

論 說 報 告

第 26 卷 第 6 號 昭 和 15 年 6 月

低 溢 流 堰 堤 の 流 量 係 數 (第 一 編)

會 員 本 間 仁*

要旨 潜堰の流量に關する従來の理論の不備を正し、多くの場合潜堰状態にある様な低溢流堰堤に對する流量係數を實驗的に定めんとするものである。

第一編では低溢流堰堤の流量公式の理論的な形を論じ、更に之に關する在來の實驗結果の整理及び批判を行ひ、第二編で著者の實驗結果及び新しい流量係數に就て述べる。

記 號

h_0 …… 堰頂を基準とした上流側全水頭	m …… 堰の流量係數 ($Q = mbh_0 \sqrt{2gh_0}$)
h_1 …… " 上流側水深	b …… 堰の長さ
h_2 …… " 下流側水深	l …… 堰頂幅
h_a …… 堰の高さ	

1. 堰 公 式 の 批 判

1 溢 流 の 種 類

低溢流堰堤とは床固堰の様に多くの場合潜溢流の状態にあるもの、又は放水路分岐點に設ける堰堤の様に溢流する時には潜溢流状態となる事の多いものを稱する事とする。本文の目的とする處は理論的な潜堰公式を與へると共に、完全溢流から潜堰への變遷状態を取扱はんとするにある。

堰堤の溢流状態は次の三つに區別する必要がある。即ち

- i 完全溢流： 溢流した水が射流となつて流下するもの
- ii 不完全溢流： 下流側水位が高くなつて、流下する射流部が表面渦で覆はれてしまふもの
- iii 潜溢流： 射流部を生じないもの

i と ii との區別¹⁾の必要は ii の場合には限界水深の位置での水壓が表面渦の影響を受けると言ふ點にある。従來の水理學書では下流側の水位が堰頂以下にあるものを完全溢流とし、下流側水位が堰頂以上となれば潜堰としてゐるが、この區別の方法は後に述べる様に理論的には甚だ不都合である。

2. 完 全 溢 流 の 流 量 公 式

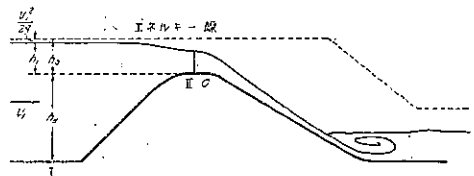
普通の低堰堤は圖-1 の様な所謂 Ogee 型が多く、この型の水理的特性は水脈が堰堤背面から離れて空隙を生ずる様な事がなく、従つて流下する水脈中でも壓力分布は大體靜水壓分布と同じく直線状である。勿論流線の曲率が大きくなれば遠心力の影響を生ずるが、之に就ては後に述べる。

この種の溢流堰では流量を Q 、堰頂での水深を h 、堰の長さを b 、溢流水深を h_1 、接近流速を v_1 とすれば、完全溢流の時の流量は Bernoulli の定理により

$$\left. \begin{aligned} Q &= bh\sqrt{2g(h_0-h)} \\ \text{但し } h_0 &= h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

従つて Q を定めるには h を決定する必要があり、 h を規定すべき条件は一つもないから Q には無数の値が

圖-1. Ogee 型溢流堰



* 工學士 東京帝國大學助教

1) 之は所謂 Nappe denoyées と Nappe noyées の別である

與へられる事になる。然るに實際にはこの流量 Q には唯一つの値しかなく、それを與へる h は Bélanger の法則から定められた大きでなければならぬ。この點に關しては著者が曾て發表した論文“溢流堰に關する Bélanger の法則に就て”²⁾ の中に詳述したから此處には説明しないが、斯くの如く人爲的に左右し得る條件が必ず一つ不足して、それが最小エネルギーの法則で補はれなければならぬと言ふ事は上記の論文申にも述べた様に、流れの二種の状態即ち常流状態と射流状態とが相接して起つてゐる事に起因してゐるのである。

常流の水面曲線は所謂背水曲線で下流側の水位によつて支配されるが、射流では反對に上流側の水位で支配されるのであるから、堰の溢流の場合の様に常流から射流に移る時は何れの側からも人爲的に水面曲線を調節する事が出來ず、従つて人爲的な境界條件を與へる事は不可能なのである。

Bélanger の法則から與へられる h の値は、この場合の様に堰頂部での水壓分布が直線的と考へられる時は $\frac{2}{3} h$ であつて、従つて

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{2}{3} h_0 b \sqrt{2g} \sqrt{\frac{h_0}{3}} \\ &= 0.585 b h_0 \sqrt{2g h_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

この時の限界水深 h_c は $\frac{2}{3} h_0$ であつて、その位置は圖-1 の C 點附近にある。又 $h = h_c$ の断面に於ては水面の勾配が大きいから流線と鉛直断面との直交性が充分でなく、矢張り或る流量係数を必要とする。之を μ とすれば

$$Q = 0.585 \mu b h_0 \sqrt{2g h_0} \dots\dots\dots (3)$$

μ は 1 より小さい係数であつて、堰頂の形によつてその値は多少變化する。

遠心力の影響に關しては Bahkmeteff によれば³⁾ 之を考慮した時は限界水深が變化して、凸形堰頂に對しては

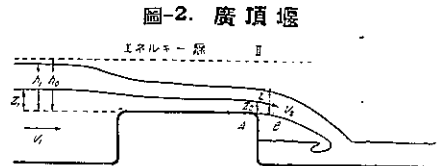
$$\left. \begin{aligned} h_c &= \beta^{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{\alpha' Q^2}{g b^2}} \\ \beta &= \frac{h}{R_0} \times \frac{1}{1 + \frac{h}{R_0} \log \left(1 + \frac{h}{R_0} \right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

但し R_0 は考へてゐる断面での堰頂の曲率半径、 h はそこでの等流水深であつて、 β の値は大體次の表の様な程度になつてゐる。

$\frac{h}{R_0}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
β	0.953	0.925	0.82	0.77
$\beta^{\frac{2}{3}}$	0.968	0.949	0.875	0.840

即ち曲率が非常に大きくなればその影響は相當に現れ、 h_c が減少すれば流量も之に伴つて幾分減少する事になる。然し一般には限界水深の起る處では曲率は餘り大きくないから、その誤差は (3) 式中の係数 μ の中に含める事が出来るものと考へられる。

圖-2 の様な断面形の廣頂堰では Ogee 型と同じ様にと扱はれてゐるが、その水理的特性は非常に異つて居り、堰上の水深は一般に h_c 以下となつてゐる事に注意すべきである。その原因の最大のものとして考へられるのは圖-2 の断面 II 附近の壓力水頭の小さい事である。断面 I に於ける壓力分布は水深に比例すると見て



よいが、断面 II に於ける分布状態は充分に明かにされてゐないから⁴⁾、之を

$$p_z = w_0 f(z, \xi)$$

2) 土木學會誌第 22 卷第 9 號所載

3) Proc. of A.S.C.E., 1931, p. 339 “Tests of Broad-Crested Weirs.” への討議

4) 底壓力のみに關しては Koch-Carstanjen, Bewegung des Wassers 中に測定した例がある

を以て表す。 w_0 は単位體積の水の重量、 f は或る函数、 z_2 及び ξ は断面 II に於て堰頂から測つた一流線及び水面までの高さである。Bernoulli の定理を断面 I, II 間に適用すれば

$$z_1 + \frac{w_0(h_1 - z_1)}{w_0} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{w_0 f(z_2, \xi)}{w_0} + \frac{v_2^2}{2g} + (\text{摩擦損失})$$

z_1, v_1, v_2 等は圖-2 に示す量である。流況の急變する箇所であるから摩擦損失は他の項に比して省略出来る。故に

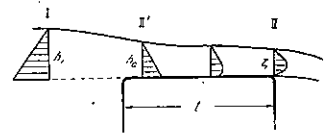
$$h_0 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + f(z_2, \xi) + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\therefore v_2 = \sqrt{2g \{h_0 - z_2 - f(z_2, \xi)\}}$$

$$\therefore Q = b \int_0^\xi \sqrt{2g \{h_0 - z_2 - f(z_2, \xi)\}} dz_2 = bI(\xi) \dots \dots \dots (5)$$

水深は $h_1 (> h_0)$ の箇所から $\xi (< h_0)$ の箇所に連続的に變遷するのであるから、II' と言ふ様な處で $h = h_0$ となる筈である。此處では壓力分布は圖-3 の様に三角形になるものと假定すれば⁵⁾、Ogee 型の場合と全然同じ方法により

圖-3. 堰頂の水壓分布



$$Q = 0.385 \mu b h_0 \sqrt{2g h_0} \dots \dots \dots (6)$$

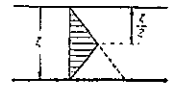
断面 II' は堰頂の上流端近くに在るのが普通で其處では水面勾配は可成り大きい。例へばこの勾配を 1/5 とすれば、その角の cosine は約 0.98 で、各流線の其處での勾配の角を θ とすれば

$$\mu = \frac{\int_0^{h_0} \cos \theta dz}{h_0} \quad 0.98 < \cos \theta < 1$$

であるから、 μ は 1 に極めて近い事は明かである。今遠心力その他の影響をも含めて $\mu = 0.95$ と取つて置く。

断面 II に於ける水壓分布を圖-4 の様に假定すれば

圖-4.



$$f(z_2, \xi) = \xi - z_2 \quad \text{for } \frac{\xi}{2} < z_2 < \xi$$

$$f(z_2, \xi) = z_2 \quad \text{for } 0 < z_2 < \frac{\xi}{2}$$

之を (5) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} Q &= b \int_0^{\xi/2} \sqrt{2g(h_0 - 2z_2)} dz_2 + b \int_{\xi/2}^\xi \sqrt{2g(h_0 - \xi)} dz_2 \\ &= b\sqrt{2g} \left\{ -\frac{1}{3} [\sqrt{(h_0 - \xi)^3} - \sqrt{h_0^3}] + \sqrt{h_0 - \xi} \cdot \frac{\xi}{2} \right\} \end{aligned}$$

然るに一方に於て

$$Q = 0.385 \times 0.95 b h_0 \sqrt{2g h_0} = 0.366 b h_0 \sqrt{2g h_0}$$

であるから、この二つの關係により

$$0.366 h_0 \sqrt{h_0} = \frac{1}{3} [\sqrt{h_0^3} - \sqrt{(h_0 - \xi)^3}] + \frac{\xi}{2} \sqrt{h_0 - \xi}$$

$\xi = \kappa h_0$ とおけば

$$0.366 = \frac{1}{3} [1 - \sqrt{(1 - \kappa)^3}] + \frac{\kappa}{2} \sqrt{1 - \kappa} = \psi(\kappa)$$

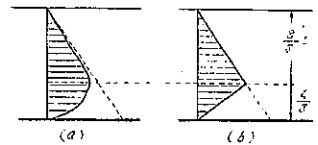
$\psi(\kappa)$ と κ の曲線を圖上に畫いて上の條件を満足する様な κ の値を求めれば

$$\kappa = 0.456 \quad \therefore \xi = 0.456 h_0$$

即ち ξ は $\frac{2}{3} h_0$ に比して遙かに小さくなつてゐる。

更に Rehbock, Seimemi 等の測定した鋭縁堰の水脈内の壓力分布は圖-5

圖-5.



(a) の様な形であるから、之に近い形として圖-5 (b) の様な分布状態を假定す

5) この假定は堰頂幅 l が小さい時は不充分で、その時は (6) 式中の係数 0.385 が多少大きくなる

れば

$$f(z_2, \xi) = \xi - z_2 \quad \text{for } \frac{\xi}{3} < z_2 < \xi$$

$$f(z_2, \xi) = 2z_2 \quad \text{for } 0 < z_2 < \frac{\xi}{3}$$

之を用ひて前と同じ計算をすれば

$$0.549 = \frac{1}{3} [1 - \sqrt{1 - \kappa}] + \kappa \sqrt{1 - \kappa} = \psi'(\kappa)$$

之を圖上で解けば

$$\kappa = 0.472 \quad \therefore \xi = 0.472 h_0$$

之から見れば ξ の大きさは壓力分布曲線が $z_2 = 0$ で $p_2 = 0$ になつてゐる限り、その形には餘り影響されない事がわかる。従つて堤頂下流端から自由落下してゐる時は、下流端での堰上水深は大體

$$\xi = 0.45 h_0 \sim 0.48 h_0$$

程度である事が想像される⁶⁾。但し圖-2 の B の部分が空氣でなく渦で満される様になれば、断面 II の壓力は大きくなるからこの水深 ξ は増加して來る。

廣頂堰の堰頂の幅が次第に小さくなれば $h = h_c$ の處でも壓力分布は水深に比例した三角形とはならない。この結果は流量の増大を來すのであつて、極端な場合として鋭縁堰に對しては Boussinesq によつて

$Q = 0.4342 bh_0 \sqrt{2g h_0}$ が與へられてゐる。然し之等の問題は本論とは關係が少いから此處には觸れない事とする。

3. 不完全溢流の流量公式

従來は圖-6 の様な時に $h_2 > 0$ ならば潜堰として取扱はれたが、射流状態にある流れでは水位が下流側の影響を受ける事がないから、たとへ $h_2 > 0$ でも堤背に射流部が現れてゐる限り h_2 の大小は流量に關係する事なく、従つて流量は完全溢流と同じ管である。Ogee 型の場合は理論的には h_2 が $h_c = \frac{2}{3} h_0$ を越え

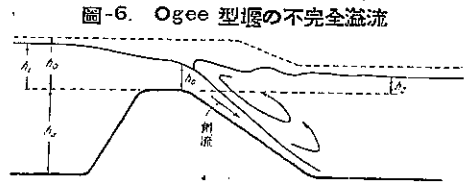


圖-6. Ogee 型堰の不完全溢流

え、堰頂部に限界水深が現れず、従つて堤背に射流部がなくなるまでは完全溢流と同じである可きであるが、實際には表面渦が $h = h_c$ の位置の水壓に影響し、又遠心力の爲に壓力分布状態が歪められて、 h_2 が増せば之が $\frac{2}{3} h_0$ 以下にある中から流量は減少し始めるのが普通である。即ち溢流量 Q/b と下流側水位 h_2 との關係は圖-7 に示す様になつてゐる。

圖-8. 波狀跳水

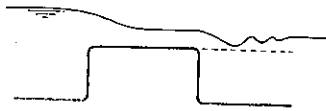
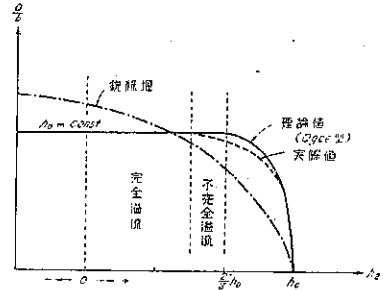


圖-2 の様な廣頂堰では水深下流の水壓は h_2 の増加と共に増し、堰頂下流端の水深は増す事になるが流量への影響は比較的少い。

h_2 が増加して圖-8 の様な波狀跳水となり表面渦が消えた場合に就ては、内部の壓力状態は多少變化すべきであるが、後に述べる様に流量に對しては急激な變化を起さない事が實驗的に見られたのでこの場合も不完全溢流の中に入れて置く。

圖-7. h_2 と溢流量の關係



不完全溢流に對する理論又は公式としては別に擧げるべきものではなく、Bazin 等が實驗によつて公式を與へてゐるに過ぎない。之等の實驗公式に就ては次の章で述べる。

4. 潜溢流堰の流量公式

de Buat が潜溢流堰に對して與へたと言はれてゐる公式は、圖-9 の記號を用ひれば

⁶⁾ 後に示す實驗結果によれば廣頂堰の流量は (6) 式に與へられるよりも稍小さいから、 ξ も之より多少小さいと見てよい

$$Q = C_1 \frac{2}{3} \sqrt{2g} b \left[\left(h_1 - h_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + C_2 b h_2 \sqrt{2g \left(h_1 - h_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)} \dots (h_2 > 0) \dots (7)$$

この公式は溢流水脈の断面を 圖-9 の A の様な水深 $h_1 - h_2$ の完全溢流の部分と, B の様な落差 $h_1 - h_2$ の流出孔に分けて, 各部の流量を Q_1 及び Q_2 とした時に, 係数 C_1 及び C_2 を用ひて

$$Q = C_1 Q_1 + C_2 Q_2$$

を以て與へたものである。この公式が理論的に誤つ

た形である事は, A と B の兩部分は同一鉛直断面内に有る事を必要とするにも拘らず, 之等を同一断面内に取り事が不可能な事から簡単に明かである。圖-9 の断面 I 及び III の間に Bernoulli の定理を適用すれば流量公式の理論的な形は

$$\left. \begin{aligned} Q &= C b h_2 \sqrt{2g \left(h_1 - h_2 + \frac{v_1^2}{2g} \right)} \\ &= C b h_2 \sqrt{2g(h_0 - h_2)} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

でなければならぬ事になる。同時に潜堰としてこの形の公式が適用されるのは大體 $h_2 > \frac{2}{3} h_0$ 。(實際には堰頂の水深が $\frac{2}{3} h_0$ 以上なる事が必要で, 此處の水位は流速水頭の爲に下流側よりも低いから, この低下量を e とすれば $h_2 > \frac{2}{3} h_0 + e$ なるを要する) となる。

或は此處に定義した潜溢流状態に対しては最早溢流なる語を用ひず, 越流なる名稱を與へて區別する方が寧ろ合理的と考へられる。即ちかくすれば, 溢流と言へば必ず射流現象を伴ふ流れの意味となつて来る。

5. 接近流速の影響

接近流速が何の程度の影響を持つものであるかは, 低溢流堰堤を扱ふ場合は特に知つて置く必要がある。完全溢流の場合に就て考へれば

$$\begin{aligned} Q &= m b h_0 \sqrt{2g h_0} \\ &= m b \sqrt{2g} \left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

m は係数, v_1 は接近流速である。尚堰の高さを h_d とすれば $v_1 b(h_d + h_1) = Q$ であるから

$$Q = m b \sqrt{2g} \left\{ h_1 + \frac{1}{2g} \cdot \frac{Q^2}{b^2(h_d + h_1)^2} \right\}^{\frac{3}{2}}$$

堰の上流側では常流状態で, 従つて $v_1^2/2g$ は h_1 よりも小さいから, 上式を二項定理によつて展開すれば

$$Q = m b h_1 \sqrt{2g h_1} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{1}{2g h_1} \left\{ \frac{Q}{b(h_d + h_1)} \right\}^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{1}{2g h_1} \right)^2 \left\{ \frac{Q}{b(h_d + h_1)} \right\}^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{1}{2g h_1} \right)^3 \left\{ \frac{Q}{b(h_d + h_1)} \right\}^6 + \dots \right] \dots (9)$$

$$\therefore Q = m b h_1 \sqrt{2g h_1} \cdot K(h_1, q), \quad \text{但し } q = \frac{Q}{b}$$

とおき q, h_1 及び K の關係を求める。

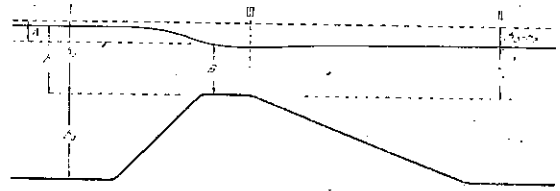
$$Q_1 = m b h_1 \sqrt{2g h_1}$$

と置いて, この Q_1 を (9) 式の右邊の Q に對して近似的に用ひる事とすれば

$$K(h_1, q) = 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{m}{1 + \frac{h_d}{h_1}} \right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{m}{1 + \frac{h_d}{h_1}} \right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{m}{1 + \frac{h_d}{h_1}} \right)^6 + \dots$$

そこで平均値として m に Bélanger の法則から與へられる値 0.385 を用ひれば, K は h_d/h_1 のみの函数となり, その値は次の表の様になる。

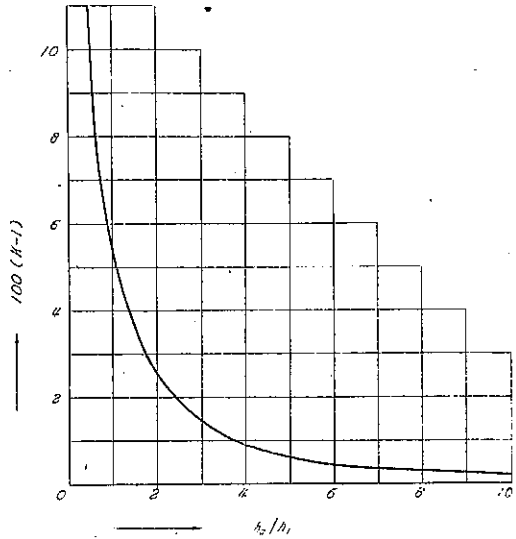
圖-9. 潜溢流量



$\frac{h_a}{h_1}$	10	5	4	3	2	1	0.5
K	1.0018	1.0062	1.0090	1.0138	1.0247	1.0560	1.1006

即ち一般には h_1 を測定して、接近流速を無視して之を h_0 の代りに用ひる事が多いが、その時の誤差は $h_1 = h_a$ の時で 6%、 $h_1 = 2h_a$ の時で 10% 程度のものである。然し h_1 が $h_a/2$ 以下ならば接近流速を無視しても殆ど影響はない(圖-10)。

圖-10. 接近流速水頭の影響



2. 従來の實驗結果

溢流堤に關しては従來各種の實驗研究が行はれてゐるが、此處にはその中の代表的な數氏の實驗結果の大要に就て述べる。

1. H. Bazin の實驗⁷⁾

之は溢流堰に關する最も有名な實驗であつて、1888 年から 1898 年に亘つて 6 冊の報告書が發表された。報告書中第一乃至第四篇は銳縁堰に關するもので、第五篇が矩形斷面の廣頂堰、第六篇が三角形その他の斷面の堰に關する實驗である。實驗による資料は非常に多いが、それを要約すれば堰の溢流の仕方による水脈は次の 4 種に大別する。但し堰の形は銳縁又は之に近い形である。

- i 自由水脈 (Nappes libre)
- ii 渦成水脈 (Nappes déprimées et nappes noyées en dessous)
- iii 波狀水脈 (Nappes ondulées)
- iv 附着水脈 (Nappes adhérentes)

この中で iii は波狀跳水の場合、iv は流量が非常に少なくなつて水脈が堰背面に附着する場合である。流量公式は次の形とする。

$$\left. \begin{aligned} Q &= mbh_1 \sqrt{2gh_1} \\ m &= \mu \left(1 + \frac{\alpha}{2} \frac{v_1^2}{2gh_1} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

但し μ 及び α は形によつて定まる係數である。銳縁堰の場合の m を與へる實驗公式は Bazin の公式として周知のものであるが、廣頂堰では堰頂幅 l が比較的小さい時は (10) によつて與へられる m の値を m' とし、之とこの場合の m との比を求めれば

h_1/l	0.50	1.00	1.50 以上
m/m'	0.79	0.88	1.00

堰頂幅 l が非常に大きくなれば $m/m' = 0.755 \sim 0.739$ となつて居り、之に對して隅角を丸めた影響は Ftely and Steams に従つて丸める半徑を R とした時に m を

$$\left\{ \frac{1}{h_1} (h_1 + 0.7 R) \right\}^{\frac{3}{2}} = \left(1 + \frac{R}{h_1} \right)$$

倍すればよい。

渦成水脈に對しては次の實驗公式を與へる。

$$h_1 > \frac{l}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{3ha}{l}} \right] \quad \text{ならば}$$

⁷⁾ Bazin; Expériences nouvelles sur l'écoulement en déversoir. Tome 1-6.

$$\frac{m}{m'} = 1.06 + \frac{1}{4} \frac{h_2}{ha} - \left[0.008 + \frac{1}{3} \frac{h_2}{ha} + \frac{2}{3} \left(\frac{h_2}{ha} \right)^2 \right] \frac{ha}{h_1} \dots (11)$$

$h_1 < \frac{L}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{3ha}{L}} \right]$ ならば、渦動部の壓力を P_0 として

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_0}{h_1} > 0 & \quad \frac{m}{m'} = 1 - 0.235 \frac{P_0}{h_1} \left(1 + \frac{1}{7} \frac{P_0}{h_1} \right) \\ 0.6 > \frac{P_0}{h_1} > 0 & \quad \frac{m}{m'} = 1 - 0.235 \frac{P_0}{h_1} \left(1 + \frac{P_0}{h_1} \right) \\ \frac{P_0}{h_1} > 0.6 & \quad \frac{m}{m'} = \left(1 + 0.04 \sqrt{1 - \frac{P_0}{h_1}} \right) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

この場合最も重大な三角形その他の断面形の堰に對しては公式が與へられてゐないが、實驗數値の表の中から 2

種を選び m と h_2/ha の關係を表す圖表を作製したものが圖-11, 12 である。之等の圖から各々の場合の流れの狀況の變化を推定する事が出来る。

圖-11, 12 から見ても完全溢流が $h_2 > 0$ の部分まで續いてゐる事は明かであり、又 $h_2 = \frac{2}{3} h_1$ に達する前に不完全溢流部のある事も見る事が出来る。

圖-11. Bazin の實驗結果

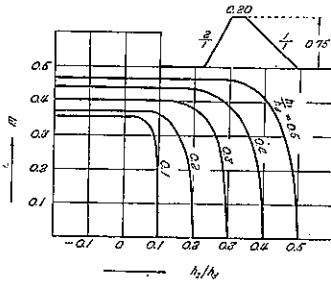
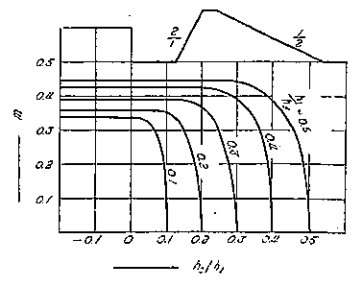


圖-12. Bazin の實驗結果

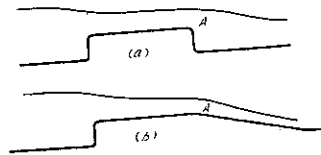


2. J. G. Woodburn の實驗⁸⁾

圖-13 の様な形の廣頂堰に關する實驗であつて、堤頂幅は 10~15.5', 堰の長さ b は 2', h_1 は 0.5~1.5', 流

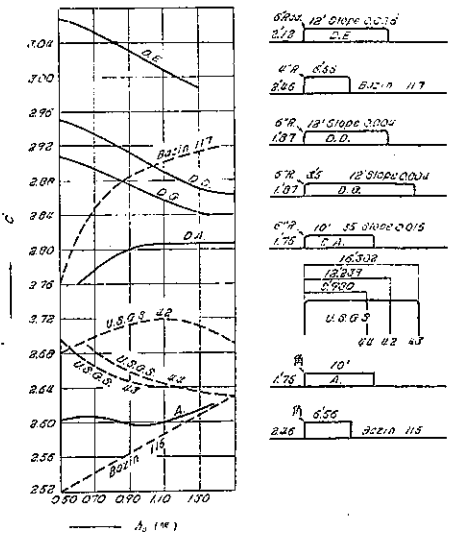
量 2.0~11.0 cu. ft/sec で實驗してゐる。その主な目的は斯の様な廣頂堰が測定堰として使用し得るものか否かを見るにあり、従つて堰上の水面の形を詳細に測定して、限界水深が勾配變移點 A で正しく起るか否かを確認した。その結果は圖-13 (b) の形にすれば 1' 當り流量 4 cu. ft/sec 以下では大體限界水深は勾配の變り目で起り、それ以上の流量では變り目よりも 1~3' 上で起る事を知つた。

圖-13. Woodburn の實驗の堰断面



流量公式は $Q = Cbh_0^{3/2}$ (即ち $C = \sqrt{2}gm$ で、 m の値の 8.05 倍) として、矩形断面廣頂堰に對する C を實驗的に求めたものと、Bazin 實驗及び U. S. Geological Survey の實驗結果とを比較したものは圖-14 の様になつてゐる。但し何れも自由溢流の場合に就てである。

圖-14. 廣頂堰流量係數に關する Woodburn の實驗結果



尙 A. R. Webb が三角形断面の堰に就て實驗した結果によれば⁹⁾、限界水深は常に頂點直上で起り、流量係數 C に關しては圖-15 に示す様に h_0 の増加と共に減少する傾向

⁸⁾ Proceedings of A. S. C. E., 1930, Sept., p. 1583. James G. Woodburn; Tests on Broad-Crested Weirs.

⁹⁾ Proceedings of A. S. C. E., 1930, Sept., p. 1604. A. R. Webb; Weirs with Aprons Inclined Up Stream and Down Stream.

が出てゐる。然しその理由は餘りはつきりしない。

3. Chr. Keutner の実験¹⁰⁾

矩形頂堰の流量を $Q=Cbh_0^{\frac{3}{2}}$, ($C=\sqrt{2g}m$ で C は m 単位で m の値の 4.44 倍になる) の形で表し、種々の断面形に對する C の値を實驗的に定めた。その實驗結果の中から幾つかの例を取れば、角に丸味を付けない矩形断面に對しては

断面形	$h_0(m)$	$l(m)$	l/h_0	C	(m)	適用範圍
A	0.5	2.00	4.0	1.430	(0.322)	$h_0/h_{01}=0.10\sim0.55$
B	0.5	1.20	2.4	1.430	(0.322)	$=0.10\sim0.55$
C	0.5	0.40	0.8	1.452	(0.327)	$=0.10\sim0.42$
				1.487	(0.335)	>0.42

この實驗では h_0 の増加と共に C の値が増加する傾向が見えてゐる。更にこの中で A の断面形に對して上流側の隅角に丸味を付けた實驗を行つてゐる。丸味の半径は

- I $r=0.10m$, II $r=0.30m$

この形に對する實驗の結果は

断面形	C の値	適用範圍	断面形	C の値	適用範圍
I	$1.433 + 1.69 \frac{h_1}{h_0}$	$\frac{h_1}{h_0}=0.04 \sim 0.174$	II	$0.60 + 7.76 \frac{h_1}{h_0}$	$\frac{h_1}{h_0}=0.04 \sim 0.112$
	$1.926 - 1.18 \frac{h_1}{h_0}$	$=0.174 \sim 0.28$		$1.291 + 1.550 \frac{h_1}{h_0}$	$=0.112 \sim 0.205$
	1.598	>0.28		1.609	>0.205

尚 $h_0=\alpha h_c=\alpha \sqrt{\frac{Q^2}{2g}}$ と置いた時の α と h_0/h_a の關係は圖-16 の様になつた。之は矢張り係数 C 又は m の形による變化を表してゐるものである。何となれば上の關係から

$$\begin{aligned}
 \alpha^3 Q^2 &= l^2 g h_0^3 & \therefore Q &= \frac{1}{\alpha^{\frac{3}{2}}} \sqrt{g} b h_0^{\frac{3}{2}} \\
 \therefore \frac{1}{\alpha^{\frac{3}{2}}} &= \sqrt{2} m & \text{或は} & \alpha = \sqrt{\frac{1}{2m^2}} \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

即ち α は m の函數であつて大體次の様な數値を取る。

$m=0.30$	0.35	0.385	0.40
$\alpha=1.77$	1.60	1.50	1.46

4. O. Kirschmer の實驗¹¹⁾

Kirschmer が 圖-17 (a) に示す 3 種の形及びこの他此處には省略した 2 種の形の模型に就て流量係数を測定計算した所によれば、係数 m の値は圖-17 (b) の様になつた。この圖は得られた m の値が平行 2 曲線の間に入

¹⁰⁾ Bänningenieur, 1934 Heft 37/38 s. 366 及び Heft 39/40 s. 389, Chr. Keutner; Strömungsvorgänge an breitenkrönigen Wehrkörpern und an Einlaufbauwerken.

¹¹⁾ Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule, München. Heft 2. O. Kirschmer; Untersuchung der überfallkoeffizienten für einige Wehre mit gerundeter Krone.

圖-15. 三角形堰に関する Webb の實驗結果

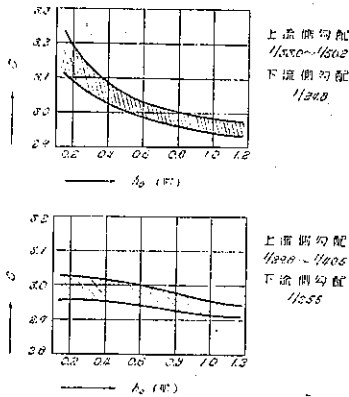
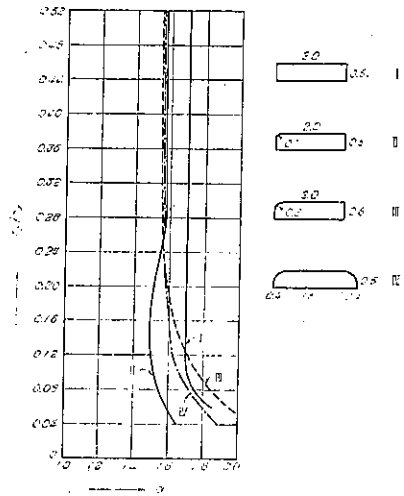


圖-16. Keutner の實驗結果



つてある事を示してゐる。

次に實在の堰（断面形は iii と同じ）に就き、側壁をも含めた全體の 1/50 模型を作り、その實驗値と實在の堰による測定結果とを比較したものは圖-18 の様になつた。之から見れば構造物の大きさに 1:50 の違ひがある

にも拘らず、 m の値には違ひが認められない。即ち相似律はよく成立してゐる事になる。

5. E. Jacoby の實驗¹²⁾

堰の溢流量と溢流水深或は h_0 との關係を求めるのに、溢流状態を完全溢流、不完全溢流、及び越流の 3 種に分ち、各々の場合に對する h_0/h_c を表す公式の形及びその適用範圍を次の様に定めた。

$$\left. \begin{array}{l} \text{i} \quad \frac{h_0}{h_c} = m_1 \dots \dots \dots h_0 \leq 0 \\ \text{ii} \quad \frac{h_0}{h_c} = m_1 + m_2 \frac{h_2}{h_c} + m_3 \left(\frac{h_0}{h_c} \right)^2 \dots \dots \dots 0 < \frac{h_0}{h_c} < 2.4 \\ \text{iii} \quad \frac{h_0}{h_c} = \frac{h_2}{h_c} + \frac{0.5}{\left(\frac{h_2}{h_c} \right)^3} \dots \dots \dots \frac{h_2}{h_c} > 2.5 \end{array} \right\} \dots (14)$$

但し $h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}}$ であつて、 $\frac{h_0}{h}$ は (13) 式に與へた α の値になる。實驗には圖-19 に示す様な断面形を用

ひたが、この結果から m_1 、 m_2 及び m_3 を定めたものは次の表の様になつた。

	a	b	c	d	e
m_1	1.21	1.25	1.30	1.40	1.62
m_2	0.05	0.05	0.05	0.05	0
m_3	0.20	0.195	0.185	0.180	0

之等の實驗公式を圖示すれば圖-20 の様な曲線群となる。上の様な公式型を與へた一つの理由は a の様な形に就て考へれば堰頂の水深を h としても流線は水平から相當に傾いてゐるから I よりも小さい常數 a を考へて

$$h_0 = ah + \frac{v^2}{2g} = ah + \frac{Q^2}{2gb^2h^2}$$

完全溢流では之が與へられた Q の値に對して最小となるのであるから

$$h_0 = 1.5 hc \sqrt{a^2}$$

又活堰状態では静水壓状態の壓力分布とすれば $a=1$ であるから

圖-17 (a). Kirschmer の實驗模型 断面 (單位 mm)

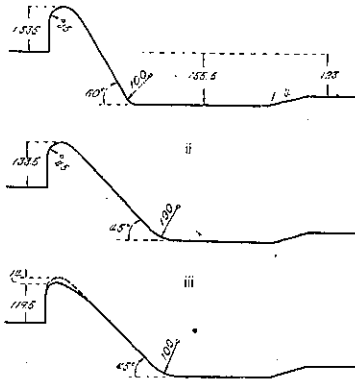


圖-17 (b). Kirschmer の實驗による m の値

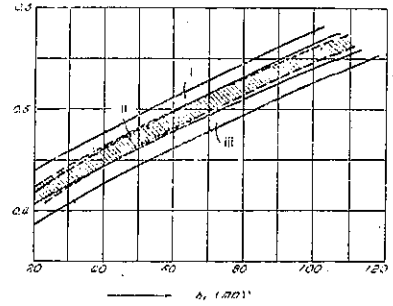


圖-18. Kirschmer の實驗と實測との比較 (黒點は實測値)

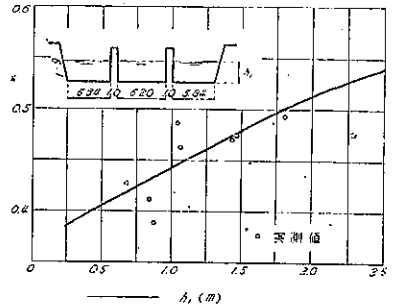


圖-19. Jacoby の實驗の模型断面形

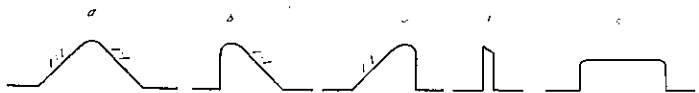
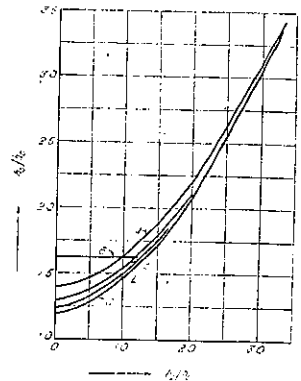


圖-20. Jacoby の實驗結果



¹²⁾ Wasserkraft u. Wasserwirtschaft, 1933, April 2 及び 13, s. 79 及び 93, E. Jacoby; Die Berechnung der Stauhöhe bei Wehren.

$$h_0 = h_c + \frac{hc^3}{2h^2}$$

即ち h の代わりに h_2 を入れれば

$$\frac{h_0}{hc} = \frac{h_2}{hc} + \frac{0.5}{\left(\frac{h_2}{hc}\right)^2}$$

潜堰の場合には堰の形による流量係数の変化を考へてゐない。

6. G. N. Cox の実験¹³⁾

之は潜堰の測定堰としての特性を調べる爲に行はれたものであつて、規模も大きく得たる資料も相當豊富である。即ち 10'×10' の断面の水槽内で高さ 6.11' 以下數種に就て流量、水位及び流速を測定してゐる。

流量公式の形としては潜堰に對しても一律に

$$Q = Cbh_1^n \dots \dots \dots (15)$$

を以て表し、潜率 $h_2/h_1 = S$ を用ひて C 及び n を S の函數として表す事を試みてゐる。

実験に用ひた堰の断面形は圖-21に示す。 $h_2 > 0$ であつても普通の不完全流流であれば、上流側が鉛直面の場合は何れの形に對しても ft-sec 單位を用ひて次の公式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} C &= 3.895 - \frac{0.433 S^2}{1.35 - S} \\ n &= 1.625 - \frac{0.140 S^2}{3 - S} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

完全な潜堰即ち射流の現れない場合に對しては、上流側が鉛直面の場合の公式として次の形を與へてゐる。但し單位は ft-sec である。

$$\left. \begin{aligned} C &= 3.895 + 0.01064 h_a - \frac{(1.52 - 0.1886\sqrt{h_a})S^2}{1.433 - 0.01353 h_a - S} \\ n &= 1.625 + \frac{0.036}{\sqrt{h_a}} - \frac{\left(\frac{0.428}{h_a - 0.169} - 0.0129\right)S^2}{0.886 + \frac{1.31}{h_a} - S} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

上流側が 1:2 の勾配を有する場合に就ても同様な公式を與へてゐる。Cox 氏の實驗結果の數表中の幾つかの例を著者が m -單位を用ひた時の Q/b と h_2/ha との曲線に表したものを圖-22~25 に示す。尙この公式を實際の堰に對する測定値と比較した結果は最大の誤差は僅か 1.7% であつた¹⁴⁾。

圖-21. Cox の實驗の模型断面形 (Ogee 型)

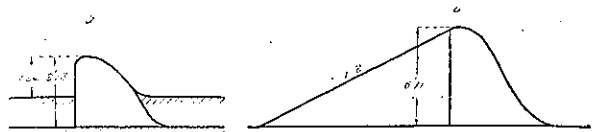


圖-22. Cox の實驗結果 (1)

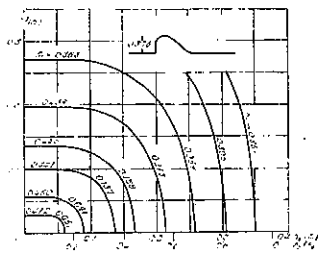


圖-23. Cox の實驗結果 (2)

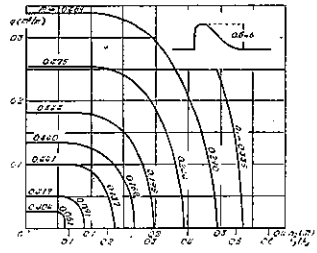
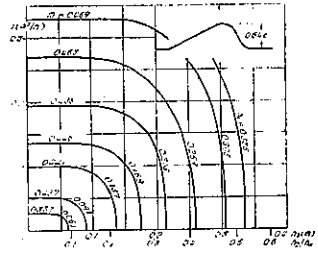


圖-24. Cox の實驗結果 (3)



¹³⁾ Glen Nelson Cox ; The Submerged Weir as a Measuring Device, 1928, Bulletin of the University of Wisconsin.
¹⁴⁾ Engineering News Record, 27 Jan. 1938, p. 137.

之等の實驗結果は寧ろ Cox 氏の意圖に反して潜堰の測定堰としての不適性を示してゐる様である。この實驗公式では不完全溢流と潜堰との分界點が甚だ不明瞭である。且つ (15) 式では h_0 の代りに h_1 を用ひてゐるから圖中の m の値は

$$Q = mbh_1 \sqrt{2gh_1}$$

と置いて、 $h_2=0$ に對する Q の値から計算した値である。然しその値は接近流速を考慮して計算したものと殆ど違ひがない。

圖-25. Cox の實驗結果 (4)

