

$$k_{req.} = \frac{2S_k}{l} \left\{ 3 - \left(\frac{z_c}{\pi}\right)^2 \right\} \frac{\sqrt{z_c - \sqrt{\sin z_c}}}{\sqrt{z_c + \sqrt{\sin z_c}}} \dots\dots\dots (139)$$

但し上式中

S_k = 上弦材の挫屈軸壓縮應力

l = 格間長

$$z_c = \sqrt{\frac{S_k l^2}{E J_T}}$$

を表す。今

$$\Phi = \left\{ 3 - \left(\frac{z_c}{\pi} \right)^2 \right\} \frac{\sqrt{z_c} - \sqrt{\sin z_c}}{\sqrt{z_c} + \sqrt{\sin z_c}}$$

と置けば

$$k_{req.} = \frac{2S_k}{l} \Phi \dots \dots \dots (140)$$

となる。 Φ の値を計算して次の表-3(41)を興へてゐる。

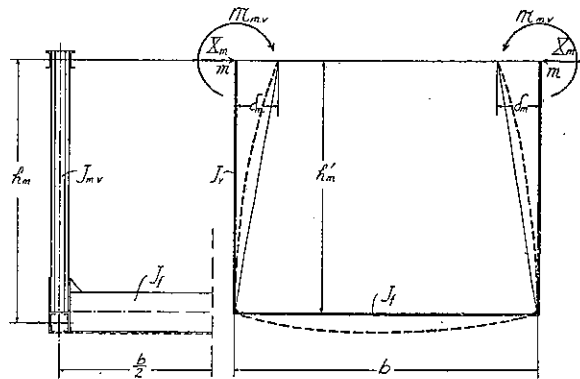
表-3.

z_c	Φ	z_c	Φ	z_c	Φ	z_c	Φ
0.30 π	0.111	0.50 π	0.309	0.70 π	0.614	0.90 π	1.102
0.32 "	0.126	0.52 "	0.335	0.72 "	0.652	0.91 "	1.138
0.34 "	0.142	0.54 "	0.361	0.74 "	0.692	0.92 "	1.177
0.36 "	0.160	0.56 "	0.388	0.76 "	0.734	0.93 "	1.219
0.38 "	0.179	0.58 "	0.417	0.78 "	0.777	0.94 "	1.264
0.40 "	0.198	0.60 "	0.447	0.80 "	0.822	0.95 "	1.316
0.42 "	0.218	0.62 "	0.478	0.82 "	0.870	0.96 "	1.375
0.44 "	0.239	0.64 "	0.510	0.84 "	0.921	0.97 "	1.444
0.46 "	0.261	0.66 "	0.544	0.86 "	0.976	0.98 "	1.530
0.48 "	0.285	0.68 "	0.578	0.88 "	1.036	0.99 "	1.652
						1.00 "	2.000

2. ラーメン抵抗

垂直材と横桁とを剛結して構成されるラーメンを考へる。圖-22 は任意の格點 m に於ける之のラーメンを示すものである。 h'_m は格點 m より横桁の重心線迄の長さを示し、垂直材の骨組長 h_m とは異なる。 b を左右トラスの心々迄の距離とする。

今之のラーメンの垂直材の自由端に圖に示すやうに外力として X_m 及モーメント M_{mv} を作用せしめた場合、垂直材の自由端に於ける水平變位 δ_m を求める。垂直材の慣性モーメントを J_{mv} 、横桁の慣性モーメントを J_f 、垂直材の軸方向應力を V_m を以つて表す。Fr. Bleich の 3 連モーメントの式(42)を



應用すれば

$$M_{mv} s'v + (X_m h'_m + M_{mv})(c'v + c'f) + (X_m h_m + M_{mv}) s'f - E J_{mv} \frac{\delta_m}{h'_m} = 0 \dots \dots \dots (141)$$

となる。従つて δ_m を求むれば

(41) Fr. Bleich, "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken.", p. 205.

(42) Fr. Bleich, "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken.", p. 164.

$$\delta_m = X_m h'^2_m \frac{(c'_v + c'_f + s'_f)}{E J_{mv}} + \mathfrak{M}_{mv} h'_m \frac{(s'_v + c'_v + c'_f + s'_f)}{E J_{mv}} \dots (142)$$

となる。横桁に於ける軸方向應力は一般に微小であるから

$$\left. \begin{aligned} c'_v &= \frac{1}{3} \frac{J_{mv}}{J_f} b \\ c'_f &= \frac{1}{6} \frac{J_{mv}}{J_f} b \end{aligned} \right\} \dots (143)$$

となる。

垂直材に於ける軸方向應力は V_m であるから

$$z_m = \sqrt{\frac{V_m h'^2_m}{E J_{mv}}}$$

となし、 V_m を軸壓縮應力とすれば

$$\left. \begin{aligned} c'_v &= h'_m c_v(z_m) = \frac{h'_m}{z^2_m} (1 - z_m \cot z_m) \\ s'_v &= h'_m s_v(z_m) = \frac{h'_m}{z^2_m} \left(\frac{z_m}{\sin z_m} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \dots (144)$$

となり、 V_m が軸引張應力の場合は

$$\left. \begin{aligned} c'_v &= h'_m c_v(z_m) = \frac{h'_m}{z^2_m} (z_m \cot z_m - 1) \\ s'_v &= h'_m s_v(z_m) = \frac{h'_m}{z^2_m} \left(1 - \frac{z_m}{\sin z_m} \right) \end{aligned} \right\} \dots (145)$$

となる。今若し

$$\left. \begin{aligned} J'_{vm} &= \frac{1}{3} \frac{J_{mv}}{c_v(z_m)} \\ J'_{mv} &= \frac{1}{2} \frac{J_{mv}}{c_v(z_m) + s_v(z_m)} \end{aligned} \right\} \dots (146)$$

とすれば

$$\delta_m = \left(\frac{h'^2_m}{3E J_{mv}} + \frac{h'^2_m b}{2E J_f} \right) X_m + \left(\frac{h'^2_m}{2E J'_{mv}} + \frac{h'_m b}{2E J_f} \right) \mathfrak{M}_{mv} \dots (147)$$

となる。垂直材に軸應力が存在しない場合は

$$J_{mv} = J'_{mv} = J_{mv}$$

となり

$$\delta_m = \left(\frac{h'^2_m}{3E J_{mv}} + \frac{h'^2_m b}{2E J_f} \right) X_m + \left(\frac{h'^2_m}{2E J_{mv}} + \frac{h'_m b}{2E J_f} \right) \mathfrak{M}_{mv} \dots (148)$$

となり普通用ひられる變位 δ_m の公式となる。

垂直材に軸應力 V_m が存在する場合でも、普通ポニー・トラスの垂直材は 應力に比較して大なる断面を與へ、剛に設計されてゐるから

$$J'_{mv} \cong J'_{mv} \cong J_{mv}$$

と看做すことが出来る。従つて (148) 式は何時でも使用出来ることとなる。

今若し

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{k_m} &= \frac{1}{\frac{h'^2_m}{3E J_{mv}} + \frac{h'^2_m b}{2E J_f}} \\ \frac{1}{\bar{k}_m} &= \frac{1}{\frac{h'^2_m}{2E J_{mv}} + \frac{h'_m b}{2E J_f}} \end{aligned} \right\} \dots (149)$$

とすれば

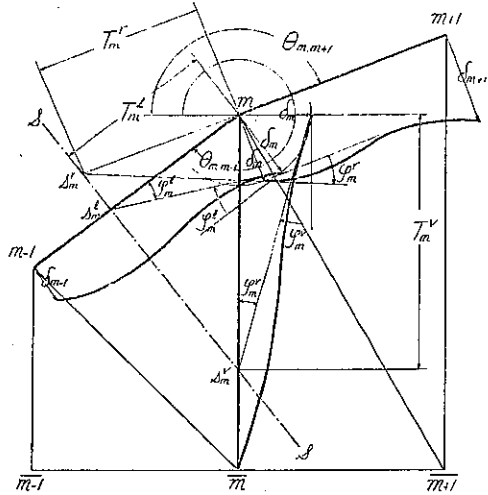
$$\delta_m = \frac{1}{k_m} \lambda_m + \frac{1}{k_m} M_{mv} \dots \dots \dots (150)$$

となる。 k_m は垂直材の自由端に單位の水平變位を與へるに要する水平力、 \bar{k}_m は同じく垂直材の自由端に單位の水平變位を生ぜしむるモーメントを表すこととなる。

3. 連続の條件

トラスの部材は各格點に於て一般に剛結せらるゝを常とする。従つてトラスが變位を起し、構面外へ彎曲を生じた場合、任意の格點に於て、其の格點に集る各部材の彈性曲線へ切線を引けば之等の切線は總て同一平面内に含まれることとなる。即ち各格點は夫々其の格點に集中する總ての部材の彈性曲線に切する一つの平面をもつこととなる。次の圖-23 は構面外へ彎曲を起した格點 m を示すものである。

圖-23.



格點 m に於て各部材の彈性曲線に切する平面は變位を起さない以前の構面と一般に一直線 ss に於て交る。今格點 $m-1, m, m+1$ の變位を夫々 $\delta_{m-1}, \delta_m, \delta_{m+1}$ とする。部材 $m-1.m$ の w 點に於ける撓角を φ^l_m 、部材 $m.m+1$ の格點 m に於ける撓角を φ^v_m 、垂直材の格點 m に於ける撓角を φ^r_m とし、水平線と部材とのなす角を夫々圖のやうに $\theta_{m,m-1}, \theta_{m,m+1}$ とする。又變位後の格點 m に於て各部材の彈性曲線に切線を引き、其の切線の m 點から彎曲を起さない前の構面との交點迄の距離の元の構面への投射長を圖のやうに T^v_m, T^l_m, T^r_m とする。然るときは

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta_m}{T^v_m} &= \tan \varphi^v_m \cong \varphi^v_m & \therefore T^v_m &= \frac{\delta_m}{\varphi^v_m} \\ \frac{\delta_m}{T^l_m} &= \tan \varphi^l_m \cong \varphi^l_m & \therefore T^l_m &= \frac{\delta_m}{\varphi^l_m} \\ \frac{\delta_{m+1}}{T^r_m} &= \tan \varphi^r_m \cong \varphi^r_m & \therefore T^r_m &= \frac{\delta_{m+1}}{\varphi^r_m} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (151)$$

次に圖より次の關係があることとなる。

$$\frac{T^v_m - T^l_m \sin(360^\circ - \theta_{m,m-1})}{T^v_m - T^r_m \sin(180^\circ - \theta_{m,m+1})} = \frac{T^l_m \cos(360^\circ - \theta_{m,m-1})}{T^r_m \cos(180^\circ - \theta_{m,m+1})}$$

之を書きかへると

$$\frac{T^v_m + T^l_m \sin \theta_{m,m-1}}{T^v_m - T^r_m \sin \theta_{m,m+1}} = \frac{T^l_m \cos \theta_{m,m-1}}{-T^r_m \cos \theta_{m,m+1}}$$

となる。前記の値を代入すると

$$\frac{1}{\varphi^v_m} + \frac{\sin \theta_{m,m-1}}{\varphi^l_m} = - \frac{\cos \theta_{m,m-1}}{\varphi^r_m}$$

となり

$$\left. \begin{aligned} \varphi^v_m &= \frac{\varphi^l_m}{\Delta \tan \theta_m \cos \theta_{m,m-1}} + \frac{\varphi^r_m}{\Delta \tan \theta_m \cos \theta_{m,m+1}} \\ \Delta \tan \theta_m &= \tan \theta_{m,m+1} - \tan \theta_{m,m-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (152)$$

よなる。若し部材 $m.m+1$ が水平の場合、即ち $\theta_{m,m+1} = 180^\circ$ の場合の φ^r_m を φ^h_m とすれば

$$\varphi^l_m = \cos \theta_{m,m-1} \varphi^h_m - \sin \theta_{m,m-1} \varphi^v_m \dots\dots\dots (153)$$

となる。次に部材 $m-1, m$ が水平なる時、即ち $\theta_{m,m-1} = 90^\circ$ の場合の φ^l_m を φ^h_m とすれば

$$\varphi^r_m = -\cos \theta_{m,m+1} \varphi^h_m + \sin \theta_{m,m+1} \varphi^v_m \dots\dots\dots (154)$$

となる。但し φ^l_m は格点 m を常に右側に又 φ^r_m は格点 m を常に左側に置いて考へてゐる。従つて φ^l_m は格点を左側に置く場合は

$$\varphi^l_m = -\cos \theta_{m,m-1} \varphi^h_m + \sin \theta_{m,m-1} \varphi^v_m \dots\dots\dots (155)$$

又 φ^r_m は格点を右側に置く場合は

$$\varphi^r_m = \cos \theta_{m,m+1} \varphi^h_m - \sin \theta_{m,m+1} \varphi^v_m \dots\dots\dots (156)$$

となすべきである。

以上の如く任意の格点 m に集る總ての部材の同格点に於ける撓角は部材の水平線とのなす角が決ると φ^h_m と φ^v_m の函数として示すことが出来る。

第 2 節 平行弦ポニー・トラスの上弦材の撓屈強度の計算法

次の圖-24 に示す如く格間數 $(n+1)$, トラスの高さ h なる平行弦ポニー・トラスの構面外への撓屈を考へる。各格点に夫々圖のやうに番號をつける。弦各部材の斷面の構面に含まるる重心軸に對する慣性モーメントを

$$J_0, J_1, J_2, \dots, J_n,$$

同じく垂直材の斷面の構面内重心軸に對する慣性モーメントを

$$J_{1,v}, J_{2,v}, \dots, J_{n,v},$$

弦各部材の軸壓縮應力を

$$S_{k,0}, S_{k,1}, \dots, S_{k,n}$$

を以つて表す。次の記號を用ひる。

$$J_0 = \kappa_0 J_c, J_1 = \kappa_1 J_c, \dots, J_m = \kappa_m J_c, \dots, J_n = \kappa_n J_c,$$

$$S_{k,0} = \bar{\kappa}_0 S_c, S_{k,1} = \bar{\kappa}_1 S_c, \dots, S_m = \bar{\kappa}_m S_c, \dots, S_n = \bar{\kappa}_n S_c,$$

$$\tau_0 = \xi_0 \tau_c, \tau_1 = \xi_1 \tau_c, \dots, \tau_m = \xi_m \tau_c, \dots, \tau_n = \xi_n \tau_c,$$

$$l_0 = \bar{\xi}_0 \lambda, l_1 = l_2 = \dots = l_m = \dots = l_{n-1} = \lambda, \bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2 = \dots = \bar{\xi}_m = \dots = \bar{\xi}_{n-1} = 1,$$

$$l_n = \bar{\xi}_n \lambda$$

$$z_c = \sqrt{\frac{S_c \lambda^2}{E J_c \tau_c}}$$

$$z_0 = u_0 z_c \quad u_0 = \sqrt{\frac{\kappa_0 \bar{\xi}_0^2}{\kappa_0 \bar{\xi}_0}}$$

$$z_1 = u_1 z_c \quad u_1 = \sqrt{\frac{\bar{\kappa}_1}{\kappa_1 \bar{\xi}_1}}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$z_m = u_m z_c \quad u_m = \sqrt{\frac{\bar{\kappa}_m}{\kappa_m \bar{\xi}_m}}$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$z_n = u_n z_c \quad u_n = \sqrt{\frac{\bar{\kappa}_n \bar{\xi}_n^c}{\kappa_n \bar{\xi}_n}}$$

$$c_0(z_0) = c_0(u_0 z_c) = c_0, \quad s_0(z_0) = s_0(u_0 z_c) = s_0,$$

$$c_1(z_1) = c_1(u_1 z_c) = c_1, \quad s_1(z_1) = s_1(u_1 z_c) = s_1,$$

$$\vdots \quad \vdots$$

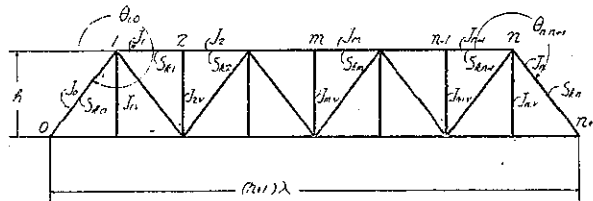
$$c_m(z_m) = c_m(u_m z_c) = c_m, \quad s_m(z_m) = s_m(u_m z_c) = s_m$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$c_n(z_n) = c_n(u_n z_c) = c_n, \quad s_n(z_n) = s_n(u_n z_c) = s_n$$

.....(157)

圖-24.

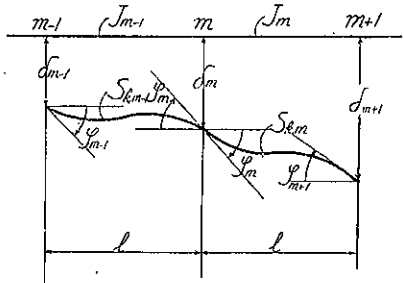


扱て取扱ひを単純とするため次の假定を設ける。

- (a) 各部材の捩りに對する抵抗は省略する
- (b) 格點 0 及 (n+1) は滑節構造とする
- (c) 斜材は滑節構造とする

以上の假定を許せばトラスが構面外へ彎曲を起した場合垂直材と横桁とが構成するラーメンを考へると、格點 2, 3, …(n-1) に於けるラーメンの垂直材の上端にはモーメントは作用しないこととなる。然し格點 1 及 n に於ては弦材が斜に剛結されてゐるため、例ひ部材が捩りに對し抵抗することが出来なくとも、ラーメンの上端にモーメントが作用することとなる。

圖-25.



1. 平衡條件式

各格點に於ける曲げモーメントと剪断力の平衡條件式を求めれば次の通りとなる。

(a) 曲げモーメントの平衡條件式

(1) 格點 m に於ける平衡條件式

上弦材が圖-25 の如く構面外へ撓屈を起した場合の格點 m に於ける曲げモーメントの平衡を考へる。部材の端モーメントは

$$M_{m, m-1} = \frac{EJc}{\lambda} \frac{\kappa_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \left\{ s_{m-1}\varphi_{m-1} + c_{m-1}\varphi_m - \frac{\delta_{m-1} - \delta_{m-2}}{\lambda} (c_{m-1} + s_{m+1}) \right\}$$

$$M_{m, m+1} = \frac{EJc}{\lambda} \frac{\kappa_m}{c^2_m - s^2_m} \left\{ c_m\varphi_m + s_m\varphi_{m+1} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{\lambda} (c_m + s_m) \right\}$$

となり、格點 m の平衡條件式は

$$M_{m, m-1} + M_{m, m+1} = 0$$

なるを以つて上の値を代入すると

$$\frac{\kappa_{m-1}s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \varphi_{m-1} + \left(\frac{\kappa_{m-1}c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} + \frac{\kappa_m c_m}{c^2_m - s^2_m} \right) \varphi_m + \frac{\kappa_m s_m}{c^2_m - s^2_m} \varphi_{m+1} + \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} - \left(\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \right) \frac{\delta_m}{\lambda} - \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} = 0 \dots (158)$$

となる。之の曲げモーメントの平衡條件式は格點 2, 3, …(n-1) に於て夫々成立する。従つて (n-2) 個の方程式が得られる。

(2) 格點 1 に於ける平衡條件式

次に格點 1 に於ける曲げモーメントの平衡を考へる。之の格點に於ては弦材が斜に剛結されてゐるから水平の曲げモーメントの平衡と垂直の曲げモーメントの平衡とに分けて考へると適合がよい。平衡條件式は水平の曲げモーメントに對しては

$$M_{1,0} \cos \theta_{1,0} + M_{1,2} = 0 \dots (159)$$

となり、垂直の曲げモーメントに對しては $M_{1,2}$ を垂直材の上端の曲げモーメントとすれば

$$M_{1,2} - M_{1,0} \sin \theta_{1,0} = 0 \dots (160)$$

となる。扱て部材の端モーメントは

$$M_{1,2} = \frac{EJc}{\lambda} \frac{\kappa_1}{c^2_1 - s^2_1} \left\{ c_1\varphi_1 + s_1\varphi_2 - \frac{\delta_2 - \delta_1}{\lambda} (c_1 + s_1) \right\} \dots (161)$$

$$M_{1,0} = \frac{EJc}{\lambda} \frac{\kappa_0}{c_0} \left\{ \varphi'_1 - \frac{\delta_1}{\lambda} \right\} \dots (162)$$

$$\cos \theta_{1,0} \qquad \qquad \qquad \cos \theta_{1,0}$$

にして

$$\varphi'_1 = \cos \theta_{1,0} \varphi_1 - \sin \theta_{1,0} \varphi'_1$$

なるを以つて

$$M_{1.0} = \frac{EJ_c}{\lambda} \frac{\kappa_0 \cos \theta_{1.0}}{c_0} \left\{ \cos \theta_{1.0} \varphi_1 - \sin \theta_{1.0} \varphi_1 - \cos \theta_{1.0} \frac{\delta_1}{\lambda} \right\} \dots (163)$$

となる。

(i) 水平曲げモーメントの平衡条件式

(161), (163) の兩式の値を (159) 式に代入すれば水平曲げモーメントの平衡条件式は

$$\begin{aligned} & -\frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0}}{c_0} \varphi^{v_1} \\ & + \left\{ \frac{\kappa_0 \cos^3 \theta_{1.0}}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \right\} \varphi_1 + \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \varphi_2 \\ & - \left\{ \frac{\kappa_0 \cos^3 \theta_{1.0}}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \frac{\delta_2}{\lambda} = 0 \dots (164) \end{aligned}$$

となる。

(ii) 垂直の曲げモーメントの平衡条件式

垂直の曲げモーメントに対しては圖-26 を参照し

$$K_f = \frac{J_f}{b}, \quad K_{1.v} = \frac{J_{1.v}}{h'_{1.v}}$$

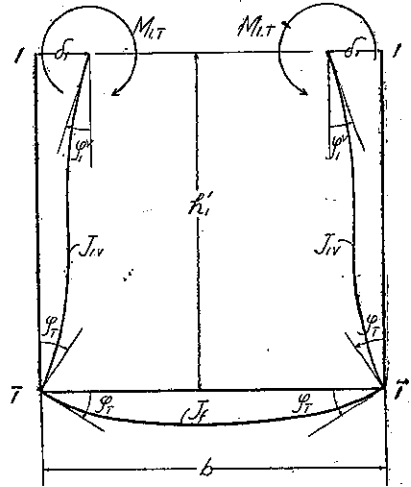
とすれば

$$M_{1.T} = \frac{EJ_c}{\lambda} 2\kappa_{1.v} \left(\frac{\lambda}{h'_{1.v}} \right) \left\{ \frac{2K_f + 3K_{1.v}}{K_f + 2K_{1.v}} \varphi^{v_1} - 3 \frac{K_f + K_{1.v}}{K_f + 2K_{1.v}} \left(\frac{\lambda}{h'_{1.v}} \right) \frac{\delta_1}{\lambda} \right\} \dots (165)^{(43)}$$

となり、之の (165) 式の値と (162) 式の値とを (160) 式に代入すれば

$$\left\{ \frac{\kappa_0 \sin^2 \theta_{1.0} \cos \theta_{1.0}}{c_0} + 2\kappa_{1.v} \left(\frac{\lambda}{h'_{1.v}} \right) \frac{2K_f + 3K_{1.v}}{K_f + 2K_{1.v}} \right\} \varphi^{v_1} - \frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0}}{c_0} \varphi_1$$

圖-26.



(43) 圖-26 を参照し普通の撓角撓度法を適用すれば格點 m に対し。

$$\begin{aligned} M_{\bar{m},\bar{m}} &= 2E \frac{J_f}{6} \varphi_{\bar{m}} \\ M_{\bar{m},m} &= 2E \frac{J_{m,v}}{h'_{m,v}} \left\{ 2\varphi^v_m + \varphi_{\bar{m}} - 3 \frac{\delta_m}{h'_{m,v}} \right\} \end{aligned}$$

にして $M_{\bar{m},\bar{m}} + M_{\bar{m},m} = 0$ なるを以つて

$$\varphi_{\bar{m}} = -\frac{J_{m,v}}{J_f + \frac{2J_{m,v}}{h'_{m,v}}} \varphi^v_m + 3 \frac{J_{m,v}}{J_f + \frac{2J_{m,v}}{h'_{m,v}}} \frac{\delta_m}{h'_{m,v}}$$

となる。之の値を

$$M_{m,\bar{m}} = 2E \frac{J_{m,v}}{h'_{m,v}} \left\{ 2\varphi^v_m + \varphi_{\bar{m}} - 3 \frac{\delta_m}{h'_{m,v}} \right\}$$

に代入すれば

$$\begin{aligned} M_{m,\bar{m}} &= 2E \frac{J_{m,v}}{h'_{m,v}} \left\{ \frac{2J_f + 3J_{m,v}}{b + \frac{2J_{m,v}}{h'_{m,v}}} \varphi^v_m - 3 \frac{J_f + J_{m,v}}{b + \frac{2J_{m,v}}{h'_{m,v}}} \frac{\delta_m}{h'_{m,v}} \right\} \\ &= 2E \frac{J_{m,v}}{h'_{m,v}} \left\{ \frac{2K_f + 3K_{m,v}}{K_f + 2K_{m,v}} \varphi^v_m - 3 \frac{K_f + K_{m,v}}{K_f + 2K_{m,v}} \frac{\delta_m}{h'_{m,v}} \right\} \\ &= \frac{EJ_c}{\lambda} 2\kappa_{m,v} \left(\frac{\lambda}{h'_{m,v}} \right) \left\{ \frac{2K_f + 3K_{m,v}}{K_f + 2K_{m,v}} \varphi^v_m - 3 \frac{K_f + K_{m,v}}{K_f + 2K_{m,v}} \left(\frac{\lambda}{h'_{m,v}} \right) \frac{\delta_m}{\lambda} \right\} \end{aligned}$$

となる。

$$+ \left\{ \frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0}}{c_0} - 6\kappa_{1.v} \left(\frac{\lambda}{h'_1} \right)^2 \frac{K_J + K_{1.v}}{K_J + 2K_{1.v}} \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} = 0 \dots\dots\dots (165)$$

となる。

(3) 格点 n に於ける平衡条件式

格点 n に於ても曲げモーメントの平衡条件式として次の (167), (168) の兩式が得られる。

(i) 水平の曲げモーメントの平衡条件式

$$\frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \varphi_{n-1} + \left\{ \frac{\kappa_n - 1 c_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} + \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1}}{c_n} \right\} \varphi_n + \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1}}{c_n} \varphi^v_n + \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} - \left\{ \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} + \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1}}{c_n} \right\} \frac{\delta_n}{\lambda} = 0 \dots\dots\dots (167)$$

(ii) 垂直の曲げモーメントの平衡条件式

$$\frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1}}{c_n} \varphi_n + \left\{ -\frac{\kappa_n \sin^2 \theta_{n,n+1} \cos \theta_{n,n+1}}{c_n} + 2\kappa_{n.v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right)^2 \frac{2K_J + 3K_{n.v}}{K_J + 2K_{n.v}} \right\} \varphi^v_n + \left\{ \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1}}{c_n} - 6\kappa_{n.v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right)^2 \frac{K_J + K_{n.v}}{K_J + 2K_{n.v}} \right\} \frac{\delta_n}{\lambda} = 0 \dots\dots\dots (168)$$

以上求めたる曲げモーメント平衡条件式を整理すると次の (169) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \rho'_{1.v} \varphi^v_1 + a'_0 \varphi_1 &\dots\dots\dots + d'_{1.v} \frac{\delta_1}{\lambda} &&= 0 \\ a'_0 \varphi^v_1 + \rho'_1 \varphi_1 + a_1 \varphi_2 &\dots\dots\dots - d'_{1.v} \frac{\delta_1}{\lambda} - b_1 \frac{\delta_2}{\lambda} &&= 0 \\ a_1 \varphi_1 + \rho_2 \varphi_2 + a_2 \varphi_3 &\dots\dots\dots + b_1 \frac{\delta_1}{\lambda} - d_1 \frac{\delta_2}{\lambda} - b_2 \frac{\delta_3}{\lambda} &&= 0 \\ &\vdots &&\vdots \\ a_{m-1} \varphi_{m-1} + \rho_m \varphi_m + a_m \varphi_{m+1} &\dots\dots\dots + b_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} - d_m \frac{\delta_m}{\lambda} - b_m \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} &&= 0 \\ &\vdots &&\vdots \\ a_{n-3} \varphi_{n-3} + \rho_{n-2} \varphi_{n-2} + a_{n-2} \varphi_{n-1} &\dots\dots\dots + b_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{\lambda} - d_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{\lambda} - b_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} &&= 0 \\ a_{n-2} \varphi_{n-2} + \rho'_{n-1} \varphi_{n-1} + a'_{n-1} \varphi^v_{n-1} &\dots\dots\dots + b_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{\lambda} - d'_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} &&= 0 \\ a'_{n-1} \varphi_{n-1} + \rho'_{n-1.v} \varphi^v_{n-1} &\dots\dots\dots + d'_{n.v} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} &&= 0 \end{aligned} \right\} (169)$$

但し上式中

$$\left. \begin{aligned} \rho_m &= \frac{\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} + \frac{\kappa_m c_m}{c^2_m - s^2_m}, & a_m &= \frac{\kappa_m s_m}{c^2_m - s^2_m}, \\ d_m &= \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{c_m - s_m}, & b_m &= \frac{\kappa_m}{c_m - s_m}, \\ \rho'_1 &= \frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1.0}}{c_0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c^2_1 - s^2_1}, & \rho'_n &= \frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} + \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1}}{c_n}, \\ \rho'_{1.v} &= \frac{\kappa_0 \sin^2 \theta_{1.0} \cos \theta_{1.0}}{c_0} + 2\kappa_{1.v} \left(\frac{\lambda}{h'_1} \right)^2 \frac{2K_J + 3K_{1.v}}{K_J + 2K_{1.v}}, \\ \rho'_{n.v} &= -\frac{\kappa_n \sin^2 \theta_{n,n+1} \cos \theta_{n,n+1}}{c_n} + 2\kappa_{n.v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right)^2 \frac{2K_J + 3K_{n.v}}{K_J + 2K_{n.v}}, \\ a'_0 &= -\frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0}}{c_0}, & a'_n &= \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1}}{c_n}, \\ d'_{1.v} &= \frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1.0}}{c_0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1}, \\ d'_{n.v} &= \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} + \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1}}{c_n}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (170)$$

$$d'_{1,v} + \frac{\kappa_0 \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0}}{c_0} - 6\kappa_{1,v} \left(\frac{\lambda}{h'_{1,v}} \right)^2 \frac{K_J + K_{1,v}}{K_J + 2K_{1,v}}$$

$$d'_{n,v} = \frac{\kappa_n \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1}}{c_n} - 6\kappa_{n,v} \left(\frac{\lambda}{h'_{n,v}} \right)^2 \frac{K_J + K_{n,v}}{K_J + 2K_{1,v}}$$

を表すものである。

(b) 剪断力の平衡条件式

(1) 格点 m に於ける平衡条件式

先づ任意の格点 m に於ける剪断を求める。次の圖-27 を参照して格点 m を切り出して考へた場合 m 點に作用する構面に直角の力を X_m とすれば

$$X_m = -Q'_m + Q''_m + D_{k,m} \frac{\delta_m}{l_m} + V_{k,m} \frac{\delta_m}{h_m} + D_{k,m+1} \frac{\delta_m}{l_{m+1}}$$

$$= -Q'_m + Q''_m + \left(D_{k,m} \sin \phi_m + V_{k,m} + D_{k,m+1} \sin \phi_{m+1} \right) \frac{\delta_m}{h_m}$$

.....(171)

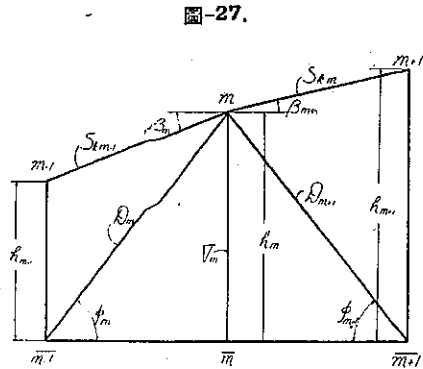


圖-27.

となる。上式中 Q'_m は上弦材の m-1, m 部材の m 點の左側に於ける剪断力, Q''_m は同じく m, m+1 部材の m 點の右側に於ける剪断力, $D_{k,m}, D_{k,m+1}, V_{k,m}$ は夫々柱屈應力状態に於ける斜材及垂直材の軸方向應力にして、壓縮力を總て正として考へてゐる。

扱て m 格點に $\Sigma V = 0$ を應用すると

$$S_{k,m-1} \sin \beta_m - S_{k,m} \sin \beta_{m+1} + D_{k,m} \sin \phi_m + V_{k,m} + D_{k,m+1} \sin \phi_{m+1} = 0 \dots\dots\dots(172)$$

となる。

之より

$$D_{k,m} \sin \phi_m + V_{k,m} + D_{k,m+1} \sin \phi_{m+1} = -(S_{k,m-1} \sin \beta_m - S_{k,m} \sin \beta_{m+1})$$

となり、之の値を (171) 式に代入すれば

$$X_m = -Q'_m + Q''_m - (S_{k,m-1} \sin \beta_m - S_{k,m} \sin \beta_{m+1})$$

$$= -Q'_m + Q''_m - \left\{ S_{k,m-1} \frac{h_m - h_{m-1}}{\lambda} - S_{k,m} \frac{h_{m+1} - h_m}{\lambda} \right\} \frac{\delta_m}{h_m}$$

$$= -Q'_m + Q''_m - \frac{EJ_c}{\lambda^2} \left\{ \frac{\kappa_{m-1} \cos^2 \theta_{m,m-1} (h_m - h_{m-1})}{h_{m-1}} z^2_{m-1} + \frac{\kappa_m \cos^2 \theta_{m,m+1} (h_{m+1} - h_m)}{h_m} z^2_m \right\} \frac{\delta_m}{\lambda}$$

.....(173)

となる。平行弦のトラスの場合は

$$h_{m-1} = h_m = h_{m+1}$$

なるを以つて格點 1 及 (n-1) 以外の格點に於ては

$$X_m = -Q'_m + Q''_m$$

となる。扱て

$$Q'_m = -\frac{F_c J_c}{\lambda^2} \kappa_{m-1} \left\{ \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \varphi_{m-1} + \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \varphi_m - \frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{\lambda} \left(z^2_{m-1} - \frac{1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \right\}$$

$$Q''_m = -\frac{EJ_c}{\lambda^2} \kappa_m \left\{ \frac{1}{c_m - s_m} \varphi_m + \frac{1}{c_m - s_m} \varphi_{m+1} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{\lambda} \left(z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \right\}$$

にして格點 m に於ては次の平衡条件式が成立する。

$$X_m - k_m \delta_m = 0 \dots\dots\dots(174)$$

上式に上の剪断力の値を代入して

$$\gamma_m = \frac{k_m \lambda^3}{EJ_c}$$

とすれば

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1}-s_{m-1}} \varphi_{m-1} - \left(\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1}-s_{m-1}} - \frac{\kappa_m}{c_m-s_m} \right) \varphi_m + \frac{\kappa_m}{c_m-s_m} \varphi_{m+1} \\ & + \kappa_{m-1} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1}-s_{m-1}} \right) \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} \\ & - \left[\kappa_{m-1} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_m-s_{m-1}} \right) + \kappa_m \left(z_m - \frac{2}{c_m-s_m} \right) - \gamma_m \right] \frac{\delta_m}{\lambda} \\ & + \kappa_m \left(z_m^2 - \frac{2}{c_m-s_m} \right) \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (175)$$

となる。之の (174) 式は格點 2, 3, … (n-2) に於て成立する。格點 1 及 n-1 に於ては弦材を斜に剛結してゐるから別に求めなければならない。

(2) 格點 1 に於ける平衡條件式

格點 1 に於てはラーメンには次の 圖-28 の如く垂直材の上端に水平力 X_1 とモーメント $M_{1,v}$ とが作用する。

$$X_1 = -Q_1^i + Q_1^v - \frac{EJ_c}{\lambda^2} \kappa_0 \cos^2 \theta_{1,0} z_0^2 \frac{\delta_1}{\lambda} \dots\dots\dots (176)$$

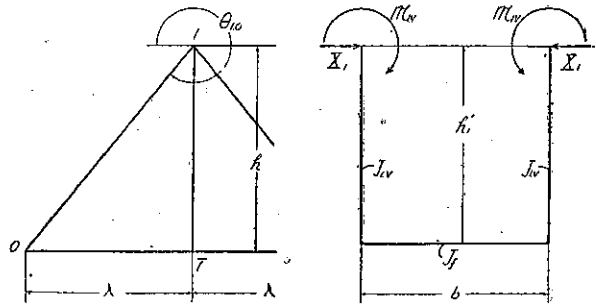


圖-28.

然るに

$$Q_1^i = -\frac{EJ_c}{l_0^2} \kappa_0 \left\{ \frac{1}{c_0} \varphi_1^i + \frac{\delta_1}{l_0} \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) \right\}$$

にして

$$l_0 = \lambda \frac{1}{\cos \theta_{1,0}}$$

$$\varphi_1^i = \cos \theta_{1,0} \varphi_1 - \sin \theta_{1,0} \varphi_1^v$$

なるを以つて之等の値を代入すれば

$$Q_1^i = -\frac{EJ_c}{\lambda^2} \kappa_0 \cos^2 \theta_{1,0} \left\{ \frac{\cos \theta_{1,0}}{c_0} \varphi_1 - \frac{\sin \theta_{1,0}}{c_0} \varphi_1^v + \frac{\delta_1}{\lambda} \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) \cos \theta_{1,0} \right\} \dots\dots\dots (177)$$

となる。次に

$$Q_1^v = -\frac{EJ_c}{\lambda^2} \kappa_1 \left\{ \frac{1}{c_1-s_1} \varphi_1 + \frac{1}{c_1-s_1} \varphi_2 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{\lambda} \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1-s_1} \right) \right\}$$

にして、之等の剪断力の値を (176) 式に代入すれば

$$X_1 = \frac{EJ_c}{\lambda^2} \left[\begin{aligned} & -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \varphi_1^v \\ & + \left(\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1}{c_1-s_1} \right) \varphi_1 - \frac{\kappa_1}{c_1-s_1} \varphi_2 \\ & + \left\{ \kappa_0 \cos^2 \theta_{1,0} \left(z_1^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1-s_1} \right) - \kappa_0 \cos^2 \theta_{1,0} z_0^2 \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} \\ & - \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1-s_1} \right) \frac{\delta_2}{\lambda} \end{aligned} \right] \dots\dots\dots (178)$$

となる。

ラーメンの上端に作用するモーメントは

$$M_{1,v} = -M_{1,0} \cos(\theta_{1,0} - 270^\circ) = M_{1,0} \sin \theta_{1,0} \dots\dots\dots (179)$$

を以つて表される。上式に (163) 式を代入すれば

$$M_{1,v} = \frac{EJc}{\lambda} \kappa_0 \cos \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \left\{ \frac{\cos \theta_{1,0}}{c_0} \varphi_1 - \frac{\sin \theta_{1,0}}{c_0} \varphi_1' - \frac{\cos \theta_{1,0} \delta_1}{c_0 \lambda} \right\} \dots (180)$$

となる。扱て格点 1 に於ては平衡条件式として

$$X_1 - k_1 \delta_1 + \frac{k_1}{k_1} M_{1,v} = 0 \dots (181)$$

なる関係がある。(181) 式に (178), (180) 兩式の値を代入すると

$$\left. \begin{aligned} &+ \left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} + \frac{\lambda k_1 \kappa_0}{k_1 c_0} \cos \theta_{1,0} \sin^2 \theta_{1,0} \right\} \varphi_1' \\ &- \left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^3 \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} + \frac{\lambda k_1 \kappa_0}{k_1 c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \right\} \varphi_1 + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \varphi_2 \\ &- \left\{ \kappa_0 \cos^3 \theta_{1,0} \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) - \frac{\lambda k_1 \kappa_0}{k_1 c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} - \kappa_0 \cos^3 \theta_{1,0} z_0^2 \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} \\ &\quad + \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \frac{\delta_2}{\lambda} = 0 \end{aligned} \right\} \dots (182)$$

となる。

(3) 格点 n に於ける平衡条件式

次に格点 n に於ける平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned} X_n &= -Q^n + Q^n + \frac{EJc}{\lambda^2} \kappa_n \cos^3 \theta_{n,n+1} z^n \\ M_{n,v} &= M_{n,n+1} \cos(270^\circ - \theta_{n,n+1}) = -M_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \end{aligned} \right\} \dots (183)$$

となり、之を格点 n に於ける平衡条件式

に代入すれば

$$X_n - k_n \delta_n + \frac{k_n}{k_n} M_{n,v} = 0 \dots (184)$$

$$\left. \begin{aligned} &- \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \varphi_{n-1}' - \left\{ \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^3 \theta_{n,n+1} - \frac{\lambda k_n \kappa_n}{k_n c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \right\} \varphi_n \\ &+ \left\{ \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} - \frac{\lambda k_n \kappa_n}{k_n c_n} \cos \theta_{n,n+1} \sin^2 \theta_{n,n+1} \right\} \varphi_n' \\ &\quad + \kappa_{n-1} \left(z_{n-1}^2 - \frac{2}{c_{n-1} - s_{n-1}} \right) \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} \\ &- \left\{ \kappa_{n-1} \left(z_{n-1}^2 - \frac{2}{c_{n-1} - s_{n-1}} \right) - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^3 \theta_{n,n+1} \left(z_n^2 - \frac{1}{c_n} \right) - \frac{\lambda k_n \kappa_n}{k_n c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \right\} \frac{\delta_n}{\lambda} = 0 \\ &\quad + \kappa_n \cos^3 \theta_{n,n+1} z_n^2 - \gamma_n \end{aligned} \right\} \dots (185)$$

となる。

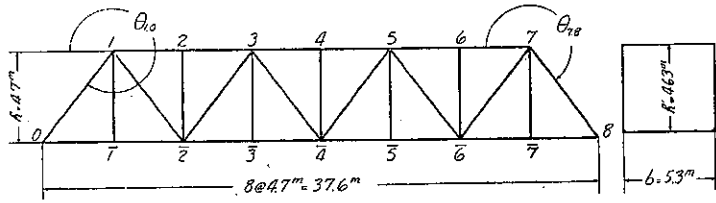
以上求めたる剪断力の平衡条件式を整理すれば次の (186) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}'_{1,0} \varphi_1' - \bar{d}'_1 \varphi_1 + b_1 \varphi_2 \dots - \bar{p}'_1 \frac{\delta_1}{\lambda} + e_1 \frac{\delta_2}{\lambda} &= 0 \\ -b_1 \varphi_1 - d_2 \varphi_2 + b_2 \varphi_3 \dots + e_1 \frac{\delta_1}{\lambda} - \bar{p}'_2 \frac{\delta_2}{\lambda} + e_2 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\ \vdots &\vdots \\ -b_{m-1} \varphi_{m-1} - d_m \varphi_m + b_m \varphi_{m+1} \dots + e_{m-1} \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} - \bar{p}'_m \frac{\delta_m}{\lambda} + e_m \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} &= 0 \\ \vdots &\vdots \\ -b_{n-3} \varphi_{n-3} - d_{n-2} \varphi_{n-2} + b_{n-2} \varphi_{n-1} \dots + e_{n-3} \frac{\delta_{n-3}}{\lambda} - \bar{p}'_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{\lambda} + e_{n-2} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} &= 0 \\ -b_{n-2} \varphi_{n-2} - d'_{n-1} \varphi_{n-1} + \bar{d}'_{n-1,v} \varphi_{n-1}' + e_{n-2} \frac{\delta_{n-2}}{\lambda} - \bar{p}'_{n-1} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (186)$$

但し上式中

$J = 38\ 700\text{ cm}^4,$
 $J_v = 45\ 100\text{ cm}^4,$
 $J_f = 39\ 200\text{ cm}^4,$
 $\lambda = 470\text{ cm},\ h = 470\text{ cm},$
 $b = 530\text{ cm},\ h' = 463\text{ cm},$
 上弦材の斷面積
 $A = 145\text{ cm}^2,$
 $\sin\theta_{1.0} = -\cos\theta_{1.0} = 0.7071$

圖-29.



従つて

$$\begin{aligned}
 K_v &= \frac{J_v}{J} = 1.165, & K_f &= \frac{J_f}{b} \frac{1}{\lambda} = 0.898, \\
 K_v &= \frac{J_v}{h'} \frac{1}{\lambda} = 1.183, & 2K_v \left(\frac{\lambda}{h'}\right) \frac{2K_f + 3K_v}{K_f + 2K_v} &= 3.873, \\
 6K_v \left(\frac{\lambda}{h'}\right)^2 \frac{K_f + K_v}{K_f + 2K_v} &= 4.592, & \frac{\lambda k}{k} &= 3 \left(\frac{\lambda}{h'}\right) \frac{K_f + K_v}{2K_f + 3K_v} = 1.188, \\
 \gamma &= 6 \left(\frac{\lambda}{h'}\right)^2 \frac{K K_v}{2K_f + 3K_v} = 1.229
 \end{aligned}$$

となる。

トラスが左右全く對稱の構造であるから、荷重が對稱に作用する場合は對稱形彎曲の場合と逆對稱形彎曲の場合とに區別して考へる。

(a) 對稱形彎曲の場合

曲げモーメントの平衡條件式を示せば

$$\begin{aligned}
 &\left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \sin^2 \theta_{1.0} \cos \theta_{1.0} \\ + 2K_f \left(\frac{\lambda}{h'}\right) \\ \frac{2K_v + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0
 \end{aligned}$$

となる。

次に剪断力の平衡條件式を示せば次の (190) 式となる。

$$\begin{aligned}
 &\left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ + \frac{2K_f}{h'} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \\ \sin^2 \theta_{1.0} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0 \\
 &\dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots \left[\begin{array}{l} \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ - \frac{1}{6} \cos^2 \theta_{1.0} \sin \theta_{1.0} \\ \frac{2K_f + 3K_v}{h' + 2\lambda} \end{array} \right] \dots \dots \dots = 0
 \end{aligned}$$

(b) 逆對稱形彎曲の場合

曲げモーメント及剪断力の平衡條件を求めると夫々次の (191), (192) の兩式となる。

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0 \cos \theta_0}{(2K + \lambda^2)^2} \right] \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0 \cos \theta_0}{2K + \lambda^2} - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0 \dots = 0 \\
 & - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0 + \left[\frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \right] \frac{1}{2} \cos^2 \theta_0 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \dots = 0 \\
 & \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \left[\frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \right] \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \dots = 0 \quad (191) \\
 & \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \left[\frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \right] \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \dots = 0 \\
 & \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} \dots + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta_0}{2K + \lambda^2} = 0 \\
 & \left[\frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \right] \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \left[\frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \right] \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \dots = 0 \\
 & - \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \left[\frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \right] \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \dots = 0 \quad (192) \\
 & = \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \left[\frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \right] \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 \theta_0 \sin \theta_0}{\sin^2 \theta_0} \dots = 0
 \end{aligned}$$

図 1. 上記のトラスが各格点に 14000 kg の荷重を有する場合の上弦材の構面外への屈服安全率を求め。之の橋梁が 500 kg/m² の等分布荷重を満載した場合に相當する。

各部材の應力は圖-30 に示してある。

先づ安全率 $\nu = 3$ と假定してみる。

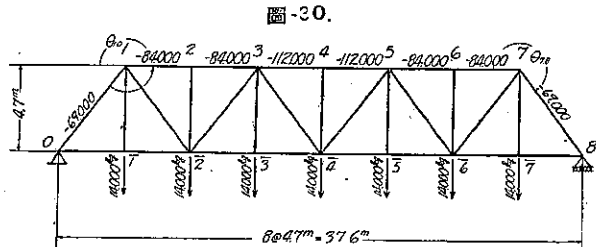


圖-30.

$$\sigma_0 = \frac{3 \times 69\,000}{145} = 1\,430 \text{ kg/cm}^2 < 1\,905 \text{ kg/cm}^2 \quad \tau_0 = 1$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{3 \times 84\,000}{145} = 1\,740 \text{ kg/cm}^2 < 1\,905 \text{ kg/cm}^2 \quad \tau_1 = \tau_2 = 1$$

$$\sigma_3 = \frac{3 \times 112\,000}{145} = 2\,320 \text{ kg/cm}^2 > 1\,905 \text{ kg/cm}^2 \quad \tau_3 = 0.512$$

従つて

$$z_0 = \sqrt{\frac{3 S_0 I_0^2}{E J}} = 0.34 \pi$$

$$z_1 = z_2 = \sqrt{\frac{3 S_1 \lambda^2}{E J}} = 0.26 \pi$$

$$z_3 = \sqrt{\frac{3 S_3 \lambda^2}{E J}} = 0.42 \pi$$

となる。逆対稱形彎曲の場合の曲げモーメントの平衡條件式は

$$\begin{aligned}
 & 4.850 \varphi_1 + 0.977 \varphi_2 \dots - 5.569 \frac{\delta_1}{\lambda} \dots = 0 \\
 & 0.977 \varphi_1 + 4.887 \varphi_2 + 2.023 \varphi_3 \dots + 4.956 \frac{\delta_1}{\lambda} - 5.933 \frac{\delta_2}{\lambda} \dots = 0 \\
 & 2.023 \varphi_1 + 7.820 \varphi_2 + 2.023 \varphi_3 \dots + 5.933 \frac{\delta_1}{\lambda} \dots - 5.933 \frac{\delta_3}{\lambda} = 0 \\
 & 2.023 \varphi_2 + 7.673 \varphi_3 + 2.062 \varphi_4 \dots + 5.933 \frac{\delta_2}{\lambda} - 0.109 \frac{\delta_4}{\lambda} = 0 \\
 & 2.062 \varphi_3 + 3.763 \varphi_4 \dots + 5.824 \frac{\delta_3}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \quad (i)$$

となる。次に剪断力の平衡条件式を求めると

$$\left. \begin{aligned} 0.182\varphi_1^v + 6.115\varphi_1 + 5.933\varphi_2 &\dots\dots\dots + 13.405\frac{\delta_1}{\lambda} - 11.199\frac{\delta_2}{\lambda} \dots\dots\dots = 0 \\ -5.933\varphi_1 &\dots\dots\dots + 5.933\varphi_3 \dots\dots\dots - 11.199\frac{\delta_1}{\lambda} + 23.627\frac{\delta_2}{\lambda} - 11.199\frac{\delta_3}{\lambda} = 0 \\ -5.933\varphi_2 - 0.109\varphi_3 + 5.824\varphi_4 &\dots\dots\dots - 11.199\frac{\delta_2}{\lambda} + 22.335\frac{\delta_3}{\lambda} = 0 \end{aligned} \right\} \dots(ii)$$

となる。(i) 式より φ を求めると

$$\begin{aligned} \varphi_1^v &= 1.391\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.265\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.068\frac{\delta_3}{\lambda} \\ \varphi_1 &= -1.083\frac{\delta_1}{\lambda} + 1.316\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.335\frac{\delta_3}{\lambda} \\ \varphi_2 &= -0.520\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.115\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.777\frac{\delta_3}{\lambda} \\ \varphi_3 &= 0.161\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.871\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.264\frac{\delta_3}{\lambda} \\ \varphi_4 &= -0.088\frac{\delta_1}{\lambda} + 0.477\frac{\delta_2}{\lambda} - 1.692\frac{\delta_3}{\lambda} \end{aligned}$$

となる。上記の値を (ii) 式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} 3.95\frac{\delta_1}{\lambda} - 3.88\frac{\delta_2}{\lambda} + 2.57\frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\ -3.82\frac{\delta_1}{\lambda} + 10.65\frac{\delta_2}{\lambda} - 7.65\frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\ 2.56\frac{\delta_1}{\lambda} - 7.64\frac{\delta_2}{\lambda} + 7.84\frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(iii)$$

となる。上式の係数の行列式の値を計算すれば

$$\begin{vmatrix} 3.95 & -3.88 & 2.57 \\ -3.82 & 10.65 & -7.65 \\ 2.56 & -7.64 & 7.84 \end{vmatrix} = +63.6 \dots\dots\dots(iv)$$

となる。

次に安全率 $\nu=3.5$ の場合の計算を試みる。

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{3.5 \times 69\,000}{145} = 1\,670 \text{ kg/cm}^2 < 1\,905 \text{ kg/cm}^2 \quad \tau_0 = 1 \\ \sigma_1 = \sigma_2 &= \frac{3.5 \times 84\,000}{145} = 2\,030 \text{ kg/cm}^2 > 1\,905 \text{ kg/cm}^2 \quad \tau_1 = \tau_2 = 0.843 \\ \sigma_3 &= \frac{3.5 \times 112\,000}{145} = 2\,700 \text{ kg/cm}^2 > 1\,905 \text{ kg/cm}^2 \quad \tau_3 = 0.157 \end{aligned}$$

従つて

$$\begin{aligned} z_0 &= \sqrt{\frac{3.5 S_0^2}{EJ}} = 0.36\pi \\ z_1 = z_2 &= \sqrt{\frac{3.5 S_1 \lambda^2}{EJ\tau_1}} = 0.31\pi \\ z_3 &= \sqrt{\frac{3.5 S_3 \lambda^3}{EJ\tau_3}} = 0.83\pi \end{aligned}$$

となり、逆対稱形撓曲の場合を考へれば曲げモーメントの平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned}
 4.839\varphi_1 + 0.966\varphi_1 \dots \dots \dots - 5.558 \frac{\delta_1}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 0.966\varphi_1 + 4.838\varphi_1 + 2.033\varphi_2 \dots \dots \dots + 4.939 \frac{\delta_1}{\lambda} - 5.905 \frac{\delta_2}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 2.033\varphi_1 + 7.744\varphi_2 + 2.033\varphi_3 \dots \dots \dots + 5.905 \frac{\delta_1}{\lambda} \dots \dots \dots - 5.905 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\
 2.033\varphi_2 + 6.871\varphi_3 + 2.286\varphi_4 \dots \dots \dots + 5.905 \frac{\delta_2}{\lambda} - 0.621 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\
 2.286\varphi_3 + 2.999\varphi_4 \dots \dots \dots + 5.284 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots (v)$$

となる。又剪断の平衡条件式は

$$\left. \begin{aligned}
 0.180\varphi_1 + 6.085\varphi_1 + 5.905\varphi_2 \dots \dots \dots + 13.057 \frac{\delta_1}{\lambda} - 10.862 \frac{\delta_2}{\lambda} \dots \dots \dots &= 0 \\
 -5.905\varphi_1 \dots \dots \dots + 5.905\varphi_3 \dots \dots \dots - 10.862 \frac{\delta_1}{\lambda} + 22.953 \frac{\delta_2}{\lambda} - 10.862 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\
 -5.905\varphi_2 - 0.621\varphi_3 + 5.284\varphi_4 \dots \dots \dots - 10.862 \frac{\delta_2}{\lambda} + 15.860 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0
 \end{aligned} \right\} (vi)$$

となる。(v) 式より φ を求めれば

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= 1.361 \frac{\delta_1}{\lambda} - 0.256 \frac{\delta_2}{\lambda} + 0.059 \frac{\delta_3}{\lambda} \\
 \varphi_2 &= -1.067 \frac{\delta_1}{\lambda} + 1.288 \frac{\delta_2}{\lambda} - 0.293 \frac{\delta_3}{\lambda} \\
 \varphi_3 &= -0.539 \frac{\delta_1}{\lambda} - 0.040 \frac{\delta_2}{\lambda} + 0.670 \frac{\delta_3}{\lambda} \\
 \varphi_4 &= 0.214 \frac{\delta_1}{\lambda} - 1.136 \frac{\delta_2}{\lambda} + 0.642 \frac{\delta_3}{\lambda} \\
 \varphi_5 &= -0.163 \frac{\delta_1}{\lambda} + 0.866 \frac{\delta_2}{\lambda} - 2.251 \frac{\delta_3}{\lambda}
 \end{aligned}$$

となり之の値を (vi) 式に代入すれば次の (vii) 式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 3.638 \frac{\delta_1}{\lambda} - 3.295 \frac{\delta_2}{\lambda} + 2.173 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\
 -2.295 \frac{\delta_1}{\lambda} + 8.992 \frac{\delta_2}{\lambda} - 5.341 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0 \\
 2.179 \frac{\delta_1}{\lambda} - 5.357 \frac{\delta_2}{\lambda} - 0.378 \frac{\delta_3}{\lambda} &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (vii)$$

(vii) 式の $\frac{\delta}{\lambda}$ の係数の作る行列式の値を計算すれば

$$\begin{vmatrix} 3.64 & -3.30 & 2.1 \\ -3.30 & 8.99 & -5.34 \\ 2.18 & -5.36 & -0.38 \end{vmatrix} = -68.2 \dots \dots \dots (viii)$$

となる。

従つて逆対称形に撓曲する場合の安全率は $\nu=3.25$ となる。

次に対称形に撓曲する場合を考へてみる。

先づ安全率を $\nu=3$ と假定すれば曲げモーメントと剪断力の平衡条件式は夫々次の (ix) 式と (x) 式となる。

$$4.850\varphi_1 + 0.977\varphi_1 \dots \dots \dots - 5.569 \frac{\delta_1}{\lambda} \dots \dots \dots = 0$$

$$\begin{aligned}
 &0.977\varphi_1^v + 4.887\varphi_1 + 2.023\varphi_2 \cdots \cdots + 4.956\frac{\delta_1}{\lambda} - 5.933\frac{\delta_2}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &2.023\varphi_1 + 7.820\varphi_2 + 2.023\varphi_3 + 5.933\frac{\delta_1}{\lambda} \cdots \cdots - 5.933\frac{\delta_3}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &2.023\varphi_2 + 7.673\varphi_3 \cdots \cdots + 5.933\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.109\frac{\delta_3}{\lambda} - 5.824\frac{\delta_4}{\lambda} = 0 \\
 &0.182\varphi_1^v + 6.115\varphi_1 + 5.933\varphi_2 \cdots \cdots + 13.405\frac{\delta_1}{\lambda} - 11.199\frac{\delta_2}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &-5.933\varphi_1 \cdots \cdots + 5.933\varphi_3 - 11.199\frac{\delta_1}{\lambda} + 23.627\frac{\delta_2}{\lambda} - 11.199\frac{\delta_3}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &-5.933\varphi_2 - 0.109\varphi_3 \cdots \cdots - 11.199\frac{\delta_2}{\lambda} + 22.335\frac{\delta_3}{\lambda} - 9.907\frac{\delta_4}{\lambda} = 0 \\
 &-11.648\varphi_3 \cdots \cdots - 19.814\frac{\delta_3}{\lambda} + 21.043\frac{\delta_4}{\lambda} = 0
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \dots \text{(ix)} \\ \dots \text{(x)} \end{array} \right\}$$

(ix) 式より φ を解き δ/λ で表せば

$$\begin{aligned}
 \varphi_1^v &= 1.392\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.269\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.080\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.019\frac{\delta_4}{\lambda} \\
 \varphi_1 &= -1.086\frac{\delta_1}{\lambda} + 1.333\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.397\frac{\delta_3}{\lambda} + 0.093\frac{\delta_4}{\lambda} \\
 \varphi_2 &= -0.513\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.155\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.920\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.216\frac{\delta_4}{\lambda} \\
 \varphi_3 &= 0.135\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.732\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.228\frac{\delta_3}{\lambda} + 0.742\frac{\delta_4}{\lambda}
 \end{aligned}$$

となり、之の値を (x) 式に代入すれば

$$\begin{aligned}
 &3.973\frac{\delta_1}{\lambda} - 4.017\frac{\delta_2}{\lambda} + 2.995\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.719\frac{\delta_4}{\lambda} = 0 \\
 &-3.955\frac{\delta_1}{\lambda} + 11.375\frac{\delta_2}{\lambda} - 10.197\frac{\delta_3}{\lambda} + 3.850\frac{\delta_4}{\lambda} = 0 \\
 &3.029\frac{\delta_1}{\lambda} - 10.199\frac{\delta_2}{\lambda} + 16.902\frac{\delta_3}{\lambda} + 8.706\frac{\delta_4}{\lambda} = 0 \\
 &-1.577\frac{\delta_1}{\lambda} + 8.553\frac{\delta_2}{\lambda} - 17.150\frac{\delta_3}{\lambda} + 12.373\frac{\delta_4}{\lambda} = 0
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \dots \text{(xi)} \end{array} \right\}$$

となる。(xi) 式の係数の作る行列式の値を計算すれば

$$\begin{vmatrix}
 3.97 & -4.02 & 3.00 & -0.72 \\
 -3.96 & 11.38 & -10.20 & 3.85 \\
 3.03 & -10.20 & 16.90 & -8.71 \\
 -1.58 & 8.55 & -17.15 & 12.37
 \end{vmatrix} = +663.3 \dots \dots \dots \text{(xii)}$$

となる。

次に安全率 $\nu=3.5$ と假定して計算を行ふ。

之の場合曲げモーメントの平衡条件式を求めると

$$\begin{aligned}
 &4.839\varphi_1^v + 0.963\varphi_1 \cdots \cdots - 5.558\frac{\delta_1}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &0.966\varphi_1^v + 4.833\varphi_1 + 2.033\varphi_2 \cdots \cdots + 4.939\frac{\delta_1}{\lambda} - 5.905\frac{\delta_2}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &2.033\varphi_1 + 7.744\varphi_2 + 2.033\varphi_3 + 5.905\frac{\delta_1}{\lambda} \cdots \cdots - 5.905\frac{\delta_3}{\lambda} \cdots \cdots = 0 \\
 &2.033\varphi_2 + 6.871\varphi_3 \cdots \cdots + 5.905\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.621\frac{\delta_3}{\lambda} - 5.284\frac{\delta_4}{\lambda} = 0
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \dots \text{(xiii)} \end{array} \right\}$$

となる。次に剪断力の平衡条件式を計算すれば

$$\left. \begin{aligned} 0.180\varphi_1 + 6.085\varphi_1 + 5.905\varphi_2 \dots\dots\dots + 13.057\frac{\delta_1}{\lambda} - 10.862\frac{\delta_2}{\lambda} \dots\dots\dots &= 0 \\ -5.905\varphi_2 \dots\dots\dots + 5.905\varphi_3 - 10.862\frac{\delta_1}{\lambda} + 22.953\frac{\delta_2}{\lambda} - 10.862\frac{\delta_3}{\lambda} \dots\dots\dots &= 0 \\ -5.905\varphi_2 - 0.621\varphi_3 \dots\dots\dots - 10.862\frac{\delta_2}{\lambda} + 15.860\frac{\delta_3}{\lambda} - 3.769\frac{\delta_4}{\lambda} &= 0 \\ -10.568\varphi_3 \dots\dots\dots - 7.538\frac{\delta_3}{\lambda} + 8.767\frac{\delta_4}{\lambda} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (xiv)$$

となる。(xiii) 式より φ を δ/λ で表せば

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1.137\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.266\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.080\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.022\frac{\delta_4}{\lambda} \\ \varphi_2 &= -1.075\frac{\delta_1}{\lambda} + 1.330\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.401\frac{\delta_3}{\lambda} + 0.109\frac{\delta_4}{\lambda} \\ \varphi_3 &= -0.521\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.134\frac{\delta_2}{\lambda} + 0.915\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.250\frac{\delta_4}{\lambda} \\ \varphi_4 &= 0.154\frac{\delta_1}{\lambda} - 0.820\frac{\delta_2}{\lambda} - 0.180\frac{\delta_3}{\lambda} + 0.843\frac{\delta_4}{\lambda} \end{aligned}$$

となる。上式の値を (xiv) 式に代入すれば次の (xv) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} 3.644\frac{\delta_1}{\lambda} - 3.608\frac{\delta_2}{\lambda} + 2.977\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.317\frac{\delta_4}{\lambda} &= 0 \\ -3.605\frac{\delta_1}{\lambda} + 10.257\frac{\delta_2}{\lambda} - 9.557\frac{\delta_3}{\lambda} + 4.334\frac{\delta_4}{\lambda} &= 0 \\ 2.981\frac{\delta_1}{\lambda} - 9.562\frac{\delta_2}{\lambda} + 10.569\frac{\delta_3}{\lambda} - 2.817\frac{\delta_4}{\lambda} &= 0 \\ -1.627\frac{\delta_1}{\lambda} + 8.666\frac{\delta_2}{\lambda} - 5.636\frac{\delta_3}{\lambda} - 0.142\frac{\delta_4}{\lambda} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (xv)$$

(xv) 式の係数の行列式を計算すれば

$$\begin{vmatrix} 3.64 & -3.61 & 2.98 & -0.82 \\ -3.61 & 10.26 & -9.56 & 4.33 \\ 2.98 & -9.56 & 10.57 & -2.82 \\ -1.63 & 8.67 & -5.64 & -0.14 \end{vmatrix} = -124.5 \dots\dots\dots (xvi)$$

となる。従つて (xii) 式と (xvi) 式とを比較して 對稱形彎曲の場合の上弦材の構面外への挫屈安全率は $\nu=3.35$ となる。

以上逆對稱形彎曲の場合と對稱形彎曲の場合の挫屈安全率を求めたが、兩者を比較すると逆對稱形彎曲の場合が小であるから、安全率としては之の場合の値 $\nu=3.25$ をとるべきこととなる。

2. トラスから總ての荷重を取り去り次の

圖-31 に示す如く格點 1 及 n に於て水平の壓力を加へたる場合の上弦材の挫屈應力を求める。之の場合上弦材の水平部材以外の總ての部材の應力は零となる。

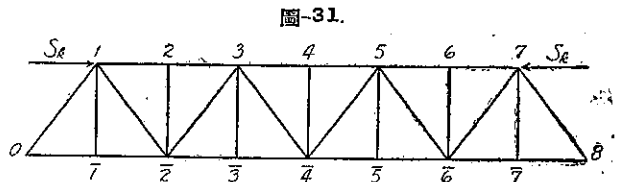


圖-31.

計算は省略し、結果のみを示せば次の通りである。

(i) トラス兩端の斜の弦材を省略し格點 1 及 n を鉸剛支點と考へた場合

(a) 對稱形彎曲の場合

$$S_k = 0.303 \frac{\pi^2 EI_T}{\lambda^2}$$

(b) 逆対称形彎曲の場合

$$S_k = 0.221 \frac{\pi^2 E J \tau}{\lambda^2}$$

従つて挫屈荷重としては (b) の場合を採るべきである。

(ii) トラス兩端の斜の弦材を省略し格點 1 及 n を鉸彈性支點と考へた場合

(a) 對稱形彎曲の場合

$$S_k = 0.300 \frac{\pi^2 E J \tau}{\lambda^2}$$

(b) 逆對稱形彎曲の場合

$$S_k = 0.176 \frac{\pi^2 E J \tau}{\lambda^2}$$

従つて挫屈荷重としては (b) の場合を採らなければならない。

(iii) トラス兩端の斜の弦材を考慮に入れたる場合

(a) 對稱形彎曲の場合

$$S_k = 0.325 \frac{\pi^2 E J \tau}{\lambda^2}$$

(b) 逆對稱形彎曲の場合

$$S_k = 0.185 \frac{\pi^2 E J \tau}{\lambda^2}$$

之の場合も挫屈荷重としては (b) の逆對稱形彎曲の場合となる。

(i) の場合 Fr. Bleich が Differenzengleichung を用ひて算出した Φ の値から逆算すると

$$S_k = 0.221 \frac{\pi^2 E J \tau}{\lambda^2}$$

となり全く一致する。(ii) と (iii) の結果を比較すると挫屈荷重に對する斜の弦材の影響を知ることが出来る。

第 3 節 曲弦ボニー・トラスの上弦材の挫屈強度の計算法

圖-32 に示すやうに格間數 (n+1) の曲弦ボニー・トラスの上弦材の横面外への挫屈を考へる。

各格點に夫々圖に示す如く番號をつける。平行弦のボニー・トラスと同様に弦各部分材の斷面の構面内の重心軸に對する慣性モーメントを

$$J_0, J_1, \dots, J_n,$$

同じく垂直材の斷面の慣性モーメントを

$$J_{0,v}, J_{1,v}, \dots, J_{n+1,v},$$

弦各部分材の軸壓縮應力を

$$S_{k,0}, S_{k,1}, \dots, S_{k,n}$$

とする。前同様次の記號を使用する。

$$J_0 = \kappa_0 J_c, J_1 = \kappa_1 J_1, \dots, J_m = \kappa_m J_c, \dots, J_n = \kappa_n J_c,$$

$$S_{k,0} = \bar{\kappa}_0 S_c, S_{k,1} = \bar{\kappa}_1 S_c, \dots, S_{k,m} = \bar{\kappa}_m S_c, \dots, S_{k,n} = \bar{\kappa}_n S_c,$$

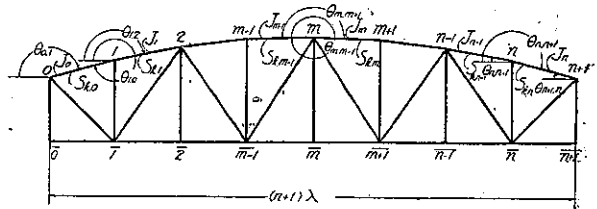
$$\tau_0 = \xi_0 \tau_c, \tau_1 = \xi_1 \tau_c, \dots, \tau_m = \xi_m \tau_c, \dots, \tau_n = \xi_n \tau_c,$$

$$l_0 = \xi_0 \lambda, l_1 = \xi_1 \lambda, \dots, l_m = \xi_m \lambda, \dots, l_n = \xi_n \lambda,$$

$$z_c = \sqrt{\frac{S_k \lambda^2}{E J_c \tau_c}}$$

$$z_0 = u_0 z_c, u_0 = \sqrt{\frac{\bar{\kappa}_0 \xi_0^2}{\kappa_0 \xi_0}}$$

圖-32.



$$\left. \begin{aligned}
 z_1 &= u_1 z_0, & u_1 &= \sqrt{\frac{\kappa_1 \xi_1^2}{\kappa_1 \xi_1}} \\
 &\vdots & & \\
 z_m &= u_m z_0, & u_m &= \sqrt{\frac{\kappa_m \xi_m^2}{\kappa_m \xi_m}} \\
 &\vdots & & \\
 z_n &= u_n z_0, & u_n &= \sqrt{\frac{\kappa_n \xi_n^2}{\kappa_n \xi_n}}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(193)$$

$$\begin{aligned}
 c_0(z_0) &= c_0(u_0 z_0) = c_0 & s_0(z_0) &= s_0(u_0 z_0) = s_0 \\
 c_1(z_1) &= c_1(u_1 z_1) = c_1 & s_1(z_1) &= s_1(u_1 z_0) = s_1 \\
 &\vdots & & \\
 c_m(z_m) &= c_m(u_m z_0) = c_m & s_m(z_m) &= s_m(u_m z_0) = s_m \\
 &\vdots & & \\
 c_n(z_n) &= c_n(u_n z_0) = c_n & s_n(z_n) &= s_n(u_n z_0) = s_n
 \end{aligned}$$

部材の捩りに對する抵抗を省略して考へれば格點 0 及 (n+1) に於ては端柱と弦材とが滑節構造として連結せられたことと同じこととなる。

I. 平衡條件式

各格點に於ける平衡條件式は前同様曲げモーメントの平衡條件式と剪斷力の平衡條件式とに分ける。

(a) 曲げモーメントの平衡條件式

各格點に於ける曲げモーメントの平衡條件式を示せば次の通りとなる。

(1) 水平の曲げモーメントの平衡條件式

(i) 格點 1 に於ける平衡條件式

$$\left. \begin{aligned}
 &\left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^3 \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^3 \theta_{1,2} \right\} \varphi_1 - \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^3 \theta_{1,2} \varphi_2 \\
 &+ \left\{ -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \right\} \varphi^v_1 + \frac{\kappa_1 s_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \varphi^v_2 \\
 &+ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^3 \theta_{1,0} \frac{\delta_0}{\lambda} - \left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^3 \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^3 \theta_{1,2} \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^3 \theta_{1,2} \frac{\delta_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} (194)$$

(ii) 格點 m に於ける平衡條件式

$$\left. \begin{aligned}
 &\frac{\kappa_{m-1} s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^3 \theta_{m,m-1} \varphi_{m-1} + \left\{ \frac{\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^3 \theta_{m,m-1} - \frac{\kappa_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^3 \theta_{m,m+1} \right\} \varphi_m \\
 &\qquad\qquad\qquad - \frac{\kappa_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^3 \theta_{m,m+1} \varphi_{m+1} \\
 &- \frac{\kappa_{m-1} s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \varphi^v_{m-1} \\
 &+ \left\{ \frac{-\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \right\} \varphi^v_m \\
 &+ \frac{\kappa_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \varphi^v_{m+1} \\
 &+ \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^3 \theta_{m,m-1} \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} - \left\{ \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^3 \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^3 \theta_{m,m+1} \right\} \frac{\delta_m}{\lambda} \\
 &\qquad\qquad\qquad + \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^3 \theta_{m,m+1} \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} (195)$$

(iii) 格點 n に於ける平衡條件式

$$\left. \begin{aligned}
 &\frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^3 \theta_{n,n-1} \varphi_{n-1} + \left\{ \frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^3 \theta_{n,n-1} - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^3 \theta_{n,n+1} \right\} \varphi_n \\
 &- \frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} \varphi^v_{n-1} \\
 &+ \left\{ -\frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \right\} \varphi^v_n
 \end{aligned} \right\} (196)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} c_1 s^2 \theta_{n,n-1} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} - \left\{ \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \right\} \frac{\delta_n}{\lambda} \\
 & + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \frac{\delta_{n+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned}$$

(2) 垂直の曲げモーメントの平衡条件式

(i) 格点 1 に於ける平衡条件式

$$\begin{aligned}
 & \left\{ -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \right\} \varphi_1 + \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \varphi_2 \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos \theta_{1,0} \sin^2 \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos \theta_{1,2} \sin^2 \theta_{1,2} + 2\kappa_{1,v} \left(\frac{\lambda}{h'_1} \right)^2 \frac{2K_J + 3K_{1,v}}{K_J + 2K_{1,v}} \right\} \varphi_1^v \\
 & - \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos \theta_{1,2} \sin^2 \theta_{1,2} \varphi_2^v \\
 & - \frac{\kappa_0}{s_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \frac{\delta_0}{\lambda} \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} - 6\kappa_{1,v} \left(\frac{\lambda}{h'_1} \right)^2 \frac{K_J + K_{1,v}}{K_J + 2K_{1,v}} \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} \\
 & - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \frac{\delta_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{197}$$

(ii) 格点 m に於ける平衡条件式

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\kappa_{m-1} s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \varphi_{m-1} \\
 & + \left\{ -\frac{\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \right\} \varphi_m \\
 & + \frac{\kappa_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \varphi_{m+1} \\
 & + \frac{\kappa_{m-1} s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1} \varphi_{m-1}^v \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1} - \frac{\kappa_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1} \right\} \varphi_m^v \\
 & + 2\kappa_{m,v} \left(\frac{\lambda}{h'_m} \right)^2 \frac{2K_J + 3K_{m,v}}{K_J + 2K_{m,v}} \\
 & - \frac{\kappa_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1} \varphi_{m+1}^v \\
 & - \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \right\} \frac{\delta_m}{\lambda} \\
 & - 6\kappa_{m,v} \left(\frac{\lambda}{h'_m} \right)^2 \frac{K_J + K_{m,v}}{K_J + 2K_{m,v}} \\
 & - \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \tag{198}$$

(iii) 格点 n に於ける平衡条件式

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} \varphi_{n-1} \\
 & + \left\{ -\frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \right\} \varphi_n \\
 & + \frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos \theta_{n,n-1} \sin^2 \theta_{n,n-1} \varphi_{n-1}^v
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos \theta_{n,n-1} \sin^2 \theta_{n,n-1} - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos \theta_{n,n+1} \sin^2 \theta_{n,n+1} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. + 2\kappa_{n,v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right)^2 \frac{2K_J + 3K_{n,v}}{K_J + 2K_{n,v}} \right\} \varphi^n \\
 & - \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. - 6\kappa_{n,v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right)^2 \frac{K_J + K_{n,v}}{K_J + 2K_{n,v}} \right\} \frac{\delta_n}{\lambda} \\
 & - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \frac{\delta_{n+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (199)$$

(b) 剪断力の平衡条件式

(i) 格点 0 に於ける平衡条件式

$$\left. \begin{aligned}
 & + \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{0,1} \varphi_1 - \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{0,1} \sin \theta_{0,1} \varphi^v_1 \\
 & + \left\{ -\kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) \cos^2 \theta_{0,1} - \gamma_0 - \frac{\kappa_0 (h_1 - h_0)}{h_0} \cos^2 \theta_{0,1} z_0^2 \right\} \frac{\delta_0}{\lambda} \\
 & + \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) \cos^2 \theta_{0,1} \frac{\delta_1}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (200)$$

(ii) 格点 1 に於ける平衡条件式

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} + \frac{\lambda k_1 \kappa_0}{k_1 c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \right\} \varphi_1 \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \right\} \varphi_2 \\
 & + \left\{ -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_0}{c_0} \cos \theta_{1,0} \sin^2 \theta_{1,0} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. + \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1 c_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos \theta_{1,2} \sin^2 \theta_{1,2} \right\} \varphi^v_1 \\
 & + \left\{ -\frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} + \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1 s_1}{c_1^2 - s_1^2} \cos \theta_{1,2} \sin^2 \theta_{1,2} \right\} \varphi^v_2 \\
 & + \left\{ -\kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) \cos^2 \theta_{1,0} + \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \right\} \frac{\delta_0}{\lambda} \\
 & + \left\{ \kappa_0 \left(z_0^2 - \frac{1}{c_0} \right) \cos^2 \theta_{1,0} - \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \cos^2 \theta_{1,2} - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. - \frac{\lambda \kappa_1}{k_1} \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} - \gamma_1 - \frac{\kappa_1 (h_1 - h_0)}{h_1} \cos^2 \theta_{1,0} z_0^2 - \frac{\kappa_1 (h_2 - h_1)}{h_1} \cos^2 \theta_{1,2} z_1^2 \right\} \frac{\delta_1}{\lambda} \\
 & + \left\{ \kappa_1 \left(z_1^2 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \cos^2 \theta_{1,2} + \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} \right\} \frac{\delta_2}{\lambda} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (201)$$

(iii) 格点 m に於ける平衡条件式

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1} \delta_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \right\} \varphi_{m-1} \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \right\} \varphi_m \\
 & + \left\{ \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \right\} \varphi_{m+1}
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ -\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1}-s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1} s_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1} \right\} \varphi^{v_{m-1}} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1}-s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} - \frac{\kappa_m}{c_m-s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \\ & -\frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1} c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1} \\ & +\frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m c_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1} \end{aligned} \right\} \varphi^{v_m} \quad \dots(202) \\
 & + \left\{ -\frac{\kappa_m}{c_m-s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m s_m}{c_m^2 - s_m^2} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1} \right\} \varphi^{v_{m+1}} \\
 & + \left\{ -\kappa_{m-1} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1}-s_{m-1}} \right) \cos^2 \theta_{m,m-1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1}-s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \right\} \frac{\delta_{m-1}}{\lambda} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \kappa_{m-1} \left(z_{m-1}^2 - \frac{2}{c_{m-1}-s_{m-1}} \right) \cos^2 \theta_{m,m-1} - \kappa_m \left(z_m^2 - \frac{2}{c_m-s_m} \right) \cos^2 \theta_{m,m+1} \\ & -\frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1}-s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m}{c_m-s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \\ & -\gamma_m - \frac{\kappa_{m-1}(h_m-h_{m-1})}{h_m} \cos^2 \theta_{m,m-1} z_{m-1}^2 - \frac{\kappa_m(h_{m+1}-h_m)}{h_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} z_m^2 \end{aligned} \right\} \frac{\delta_m}{\lambda} \\
 & + \left\{ \kappa_m \left(z_m^2 - \frac{2}{c_m-s_m} \right) \cos^2 \theta_{m,m+1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{h_m}{c_m-s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \right\} \frac{\delta_{m+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned}$$

(iv) 格點 n に於ける平衡條件式

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1}-s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} \right\} \varphi_{n-1} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1}-s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} \\ & -\frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \end{aligned} \right\} \varphi_n \\
 & + \left\{ -\frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1}-s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} - \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_{n-1} s_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos \theta_{n,n-1} \sin^2 \theta_{n,n-1} \right\} \varphi^{v_{n-1}} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1}-s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \\ & -\frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_{n-1} c_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \cos \theta_{n,n-1} \sin^2 \theta_{n,n-1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos \theta_{n,n+1} \sin^2 \theta_{n,n+1} \end{aligned} \right\} \varphi^{v_n} \quad \dots(203) \\
 & + \left\{ -\kappa_{n-1} \left(z_{n-1}^2 - \frac{2}{c_{n-1}-s_{n-1}} \right) \cos^2 \theta_{n,n-1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} \right\} \frac{\delta_{n-1}}{\lambda} \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \kappa_{n-1} \left(z_{n-1}^2 - \frac{2}{c_{n-1}-s_{n-1}} \right) \cos^2 \theta_{n,n-1} - \kappa_n \left(z_n^2 - \frac{1}{c_n} \right) \cos^2 \theta_{n,n+1} \\ & -\frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1}-s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} - \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \\ & -\gamma_n - \frac{\kappa_{n-1}(h_n-h_{n-1})}{h_n} \cos^2 \theta_{n,n-1} z_{n-1}^2 - \frac{\kappa_n(h_{n+1}-h_n)}{h_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} z_n^2 \end{aligned} \right\} \frac{\delta_n}{\lambda} \\
 & + \left\{ \kappa_n \left(z_n^2 - \frac{1}{c_n} \right) \cos^2 \theta_{n,n+1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \right\} \frac{\delta_{n+1}}{\lambda} = 0
 \end{aligned}$$

(v) 格點 (n+1) に於ける平衡條件式

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n+1,n} \varphi_n - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n+1,n} \sin \theta_{n+1,n} \varphi^{v_n} \\
 & - \kappa_n \left(z_n^2 - \frac{1}{c_n} \right) \cos^2 \theta_{n+1,n} \frac{\delta_n}{\lambda} \\
 & + \left\{ +\kappa_n \left(z_n^2 - \frac{1}{c_n} \right) \cos^2 \theta_{n+1,n} - \gamma_n - \frac{\kappa_n(h_{n+1}-h_n)}{h_{n+1}} \cos^2 \theta_{n+1,n} z_n^2 \right\} \frac{\delta_{n+1}}{\lambda} = 0 \quad \dots\dots\dots(204)
 \end{aligned}$$

以上示したる平衡条件式は垂直の端柱を有する一般の場合である。圖-33 の如く端柱が傾斜をなす場合には平行弦のポーター・トラスと同様の假定をなすものとすれば平衡条件式は剪断力の平衡条件式中格点 0 及 (n+1) に於けるものを取り去り且つ其の他の平衡条件式中の δ_0 と δ_n の項を零に置けばよいことになる。

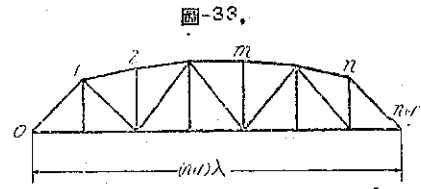
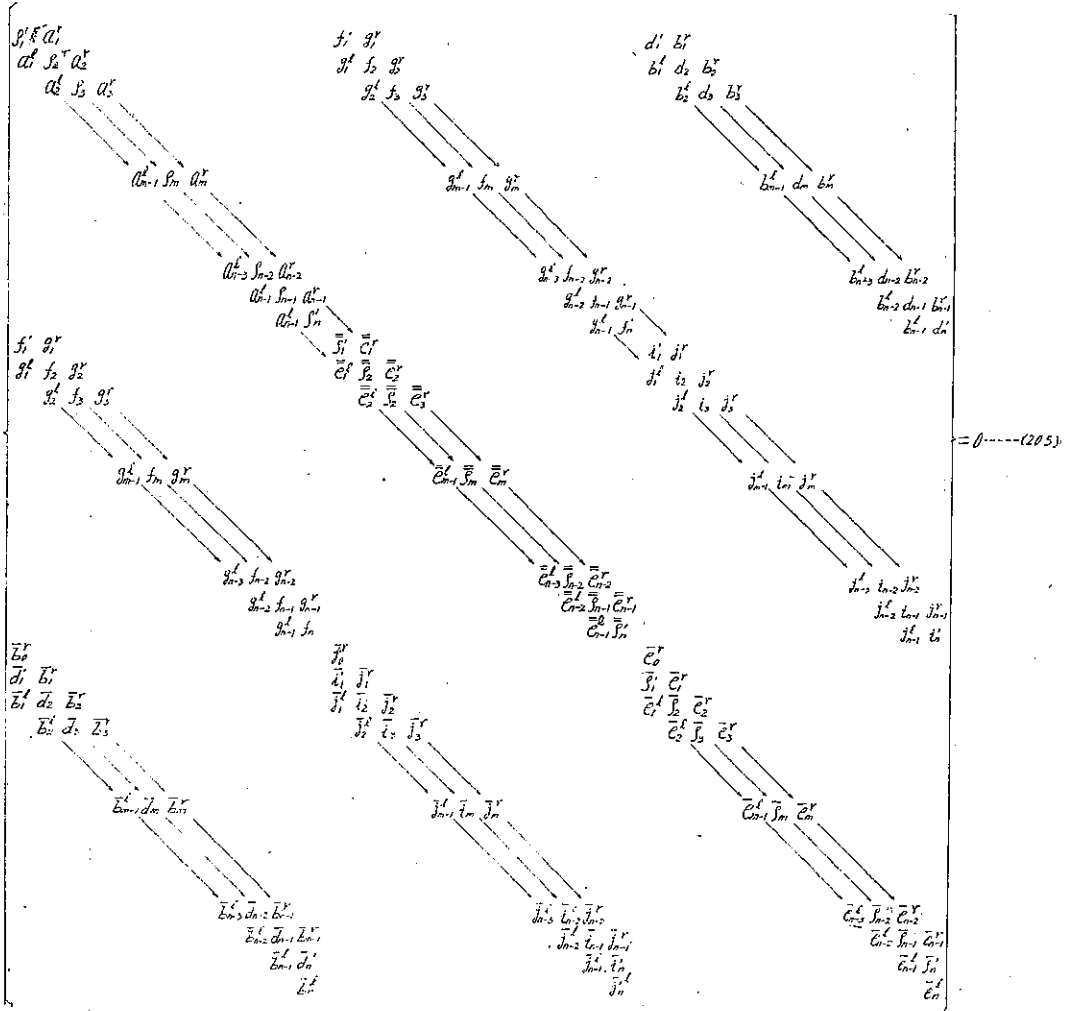


圖-33.

2. 撓屈条件式

以上求めたる (194) 式より (204) 式に至る各格点に於ける曲げモーメントの平衡条件式と剪断力の平衡条件式の $\varphi, \varphi', \delta/\lambda$ の係数の作る行列式を零と置けば撓屈条件式が得られる。一見すると複雑にして何等の統一がないやうであるが、仔細に之を觀察すれば係数は極めて規則正しくならんであることを知ることが出来る。即ち次の (205) 式となる。



但式し上中

$$\begin{aligned} \rho_m &= \frac{K_{m-1}C_{m-1}}{C_m^2 - \delta_m^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} - \frac{K_m C_m}{C_m^2 - \delta_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1}, \\ \alpha_m &= -\frac{K_m \delta_m}{C_m^2 - \delta_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1}, \quad \alpha'_{m-1} = \frac{K_{m-1} \delta_{m-1}}{C_{m-1}^2 - \delta_{m-1}^2} \cos^2 \theta_{m,m-1}, \\ \rho'_1 &= \frac{K_0}{C_0^2} \cos^2 \theta_{1,0} - \frac{K_1 C_1}{C_1^2 - \delta_1^2} \cos^2 \theta_{1,2}, \quad \rho'_n = \frac{K_n - 1 C_n - 1}{C_n^2 - \delta_n^2} \cos^2 \theta_{n,n-1} - \frac{K_n}{C_n} \cos^2 \theta_{n,n+1}, \\ f_m &= -\frac{K_{m-1} C_{m-1}}{C_m^2 - \delta_m^2} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} + \frac{K_m C_m}{C_m^2 - \delta_m^2} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \end{aligned}$$

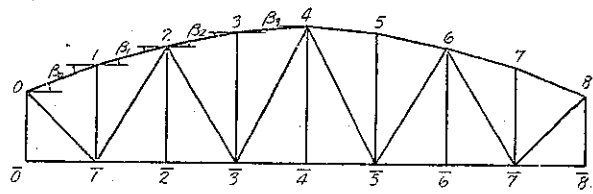
$$\begin{aligned}
g'_m &= \frac{\kappa m^2 m}{c^2_{m-1} - s^2_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1}, & g^l_{m-1} &= -\frac{\kappa m - 1 s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1}, \\
f'_1 &= -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1 c_1}{c^2_1 - s^2_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2}, \\
f'^n &= -\frac{\kappa n - 1 c_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \\
d_m &= -\frac{\kappa m - 1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^3 \theta_{m,m-1} - \frac{\kappa_n}{c_m - s_m} \cos^3 \theta_{m,m+1}, \\
b'_m &= \frac{\kappa m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1}, & b^l_{m-1} &= \frac{\kappa m - 1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1}, \\
d'_1 &= -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^3 \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^3 \theta_{1,2}, & d'^n &= -\frac{\kappa n - 1}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^3 \theta_{n,n-1} - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^3 \theta_{n,n+1}, \\
\bar{p}_m &= \frac{\kappa m - 1 c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1} - \frac{\kappa m c_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1} \\
&\quad + 2\kappa_{m,v} \left(\frac{\lambda}{h'_m} \right) \frac{2K_f + 3K_{m,v}}{K_f + 2K_{m,v}}, \\
\bar{e}_m &= -\frac{\kappa m s_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1}, & \bar{e}^l_{m-1} &= \frac{\kappa m - 1 s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1}, \\
\bar{p}'_1 &= \frac{\kappa_0}{c_0} \cos \theta_{1,0} \sin^2 \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1 c_1}{c^2_1 - s^2_1} \cos \theta_{1,2} \sin^2 \theta_{1,2} + 2\kappa_{1,v} \left(\frac{\lambda}{h'_1} \right) \frac{2K_f + 3K_{1,v}}{K_f + 2K_{1,v}}, \\
\bar{p}'^n &= \frac{\kappa n - 1 c_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \cos \theta_{n,n-1} \sin^2 \theta_{n,n-1} - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos \theta_{n,n+1} \sin^2 \theta_{n,n+1} + 2\kappa_{n,v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right) \frac{2K_f + 3K_{n,v}}{K_f + 2K_{n,v}}, \\
i_m &= \frac{\kappa m - 1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_n}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \\
&\quad - 6\kappa_{m,v} \left(\frac{\lambda}{h'_m} \right)^2 \frac{K_f + K_{m,v}}{K_f + 2K_{m,v}}, \tag{206} \\
j'_m &= -\frac{\kappa m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1}, & j^l_{m-1} &= -\frac{\kappa m - 1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1}, \\
i'_1 &= \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} - 6\kappa_{1,v} \left(\frac{\lambda}{h'_1} \right)^2 \frac{K_f + K_{1,v}}{K_f + 2K_{1,v}}, \\
i'^n &= \frac{\kappa n - 1}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} - 6\kappa_{n,v} \left(\frac{\lambda}{h'_n} \right)^2 \frac{K_f + K_{n,v}}{K_f + 2K_{n,v}}, \\
\bar{d}_m &= \frac{\kappa m - 1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} + \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^3 \theta_{m,m+1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa m - 1 c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} \\
&\quad - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa m c_m}{c^2_m - s^2_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1}, \\
\bar{b}'_m &= \frac{\kappa m}{c_m - s_m} \cos^3 \theta_{m,m+1} - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa m s_m}{c^2_m - s^2_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1}, \\
\bar{b}^l_{m-1} &= \frac{\kappa m - 1}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^3 \theta_{m,m-1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa m - 1 s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1}, \\
\bar{d}'_1 &= \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^3 \theta_{1,0} + \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^3 \theta_{1,2} + \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \\
&\quad - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1 c_1}{c^2_1 - s^2_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2}, \\
\bar{d}'^n &= \frac{\kappa n - 1}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^3 \theta_{n,n-1} + \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^3 \theta_{n,n+1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa n - 1 c_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1}, \\
&\quad - \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{v}'_0 &= \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{0,1}, & \bar{v}'_n &= \frac{\kappa_n}{c_n} \cos \theta_{n+1,n} \\ \bar{v}'_m &= -\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} - \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \\ &\quad - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m - 1 c_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m c_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1}, \\ \bar{v}'_m &= -\frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m s_m}{c^2_m - s^2_m} \cos \theta_{m,m+1} \sin^2 \theta_{m,m+1}, \\ \bar{v}'_{m-1} &= -\frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m - 1 s_{m-1}}{c^2_{m-1} - s^2_{m-1}} \cos \theta_{m,m-1} \sin^2 \theta_{m,m-1}, \\ \bar{v}'_1 &= -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} - \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_0}{c_0} \cos \theta_{1,0} \sin^2 \theta_{1,0} \\ &\quad + \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1 c_1}{c^2_1 - s^2_1} \cos \theta_{1,2} \sin^2 \theta_{1,2}, \\ \bar{v}'_n &= -\frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} - \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \\ &\quad - \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n - 1 c_{n-1}}{c^2_{n-1} - s^2_{n-1}} \cos \theta_{n,n-1} \sin^2 \theta_{n,n-1} + \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos \theta_{n,n+1} \sin^2 \theta_{n,n+1}, \\ \bar{v}'_0 &= -\frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{0,1} \sin \theta_{0,1}, & \bar{v}'_n &= -\frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n+1,n} \sin \theta_{n+1,n}, \\ \bar{p}'_m &= \kappa_{m-1} \left(z^2_{m-1} - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \cos^2 \theta_{m,m-1} - \kappa_m \left(z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \cos^2 \theta_{m,m+1} \\ &\quad - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1} - \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1} \\ &\quad - \gamma_m - \frac{\kappa_{m-1} (h_m - h_{m-1})}{h_m} \cos^2 \theta_{m,m-1} z^2_{m-1} - \frac{\kappa_m (h_{m+1} - h_m)}{h_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} z^2_m, \\ \bar{p}'_m &= \kappa_m \left(z^2_m - \frac{2}{c_m - s_m} \right) \cos^2 \theta_{m,m+1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_m}{c_m - s_m} \cos^2 \theta_{m,m+1} \sin \theta_{m,m+1}, \\ \bar{p}'_{m-1} &= -\kappa_{m-1} \left(z^2_{m-1} - \frac{2}{c_{m-1} - s_{m-1}} \right) \cos^2 \theta_{m,m-1} + \frac{\lambda k_m}{k_m} \frac{\kappa_{m-1}}{c_{m-1} - s_{m-1}} \cos^2 \theta_{m,m-1} \sin \theta_{m,m-1}, \\ \bar{p}'_1 &= \kappa_0 \left(z^2_0 - \frac{1}{c_0} \right) \cos^2 \theta_{1,0} - \kappa_1 \left(z^2_1 - \frac{2}{c_1 - s_1} \right) \cos^2 \theta_{1,2} - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_0}{c_0} \cos^2 \theta_{1,0} \sin \theta_{1,0} \\ &\quad - \frac{\lambda k_1}{k_1} \frac{\kappa_1}{c_1 - s_1} \cos^2 \theta_{1,2} \sin \theta_{1,2} - \gamma_1 - \frac{\kappa_0 (h_1 - h_0)}{h_1} \cos^2 \theta_{1,0} z^2_0 - \frac{\kappa_1 (h_2 - h_1)}{h_1} \cos^2 \theta_{1,2} z^2_1, \\ \bar{p}'_n &= \kappa_{n-1} \left(z^2_{n-1} - \frac{2}{c_{n-1} - s_{n-1}} \right) \cos^2 \theta_{n,n-1} - \kappa_n \left(z^2_n - \frac{1}{c_n} \right) \cos^2 \theta_{n,n+1} \\ &\quad - \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_{n-1}}{c_{n-1} - s_{n-1}} \cos^2 \theta_{n,n-1} \sin \theta_{n,n-1} - \frac{\lambda k_n}{k_n} \frac{\kappa_n}{c_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} \sin \theta_{n,n+1} \\ &\quad - \gamma_n - \frac{\kappa_{n-1} (h_n - h_{n-1})}{h_n} \cos^2 \theta_{n,n-1} z^2_{n-1} - \frac{\kappa_n (h_{n+1} - h_n)}{h_n} \cos^2 \theta_{n,n+1} z^2_n, \\ \bar{p}'_0 &= -\kappa_0 \left(z^2_0 - \frac{1}{c_0} \right) \cos^2 \theta_{0,1} - \gamma_0 - \frac{\kappa_0 (h_1 - h_0)}{h_0} \cos^2 \theta_{0,1} z^2_0, \\ \bar{p}'_n &= \kappa_n \left(z^2_n - \frac{1}{c_n} \right) \cos^2 \theta_{n+1,n} - \gamma_n - \frac{\kappa_n (h_{n+1} - h_n)}{h_{n+1}} \cos^2 \theta_{n+1,n} z^2_n \end{aligned}$$

を表すものである。然し乍ら上の行列式から根の z_0 を計算することは行列式の行と列との数が極めて多く困難であるから、既に述べたるが如く、 z_0 を或る値に假定し (194) 式より (199) 式に至る曲げモーメントの平衡条件式より φ と φ' を δ/λ で表し、之の値を (200) 式より (204) 式に至る剪断力の平衡条件式に代入し、 δ/λ のみの方程式となし、之の方程式の係数の作る行列式の値を求める。之の方法を種々なる z_0 の値に對し繰返すと z_0 を求めることが出来る。 z_0 が求めれば (193) 式より撓屈應力を求め得ることとなる。

普通トラスは左右對稱の構造となすことが多い。之のトラスに荷重が又左右對稱にかかる場合の挫屈強度の計算には對稱形彎曲の場合と逆對稱形彎曲の場合に分けて考えると便利である。圖-34 は 8 格間の普通に見られるトラスであるが、之のトラスの平衡條件式の係数を表示して置く。表-4 は對稱形彎曲の場合、表-5 は逆對稱形彎曲の場合のものである。両方の場合の挫屈強度を求め小なる場合をとればよい。

圖-34.



結 論

以上の研究の結果より結論として次の各項をあげることが出来る。

1. 撓角撓度法による變斷面長柱の挫屈強度の計算法は斷面の慣性モーメント、斷面積が如何なる變化をなす場合でも、又兩端の支持條件が鉸端、固定端如何なる場合でも、等しく適用することが可能なるのみならず、實用上差支えない程度の精度を得ることが出来る。
 2. 撓角撓度法による多數の剛支點を有する連續長柱の挫屈強度の計算法は柱の慣性モーメント、斷面積、徑間長が各徑間毎に異なる一般の場合でも極めて簡単に適用することが出来る。
 3. 撓角撓度法による多數の弾性支點を有する連續長柱の挫屈強度の計算法は支點の剛柔係数が夫々異なる場合でも又柱の慣性モーメント、斷面積、徑間長が各徑間毎に異なる一般の場合でも簡単に適用することが出来る。
 4. 撓角撓度法によるボニー・トラスの構面外への挫屈強度の計算法は上弦材が直弦の場合でも曲弦の場合でも等しく適用することが出来る。
 5. 曲げモーメント及剪斷力の平衡條件式の係数は規則正しく、ならんでゐるから機械的に至極簡単に書くことが出来る。従つて挫屈條件式も機械的に何等の勞苦なく求め得られる。
 6. 曲げモーメントの平衡條件式より φ を δ で表す場合イテラチオン法を適用することが出来る。
 7. 撓角撓度法による挫屈強度の計算法は初等代數學程度の知識で充分である。
- 之を要するに構造物の安定を論ずる場合撓角撓度法による方法は極めて有效且つ適切なるものと云ふべきである。

最後に本論文は坂靜雄工學博士の「撓角撓度法による剛節架構の安定論」(建築雜誌, 第 45 輯, 第 551 號, 昭和 6 年 11 月)によるところが多い。茲に深厚なる感謝の意を表すると共に、本論文の計算例及製圖に助力せられた同僚工學士安藤元清, 内務技手安藤隆敏の兩君に厚く感謝する。

附記 著者は第 5 章に全力をさそげたかつたのであるが、既に定められた頁数をはるかに超過したため、曲弦ボニー・トラスの上弦材の挫屈強度の計算例を省略せざるを得なかつたことを残念に思ふ。