

論 說 報 告

第 26 卷 第 8 號 昭和 15 年 8 月

ローゼ桁に関する方列論的考察

准 員 平 井 敦*

要旨 本文は三連モーメントの定理に依る解法を出発点とし、之に方列 (Matrix) 論的考察を加へローゼ桁の解法を試みたものである。

ローゼ桁に於ては“單純梁としての曲げモーメント”が上下弦材に分配せらるゝと共に又アーチに特有なる水平反力に依る上揚力 (Uplift) も亦上下弦材に分配せらるゝが、此の分配率が兩者同一なる方列を以つて示し得る事を確め、其の結果上下弦材の夫々の曲げモーメントの算式は兩弦材に負擔さるべき曲げモーメントに夫々の分配率を乗じた形で算出せられたる事を一つの方列方程式の形で示し、而して其の分配を支配する方列を求むるには、上下弦材の換算長を基調とせる二つの方列と或級数より構成せらるゝ基本的な方列との方列乗算に依り簡単に而も相當大なる確率を以つて算出し得る事を述べたものである。

次に上記の方列乗算は機械的計算である故不慮の誤算に備へ一つの略算法を述べ其の根據を方列論的に検討した。

最後にローゼ桁の水平反力 H を通常の二鉸アーチの算式型式に導き、ランガー桁と單純梁との關係を述べ、又 H の影響線に関する限りローゼ桁はタイド・アーチに極めて類似せる事を明らかにしたものである。

目 次

I. 解の方列論的展開

1. 緒 言
2. 記 號
3. 基本聯立方程式の解の形
4. 荷重項及び形状項
5. A 及び B の分解
6. 分配系列 t (特殊の場合)
7. 分配系列 t (一般の場合)
8. ローゼ桁の特性
9. 形状項の附加項を考慮する場合
10. ローゼ桁略算法の方列論的検討
11. 基本系列 F^{-1} の算出
12. 換算長に就て

13. M の算出——單純梁に関する考察

II. ローゼ桁計算例及び精度の吟味

1. 換算長の比一定なる場合
2. 下弦材の換算長一定なる場合
3. 形状項の附加項の影響の算入
4. 略算法の應用例
5. 下弦材の換算長が變化する場合

III. 水平反力 H に就て

1. 基本式の誘導
2. 計算例
 - (1) ローゼ桁
 - (2) ランガー桁の二次應力概算

附 表

1. 解の方列論的展開

1. 緒 言

高次不静定構造物は其の解法が一般に煩瑣である爲其の利用率が充分でない様に考へられる。又所謂静定結構にありても其の二次應力の解明は溶接工法を適用する場合に於ては特に必要な事と考へられる。従つて之等解法の簡易化は構造力學上重要な一事項であり、從來種々なる試みが行はれて居る事は周知の事實である。

筆者も其の目的に對してローゼ桁を選び之に方列 (Matrix) 論を應用し一解法を試みたが此の種の手法は更らに多くの應用範圍を有するものゝ如く考へられる。茲に一先づ其の結果を述べる事とする。

方列の基礎的概念及び演算に関する法則等については下記りの書籍を参照せられたい。

2. 記 號

本文に用ふる主なる記號及び定義を列挙する。

圖-1.



* 工學士 東京帝國大學工學部綜合試驗所

1) 藤原松三郎 代數學第 2 卷

- $n \dots$ 格間数を $(n+1)$ とする
- $\lambda \dots$ 格間長
- $L \dots$ 支間, $L=(n+1)\lambda$
- $h_k \dots$ 格点 k に於る吊材の長さ
- $O_k \dots$ 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の長さ
- $U_k \dots$ " " " 下弦材の長さ
- $\alpha_k \dots$ 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於ける上弦材の $(0) \sim (n+1)$ とす角
- $\beta_k \dots$ " " " 下弦材の "
- $J_c \dots$ 任意に選定せられたる一定の慣性モーメント
- $J_c^0 \dots$ 拱頂に於る上弦材の慣性モーメント
- $J_k^0 \dots$ 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の慣性モーメント
- $J_k^u \dots$ " " " 下弦材の "
- $F_c^0 \dots$ 拱頂に於る上弦材の断面積
- $F_k^0 \dots$ 格間 $(k-1) \sim (k)$ に於る上弦材の断面積
- $F_k^u \dots$ " " " 下弦材の "
- $O'_k = \text{格間 } (k-1) \sim (k) \text{ に於る上弦材の換算長}$
- $O'_k = O_k J_c / J_k^0$
- $U'_k \dots$ " " " 下弦材の換算長
- $U'_k = U_k J_c^0 / J_k^u$
- $U'_k \dots U'_k = O'_k + U'_k$
- $s \dots U'_k / U'_k$ が $k=1, 2, \dots, n, (n+1)$ を通じて一定なる時此の比を s とす (6.3)(12.2) 式参照
- $r_k \dots r_k = \frac{U'_k + U'_{k+1}}{O'_k + O'_{k+1}}$
- $H_i \dots$ 水平反力。指標 i は荷重點を示す

次に方列に関する主なる記號及び定義を列挙する。但し A_{ki} を其の (k, i) 元素とする方列 $\|A_{ki}\|$ の代りに A と略記する。又各列同一なる方列なる事を明示する必要がある場合には指標 0 を附し $\|A_{k0}\|$ の如く示す。

- $\mathfrak{L} \dots$ (6.2) 式を以て定義せられたる方列
- $\alpha \dots \mathfrak{L}$ の逆方列。 $\alpha = \mathfrak{L}^{-1}$
- $\mathfrak{U} \dots$ (4.1) 式を以て定義せられたる方列
- $\mathfrak{F} \dots$ (4.6) 式 " "
- $\mathfrak{F}^{-1} \dots$ 方列 \mathfrak{F} の逆方列であるが特に之をと基本系列と呼ぶ (11 参照)
- $t \dots$ 分配率を與へる方列。分配系列と呼ぶ (7.3) 式参照 $t = \bar{t}, j$
- $\bar{t} \dots$ 下弦材の換算長が同一なる場合の t を特に \bar{t} と

3. 基本聯立方程式の解の形

ローゼ桁の基本方程式の一つは格点 k を中心にして得られたる次の如き形式の方程式²⁾の一群よりなる (圖-1 参照)。

$$(O'_k + U'_k)M_{k-1} + 2(O'_k + U'_k + O'_{k+1} + U'_{k+1})M_k + (O'_{k+1} + U'_{k+1})M_{k+1} = \mathfrak{R}_k + \mathfrak{S}_k H \dots \dots \dots (3.1)$$

但し $\mathfrak{R}_k = U'_k \mathfrak{M}_{k-1} + 2(U'_k + U'_{k+1})\mathfrak{M}_k + U'_{k+1} \mathfrak{M}_{k+1}$, $\mathfrak{S}_k = \mathfrak{S}_k - d_k$, $\mathfrak{S}_k = -[U'_k(h_{k-1} + 2h_k) + U'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})]$

$$d_k = 6 \left[\frac{J_c}{F_c^0} \sin \alpha_k - \frac{J_c}{F_c^u} \sin \alpha_{k+1} - \frac{J_c}{F_c^u} \sin \beta_k + \frac{J_c}{F_c^u} \sin \beta_{k+1} \right]$$

かゝる方程式を格点 $k=1, \dots, k=n$ に立て、次の如き形式の n 箇の聯立方程式が得られる。

- $M_{ki}(M^0_{ki}) \dots$ 格点 k に於て上弦材に働く曲げモーメント。指標 i は荷重點を示す。但し部材を下向きに彎曲せんとするモーメントを正とす
- $M^u_{ki} \dots$ 格点 k に於て下弦材に働く曲げモーメント。但し正方向は M^0_{ki} に同じ
- $\mathfrak{M}_{ki} \dots$ 格点 k に於ける單純梁としての曲げモーメント
- $\bar{\mathfrak{M}}_{ki} \dots$ 單位荷重を格点 i に載荷せる場合の \mathfrak{M}_{ki}
- $\mathfrak{R}_{ki} \dots$ 荷重項; $\mathfrak{R}_{ki} = U'_k \mathfrak{M}_{(k-1)i} + 2(U'_k + U'_{k+1})\mathfrak{M}_{ki} + U'_{k+1} \mathfrak{M}_{(k+1)i}$
- $\mathfrak{S}_k \dots \mathfrak{S}_k = -[U'_k(h_{k-1} + 2h_k) + U'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})]$
- $d_k \dots d_k = 6 \left[\frac{J_c}{F_c^0} \sin \alpha_k - \frac{J_c}{F_c^u} \sin \alpha_{k+1} - \frac{J_c}{F_c^u} \sin \beta_k + \frac{J_c}{F_c^u} \sin \beta_{k+1} \right]$
- $\mathfrak{S}_k \dots$ 形狀項; $\mathfrak{S}_k = \mathfrak{S}_k - d_k$
- $\Delta \dots \Delta = 8\lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J_c}{F_c^0} \frac{\cos(\alpha_n + \beta_k)}{\cos \beta_k} + \frac{J_c}{F_c^u} \frac{1}{\cos \beta_k} \right]$
- $\phi_k \dots \phi_k = O'_k(h_{k-1} + 2h_k) + O'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})$
- $\Gamma \dots \Gamma = \frac{15s\lambda}{8L} \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J_c^0}{F_c^0} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c^0}{F_c^u} \right]$ 但し $F_c^u = F_c^0$
- $F_c^u = \text{一定}$
- $\mathfrak{H}_i \dots$ 水平反力 H の影響線縦距
- $f \dots$ 拱矢
- $N_k \dots$ 基本系列を構成する級数の第 k 項 (11.1 式参照)
- $\nu \dots$ 基本系列の乗数 (11 参照)

- 以つて示す (6.6) 式参照 $\bar{t} = F^{-1} \mathfrak{L}$
- $j \dots$ (7.2) 式 $j = F^{-1} \mathfrak{U}$ を以つて定義せられたる方列
- $h \dots h = \|h_{k0}\|$ (4.3) 式参照
- $\mathfrak{M} \dots \mathfrak{M} = \|\mathfrak{M}_{ki}\|$
- $\bar{\mathfrak{M}} \dots$ 單位荷重の場合の \mathfrak{M} , 即ち $\bar{\mathfrak{M}} = \|\bar{\mathfrak{M}}_{ki}\|$ 13 参照
- $\mathfrak{R} \dots \mathfrak{R} = \|\mathfrak{R}_{ki}\|$
- $d \dots d = \|d_{k0}\|$ (9.2) 式参照
- $\mathfrak{M} \dots \mathfrak{M} = \|M_{ki}^0\|$
- $\mathfrak{E} \dots$ 單位方列

2) 鶴岡鶴吉, 近藤市三郎共譯; Fr. Bleich 原著 "四連モーメントの定理と其の應用", p. 94.

$$\left. \begin{aligned}
& \mathfrak{L}_{11}M_1 + \mathfrak{L}_{12}M_2 &= \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{S}_1 H \\
& \mathfrak{L}_{21}M_1 + \mathfrak{L}_{22}M_2 + \mathfrak{L}_{23}M_3 &= \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{S}_2 H \\
& \mathfrak{L}_{32}M_2 + \mathfrak{L}_{33}M_3 + \mathfrak{L}_{34}M_4 &= \mathfrak{R}_3 + \mathfrak{S}_3 H \\
& \mathfrak{L}_{43}M_3 + \mathfrak{L}_{44}M_4 + \mathfrak{L}_{45}M_5 &= \mathfrak{R}_4 + \mathfrak{S}_4 H \\
& \dots\dots\dots \\
& \mathfrak{L}_{n-1, n-2}M_{n-2} + \mathfrak{L}_{n-1, n-1}M_{n-1} + \mathfrak{L}_{n-1, n}M_n = \mathfrak{R}_{n-1} + \mathfrak{S}_{n-1}H \\
& \mathfrak{L}_{n, n-1}M_{n-1} + \mathfrak{L}_{n, n}M_n = \mathfrak{R}_n + \mathfrak{S}_n H
\end{aligned} \right\} \dots (3.2)$$

(3.2) 式の右邊の代りに

$$\mathfrak{R}_k + \mathfrak{S}_k H = Y_k \dots\dots\dots (3.3)$$

とおけば (3.2) 式は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned}
Y_1 &= \mathfrak{L}_{11}M_1 + \mathfrak{L}_{12}M_2 \\
Y_2 &= \mathfrak{L}_{21}M_1 + \mathfrak{L}_{22}M_2 + \mathfrak{L}_{23}M_3 \\
&\dots\dots\dots \\
Y_n &= \mathfrak{L}_{n, n-1}M_{n-1} + \mathfrak{L}_{n, n}M_n
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4)$$

3.4) 式の右邊の M の係数 \mathfrak{L} より次の如き方列を作り之を方列 \mathfrak{L} とする。

$$\left\| \begin{array}{cccccc}
\mathfrak{L}_{11} & \mathfrak{L}_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
\mathfrak{L}_{21} & \mathfrak{L}_{22} & \mathfrak{L}_{23} & 0 & \dots & \dots & 0 \\
0 & \mathfrak{L}_{32} & \mathfrak{L}_{33} & \mathfrak{L}_{34} & 0 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \mathfrak{L}_{n(n-1)} & \mathfrak{L}_{nn}
\end{array} \right\| = \|\mathfrak{L}_{kl}\| = \mathfrak{L} \dots\dots\dots (3.5)$$

(3.5) 式の如き形式の方列に於て、今後支障なき限り印刷上の便宜から時として零なる元素を省略する。方列 \mathfrak{L} の特性の究明は後節に譲り次に進む。

行列式 $\delta|\mathfrak{L}| \neq 0$ の場合には次式を得。

$$\left. \begin{aligned}
M_1 &= a_{11}Y_1 + a_{12}Y_2 + a_{13}Y_3 + \dots + a_{1n}Y_n \\
M_2 &= a_{21}Y_1 + a_{22}Y_2 + a_{23}Y_3 + \dots + a_{2n}Y_n \\
&\dots\dots\dots \\
M_n &= a_{n1}Y_1 + a_{n2}Y_2 + a_{n3}Y_3 + \dots + a_{nn}Y_n
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6)$$

前と同様に $\|\mathfrak{a}_{kl}\|$ を考へ之を方列 \mathfrak{a} と呼ぶ。(3.4) 式を (M_1, M_2, \dots, M_n) から新しい變數 (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) に移る關係式と考へると其れは方列 \mathfrak{L} に依つて一通りに定まるが (3.4) 式を $Y = \|\mathfrak{L}\| M$ と簡記すれば (3.6) 式は $M = \|\mathfrak{a}\| Y$ と書く事が出来る。方列 \mathfrak{L} と \mathfrak{a} との間には次の關係のある事を容易に證明し得られる。

$$\|\mathfrak{L}\| \cdot \|\mathfrak{a}\| = \|\mathfrak{E}\|$$

$$\therefore \|\mathfrak{a}\| = \|\mathfrak{L}^{-1}\| \text{ 或は簡記して, } \mathfrak{a} = \mathfrak{L}^{-1} \dots\dots\dots (3.7)$$

即ち (3.6) 式の係数の作る方列 \mathfrak{a} は方列 \mathfrak{L} の逆方列である。後節の必要の爲に尙一言付け加ふれば、(3.6) 式は (3.4) 式に消去法を行ふ事に依り得られる故方列 \mathfrak{L} の逆方列 \mathfrak{a} を求むる一方法は方列 \mathfrak{L} を作用素とする變換式を考へ其の聯立方程式に消去法を適用する事である。

(3.6) 式に (3.3) 式を代入すると

$$\begin{aligned}
M_k &= a_{k1}Y_1 + a_{k2}Y_2 + \dots + a_{kn}Y_n \\
&= [a_{k1}\mathfrak{R}_1 + a_{k2}\mathfrak{R}_2 + \dots + a_{kn}\mathfrak{R}_n] + [a_{k1}\mathfrak{S}_1 + a_{k2}\mathfrak{S}_2 + \dots + a_{kn}\mathfrak{S}_n]H
\end{aligned}$$

$$\text{今 } \left. \begin{aligned}
a_{k1}\mathfrak{S}_1 + a_{k2}\mathfrak{S}_2 + \dots + a_{kn}\mathfrak{S}_n &= A_k \\
a_{k1}\mathfrak{R}_1 + a_{k2}\mathfrak{R}_2 + \dots + a_{kn}\mathfrak{R}_n &= B_k
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.8)$$

とおけば、 $M_k = A_k H + B_k$

上式に於て、 A_k 及び B_k を構成する因子の中に共通なる方列 \mathfrak{a} が含まれてると云ふ事は興味を引く點でこの性

質は筆者³⁾の嘗つて利用せる所である。

(3.8) 式で與へらるゝ所謂 B_k 項につき考へるに、今度は荷重を一一點に固定して考へてたが之を移動した影響を調べる爲に \mathfrak{R}_k に更に指標 i を附加して \mathfrak{R}_{ki} とすると B_k も B_{ki} となる。即ち

$$B_{ki} = a_{k1}\mathfrak{R}_{1i} + a_{k2}\mathfrak{R}_{2i} + \dots + a_{kn}\mathfrak{R}_{ni} \dots\dots\dots(3.8')$$

茲に於て方列の乗算を想起すれば次の關係式に到達する。

$$\|B_{ki}\| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathfrak{R}_{11} & \mathfrak{R}_{12} & \dots & \mathfrak{R}_{1n} \\ \mathfrak{R}_{21} & \mathfrak{R}_{22} & \dots & \mathfrak{R}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathfrak{R}_{n1} & \mathfrak{R}_{n2} & \dots & \mathfrak{R}_{nn} \end{vmatrix} = \|a_{ki}\| \cdot \|\mathfrak{R}_{ki}\|$$

(3.7) と組合せると、

$$\|B_{ki}\| = \|a_{ki}\| \cdot \|\mathfrak{R}_{ki}\| = \|\mathfrak{S}^{-1}k_i\| \cdot \|\mathfrak{R}_{ki}\| \text{ 或は、 } B = a\mathfrak{R} = \mathfrak{S}^{-1}\mathfrak{R} \dots\dots\dots(3.9)$$

即ち方列 \mathfrak{S} の逆方列 a の右側に方列 \mathfrak{R} を乗すれば其の結果の方列の各元素は B_{ki} を與へる。即ち方列 B を與へる。

次に A_k 項を調べると、此の項は荷重の影響を受けない。今次の如き各列が同一なる元素よりなる方列

$$\begin{vmatrix} \mathfrak{S}_1 & \mathfrak{S}_1 & \dots & \mathfrak{S}_1 \\ \mathfrak{S}_2 & \mathfrak{S}_2 & \dots & \mathfrak{S}_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathfrak{S}_n & \mathfrak{S}_n & \dots & \mathfrak{S}_n \end{vmatrix} = \|\mathfrak{S}_{k_0}\| = \mathfrak{S}$$

n 列

を考へ之と方列 a との乗算

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \mathfrak{S}_1 & \mathfrak{S}_1 & \dots & \mathfrak{S}_1 \\ \mathfrak{S}_2 & \mathfrak{S}_2 & \dots & \mathfrak{S}_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathfrak{S}_n & \mathfrak{S}_n & \dots & \mathfrak{S}_n \end{vmatrix}$$

を行へば、其の (k, i) 元素は

$$a_{k1}\mathfrak{S}_1 + a_{k2}\mathfrak{S}_2 + a_{k3}\mathfrak{S}_3 + \dots + a_{kn}\mathfrak{S}_n$$

である故、

$$\|a_{ki}\| \cdot \|\mathfrak{S}_{k_0}\| = \|\mathfrak{S}^{-1}k_i\| \cdot \|\mathfrak{S}_{k_0}\| = \|A_{k_0}\| \text{ 或は } A = a\mathfrak{S} = \mathfrak{S}^{-1}\mathfrak{S} \dots\dots\dots(3.11)$$

方列 A は各列同一なる元素より構成せらるゝが、この事は荷重點 i が $i=1, 2, \dots, n$ と變化しても A 項は其の影響を受けぬと云ふ性質を満足する。

(3.9) 式と (3.11) 式とに含まるゝ \mathfrak{R} と \mathfrak{S} とは相對應する性質のもので前者を荷重項と稱すれば後者は形狀項とでも名付けらるべきものである。(3.8) 式の最後の式は (3.9)(3.11) 式を考慮して、一種の變換式の形

$$M_{ki} = \|A_{k_0}\| H_i + \|B_{ki}\|$$

と書く事が出来るが、更に M 及び H を方列として考へる事に依り次の如き方列方程式を得。但し方列 H は H_1, H_2, \dots, H_n を對角元素とする對角方列と考へるが、クローネッカーの記號 δ_{ki} を用ふれば、この對角方列は $\|H_i\delta_{ki}\|$ で表はされる。

$$\|M_{ki}\| = \|A_{k_0}\| \cdot \|H_i\delta_{ki}\| + \|B_{ki}\| \text{ 略記して } M = AH + B \dots\dots\dots(3.12)$$

之が (3.2) 式の解の形であるが試みに本式の兩邊の (k, i) 元素を調べれば、

³⁾ 「昭和 15 年 4 月第 4 回工學大會，“自旋式吊橋の二次應力及び其の他に就て”
“ローゼンブリュン對する有限差方程式の應用”

$$M_{kt} = [a_{k1}\delta_1 + a_{k2}\delta_2 + \dots + a_{kn}\delta_n]H_t + [a_{k1}R_{1t} + a_{k2}R_{2t} + \dots + a_{kn}R_{nt}] = A_k H_t + B_{kt}$$

4. 荷重項及び形状項

先づ (3.1) 式により與へらるる Δ 荷重項 R_{kt} に就き調ぶる事にする。今次の如き下弦材の換算長を基調とする方列 U を考へる。

$$\begin{vmatrix} 2(U'_1+U'_2) & U'_2 & & & & \\ U'_2 & 2(U'_2+U'_3) & U'_3 & & & \\ & U'_3 & 2(U'_3+U'_4) & U'_4 & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & U'_{n-1} & 2(U'_{n-1}+U'_n) & U'_n \\ & & & & & & U'_n & 2(U'_n+U'_{n+1}) \end{vmatrix} = U \dots \dots \dots (4.1)$$

又 13 に詳述する如く單純梁の曲げモーメントより構成せらるる Δ 方列 M を考へて、

$$\begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1t} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2t} & \dots & M_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nt} & \dots & M_{nn} \end{vmatrix} = M \dots \dots \dots (13.1)^*$$

この方列 M を方列 U の右に乘じ其の i 列を觀察するに、便宜上元素數 4×4 の方列を側にとれば

$$\begin{vmatrix} 2(U'_1+U'_2) & U'_2 & & & & \\ U'_2 & 2(U'_2+U'_3) & U'_3 & & & \\ & U'_3 & 2(U'_3+U'_4) & U'_4 & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & U'_n & 2(U'_n+U'_{n+1}) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} : & : & M_{1t} & : \\ : & : & M_{2t} & : \\ : & : & M_{3t} & : \\ : & : & M_{4t} & : \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dots & 2(U'_1+U'_2)M_{1t} + U'_2M_{2t} & \dots \\ \dots & U'_2M_{1t} + 2(U'_2+U'_3)M_{2t} + U'_3M_{3t} & \dots \\ \dots & U'_3M_{2t} + 2(U'_3+U'_4)M_{3t} + U'_4M_{4t} & \dots \\ \dots & U'_4M_{3t} + 2(U'_4+U'_5)M_{4t} & \dots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dots & M_{1t} & \dots \\ \dots & M_{2t} & \dots \\ \dots & M_{3t} & \dots \\ \dots & M_{4t} & \dots \end{vmatrix}$$

である故次の關係式を得。

$$UM = M$$

本式より

$$U = MM^{-1} \quad \therefore U^{-1} = [MM^{-1}]^{-1} = MM^{-1}$$

即ち

$$UM = M, \quad U^{-1} = MM^{-1} \dots \dots \dots (4.2)$$

次に形状項 δ_k の附加項 d_k を考ふるに J_0/F は廻轉半徑の自乗であり之等に小さな値である $\sin \alpha$ を乘じたもの、差は通常無視し得る程小である故今之を省略すれば

$$\delta_k \doteq \bar{\delta}_k = -[U'_k h_{k-1} + 2(U'_k + U'_{k+1})h_k + U'_{k+1}h_{k+1}]$$

次に各列 $(h_1, h_2, \dots, h_k, \dots, h_n)$ なる元素よりなる方列

$$\|h_{k0}\| = h \dots \dots \dots (4.3)$$

を考へ之を (4.1) 式で與へらるる Δ 方列 U の右側に乘ずれば其の結果の方列は各列同一で

$$Uh = \begin{vmatrix} \dots & 2(U'_1+U'_2)h_1 + U'_2h_2, & \dots \\ \dots & U'_2h_1 + 2(U'_2+U'_3)h_2 + U'_3h_3, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & U'_kh_{k-1} + 2(U'_k + U'_{k+1})h_k + U'_{k+1}h_{k+1}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & U'_nh_{n-1} + 2(U'_n + U'_{n+1})h_n, & \dots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} : & -\bar{\delta}_1 & : \\ : & -\bar{\delta}_2 & : \\ \dots & \dots & \dots \\ : & -\bar{\delta}_k & : \\ \dots & \dots & \dots \\ : & -\bar{\delta}_n & : \end{vmatrix} = \|-\bar{\delta}_{k0}\| = -\delta$$

である故次の關係式を得。

$$U_h = -\xi, U = -\xi h^{-1} U^{-1} = -h\xi^{-1} \dots \dots \dots (4.4)$$

前節に於ても ξ と \mathfrak{M} とは相對應する性質のものである事を述べたが (4.2)(4.4) 式を比較すれば其の意味は明瞭である。元來荷重を變動させる事と構の形を變へる事とは相對應する事である。

$$U_1 = U_2 = \dots = U_k = \dots = U_{n+1} = \lambda \dots \dots \dots (4.5)$$

ならば方列 U は次の如くなるが、この方列は或意味から云つて基本的な形である故特に F とする。

$$\begin{vmatrix} 4\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda & 4\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \lambda & 4\lambda & \lambda \\ 0 & \dots & 0 & \lambda & 4\lambda \end{vmatrix} = F \dots \dots \dots (4.6)^*$$

この時 (4.2)(4.4) 式は夫々次の如くなる。

$$F\mathfrak{M} = \mathfrak{R}, F^{-1} = \mathfrak{M}\mathfrak{R}^{-1} \dots \dots \dots (4.7)$$

$$Fh = -\xi, F^{-1} = -h\xi^{-1} \dots \dots \dots (4.8)$$

5. A 及び B の分解

$$(4.2) \text{ 式より } \mathfrak{R}^{-1}\mathfrak{R} = \mathfrak{R}^{-1}U\mathfrak{M}$$

今 $\mathfrak{R}^{-1}U = t \dots \dots \dots (5.1)^*$

と置き (3.9) 式を想起すれば

$$B = a\xi = \mathfrak{R}^{-1}\mathfrak{R} = t\mathfrak{M} \dots \dots \dots (5.2)$$

本式の意味する所には興味深きものがある。即ち B と \mathfrak{M} とは方列論的に比例關係にあると考へられ、 t はあたかも數體に於ける比の如きものと見られるのである。換言すれば B が \mathfrak{M} に如何なる程度に相似であるかを方列 t が物語るのであつて、かゝる形式の t は、其の實用性は兎も角として、他の或種の構造物にも規定し得られるものと考へらる。後述の如く方列 t は曲げモーメントの分配を支配する方列である故方列 t を單に“分配系列”と呼ぶ事にする。分配系列が若し單位方列ならば B と \mathfrak{M} とは全く等しく、又之が各元素同一なる對角方列ならば B は \mathfrak{M} を普通の意味に言つて何倍かしたものである。消去法或は行列式に依り (3.2) 式を解き B 項を求むると云ふ事は結局方列 a を算出する事³⁾であるが、上記の“分配系列” t が何等かの方法に依り算出し得るならば (5.2) 式に依り B は方列 a の助けを借りる事なく決定し得るのである。しかして後述の如くこの“分配系列” t は方列 \mathfrak{R} 及 U さへ與へられれば決定し得るのである。

次に (3.11)(4.4) 式より

$$A = a\xi = \mathfrak{R}^{-1}[-U]h = -[\mathfrak{R}^{-1}U]h$$

∴ (5.1) 式により

$$A = -th \dots \dots \dots (5.3)$$

B 項が \mathfrak{M} に關係するに對し A 項は構の形 h に關係し且つ兩者同一の“分配系列” t を含む事は注目すべき點である。(5.2)(5.3) 式により荷重系の變動は B 項にのみ影響を與へる事を再確認する事が出来る。

(5.2)(5.3) 式を (3.12) 式に代入し

$$M = t(\mathfrak{M} - hH) \dots \dots \dots (5.4)^*$$

なる方列方程式を得るが本式に關しては 8 に述べる事とする。

6. 分配系列 t に就て (特殊なる場合)

分配系列 t につき考ふるに (5.1) 式より

$$\mathfrak{R} = U:^{-1} \dots \dots \dots (6.1)$$

今迄方列 \mathfrak{R} を (3.2) 式の M の係數の作る方列 (3.5) 式として取扱つて來たが實際上の便宜の爲、弦材の換算長

より構成せらるる n 次の如き方列を以つて方列 Ω の定義とする。零なる元素は省略する

$$\Omega = \begin{vmatrix} 2(l'_1+l'_2) & l'_2 & & & & \\ & l'_2 & 2(l'_2+l'_3) & l'_3 & & \\ & & l'_3 & 2(l'_3+l'_4) & l'_4 & \\ & & & \dots & \dots & \\ & & & & l'_{n-1} & 2(l'_{n-1}+l'_n) & l'_n \\ & & & & & l'_n & 2(l'_n+l'_{n+1}) \end{vmatrix} \dots\dots\dots (6.2)^*$$

茲に $lk' = O_k' + U_k'$,

實際の計算に際しては方列 Ω 及 \mathbb{U} を圖-2 の如く表の形に書き計算上の誤りを防ぐ。

最初に最も簡単な場合を考へるに、

$$\left. \begin{aligned} \frac{l'_1}{U'_1} = \frac{l'_2}{U'_2} = \dots = \frac{l'_k}{U'_k} = \dots = \frac{l'_{n+1}}{U'_{n+1}} = s \\ \frac{O'_1}{U'_1} = \frac{O'_2}{U'_2} = \dots = \frac{O'_k}{U'_k} = \dots = \frac{O'_{k+1}}{U'_{k+1}} = \frac{O'}{U'} = s-1 \end{aligned} \right\} \dots (6.3)$$

の場合には $n=4$ の場合を例にとれば

$$\begin{vmatrix} 2(l'_1+l'_2) & l'_2 & & & \\ & l'_2 & 2(l'_2+l'_3) & l'_3 & \\ & & l'_3 & 2(l'_3+l'_4) & l'_4 \\ & & & l'_4 & 2(l'_4+l'_5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2s(U'_1+U'_2) & sU'_2 & & & \\ & sU'_2 & 2s(U'_2+U'_3) & sU'_3 & \\ & & sU'_3 & 2s(U'_3+U'_4) & sU'_4 \\ & & & sU'_4 & 2s(U'_4+U'_5) \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2(U'_1+U'_2) & U'_2 & & & \\ & U'_2 & 2(U'_2+U'_3) & U'_3 & \\ & & U'_3 & 2(U'_3+U'_4) & U'_4 \\ & & & U'_4 & 2(U'_4+U'_5) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} s \\ & s \\ & & s \\ & & & s \end{vmatrix}$$

である故

$$\Omega = \mathbb{U} s \quad \therefore (6.1) \text{ 式より } t^{-1} = s$$

しかるに対角方列の逆方列は其の対角元素の逆数を元素とする方列である故

$$t = \begin{vmatrix} \frac{1}{s} & & & & \\ & \frac{1}{s} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & \dots & \\ & & & & \frac{1}{s} \end{vmatrix} = \left\| \frac{1}{s} \delta_{kl} \right\| \dots\dots\dots (6.4)^*$$

即ち上下弦材の換算長の比 O_k'/U_k' が一定なるローゼ桁の分配系列 t は (6.4) 式の如き対角方列である。

(6.3) 式の特別な場合としてフィレンデル桁に對應するローゼ桁を考へると、 $s=2$ とおき次の關係式を得

$$\frac{O'_1}{U'_1} = \frac{O'_2}{U'_2} = \dots = \frac{O'_{n+1}}{U'_{n+1}} = 1 \text{ に対しては, } t = \left\| \frac{1}{2} \delta_{kl} \right\| \dots\dots\dots (6.5)$$

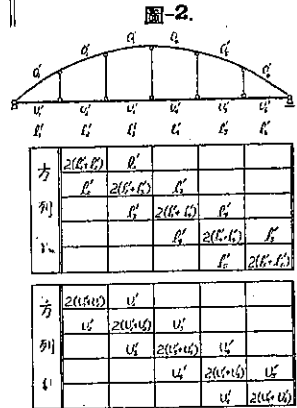
次に下弦材の換算長が一定なる場合は、

$$U'_1 = U'_2 = \dots = U'_{n+1} = \lambda \dots\dots\dots (4.5)$$

(4.6)(6.1) 式より $t^{-1} = F^{-1}\Omega$

(4.5) 式の場合を一種の規準型と考へて、 t を \bar{t} で示し次式を得。

$$\bar{t}^{-1} = F^{-1}\Omega \dots\dots\dots (6.6)^*$$



しかして F^{-1} は豫め各場合につき算出し表の形式にして置く事を得るが故に、任意の解かんとするローゼ桁の方列 \mathfrak{R} を F^{-1} の右に乗ずる事により \bar{t}^{-1} を得。この演算を其の結果より眺むれば大體行列式の乗算形式に準ずればよい事を知る。次に其の逆方列を求むれば分配系列 \bar{t} が得られるが、通常のローゼ桁の場合には \bar{t}^{-1} の元素は對角元素を除き他は無視し得る程小なる故之を省略すれば、 \bar{t}^{-1} は近似的に對角方列と見做し得る故、其の對角元素の逆數を取つて簡單に \bar{t} の近似値を得るのである。對稱なるローゼ桁につき $n=5$ として之を示せば

$$\bar{t}^{-1} = \begin{vmatrix} \bar{t}_1 & & & & \\ & \bar{t}_2 & & & \\ & & \bar{t}_3 & & \\ & & & \bar{t}_4 & \\ & & & & \bar{t}_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{t}_1 & & & & \\ & \bar{t}_2 & & & \\ & & \bar{t}_3 & & \\ & & & \bar{t}_4 & \\ & & & & \bar{t}_5 \end{vmatrix}$$

の如きもので $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3$ の差は通常小さく \bar{t}_3 を中心に多少の變化をなすのである。かゝる方列 \bar{t} を \mathfrak{M} 或は \mathfrak{N} の左に乗じた其の結果につき一考を拂つて見る。説明の便宜上 $n=5$ とする。

$$\bar{t}\mathfrak{h} = \begin{vmatrix} \bar{t}_1 h_{11} & \bar{t}_1 h_{12} & \bar{t}_1 h_{13} & \bar{t}_1 h_{14} & \bar{t}_1 h_{15} \\ \bar{t}_2 h_{21} & \bar{t}_2 h_{22} & \bar{t}_2 h_{23} & \bar{t}_2 h_{24} & \bar{t}_2 h_{25} \\ \bar{t}_3 h_{31} & \bar{t}_3 h_{32} & \bar{t}_3 h_{33} & \bar{t}_3 h_{34} & \bar{t}_3 h_{35} \\ \bar{t}_4 h_{41} & \bar{t}_4 h_{42} & \bar{t}_4 h_{43} & \bar{t}_4 h_{44} & \bar{t}_4 h_{45} \\ \bar{t}_5 h_{51} & \bar{t}_5 h_{52} & \bar{t}_5 h_{53} & \bar{t}_5 h_{54} & \bar{t}_5 h_{55} \end{vmatrix}$$

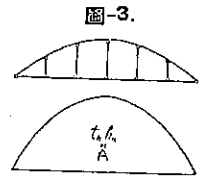


圖-3.

を見れば明かなる如く第一行が \bar{t}_1 倍、第二行が \bar{t}_2 倍第 k 行が \bar{t}_k 倍される。即ち A_k 項は構の高さ h_k を \bar{t}_k 倍したものであつて、若し $\bar{t}_1 = \bar{t}_2 = \bar{t}_3$ ならば A_k 項は 圖-3 の如く構の形を大體 \bar{t}_3 倍したものである。即ち A_k 項を圖の如く表せば其の形は大體構の形に相似である。

$\bar{t}\mathfrak{M}$ にも同様である。

$$\bar{t}\mathfrak{M} = \begin{vmatrix} \bar{t}_1 \mathfrak{M}_{11} & \bar{t}_1 \mathfrak{M}_{12} & \bar{t}_1 \mathfrak{M}_{13} & \bar{t}_1 \mathfrak{M}_{14} & \bar{t}_1 \mathfrak{M}_{15} \\ \bar{t}_2 \mathfrak{M}_{21} & \bar{t}_2 \mathfrak{M}_{22} & \bar{t}_2 \mathfrak{M}_{23} & \bar{t}_2 \mathfrak{M}_{24} & \bar{t}_2 \mathfrak{M}_{25} \\ \bar{t}_3 \mathfrak{M}_{31} & \bar{t}_3 \mathfrak{M}_{32} & \bar{t}_3 \mathfrak{M}_{33} & \bar{t}_3 \mathfrak{M}_{34} & \bar{t}_3 \mathfrak{M}_{35} \\ \bar{t}_4 \mathfrak{M}_{41} & \bar{t}_4 \mathfrak{M}_{42} & \bar{t}_4 \mathfrak{M}_{43} & \bar{t}_4 \mathfrak{M}_{44} & \bar{t}_4 \mathfrak{M}_{45} \\ \bar{t}_5 \mathfrak{M}_{51} & \bar{t}_5 \mathfrak{M}_{52} & \bar{t}_5 \mathfrak{M}_{53} & \bar{t}_5 \mathfrak{M}_{54} & \bar{t}_5 \mathfrak{M}_{55} \end{vmatrix}$$

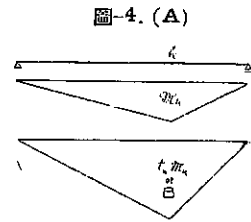
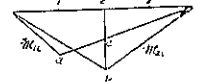


圖-4. (A)

圖-4. (B)



其の第 k 行を取出すと、 $\bar{t}_k \mathfrak{M}_{k1}, \bar{t}_k \mathfrak{M}_{k2}, \bar{t}_k \mathfrak{M}_{k3}, \bar{t}_k \mathfrak{M}_{k4}, \bar{t}_k \mathfrak{M}_{k5}$ の如く一様に \bar{t}_k 倍されて居る。しかるに、 $\mathfrak{M}_{k1}, \mathfrak{M}_{k2}, \mathfrak{M}_{k3}, \mathfrak{M}_{k4}, \mathfrak{M}_{k5}$ は單位荷重を考ふれば單純梁の k 點の影響線縦距である故 $\bar{t}\mathfrak{M}$ は各點の影響線縦距が夫々 $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \dots, \bar{t}_n$ 倍される事を意味する。しかし注意すべき事は影響線全體が一樣に何倍かされるのは特殊の場合であつて、單純梁の影響線そのまゝの形では無い。之を圖で示せば、圖-4 (B) に於て單純梁の影響線 \mathfrak{M}_{k1} 線は \bar{t}_k を二等分するが $\bar{t}\mathfrak{M}$ 圖 (B 線圖) に於ては必ずしも二等分されるとは限らない。即ち B 線圖に於ては、各格點を通る垂線を B 線が切り取る長さは正確に云へば必ずしも相等しくなく

$$\bar{t}_1 = \bar{t}_2 = \bar{t}_3 = \dots = \bar{t}_n$$

か或は上式が大體成立する場合に於てのみ相等しくなる。しかしながら下弦材の換算長が一定なる場合に於ては大體 B 線圖 ($\bar{t}\mathfrak{M}$ -圖) は單純梁の影響線圖に相似⁴⁾であつて、 $\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4, \bar{t}_5$ の中央項 \bar{t}_3 を取り、 \bar{t}_3 倍と大體考へる事が出来る。(6.4) 式の場合には單純梁の影響線圖を $1/\bar{t}_3$ 倍する事に依り B 項を得。

7. 分配系列 \bar{t} に就て (一般の場合)

(4.1) 式で與へらる Δ 方列 \mathfrak{U} 及 (4.6) 式で與へらる Δ 方列 \mathfrak{F} に對し次の關係を満足する方列 \mathfrak{J} を定むる事が

⁴⁾ B 線圖が單純梁の影響線に相似なる事實は中島氏が嘗て指摘せる事がある。土木學會誌、第 23 卷、第 2 號。“變形ローゼ桁に就て” p. 134 參照。

出来る。

$$u = Fj \dots\dots\dots(7.1)$$

今其の存在性を吟味する爲 (7.1) 式の左右の (k, x) 元素を比較すると、

$$F_{k1}j_{1x} + F_{k2}j_{2x} + F_{k3}j_{3x} + \dots + F_{kn}j_{nx} = u_{kx}$$

となる。x を固定して k=1, 2, ..., n とせる方程式群

$$F_{11}j_{1x} + F_{12}j_{2x} + F_{13}j_{3x} + \dots + F_{1n}j_{nx} = u_{1x}$$

$$F_{21}j_{1x} + F_{22}j_{2x} + F_{23}j_{3x} + \dots + F_{2n}j_{nx} = u_{2x}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$F_{n1}j_{1x} + F_{n2}j_{2x} + F_{n3}j_{3x} + \dots + F_{nn}j_{nx} = u_{nx}$$

を $j_{1x}, j_{2x}, j_{3x}, \dots, j_{nx}$ の一次方程式と考ふれば、之が唯一通りの解を持つ爲の必充條件は其の係數 F の作る行列式

$\delta|F| \neq 0$ なる事である。 $\delta|F| \neq 0$ ならば $j_{1x}, j_{2x}, j_{3x}, \dots, j_{nx}$ は決定し、かゝる取扱を $x=1, 2, 3, \dots, n$ につき考ふる事により $\|j_{kx}\|$ は決定す。即ち或規準となる方列 F に對し任意の方列 \bar{u} を撰む時、 $\delta|F| \neq 0$ ならば $u = Fj$ を満足する方列 j が存在する。

(7.1) 式より $j = F^{-1}u \dots\dots\dots(7.2)^*$

及び $u^{-1} = [Fj]^{-1} = j^{-1}F^{-1}$

(5.1) 式より $t^{-1} = [\bar{u}^{-1}u]^{-1} = u^{-1}\bar{u}$

上式を代入して $t^{-1} = j^{-1}F^{-1}\bar{u}$

(6.6) 式を考慮すれば $t^{-1} = j^{-1}\bar{t}^{-1}$

$$\therefore t = \bar{t}j \dots\dots\dots(7.3)^*$$

即ち一般の場合の分配系列 t は下弦材の換算長が總て同一なる場合としての分配系列 \bar{t} の右に j を乗じたもので、 \bar{t} は一種の規準型と考へらる。j が單位方列なる時或は單位方列と見做される時は $t = \bar{t}$ となる。

(4.5) 式の條件が満足される場合は $j = F$ であつて既に前節に於て取扱つた所である。

しかし j の算出は (7.2) 式に依り F^{-1} の右に u を乗ずる事により與へらる。即ち \bar{t}^{-1} も j も皆 F^{-1} より得られる故、便宜上 F^{-1} を基本系列と呼ぶ事にする。

(7.3)(7.2) 及び (6.6) 式より、

$$t = [F^{-1}\bar{u}]^{-1}[F^{-1}u]$$

即ち分配系列 t を支配するものは方列 \bar{u} 及び u であつて、之に關する因子は部材の換算長のみである。 $[\bar{t}j]$ の結果の方列が對角方列或は其と見做さるゝ場合には圖-3、及び圖-4 に就き述べた事が其の儘適用さるゝ事は勿論である。

B. ローゼ桁の特性

(5.4) 式 $M = t(\mathfrak{M} - h_k H)$

を更に吟味しローゼ桁の特性を知る爲に、 M_{kt} に指標 0 を加へ M^0_{kt} とし更に格點 k に於て下弦材に働く曲げモーメントを M^u_{kt} とする。ローゼ桁の平衡條件式を考ふれば次式を得。

$$M^0_{kt} + M^u_{kt} = \mathfrak{M}_{kt} - h_k H_t \dots\dots\dots(8.1)$$

今 $t = \|t_k \delta_{kt}\| \dots\dots\dots(8.2)$

の場合を考へる。(5.4) 式を $k=1, 2, \dots, n$ の場合に展開すると、

$$M^0_{1t} = t_1(\mathfrak{M}_{1t} - h_1 H_t)$$

$$M^0_{2t} = t_2(\mathfrak{M}_{2t} - h_2 H_t)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$M^0_{nt} = t_n(\mathfrak{M}_{nt} - h_n H_t)$$

$$M^o_{nt} = t_n(\mathfrak{M}_{nt} - h_n H_i)$$

之等の式を (8.1) 式に代入すれば

$$M^{v_1}_t = (1-t_1)(\mathfrak{M}_{1t} - h_1 H_i)$$

$$M^{v_2}_t = (1-t_2)(\mathfrak{M}_{2t} - h_2 H_i)$$

$$M^{v_k}_t = (1-t_k)(\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i)$$

$$M^{v_n}_t = (1-t_n)(\mathfrak{M}_{nt} - h_n H_i)$$

今
$$t' = \begin{vmatrix} 1-t_1 & & & \\ & 1-t_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & 1-t_n \end{vmatrix} = E - \|t_k \delta_{ki}\|$$

或は
$$t + t' = E \dots\dots\dots (8.3)$$

なる方列 t' を考ふれば

$$\left. \begin{aligned} M^o_{kt} &= t_k(\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i) \\ M^{v_k}_t &= t'_k(\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.4)^*$$

(8.4) 式に依りアーチに特有なる水平反力 H_i に依る上揚力 (Uplift) $-h_k H_i$ も \mathfrak{M}_{kt} と共に t_k/t'_k の割合に上下弦材に分配せらるゝ事を知る。即ちローゼ桁は二鉸アーチと下弦材との一種の合成桁であるが、水平下弦材を有する特別なローゼ桁を考ふれば、單純梁である下弦材は二鉸アーチと考へらるゝ上弦材との共存の結果アーチ特有の水平反力に依る上揚力の分前にあづかるのである。しかして其の分配を支配するものは分配系列であるが前節に依り結局分配比率を決定するものは弦材の換算長である事を知る。

t' が限り無く零方列に近づいた極限に於ては $t = E$ となり、之場合はアーチであり、 t が無視し得る程小になれば之はランガー桁であり、更に h_k が無限に小になれば之は單純梁である。之等については更に第3章に於て觸れる事にする。

最後に特殊な場合として (6.3) 式の條件の場合を取上ぐれば (6.4) 式より

$$t = \left\| \frac{1}{s} \delta_{ki} \right\| \quad \therefore t' = \left\| \frac{s-1}{s} \delta_{ki} \right\|$$

\therefore (8.4) 式より

$$\left. \begin{aligned} M^o_{kt} &= \frac{1}{s} (\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i) \\ M^{v_k}_t &= \frac{s-1}{s} (\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.5)^*$$

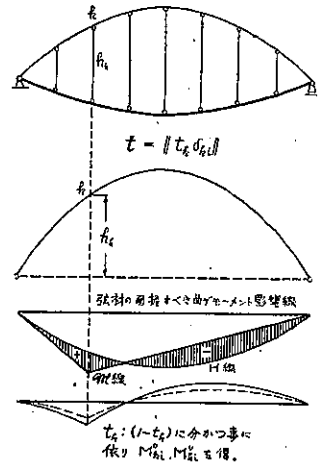
となり分配比率は $1:(s-1)$ である。或は (6.3) 式を参照すれば、

$$\frac{O'}{U'} = s-1 \quad \therefore \frac{1}{s} = \frac{U'}{O'+U'} \quad \frac{s-1}{s} = \frac{O'}{O'+U'}$$

故に (8.5) 式は又次の如く書替へらる。

$$\left. \begin{aligned} M^o_{kt} &= \frac{U'}{O'+U'} (\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i) \\ M^{v_k}_t &= \frac{O'}{O'+U'} (\mathfrak{M}_{kt} - h_k H_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.6)$$

圖-5.



及び

$$\frac{M^{0_{kt}}}{M^{u_{kt}}} = \frac{1}{s-1} = \frac{U'}{O'} \dots\dots\dots(8.7)$$

即ち $\frac{O'_1}{U'_1} = \frac{O'_2}{U'_2} = \dots = \frac{O'_{k+1}}{U'_{k+1}} = \text{一定} = \frac{O'}{U'}$

なる時は (8.7) 式の如き関係が成立する。s=2 の場合は $M^{0_{kt}} = M^{u_{kt}}$ である。(8.6) 式に於て O' を非常に大にすればランガー桁に近づく。

尙この場合水平反力 H_t は 10 及び 14 を参照すれば

$$H_t = \frac{\sum_{k=1}^n \phi_k \mathfrak{M}_{kt}}{\sum_{k=1}^n \phi_k h_k + \frac{O' + U'}{U'} \Delta} \dots\dots\dots(8.8)$$

の形で示し得られるが詳細は後節に譲る。

9. 形状項の附加項を考慮する場合、補正項の導入及び其の影響

以上の考察に於ては 4 に述べた如く ϕ_k の附加項を無視して論を進めたが、之を考慮する場合の計算式及び其の影響を考へる事にする。

$$d_k = 6 \left[\frac{J_c}{F^{0_k}} \sin \alpha_k - \frac{J_c}{F^{0_{k+1}}} \sin \alpha_{k+1} - \frac{J_c}{F^{u_{k+1}}} \sin \beta_k + \frac{J_c}{F^{u_{k+1}}} \sin \beta_{k+1} \right] \dots\dots\dots(9.1)$$

とし d_k を元素とする次の如き方列 d を考へる。

$$\begin{pmatrix} d_1 & d_1 & \dots & d_1 \\ d_2 & d_2 & \dots & d_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_n & d_n & \dots & d_n \end{pmatrix} = \|d_k\| = d \dots\dots\dots(9.2)$$

しかる時 \mathfrak{S}_k は、

$$\mathfrak{S} = -\mathfrak{U}h - d \dots\dots\dots(9.3)$$

$$\therefore A = a\mathfrak{S} = -\mathfrak{E}^{-1}(\mathfrak{U}h + d) = -[\mathfrak{E}^{-1}\mathfrak{U}h + \mathfrak{E}^{-1}d] = -[th + \mathfrak{E}^{-1}d] \dots\dots\dots(9.4)$$

今 $j = E$ なる場合、即ち下弦材換算長一定なる場合を考ふれば、(6.6) 式より

$$\bar{t}^{-1} = F^{-1}\mathfrak{E} \quad \therefore \bar{t} = \mathfrak{E}^{-1}F \quad \therefore a = \mathfrak{E}^{-1} = \bar{t}F^{-1}$$

\therefore (9.4) 式は

$$A = -[th + \bar{t}F^{-1}d]$$

$\therefore A$ の補正項 ΔA として次式を得。

$$\Delta A = -\bar{t}F^{-1}d \dots\dots\dots(9.5)$$

即ち最初の計算の際には d_k を省略して計算を行ひ最終計算に對し (9.5) 式で與へらるゝが如き補正を最初の計算に加ふればよいのである。消去法による解法に於ては附加項 d_k の省略が最後の結果のどの部分に如何程の影響を與ふるかは簡單には窺ふべくも無かつたが (9.5) 式により d_k 項の省略は A 項に對し上記の式で與へらるゝ程度の影響を及ぼす事を知るのである。

更に $A = -[\bar{t}h + F^{-1}d]$

と書き替へらるゝ故、 h に関する補正項 Δh を考へる事を得。即ち

$$\Delta h = F^{-1}d \dots\dots\dots(9.6)^*$$

10. ローゼ桁略算法の方列論的検討

筆者は嘗てローゼ系構造物に適用し得る略算法³⁾として

$$\frac{M^0_k}{M^u_k} = \frac{U'_k + U'_{k+1}}{O_k + O'_{k+1}} \dots\dots\dots(10.1)^*$$

とおき得る事を述べた事がある。此の證明及び其の適用範囲に付き考察を加へる事にする。

$$\frac{O'_1}{U'_1} = \frac{O'_2}{U'_2} = \dots = \frac{O'_k}{U'_k} = \dots = \frac{O'_{n+1}}{U'_{n+1}} = \text{一定} (=s-1)$$

なる場合は既に 6 及び 8 に於て取扱つた所であり其の際には (8.7) 式により

$$\frac{M^{\circ k}}{M^{\prime k}} = \frac{U'}{O'} \dots \dots \dots (8.7)$$

とおき得。

本節に於ては上述の O'_k/U'_k なる比が一定では無く漸次變化を爲すが各隣同士の比は殆ど等しいと認めらるゝが如き場合を考察の對稱とする。今任意の格點 k を中心として其の兩側の弦材の換算長のみの間に——其の成立範囲は極く局部的だけであるが——次の等式が大體成立し得るものとする。即ち；

$$\frac{O'_{k-1} \cdot O'_k}{U'_{k-1} \cdot U'_k} \doteq \frac{O'_k \cdot O'_{k+1}}{U'_k \cdot U'_{k+1}} \dots \dots \dots (10.2)$$

本式を基調として局部的に次式が成立するものとする。

$$\frac{O'_{k-1} + O'_k}{U'_{k-1} + U'_k} \doteq \frac{O'_k + O'_{k+1}}{U'_k + U'_{k+1}} \dots \dots \dots (10.2')$$

(10.2') 式を $n=4$ の場合に付き具體的に示すと次の如き一群の式が成立すると云ふ事である。

$$\frac{O'_1 + O'_2}{U'_1 + U'_2} \doteq \frac{O'_2 + O'_3}{U'_2 + U'_3} \quad \frac{O'_2 + O'_3}{U'_2 + U'_3} \doteq \frac{O'_3 + O'_4}{U'_3 + U'_4} \quad \frac{O'_3 + O'_4}{U'_3 + U'_4} \doteq \frac{O'_4 + O'_5}{U'_4 + U'_5}$$

之等の式より $U'_k \frac{O'_{k-1} + O'_k}{U'_{k-1} + U'_k} \doteq O'_k \doteq U'_k \frac{O'_k + O'_{k+1}}{U'_k + U'_{k+1}}$

$$\therefore U'_k \frac{O'_{k-1} + O'_k}{U'_{k-1} + U'_k} + U'_k \doteq O'_k + U'_k \doteq U'_k \frac{O'_k + O'_{k+1}}{U'_k + U'_{k+1}} + U'_k$$

$$U'_k \frac{O'_{k-1} + U'_{k-1} + O'_k + U'_k}{U'_{k-1} + U'_k} \doteq O'_k + U'_k \doteq U'_k \frac{O'_k + U'_k + O'_{k+1} + U'_{k+1}}{U'_k + U'_{k+1}}$$

$$U'_k \frac{l'_{k-1} + l'_k}{U'_{k-1} + U'_k} \doteq l'_k \doteq U'_k \frac{l'_k + l'_{k+1}}{U'_k + U'_{k+1}} \dots \dots \dots (10.3)$$

(10.3) を $n=4$ の場合に付き示すと、

$$U'_2 \frac{l'_1 + l'_2}{U'_1 + U'_2} \doteq l'_2 \doteq U'_2 \frac{l'_2 + l'_3}{U'_2 + U'_3} \quad U'_3 \frac{l'_2 + l'_3}{U'_2 + U'_3} \doteq l'_3 \doteq U'_3 \frac{l'_3 + l'_4}{U'_3 + U'_4} \quad U'_4 \frac{l'_3 + l'_4}{U'_3 + U'_4} \doteq l'_4 \doteq U'_4 \frac{l'_4 + l'_5}{U'_4 + U'_5}$$

今 $\frac{l'_k + l'_{k+1}}{U'_k + U'_{k+1}} = s_k \dots \dots \dots (10.4)$

とし s_k を對角元素とする次の如き方列を考へる。

$$\| s_k \delta_{kl} \| = \begin{vmatrix} s_1 & & & & \\ & s_2 & & & \\ & & s_3 & & \\ & & & \dots & \\ & & & & s_n \end{vmatrix} \dots \dots \dots (10.5)$$

しかるに (10.3) 式が成立する限り次の關係式が成立する。

$$U \cdot \| s_k \delta_{kl} \| \doteq \mathbf{0}$$

例へば $n=4$ とすれば、——零なる元素は省略——

$$\begin{vmatrix} 2(U_1 + U'_2) & U'_2 & & & \\ U'_2 & 2(U'_2 + U'_3) & U'_3 & & \\ & U'_3 & 2(U'_3 + U'_4) & U'_4 & \\ & & U'_4 & 2(U'_4 + U'_5) & \\ & & & & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{l'_1 + l'_2}{U'_1 + U'_2} \\ \frac{l'_2 + l'_3}{U'_2 + U'_3} \\ \frac{l'_3 + l'_4}{U'_3 + U'_4} \\ \frac{l'_4 + l'_5}{U'_4 + U'_5} \end{vmatrix}$$

$$= \left\| \begin{array}{cccc} 2(l'_1+l'_2) & U'_2 \frac{l'_2+l'_3}{U'_2+U'_3} & & \\ U'_2 \frac{l'_1+l'_2}{U'_1+U'_2} & 2(l'_2+l'_3) & U'_3 \frac{l'_3+l'_4}{U'_3+U'_4} & \\ & U'_3 \frac{l'_2+l'_3}{U'_2+U'_3} & 2(l'_3+l'_4) & U'_4 \frac{l'_4+l'_5}{U'_4+U'_5} \\ & & U'_4 \frac{l'_3+l'_4}{U'_3+U'_4} & 2(l'_4+l'_5) \end{array} \right\| \right\| \begin{array}{cccc} 2(l'_1+l'_2) & l'_2 & & \\ & l'_2 & 2(l'_2+l'_3) & l'_3 \\ & & l'_3 & 2(l'_3+l'_4) & l'_4 \\ & & & l'_4 & 2(l'_4+l'_5) \end{array} \right\|$$

即ち

$$\mathbf{U} \left\| \begin{array}{cccc} \frac{l'_1+l'_2}{U'_1+U'_2} & & & \\ & \frac{l'_2+l'_3}{U'_2+U'_3} & & \\ & & \frac{l'_3+l'_4}{U'_3+U'_4} & \\ & & & \frac{l'_4+l'_5}{U'_4+U'_5} \end{array} \right\| \right\| \mathbf{2}$$

∴ (6.1) 式により $t^{-1} \rightleftharpoons \|s_k \delta_{kl}\|$

$$\therefore t \rightleftharpoons \left\| \frac{1}{s_k} \delta_{kl} \right\| = \left\| \frac{U'_k + U'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} \delta_{kl} \right\| \dots \dots \dots (10.6)$$

故に(8.3)(8.4) 式より次式を得。

$$\left. \begin{array}{l} M^{o_{kl}} = \frac{U'_k + U'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} (\mathfrak{M}_{kl} - h_k H_l) \\ M^{u_{kl}} = \frac{O'_k + O'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} (\mathfrak{M}_{kl} - h_k H_l) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (10.7)$$

∴ $\frac{M^{o_{kl}}}{M^{u_{kl}}} = \frac{U'_k + U'_{k+1}}{O'_k + O'_{k+1}}$ が成立する。

今 H の略算式を求むる目的の爲に (10.7) 式を (14.2) 式に代入するに當り

$$\frac{1}{s_k} = \frac{U'_k + U'_{k+1}}{l'_k + l'_{k+1}} = r_k \dots \dots \dots (10.8)$$

とおけば (10.7) 式は

$$\left. \begin{array}{l} M^{o_{kl}} = r_k (\mathfrak{M}_{kl} - h_k H_l) \\ M^{u_{kl}} = (1 - r_k) (\mathfrak{M}_{kl} - h_k H_l) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (10.7)'$$

故に H を與ふる式は;

$$H_l = \frac{\sum_{k=1}^n r_k \phi_k \mathfrak{M}_{kl}}{\sum_{k=1}^n r_k \phi_k h_k + \Delta} \dots \dots \dots (10.9)$$

本節に述べた略算法は 比較設計の試算等に利用する以外に本文で紹介せる方列論的手法による機械的乗算の不慮の誤算の検算に用ふる事が出来る。又ランガー桁の二次應力(兩端絞)等も簡単に (10.7')(10.9) 式により算出せられる。吊橋への應用に關しては別の機會に譲る。

11. 基本系列 F^{-1} の算出

7 に於て述べた如く本文で紹介せる計算法の 基幹をなすものは方列 F^{-1} であつて、便宜上之を基本系列と名付けたが本節に於ては此の算出法を中心に考察を加ふる事にする。元來方列 F は (4.6) 式に依り定義せられたものであるが、之は連續桁の問題に現はれる方列であつて、此の意味から眺めても興味深きものであるが本節を讀まれるならば其の應用法等は自ら明らかになるものと信ずる。

正確なる基本系列を得る事が計算の結果の精度を高むる 所以であるが F^{-1} の算出法の一つとして、筆者は手段として方列 F の各元素を係數とせる變換式 $Y = \|F\|X$ を考へ、この逆變換式を通常の消去法に依り解く事にする。

之を具體的に説明すると、例へば格間數 5 の場合には (n=4)

$$F = \begin{vmatrix} 4\lambda & \lambda & & \\ \lambda & 4\lambda & \lambda & \\ & \lambda & 4\lambda & \lambda \\ & & \lambda & 4\lambda \end{vmatrix}$$

である故、次の聯立方程式

$$\left. \begin{aligned} 4\lambda X_1 + \lambda X_2 &= Y_1 \\ \lambda X_1 + 4\lambda X_2 + \lambda X_3 &= Y_2 \\ \lambda X_2 + 4\lambda X_3 + \lambda X_4 &= Y_3 \\ \lambda X_3 + 4\lambda X_4 &= Y_4 \end{aligned} \right\}$$

を消去法に依り (X₁, X₂, X₃, X₄) に關して解けば、係數を分數の形にして、次式を得。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{56}{209\lambda} Y_1 - \frac{15}{209\lambda} Y_2 + \frac{4}{209\lambda} Y_3 - \frac{1}{209\lambda} Y_4 \\ X_2 &= -\frac{15}{209\lambda} Y_1 + \frac{4 \times 15}{209\lambda} Y_2 - \frac{4 \times 4}{209\lambda} Y_3 + \frac{4}{209\lambda} Y_4 \\ X_3 &= \frac{4}{209\lambda} Y_1 - \frac{4 \times 4}{209\lambda} Y_2 + \frac{4 \times 15}{209\lambda} Y_3 - \frac{15}{209\lambda} Y_4 \\ X_4 &= -\frac{1}{209\lambda} Y_1 + \frac{4}{209\lambda} Y_2 - \frac{15}{209\lambda} Y_3 + \frac{56}{209\lambda} Y_4 \end{aligned} \right\}$$

この式の係數の作る方列が F⁻¹ である故——(3.7) 式參照——乘數 $\nu = 1/209\lambda$ とおいて之を表の形に示すと表-1 の如し。

表-1.

格間數	56	-15	4	-1
5	-15	60	-16	4
乘數	4	-16	60	-15
$\nu = \frac{1}{209\lambda}$	-1	4	-15	56

表-2.

格間數	209	-56	15	-4	1
6	-56	224	-60	16	-4
乘數	15	-60	225	-60	15
$\nu = \frac{1}{780\lambda}$	-4	16	-60	224	-56
	1	-4	15	-56	209

同様にして格間數 6 の場合を算出すれば表-2 を得。

かかる手續に依り任意の格間數に對する基本系列の表を算出し得るのであるが、更に下級の表より上級の表が算出し得る事に注目し之を利用すれば一層簡單になる。前記の表を比較對照し其の特性を探ると次の如し。

(i) 對角線元素は常に正號を有し、之を規準として符號を一つおきに變更すればよい。

表-3.

56	15	4	1	第 1 行
60	16	4		第 2 行
	60	15		第 3 行
		56		第 4 行

(ii) 對稱方列である故其の何れか半分を求むればよい。

今上右半分の元素を其の符號を取除き取出せば格間數 5 の表は 6 の表に含まれる。

即ち

(iii) 上級の表は總て下級の表を含む。

(iv) 第 1 行は最終列と同じである。

(v) 第 2 行は第 1 行を 4 倍すれば求めらる。

第 3 行は第 1 行を 15 倍すれば求めらる。以下同 (表-3 參照)。

即ち本表は次の如き級數

- 1, 4, 15, 56, 209, 780, 2911, 10864, 40545, 151316, 564719, 2107560, 7865521, 29354524, 109552575,

を基本として構成せらる。この級數の間に存在する關係式は第 k 番目の項を N_k とすると (略證明)

$$(vi) \quad N_k = \frac{N_{k+1} + N_{k-1}}{4} \quad \text{或は} \quad N_k = 4N_{k-1} - N_{k-2} \dots\dots\dots (11.1)^*$$

(vii) 乗数 ν の分母も亦この級数により與へらる。格間數 $(n+1)$ なるローゼ桁の乗数 $\nu^{(n+1)}$ は

$$\nu^{(n+1)} = \frac{1}{(4N_n - N_{n-1})\lambda} = \frac{1}{N_{n+1}\lambda} \dots\dots\dots (11.2)^*$$

以上の性質を利用すれば任意の表が前記の級数を基調として構成せらる。我々が通常必要とする格間數 12 までの表を本文の終りに、設計の便宜上一括して示してあるが其れ以上の場合には本表を延長すればよいのである。尙 n が非常に大なる場合には對角線元素を中心とする比較的大なる元素のみを考へ他の小なる元素は之を省略するも充分である。 F^{-1} が上記の級数に支配せらるゝ故、別に表を用意しなくとも本文の計算の基幹をなす基本系列が正確に得らるゝ事は特記すべき事と思はれる。尙 F^{-1} の檢算を行はんとするならば $FF^{-1} = E$ による。

12. 換算長に就て

構の形即ち骨格に對し構の肉とも形容すべきものは方列 \mathfrak{R} 及 \mathfrak{U} であつて之等が分配系列を支配する事は既に述べた所である。しかるに (6.2), (4.1) 式に示さるゝ如く方列 \mathfrak{R} 及 \mathfrak{U} は弦材の換算長により構成せらるゝ故本節に於ては之を中心を考察を行ふ事にする。

今下弦材の反りの影響を無視すると弦材長は

$$U_k = \lambda, \quad \text{及び} \quad O_k = \lambda \sec \alpha_k.$$

$$\therefore O'_k = O_k \frac{J_c}{J_k} = \lambda \frac{J_c}{J_k} \sec \alpha_k, \quad U'_k = U_k \frac{J_c}{J^{u_k}} = \lambda \frac{J_c}{J^{u_k}}$$

$$\therefore \frac{O'_k}{U'_k} = \frac{J^{u_k}}{J^k} \sec \alpha_k$$

今 (6.3) 式の場合即ち $\frac{O'_1}{U'_1} = \frac{O'_2}{U'_2} = \dots = \frac{O'_k}{U'_k} = \dots = \frac{O'_{n+1}}{U'_{n+1}} = (s-1)$ の場合を考ふれば上式より

$$\frac{J^u_k}{J^k} = \frac{\sec \alpha_k}{s-1}, \quad \text{但} \quad s = 1 + \frac{O'}{U'} \dots\dots\dots (12.1)$$

本式は分配系列の對角元素が總て $1/s$ なる時の J^u_k/J^k を與へる式である。

更に (12.1) 式を満足する特殊な場合として $J^u_k = J^c \sec \alpha_k$ に對しては、 $s-1 = \frac{O'}{U'} = \frac{J^u_k \sec \alpha_k}{J^k} = \frac{J^u_k}{J^c}$ 故

$$\left. \begin{aligned} J^u_k &= J^c \sec \alpha_k \\ J^{u_k} &= (s-1)J^c = \text{一定} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12.2)^*$$

即ち下弦材の慣性モーメント——換言すれば下弦材の換算長が——一定なる場合に於ても、 $J^u_k = J^c \sec \alpha_k$ ならば分配系列の對角元素は總て $1/s$ である。

最後に $\frac{J^{u_k}}{J^k} = \frac{J_c}{J^k} = K$ の場合には

$$U'_k = O'_k + U'_k = \lambda [K \sec \alpha_k + 1] \dots\dots\dots (12.3)$$

但し $J^{u_k} = J_c, \quad J^k = \frac{1}{K} J_c$

尙此の場合 $O'_k/U'_k = K \sec \alpha_k$ 故 O'_k/U'_k の變化は漸變するを以て 10 に述べた略算法を行ふ事が出来る。

13. \mathfrak{M}_i の算出——單純梁に関する考察——

4 に於て單純梁の曲げモーメントより構成せらるゝ方列 $\|\mathfrak{M}_i\|$ を取扱つたが之に關し記述する事にする。

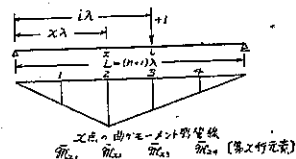
今 圖-6 の如き單純梁の i 點に單位荷重が載荷せられた場合の x 點の曲げモーメントを \mathfrak{M}_i とし \mathfrak{M}_i を元素とする方列 (13.1)—4 参照—を考ふれば其の元素數は n^2 である。但し格間數に對應する數を $(n+1)$ とする。

$$\mathfrak{M}_{i,j} = \mathfrak{M}_{j,i} \dots\dots\dots (13.2)$$

故に $\|\mathfrak{M}_i\|$ は對稱方列である。

今 $n=4$ の場合につき此の方列を具體的に書くと

圖-6.



$$\left\| \begin{array}{cccc} \bar{m}_{11} & \bar{m}_{12} & \bar{m}_{13} & \bar{m}_{14} \\ \bar{m}_{21} & \bar{m}_{22} & \bar{m}_{23} & \bar{m}_{24} \\ \bar{m}_{31} & \bar{m}_{32} & \bar{m}_{33} & \bar{m}_{34} \\ \bar{m}_{41} & \bar{m}_{42} & \bar{m}_{43} & \bar{m}_{44} \end{array} \right\| \dots\dots\dots (13.1')$$

であるが其の第一行を $x=1$ 即ち 1 點の曲げモーメントの影響線と見れば第二行は $x=2$ 即ち 2 點の影響線である。一般に第 k 行は k 點の影響線である。

次に $\|\bar{m}_{xi}\|$ の算出を簡易化する爲に其の元素を調べれば次の關係式が成立する。

$$\left. \begin{array}{l} x < i \quad \bar{m}_{xi} = \frac{(n+1-x)\lambda}{n+1} \\ x = i \quad \bar{m}_{xi} = \frac{(n+1-i)\lambda}{n+1} \\ x > i \quad \bar{m}_{xi} = \frac{(n+1-x)\lambda}{n+1} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (13.3)$$

(13.3) 式の λ を除いた形の元素より成る、元素數 n^2 の方列を考へ之等を夫々 $\|Ie_{xi}\|, \|IIe_{xi}\| \dots$ とすると

$$Ie = \left\| \frac{1 \times 1}{1+1} \right\| = \|1 \cdot 1\| \times \frac{1}{1+1} = I\bar{e} \times \frac{1}{1+1}$$

$$IIe = \left\| \begin{array}{cc} \frac{1 \times 2}{2+1}, & \frac{1 \times 1}{2+1} \\ \frac{1 \times 1}{2+1}, & \frac{2 \times 1}{2+1} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc} 1 \cdot 2, & 1 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1, & 2 \cdot 1 \end{array} \right\| \times \left\| \frac{1}{2+1} \delta_{xi} \right\| = II\bar{e} \left\| \frac{1}{2+1} \delta_{xi} \right\|$$

$$IIIe = \left\| \begin{array}{ccc} \frac{1 \times 3}{3+1}, & \frac{1 \times 2}{3+1}, & \frac{1 \times 1}{3+1} \\ \frac{2 \times 1}{3+1}, & \frac{2 \times 2}{3+1}, & \frac{2 \times 1}{3+1} \\ \frac{1 \times 1}{3+1}, & \frac{1 \times 2}{3+1}, & \frac{3 \times 1}{3+1} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{ccc} 1 \cdot 3, & 1 \cdot 2, & 1 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1, & 2 \cdot 2, & 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1, & 1 \cdot 2, & 3 \cdot 1 \end{array} \right\| \times \left\| \frac{1}{3+1} \delta_{xi} \right\| = III\bar{e} \left\| \frac{1}{3+1} \delta_{xi} \right\|$$

(以下省略)

かかる方列を導入すれば支間 $(n+1)\lambda$ なる單純梁の曲げモーメント $n\bar{m}$ は次式で與へられる。

$$n\bar{m} = ne \left\| \frac{\lambda}{n+1} \delta_{xi} \right\| \dots\dots\dots (13.4)$$

と書く事が出来る。若し \bar{e} が簡単に算出せらるゝならば其の各元素を $\lambda/n+1$ 倍せるものが方列 \bar{m} である。しかるに $\bar{e}_{xi} = \bar{e}_{ix}$ 故に方列 \bar{e} も對稱方列である。故に其の何れか半分を求むればよい。方列 \bar{e} の右上半分の元素に注目すれば之は元素の指標の形に類似して居る故之から方列 \bar{e} を構成してもよいが更に之等の乗算を行へば、此の方列は自然數 1, 2, 3, ... を基調として II の基本系列と同様の方法で組立てられる事を知る。例へば

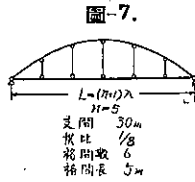
$$v\bar{e} = \left\| \begin{array}{ccccc} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \right\|$$

II. ローゼ桁計算例及び精度の吟味

第 1 章に於て述べた計算法を具體的に説明する爲 圖-7 の如きローゼ桁を中心に計算を行ふ事にする。拱軸線

は拋物線とし且下弦材は水平なるものとす。

$U_k = \lambda = 500 \text{ cm}$



1. 換算長の比一定なる場合

今 $s = 9.488$ とすれば (6.3)(12.1) 式より

$$\frac{O'}{U'} = s - 1 = 8.488, \quad \frac{J^o_k}{J^{u_k}} = \frac{\sec \alpha_k}{s - 1} = 8.488$$

$$\therefore \frac{J^{u_1}}{J^o_1} = 7.835, \quad \frac{J^{u_2}}{J^o_2} = 8.235, \quad \frac{J^{u_3}}{J^o_3} = 8.459 \dots \dots \dots (1)$$

即ち上下弦材を (1) の如く撰定する時は、其の分配系列は (6.4) 式より

$$t = \left\| \frac{1}{s} \delta_{kt} \right\| = \left\| \frac{1}{9.488} \delta_{kt} \right\| = \left\| 0.1054 \delta_{kt} \right\|$$

$$= \left\| \begin{array}{cccc} 0.1054 & & & \\ & 0.1054 & & \\ & & 0.1054 & \\ & & & 0.1054 \end{array} \right\| \dots \dots \dots (2)$$

\therefore (8.5) 式より $M^o_{1i} = 0.1054 (\mathfrak{M}_{1i} - 208.333 H_i)$

$$\left. \begin{array}{l} M^o_{2i} = 0.1054 (\mathfrak{M}_{2i} - 333.333 H_i) \\ M^o_{3i} = 0.1054 (\mathfrak{M}_{3i} - 375.000 H_i) \\ M^o_{4i} = 0.1054 (\mathfrak{M}_{4i} - 333.333 H_i) \\ M^o_{5i} = 0.1054 (\mathfrak{M}_{5i} - 208.333 H_i) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

又下弦材の曲げモーメントは、

$$\left. \begin{array}{l} M^{u_{1i}} = 0.8946 (\mathfrak{M}_{1i} - 208.333 H_i) \\ M^{u_{2i}} = 0.8946 (\mathfrak{M}_{2i} - 333.333 H_i) \\ M^{u_{3i}} = 0.8946 (\mathfrak{M}_{3i} - 375.000 H_i) \\ M^{u_{4i}} = 0.8946 (\mathfrak{M}_{4i} - 333.333 H_i) \\ M^{u_{5i}} = 0.8946 (\mathfrak{M}_{5i} - 208.333 H_i) \end{array} \right\}$$

2. 下弦材の換算長一定なる場合

$J^{u_k} = J_r$, 且 $\frac{J^{u_k}}{J^o_k} = K = 8.460 \dots \dots \dots (4)$

なる場合は (12.3) 式より l'_k を算出し、(6.2) 式より方列 Ω を構成し表の形で示せば、

表-5. 方列 Ω

19 885.364	4 860.183	0	0	0
4 860.183	19 209.698	4 744.666	0	0
0	4 744.666	18 978.664	4 744.666	0
0	0	4 744.666	19 209.698	4 860.183
0	0	0	4 860.183	19 885.364

(11.1) 式より級数 $1, 4, \dots$ を第 6 項まで算出すると

$N_1 = 1, N_2 = 4 \times 1 = 4, N_3 = 4 \times 4 - 1 = 15,$
 $N_4 = 4 \times 15 - 4 = 56, N_5 = 4 \times 56 - 15 = 209, N_6 = 4 \times 209 - 56 = 780.$

故に乘數は(11.2)式より $\nu_0 = \frac{1}{780\lambda}$ であり格間數 6 の基本系列は表-2 の如し。次に F^{-1} の右に Ω を乘算するのであるが表-6 の形式で行ひ乘數 ν は最後まで別にして置く。空欄は最初の計算には用ひず其の儘にして置く。

表-6. $F^{-1}\Omega$ の 略 算

4 156 041 - 273 170 0 0 0 -----(+) + 3 883 871				補 正 計 算 の 時 使 用
	- 272 170 4 302 972 - 284 680 0 0 -----(+) + 3 746 122			
		0 - 284 680 4 270 199 - 284 680 0 -----(+) + 3 700 839		

表-6 の數値に乘數 ν を乘じ、其の逆數を取れば分配系列を得。之も表-7 の形にして置く。

表-7. 分配系列 (略値)

0.1004 2	0.1041 1		
	0.1053 8	0.1041 1 (5)
		0.1004 2	

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 M^a_{1t} &= 0.1004 (\mathfrak{M}_{1t} - 208.333 H_t) \\
 M^a_{2t} &= 0.1041 (\mathfrak{M}_{2t} - 333.333 H_t) \\
 M^a_{3t} &= 0.1054 (\mathfrak{M}_{3t} - 375.000 H_t) \\
 M^a_{4t} &= 0.1041 (\mathfrak{M}_{4t} - 333.333 H_t) \\
 M^a_{5t} &= 0.1004 (\mathfrak{M}_{5t} - 208.333 H_t)
 \end{aligned} \right\} \text{及び} \left. \begin{aligned}
 M^u_{1t} &= 0.8996 (\mathfrak{M}_{1t} - 208.333 H_t) \\
 M^u_{2t} &= 0.8959 (\mathfrak{M}_{2t} - 333.333 H_t) \\
 M^u_{3t} &= 0.8946 (\mathfrak{M}_{3t} - 375.000 H_t) \\
 M^u_{4t} &= 0.8959 (\mathfrak{M}_{4t} - 333.333 H_t) \\
 M^u_{5t} &= 0.8996 (\mathfrak{M}_{5t} - 208.333 H_t)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

A 項の計算を行へば

$$A_1 = -20.921 = A \qquad A_2 = -34.703 = A \qquad A_3 = -39.518$$

B 項の計算は 13 より方列 \mathfrak{M} を用意して其の各行に表-7 の數値を乘ずる事により行はれる。

表-8. B 項

分配系列	單純梁の曲げモーメント				
0.1004 2	416.667	333.333	250.000	166.667	83.333
0.1041 1	333.333	666.667	500.000	333.333	166.667
0.1053 8	250.000	500.000	750.000	500.000	250.000
0.1041 1	166.667	333.333	500.000	666.667	333.333
0.1004 2	83.333	166.667	250.000	333.333	416.667

表-9. B 項

$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
41.842	33.473	25.105	16.737	8.368
34.703	69.407	52.055	34.703	17.352
26.345	52.690	79.035	52.700	26.245
17.352	34.703	52.055	69.407	34.703
8.368	16.737	25.105	33.473	41.842

故に荷重が格点 1 にある時は,

$$\begin{aligned}
 M_{11}^0 &= -20.921 H_1 + 41.842, & M_{41}^0 &= -34.703 H_1 + 17.352 \\
 M_{21}^0 &= -34.703 H_1 + 34.703, & M_{51}^0 &= -20.921 H_1 + 8.368 \\
 M_{31}^0 &= -39.518 H_1 + 26.345
 \end{aligned}$$

荷重が格点 2 にある時は,

$$\begin{aligned}
 M_{12}^0 &= -20.921 H_2 + 33.473, & M_{42}^0 &= -34.703 H_2 + 34.703 \\
 M_{22}^0 &= -34.703 H_2 + 69.407, & M_{52}^0 &= -20.921 H_2 + 16.737 \\
 M_{32}^0 &= -39.518 H_2 + 52.690
 \end{aligned}$$

荷重が格点 3, 即ち中央点にある時は,

$$\begin{aligned}
 M_{13}^0 &= -20.921 H_3 + 25.105, & M_{33}^0 &= -39.518 H_3 + 79.035 \\
 M_{23}^0 &= -34.703 H_3 + 52.055
 \end{aligned}$$

以上の計算例に於ては $J^u_k/J^o_k=K$ として計算を進めたが此の条件の代りに例へば (1) の比を (7) の如く變更して J^u_k —一定として計算を行ふも近々 1 時間以内に其の結果を知る事が出来る。

$$J_1^o = \frac{J_c}{8.396} \quad J_2^o = \frac{J_c}{8.460} \quad J_3^o = \frac{J_c}{8.459} \dots\dots\dots (7)$$

表-10. F-13

4 156 041	1 015 778	0	0	0
- 272 170	-1 075 743	- 265 701	0	0
0	71 170	281 680	71 170	0
0	0	- 18 979	- 76 839	- 19 441
0	0	0	4 860	19 885
----- (+)	----- (+)	----- (+)	----- (+)	----- (+)
+3 883 871	+ 11 205	0	- 509	+ 444
-1 113 580	- 272 170	0	0	0
1 088 681	4 302 972	1 032 805	0	0
0	- 284 680	-1 138 720	- 284 680	0
0	0	75 915	307 355	77 763
0	0	0	+ 19 441	- 79 541
----- (+)	----- (+)	----- (+)	----- (+)	----- (+)
- 24 899	+3 746 122	0	3 234	- 1 778
298 280	72 903	0	/	/
- 291 611	-1 152 582	- 284 680		
0	1 067 550	4 270 199		
0	0	- 284 680		
0	0	0		
----- (+)	----- (+)	----- (+)		
+ 6 669	- 12 129	+3 700 839		

以上の計算が下弦材の換算長一定なる場合の概略であるが、分配系列を(5)——表-7——の如く概略値に取つた結果の其の精度に及ぼす影響を考察する。

再び表-6に戻り最初空欄とせる箇所の計算を行へば表-10の如くなる。尙最初よりこの計算を行ふも其の時間は30分以内であり表-10の爲に計算器を使用せる回数は29回に過ぎない。表-10の結果に ν を乗じたのが表-11である。

表-11. $F^{-1}g$

9.9586	0.0287	0	-0.0013	0.0011
-0.0638	9.6054	0	0.0083	-0.0046
0.0171	-0.0311	9.4893	-0.0311	0.0171
-0.0046	0.0083	0	9.6054	-0.0638
0.0011	-0.0013	0	0.0287	9.9586

$F^{-1}g$ の結果を見れば対角元素に對し他の元素は無視し得。依つて省略算としては表-7の如き取扱ひを爲し得。しかしながら前記の計算の結果の精度を知る爲表-11の逆方列を求めん。其の爲には次の聯立方程式を解けばよいのであるが、和及差の形で計算を進める。

$$\left. \begin{aligned}
 9.9586 X_1 + 0.0287 X_2 & - 0.0013 X_4 + 0.0011 X_5 = Y_1 \\
 -0.0638 X_1 + 9.6054 X_2 & + 0.0083 X_4 - 0.0046 X_5 = Y_2 \\
 0.0171 X_1 - 0.0311 X_2 + 9.4893 X_3 - 0.0311 X_4 + 0.0171 X_5 & = Y_3 \\
 -0.0046 X_1 + 0.0083 X_2 & + 9.6054 X_4 - 0.0638 X_5 = Y_4 \\
 0.0011 X_1 - 0.0013 X_2 & + 0.0287 X_4 + 9.9586 X_5 = Y_5
 \end{aligned} \right\}$$

表-12. 分配系列 \bar{t}

0.10041	-0.00030	0.00000	0.00001	-0.00001
0.00067	0.10411	0.00000	-0.00009	0.00005
-0.00018	0.00034	0.10538	0.00034	-0.00018
0.00005	-0.00009	0.00000	0.10411	0.00067
-0.00001	0.00001	0.00000	-0.00030	0.10041

表-12の演算の檢算の爲本表と表-11との相互乗算により $\bar{t}^{-1} \cdot \bar{t} = E$ の計算を行へば、其の結果は小數點以下第四位に於て四捨五入を爲せば單位方列を得る故表-12の方列は表-11の方列の逆方列であると認めらる。

表-12と表-7とを比較すれば分配系列として表-7を用ふる事は大體許され得る事を知る。

表-13. 補正率

	\bar{t} 頭					$\bar{t} h$
補正値	-0.099	-0.199	-0.148	-0.096	-0.051	-0.099
省略値	41.838	33.470	25.103	16.735	8.367	20.919
準正確値	41.739	33.271	24.955	16.639	8.316	20.820
補正率	2.4/1000	6.0/1000	6.0/1000	6.0/1000	6.0/1000	0.5/1000
補正値	0.268	0.201	0.136	0.069	0.047	0.120
省略値	34.703	69.407	52.055	34.703	17.352	34.703
準正確値	34.971	67.608	52.191	34.772	17.399	34.823
補正率	7.7/1000	3.0/1000	2.6/1000	2.0/1000	2.7/1000	3.5/1000
補正値	0.080	0.250	0.250	0.250	0.080	0.152
省略値	26.345	52.690	79.035	52.690	26.345	39.518
準正確値	26.425	52.940	79.285	52.940	26.425	39.670
補正率	3.0/1000	4.7/1000	3.2/1000	4.7/1000	3.0/1000	3.8/1000

今表-12により $\bar{t} \bar{m}$ 及び $\bar{t} \bar{n}$ の計算を行ひ、對角元素以外の元素を省略する事の影響を調べれば次の如し。太字の數値は表-12の對角元素(太字)のみを考へた場合の數値であり表-7より算出せる表-9の數値に對應し、之を省略算と考ふれば普通の字體の數値はこの補正項と考へらる。補正をほどこした結果の數値は準正確値である。

$\bar{t} \bar{m}$					$\bar{t} \bar{n}$
41.838	33.470	25.103	16.735	8.367	20.919
- 0.100	- 0.200	- 0.150	- 0.100	- 0.050	- 0.100
0	0	0	0	0	0
0.002	0.003	0.005	0.007	0.003	0.003
- 0.001	- 0.002	- 0.003	- 0.003	- 0.004	- 0.002
+41.739	+33.271	+24.955	+16.639	+ 8.316	+20.820
0.279	0.223	0.168	0.112	0.056	0.140
34.703	69.407	52.055	34.703	17.352	34.703
0	0	0	0	0	0
- 0.015	- 0.030	- 0.045	- 0.060	- 0.030	- 0.030
0.004	0.008	0.013	0.017	0.021	0.010
+34.971	+69.608	+52.191	+34.772	+17.399	+34.823
- 0.075	- 0.060	- 0.045			- 0.037
0.113	0.227	0.170			0.113
26.345	52.690	79.035			39.518
0.057	0.113	0.170			0.113
- 0.015	- 0.030	- 0.045			- 0.037
+26.425	+52.940	+79.285			+39.670

上述の計算の省略値と準正確値とを比較せるのが表-13である。

即ち補正率は皆 1% 以下である故表-12の對角元素のみを考へても其の誤差は 1% 以下である。然るに其の角對元素は表-7の其れと殆ど同一である。故に表-11の如く $F^{-1} \bar{z}$ の演算を行ひ其の結果對角元素に比し他の元素が著しく小なる時は表-7の如き分配系列に依り計算を進める事を得。

故に最初の計算に於ては $F^{-1} \bar{z}$ の演算に際し其の對角元素のみを表-6の如く算出し表-7の分配系列を得ればよいのである。最終計算に於て $F^{-1} \bar{z}$ の空欄に計算を行ひ \bar{t}^{-1} の精しい數値を算出し其の各元素を検討し、更に求むべき $M^{\circ} \bar{t}$ の桁數を考慮し(9参照)必要ありと認めらるゝ場合に、より正確なる \bar{t} (分配系列)を求むるのである。其の際に於ても表-11より表-12を算出する際の如き取扱ひは通常不必要で、表-11の内比較的重大な影響を持つと考へらるゝ元素のみを考慮すればよく、かくする事に依り、逆方列を求むる消去法が著しく簡單と

表-14. $F^{-1} \bar{z}$ (近似値)

9.9586	0.0287	0	—	—
-0.0638	9.6054	0	—	—
0.0171	-0.0311	9.4893	-0.0311	0.0171
—	—	0	9.6054	-0.0638
—	—	0	0.0287	9.9586

表-15. 分配系列近似値

0.10041	-0.00030	0	—	—
0.00067	0.10411	0	—	—
-0.00018	0.00034	0.10538	0.00034	-0.00018
—	—	0	0.10411	0.00067
—	—	0	-0.00030	0.10041

なる。前記の表に付き之を示せば表-11 より表-14 を作ると此の逆方例は表-12 を求むる際の勞力の數分の一で算出せらる。

表-15 より A 及び B 項を算出すれば表-16 の如し。

表-16.

k	A _k	B _{kl}				
		1	2	3	4	5
1	-20.819	41.738	33.270	24.953	16.635	8.317
2	-34.843	34.982	69.630	52.223	34.815	17.408
3	-39.670	26.425	52.940	79.285	52.940	26.425
4	-34.843	17.408	34.815	52.223	69.630	34.982
5	-20.819	8.317	16.635	24.953	33.270	41.738

表-16 を表-13 の準正確値と比較すればかゝる近似値を使用するも設計の目的には充分なるを知る。次にこの A 項に對し必要ありと認めたる時に d_k の影響を算入するのである。

3. 形状項の附加項 d_k の影響の算入

(9.1) 式で與へられた d_k 項の影響の算入法を例示するに際し、假に次の如き數値を (9.2 式) の方列 d の元素として採用し計算を行ふ事にする。

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= 718.400 \\ d_2 &= 915.200 \\ d_3 &= 993.100 \\ d_4 &= 915.200 \\ d_5 &= 718.400 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

表-17.

k	F ⁻¹ d	ΔA
1	+0.284	-0.029
2	+0.300	-0.031
3	+0.347	-0.037
4	+0.300	-0.031
5	+0.284	-0.029

方列 \bar{e} として表-7 を用ひ (9.5) 式により表-17 を得。但し各列同一である故其の一系列のみを算出する。

4. 略算法の應用例

2 の計算例につき略算を行ひ且其の精度を参考に供する。(10.8) 及び (10.9) 式により表-18 を作る。

表-18. ローゼ桁略算法

k	U' _k	O' _k	O' _k +O' _{k+1}	l' _k	l' _k +l' _{k+1}	r _k	1-r _k
1	500.000	4582.499	8942.682	5082.499	9942.682	0.10058	0.89942
2	500.000	4360.183	8604.849	4860.183	9604.849	0.10411	0.89589
3	500.000	4244.666	8489.332	4744.666	9489.332	0.10538	0.89462
4	500.000	4244.666	8604.849	4744.666	9604.849	0.10411	0.89589
5	500.000	4360.183	8942.682	4860.183	9942.682	0.10058	0.89942
6	500.000	4582.499	—	5082.499	—	—	—

表-18 の r_k 欄は分配系列の對角元素に相當するもので之を表-7 と比較すれば最初の數値 0.10012 に對し本表では 0.10058 なる點のみが異り後は全く同様である。即ち筆者の提案する略算法は兩端を除き殆ど正解に近いものと認めらるゝものであつて、各方面に活用せらるべきものと信ずる。少くとも比較設計の際の試算等には之で充分であり、ランガー桁の二次應力等も計算尺に依り其の傾向を知る事が出来る。又自旋式吊橋のケーブルを通常の部材を以て構成する場合の二次應力等も本法を適用し得るのである。

5. 下弦材の換算長が變化する場合

今この場合の計算例として表-19 の如き數値を取扱ふ事にする(説明は省略する)。

表-19.

k	U'_k	V'_k	$2(U'_k + V'_{k-1})$	$2(U'_k + U'_{k+1})$
1	511.667	5139.336	20058.674	2114.110
2	515.388	4890.001	19300.888	2034.242
3	501.733	4760.443	19041.772	2006.932

表-20. 方列 \mathfrak{B} —(6.2) 式—

20058.674	4890.001	0	0	0
4890.001	19300.888	4760.443	0	0
0	4760.443	19041.772	4760.443	0
0	0	4760.443	19300.888	4890.001
0	0	0	4890.001	20058.674

表-21. 方列 \mathfrak{U} —(4.1) 式—

2114.110	515.388	0	0	0
515.388	2034.242	501.733	0	0
0	501.733	2006.932	501.733	0
0	0	501.733	2034.242	515.388
0	0	0	515.388	2114.110

表-22. 方列 \mathfrak{J} —(7.2) 式—

1.05894	0.00339	0	-0.00025	0.00013
-0.00755	1.01719	0	0.00098	-0.00054
0.00202	-0.00368	1.00347	-0.00368	0.00202
-0.00054	0.00098	0	1.01719	-0.00755
0.00013	-0.00025	0	0.00339	1.05894

表-23. $F^{-1}\mathfrak{B}$

10.04723	0.03222	0	-0.00233	0.00128
-0.07161	9.65110	0	0.00910	-0.0512
0.01918	-0.03488	9.51088	-0.03488	0.01918
-0.00512	0.00930	0	9.65110	-0.07161
0.00128	-0.00233	0	0.03222	10.04723

表-23 の対角元素の逆数を取り方列 \bar{t} を算出する。

表-24. 方列 \bar{t}

0.09953				
	0.10362			
		0.10503		
			0.10362	
				0.09953

(7.3) 式に依り $t = \bar{t}_j$ 故粗雑であるが方列 \mathfrak{J} も其の対角元素を取ると

$$0.09953 \times 1.05894 = 0.1054, \quad 0.10362 \times 1.01719 = 0.1054, \quad 0.10503 \times 1.00347 = 0.1054$$

即ち方列 t (分配系列) は \mathfrak{J} と同一である。かかる結果を得たのは本計算の検算の意味から $O_k/U'_k = 8.488$ となる如く最初の数値を與へたからである。

III. 水平反力 H に就て

1. 基本式の誘導

ローゼ桁と二絞アーチとの關係に就いては 8 に於て少しく觸れた所であるが、更に其の意味を明瞭ならしむるには水平反力 H を與ふる式を吟味しなければならない。又ローゼ桁の一般性を知らんとするに當り、其の形状と水平反力との關係を明かにする事は、必要なる事と思はれる。

H の算式は Fr. Bleich²⁾ によつて次の如く示されて居る。

$$\sum_{k=1}^n M_k [O'_k(h_{k-1} + 2h_k) + O'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})] - 6H\lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J_c \cos(\alpha_k + \beta_k)}{F^0_k \cos \beta_k} + \frac{J_c}{F^u_k \cos \beta_k} \right] = 0$$

$$\begin{aligned} \text{今} \quad & \phi_k = (O'_k(h_{k-1} + 2h_k) + O'_{k+1}(2h_k + h_{k+1})) \\ & \Delta = 6\lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J_c \cos(\alpha_k + \beta_k)}{F^0_k \cos \beta_k} + \frac{J_c}{F^u_k \cos \beta_k} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14.1)$$

とおき、荷重點を示す指標 i を附せば上式は、

$$\sum_{k=1}^n \phi_k M_{ki} - \Delta H_i = 0 \quad \dots\dots\dots (14.2)$$

と書く事が出来る。

本章に於ては、次の假定を設ける。

$$\begin{aligned} & J'_k = J_c \sec \alpha_k \quad (\text{但し } J'_0; \text{ 拱頂に於ける上弦材の慣性モーメント}) \\ \text{及び} \quad & \frac{O'}{U'} = s - 1 \quad (\text{但し } s; \text{ 任意に撰み得る常數}) \\ \text{従つて} \quad & J'_k = (s - 1)J'_0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14.3)$$

又荷重は鉛直に作用するものとする。

上述の假定を設くる時は、分配系列 t は (6.4) 式により $t = \left\| \frac{1}{s} \delta_{ki} \right\|$ である故 (5.4) 式を $k=1, 2, \dots, n$ の場合に展開すれば、

$$\begin{aligned} M_{1i} &= \frac{1}{s} (\mathfrak{M}_{1i} - h_1 H_i) \\ M_{2i} &= \frac{1}{s} (\mathfrak{M}_{2i} - h_2 H_i) \\ &\dots\dots\dots \\ M_{ni} &= \frac{1}{s} (\mathfrak{M}_{ni} - h_n H_i) \end{aligned}$$

之等の式を (14.2) 式に代入すれば

$$H_i = \frac{[\phi_1 \mathfrak{M}_{1i} + \phi_2 \mathfrak{M}_{2i} + \dots + \phi_n \mathfrak{M}_{ni}]}{[\phi_1 h_1 + \phi_2 h_2 + \dots + \phi_n h_n] + s\Delta} \quad \dots\dots\dots (14.4)$$

最初に上式の分子を考へる。(14.3) 式より (J'_0 を J_c に撰ぶ)

$$O'_k = O_k \frac{J_c}{J'_0} = \frac{O_k J_c}{J_c \sec \alpha_k} = \lambda$$

故に之を (14.1) 式に代入すれば

$$\phi_k = O'_k(h_{k-1} + 2h_k) + O'_{k+1}(2h_k + h_{k+1}) = \lambda(h_{k-1} + 4h_k + h_{k+1})$$

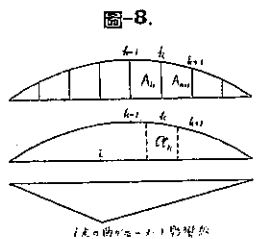
次にシンプソン (Simpson) の法則を想起すれば、**圖-8** を参照して

$$A_k + A_{k+1} = \frac{\lambda}{3} (h_{k-1} + 4h_k + h_{k+1})$$

なる故

$$\phi_k = \lambda(h_{k-1} + 4h_k + h_{k+1}) = 3(A_k + A_{k+1})$$

更に**圖-8** の如き \mathfrak{M}_k を考へて



$$\mathfrak{M}_k \doteq \frac{A_n + A_{n+1}}{2} \text{ と置けば, } \phi_k \doteq 6\mathfrak{M}_k \dots \dots \dots (14.5)$$

しかる時 (14.4) 式の分子は

$$[\phi_1 \mathfrak{M}_{1i} + \phi_2 \mathfrak{M}_{2i} + \dots + \phi_n \mathfrak{M}_{ni}] = 6[\mathfrak{M}_{1i} + \mathfrak{M}_{2i} + \dots + \mathfrak{M}_{ni}]$$

となる。今単位荷重が i 點に載荷せられた時を考ふれば $\mathfrak{M}_{1i}, \mathfrak{M}_{2i}, \dots, \mathfrak{M}_{ni}$ は $k=1, 2, \dots, n$ 點の曲げモーメントであるが、 $\mathfrak{M}_{ki} = \mathfrak{M}_{ik}$ に依り、之は又 i 點の曲げモーメントの影響線と考へられるのである。依つて田中豊教授の方法⁵⁾を適用すれば大體に於て、分子は分布荷重 $6\mathfrak{M}_1, 6\mathfrak{M}_2, \dots, 6\mathfrak{M}_n$ に依る i 點の曲げモーメントを考へらる。即ち分子は大體に於て、 $-6 \int y dx dx$ である。

次に分母の第一項を考へると之は大體 $6 \int_0^L y^2 dx$ である。即ち単位荷重を考ふれば

$$\left. \begin{aligned} [\phi_1 \mathfrak{M}_{1i} + \phi_2 \mathfrak{M}_{2i} + \dots + \phi_n \mathfrak{M}_{ni}] &\doteq -6 \int y dx dx \\ [\phi_1 h_1 + \phi_2 h_2 + \dots + \phi_n h_n] &\doteq 6 \int_0^L y^2 dx \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14.6)$$

(14.6) 式を (14.4) 式に代入すれば鉛直荷重に對する H の影響線を與ふる式として次式を得。

$$\mathfrak{H}_i \doteq \frac{- \int y dx dx}{\int_0^L y^2 dx + \frac{s}{6} \Delta} \dots \dots \dots (14.7)$$

上式は田中教授⁵⁾に依つて導かれた二鉸アーチの式と同形式である故、之により形状の影響等を知る事が出来る。更に之を變形すると、

$$\frac{s}{6} \Delta = s\lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J^0_c \cos(\alpha_k + \beta_k)}{F^0_k \cos \beta_k} + \frac{J^0_c}{F^{u_n} \cos \beta_c} \right]$$

$\cos \beta_k \doteq 1$ 及び $F^0_k = F^0_c \sec \alpha_k$ (但し、 F^0_c : 拱頂に於ける弦材の斷面積) 及び $F^0_k = F^0_c = \text{一定}$ と考ふれば

$$\frac{s}{6} \Delta = s\lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J^0_c}{F^0_c} \cos^2 \alpha_k + \frac{J^0_c}{F^{u_c}} \right]$$

$$\therefore \mathfrak{H}_i \doteq \frac{- \int y dx dx}{\int_0^L y^2 dx + s\lambda \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J^0_c}{F^0_c} \cos^2 \alpha_k + \frac{J^0_c}{F^{u_c}} \right]} \dots \dots \dots (14.8)^*$$

8 に於て、單純梁及びランガー桁とローゼ桁との關係を述べたが今 (14.8) 式を調べれば更にタイド・アーチとの關係を知る事が出来る。即ち上式に於て $s=1$ と置けば之はタイド・アーチの H の影響線を與ふる式で、(14.3) 式を見れば $s=1$ は $J^{u_n} = 0$ を意味する故之は當然の事である。即ち當然の事であるがローゼ桁は一種のタイド・アーチと考へられ、兩者の差はタイド・アーチに於ては上弦材のみが曲げモーメントに抵抗すると考へるに對しローゼ桁に於ては上下兩弦材が共に抵抗する點で下弦材は繫材として働くと共に吊橋の其の如く荷重の分布を行ふものと考へられる。

拱軸線が拋物線なる場合につき水平反力の影響線を求むれば次の如し。

$$y = \frac{4f}{L^2} x(L-x) \text{ として計算を進め}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{H}_i &= \frac{5}{8} \frac{L}{f} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^4 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^3 + \left(\frac{x}{L} \right) \right] \nu' \\ \text{但し } \nu' &= \frac{1}{1 + \frac{1}{f^3} \frac{15s\lambda}{8L} \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J^0_c}{F^0_c} \cos^2 \alpha_k + \frac{J^0_c}{F^{u_c}} \right]} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14.9)$$

拱軸線の形状及び其の變形が水平反力に及ぼす影響を調ふる爲には田中教授の行はれた方法⁵⁾に依る。

5) 土木學會誌 第 21 卷第 4 號

東京帝大田中豊教授, “アーチの形状及び其の形式の水平反力に及ぼす影響に就て” 参照。

(14.9) 式を書替へると、

$$\%_l = \frac{5}{8} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^4 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^3 + \left(\frac{x}{L} \right) \right] L \tau$$

但し $\tau = \frac{1}{f + \frac{1}{f} \Gamma}$ (14.9')

$$\Gamma = \frac{15s\lambda}{8L} \sum_{k=1}^{n+1} \left[\frac{J_c}{F^{0c}} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c}{F^{1c}} \right] = \frac{15}{8} s \left[\frac{J_c}{F^{0c}} + \frac{J_c}{F^{1c}} \right]$$

拱軸線が拋物線ならば %-線も亦拋物線故其の拱矢 %_c を求むれば、

$$\%_c = \frac{25}{128} \frac{L}{f + \frac{1}{f} \Gamma} \dots\dots\dots(14.10)$$

2. 計算例

(1) ローゼ橋 Wien に於る Aspernbrücke⁶⁾ のデータに依り前節に導入せる式の精度を吟味して参考に供する。

下弦材の慣性モーメントを一定に撰み之を J_c とし、上弦材の慣性モーメントを J^{0k} = J_c sec² α_k とする。従つて s=2 である。

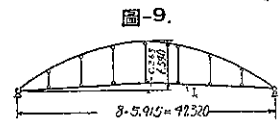
Aspernbrücke のデータ次の如し (單位米)。

支間; L=8\ = 8 × 5.915 = 47.320

構高; h=6.540

反り; h=0.365 (中央)

$$\frac{J_c}{F^{0k}} = 0.435 \cos \alpha_k, \quad \frac{J_c}{F^{1c}} = 0.378 \quad \text{及び} \quad s=2$$



k	f _k (m)	cos α _k
1	2.306	0.99962
2	4.770	0.99943
3	5.851	0.99917
4	6.195	0.99821

以上の數値に依り計算を行へば (14.9') (14.10) 式を参照して

$$\Gamma = \frac{15s\lambda}{8L} \sum_{k=1}^s \left[\frac{J_c}{F^{0c}} \cos^2 \alpha_k + \frac{J_c}{F^{1c}} \right]$$

$$= \frac{15}{8} \times \frac{2}{8} [0.435 \times 7.31554 + 0.378 \times 8] = 2.9092$$

$$\%_c = \frac{25}{128} \frac{L}{f + \frac{1}{f} \Gamma} = \frac{25}{128} \times \frac{47.320}{6.175 + 0.471} = 1.3906$$

之を Bleich が本橋に付き仕事方程式を用ひて算出したる結果の數値 1.406 と比較すれば其の差は約 1% である。若し cos α_k = 1 と考へて (14.11) 式に依り略算を行へば 1.3859 を得るが其の差は約 1.4% である。

H₃ が算出せらるれば M_{3k} は分配系列 $\left\| \frac{1}{s} \delta_{kt} \right\| = \left\| \frac{1}{2} \delta_{kt} \right\|$ 故次式により計算せらる。

$$M_{13} = \frac{1}{2} (\mathfrak{M}_{13} - 1.3906 h_1)$$

$$M_{23} = \frac{1}{2} (\mathfrak{M}_{23} - 1.3906 h_2)$$

$$M_{33} = \frac{1}{2} (\mathfrak{M}_{33} - 1.3906 h_3)$$

$$M_{43} = \frac{1}{2} (\mathfrak{M}_{43} - 1.3906 h_4)$$

格間數 8
乘數; $\nu = \frac{\lambda}{8}$

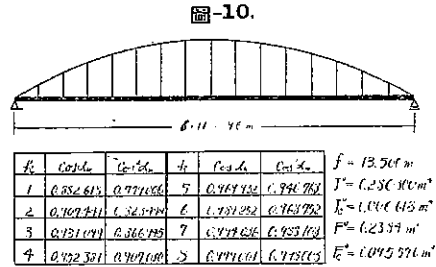
表-25 \mathfrak{M}_{kt}

7	6	5	4	3	2	1
6	12	10	8	6	4	2
5	10	15	12	9	6	3
4	8	12	16	12	8	4
3	6	9	12	15	10	5
2	4	6	8	10	12	6
1	2	3	4	5	6	7

⁶⁾ Vom Wettbewerb um den Umbau der Asperubricke über den Donaukanal in Wien,, von Friedrich Bleich; Eisenbau, 1915, P. 64~P. 71, P. 133~P. 139, P. 101~P. 108. 参照

尚 $\overline{m}_{11}, \overline{m}_{22}, \overline{m}_{33}, \overline{m}_{44}, \dots$ は第1章第13節により表-25の如く構成すれば簡単である。

(2) ランガー桁の二次應力概算 隅田川に於ける兩國鐵道橋⁷⁾ (ランガー桁)のデータに依り突桁部分を取除きたる、**圖-10**の如き桁の中央部に單位荷重が載荷さるゝ場合につき二次應力の概算を行ふ事にする。但し兩端を鉸と考へ、 d_k の影響を省略し、更に(14.3)式の條件が成立するものと假定し計算を進める。



$J^c = 0.006618 \text{ m}^4, J^u = 0.230300 \text{ m}^4$ (一定) 故 (14.3) 式より

$$s-1 = \frac{J^u}{J^c} = \frac{0.230300}{0.006618} = 43.3542 \quad \therefore s = 43.3542 \frac{1}{s} = 0.023066$$

又 $\frac{J^c}{F^c} = \frac{0.006618}{0.095596} = 0.069229 \text{ m}^2, \frac{J^u}{F^u} = \frac{0.006618}{0.2384} = 0.027760 \text{ m}^2$

及び $\sum_{k=1}^{16} \cos^2 \alpha_k = 14.544122$ なる故

$$\sum_{k=1}^{16} \left[\frac{J^c}{F^c} \cos^2 \alpha_k + \frac{J^u}{F^u} \right] = 0.069229 \times 14.544122 + 0.027760 \times 16 = 1.451035$$

(14.9) 式により

$$\Gamma = \frac{15s\lambda}{8L} \sum_{k=1}^{16} \left[\frac{J^c}{F^c} \cos^2 \alpha_k + \frac{J^u}{F^u} \right] = \frac{15}{8} \times \frac{43.3542 \times 6}{96} \times 1.451035 = 7.37209$$

更に $f = 13.500$ なる故 (14.10) 式に依り

$$\gamma_{0c} = \frac{25}{128} \frac{J}{f + \frac{1}{f} \Gamma} = 1.3349 \text{ (兩國鐵道橋; 1.3314)}$$

最後に (8.4) 式 $M_{kt}^0 = b_k(\overline{m}_{kt} - h_k H_c)$ に依り上弦材の各格點に於る曲げモーメントを算出すれば、表-26の如き結果を得。

表-26. ランガー桁二次應力概算

k	h_k	$1.3349 \gamma_k$	\overline{m}_{kc}	$\overline{m}_{kc} - h_k H_c$	分配系列	M_{kc}^0	兩國橋 M_{kc}^0 (兩端剛接)
1	3.1641	4.2238	3	-1.2238	0.023066	-0.0982	-0.0334
2	5.9063	7.8543	6	-1.8843	"	-0.0412	-0.0518
3	8.2266	10.9817	9	-1.9817	"	-0.0457	-0.0444
4	10.1250	13.5159	12	-1.5159	"	-0.0350	-0.0340
5	11.6016	15.4870	15	-0.4870	"	-0.0112	-0.0111
6	12.6563	16.8949	18	+1.1051	"	+0.0255	+0.0255
7	13.2891	17.7396	21	+3.2604	"	+0.0752	+0.0751
8	13.5000	18.0212	24	+5.9788	"	+0.1379	+0.1380

以上を以て筆者の小論の大體を終へる事とするが、かゝる方列論的取扱ひは聯立方程式の表れる各方面に應用し得るものと信ずる。ローゼ桁系統の自旋式吊橋³⁾に關しても同様な考察を加へ得るが此の問題については其の解法と共に別の機會に譲る。

⁷⁾ 鐵道省大臣官房研究所第四科編纂, “兩國鐵道橋設計々算書” 參照

ローゼ栴に関する方列論的考察

設計上の便宜の爲、通常用ひらるゝ基本系列を一括して次に掲ぐ。

「ローゼ栴に関する方列論的考察」 附 表

格間数 5 $\nu = \frac{1}{209\lambda}$				格間数 6 $\nu = \frac{1}{780\lambda}$				
56	-15	4	-1	209	-56	15	-4	1
-15	60	-16	4	-56	224	-60	16	-4
4	-16	60	-15	15	-60	225	-60	15
-1	4	-15	56	-4	16	-60	224	-56
				1	-4	15	-56	209

格間数 7 $\nu = \frac{1}{2911\lambda}$						
780	-209	56	-15	4	-1	
-209	836	-224	60	-16	4	
56	-224	840	-225	60	-15	
-15	60	-225	840	-224	56	
4	-16	60	-224	836	-209	
-1	4	-15	56	-209	780	

格間数 8 $\nu = \frac{1}{10864\lambda}$						
2911	-780	209	-56	15	-4	1
-780	3120	-836	224	-60	16	-4
209	-836	3135	-840	225	-60	-60
-56	224	-840	3136	-840	224	-56
15	-60	225	-840	3135	-836	209
-4	16	-60	224	-836	3120	-780
1	-4	15	-56	209	-780	2911

格間数 9 $\nu = \frac{1}{40545\lambda}$							
10864	-2911	780	-209	56	-15	4	-1
-2911	11644	-3120	836	-224	60	-16	4
780	-3120	11700	-3135	840	-225	60	-15
-209	836	-3135	11704	-3136	840	-224	56
56	-224	840	-3136	11704	-3135	836	-209
-15	60	-225	840	-3135	11700	-3120	780
4	-16	60	-224	836	-3120	11644	-2911
-1	4	-15	56	-209	780	-2911	10864

格間数 10 $\nu = \frac{1}{151316\lambda}$								
40545	-10864	2911	-780	209	-56	15	-4	1
-10864	43456	-11644	3120	-836	224	-60	16	-4
2911	-11644	43665	-11700	3135	-840	225	-60	15
-780	3120	-11700	43680	-11704	3136	-840	224	-56
209	-836	3135	-11704	43681	-11704	3135	-836	209
-56	224	-840	3136	-11704	43680	-11700	3120	-780
15	-60	225	-840	3135	-11700	43665	-11644	2911
-4	16	-60	224	-836	3120	-11644	43456	-10864
1	-4	15	-56	209	-780	2911	-10864	40545

格間数 11									
$\nu = \frac{1}{564719\lambda}$									
151316	-40545	10864	-2911	780	-209	56	-15	4	-1
-40545	162180	-43456	11644	-3120	836	-224	60	-16	4
10864	-43456	162960	-43665	11700	-3135	840	-225	60	-15
-2911	11644	-43665	163016	-43680	11704	-3136	840	-224	56
780	-3120	11700	-43680	163020	-43681	11704	-3135	836	-209
-209	836	-3135	11704	-43681	163020	-43680	11700	-3120	780
56	-224	840	-3136	11704	-43680	163016	-43665	11644	-2911
-15	60	-225	840	-3135	11700	-43635	162960	-43456	10864
4	-16	60	-224	836	-3120	11644	-43456	162180	-40545
-1	4	-15	56	-209	780	-2911	10864	-40545	151316

格間数 12										
$\nu = \frac{1}{2107560\lambda}$										
564719	-151316	40545	-10864	2911	-780	209	-56	15	-4	1
-151316	605264	-162180	43456	-11644	3120	-836	224	-60	16	-4
40545	-162180	608175	-162960	43665	-11700	3135	-840	225	-60	15
-10864	43456	-162960	608384	-163016	43680	-11704	3136	-840	224	-56
2911	-11644	43665	-163016	608399	-163020	43681	-11704	3135	-836	209
-780	3120	-11700	43680	-163020	608400	-163020	43680	-11700	3120	-780
209	-836	3135	-11704	43681	-163020	608399	-163016	43665	-11644	2911
-56	224	-840	3136	-11704	43680	-163016	608384	-162960	43456	-10864
15	-60	225	-840	3135	-11700	43665	-162960	608175	-162180	40545
-4	16	-60	224	-836	3120	-11644	43456	-162180	605264	-151316
1	-4	15	-56	209	-780	2911	-10864	40545	-151316	564719

終りに臨み恩師東京帝大教授田中豊先生の日頃の御指導に對し謹んで感謝の意を表する次第であります。

尙設計に直接關係ある公式には * 印を附せり。