

論 說 報 告

第 20 卷 第 2 號 昭和 15 年 2 月

輻 射 三 角 測 量 の 理 論

准 員 武 岡 通 治*

要 旨 本文の前半は輻近垂直寫眞による輻射三角測量の基礎原理の數學的解明、及精度の吟味を行ひ、最も妥當なる誤差消去法は寫眞傾斜角の決定なる事を論ず。之に對して後半は水平並に垂直視差測定による傾斜角概算法に就て序述す。

1. 輻射三角測量の基礎の數學的解明

輻近垂直空中寫眞を利用する輻射三角測量 (Radialtriangulation) はステレオプラエグラフ等を使用する精密實體寫眞測量に對立して中・小梯尺地形圖の製作に當つて特異の地歩を占め、世界各地に於て相當に實用化されて居るものであるが、此の方法の最大難關は輻射三角鎖或は菱形鎖 (Rautenkette) を組む場合に起る示誤三角形の消去法である。之に就て從來我々が採用してゐた英國式の方法は測板測量の後方交會法に於ける消去法とは本質的に異り、寫眞機の傾斜が何れの方向にも一樣であると云ふ假定の下に、誤差が一局所に集積する事を避け、コース全體としては大體正しい位置を外れないと云ふ程度の一種の統計的方法である。夫故實際に當つては或る程度迄の任意性が許されると共に、消去した結果が果して妥當であるか否かといふ事も一概に斷定出來ぬものがある。夫故此の問題に解答を與へ、合理的な消去法を創案する準備として、先づ輻射線法の基礎理論に一應の數學的吟味を試る次第である。

輻射線法の誤差の原因としては (1) レンズの歪像収差 (Distortion), (2) 寫眞機の壓定硝子板の影響, (3) フィルム並に印畫紙の不規則な收縮, (4) 撮影時に於ける寫眞機の傾斜, (5) 被寫地域の比高に依る影響等を數へる事が出来るが、之等の中で最も大きな影響を及ぼすものとして (4), (5) の 2 項に就て吟味する。

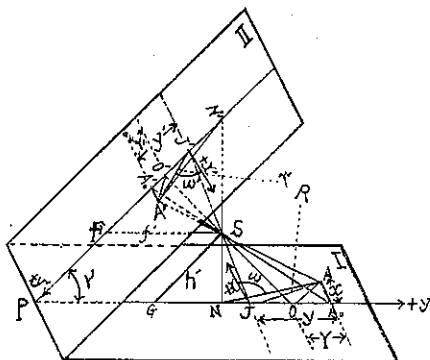
1. 地上座標と畫面座標との變換式

レンズの収差、フィルムの伸縮等を無視して寫眞機を完全な中心投影機と見做した場合に、地上の任意の點と之に對應する陰畫面上の投影點との座標の關係を求める。但し地面は水平であるとして直角座標を用ひる。

圖-1 に於て陰畫面を II, 地表面を I とした場合に各點の符號を説明すると次の様になる。

- S : レンズ中心 (投影中心)
- O' : 畫面主點 ($SO' \perp O'P$)
- $\overline{SO'}$: 畫面距離 f (\equiv 焦點距離)
- N : 地上鉛直點, N' : 畫面鉛直點
- SN : 飛行高度 H ($SN \perp NP$)
- J' : 畫面等角點 (Isocentre, $\angle N'SJ' = \angle J'SO'$)

圖-1. 平坦地を撮影した時の投影關係



* 陸地測量師 理學士、陸地測量部勤務

J : 地上等角點 ($\angle NSJ = \angle JSO$), ν : 寫眞機の傾斜角
 F : 畫面消失點 ($FS \parallel PG$), G : 地上消失點 ($GS \parallel PF$)

然らば

$$\begin{aligned} \triangle FSJ' \text{ に於て, } & FS \parallel PJ, \quad \angle O'SN' = \angle O'PO = \nu \\ \angle N'SJ' = \angle J'SO' = \frac{\nu}{2} & \text{ 及 } \quad \angle N'SF = \angle SO'F = \angle R \end{aligned}$$

であるから

$$\angle FSJ' = \angle N'SF - \angle N'SJ' = \angle R - \frac{\nu}{2} = \angle SO'F - \angle J'SO' = \angle S'J'F$$

となり $\triangle FSJ'$ は二等邊三角形を成す。

其處で $FJ' = FS = f \operatorname{cosec} \nu \equiv f'$ とおく。

同様に $\triangle GSJ'$ は二等邊三角形である事を證明出来るから $GS = GJ' = H \operatorname{cosec} \nu \equiv H'$ とおく。

今畫面上では J' を原點とし、最大傾斜線の方向を y' 軸として (x', y') 座標系を定め、之に對應して地上に於ては J を原點として (x, y) 座標系を定める。

今任意の點 A の座標を (x, y) とし、之に對應する畫面上の投影點 A' の座標を (x', y') とする。又 A, A' より各々 y, y' 軸に下した垂線の足を A_0, A_0' とする。

然らば $AA_0 \parallel A'A_0'$ であるから

$$\triangle ASA_0 \cong \triangle A'SA_0' \text{ となる。又 } \triangle A_0SG \cong \triangle A_0'SF \text{ である事は明かであるから}$$

之等から

$$\frac{x}{x'} = \frac{A_0A}{A_0'A'} = \frac{A_0S}{A_0'S} = \frac{GS}{FA_0'} = \frac{H'}{f' - y'} \quad \text{即ち} \quad x = \frac{H'x'}{f' - y'} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。

$$\text{同様に又} \quad \frac{y}{y'} = \frac{GA_0}{FA_0'} = \frac{GS}{FA_0'} \quad \text{即ち} \quad \frac{H' + y}{f'} = \frac{H'}{f' - y'}$$

或は之を展開して

$$H'(f' - y') + y(f' - y') = f'H' \quad \text{即ち} \quad -H'y' + y(f' - y') = 0$$

$$\text{従つて} \quad y = \frac{H'y'}{f' - y'} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。

即ち平坦な地面に對する中心投影の座標變換式は

$$x = \frac{H'x'}{f' - y'}, \quad y = \frac{H'y'}{f' - y'} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。但し $H' = H \operatorname{cosec} \nu, f' = f \operatorname{cosec} \nu$

以下此の式を用ひ、輻射角測定を中心として、主點 O' (Hauptpunkt), 等角點 J' (Winkelreuepunkt), 鉛直點 N' (Nadirpunkt) を用ひた場合に於ける輻射角の誤差を吟味してゆく。

2. 等角點

a) 土地が平坦な場合

J (或は J') を原點として任意の點 A (或は A') に引いた方向線が x (或は x') 軸となす角を ω (ω') とする。

然らば $\tan \omega = \frac{y}{x}$

$$\therefore (3) \text{ より } = \left(\frac{y'H'}{f'-y'} \right) = \frac{y'}{x'} = \tan \omega'$$

となるから

$$\therefore \omega = \omega' \dots\dots\dots (4)$$

b) 平坦でない場合

圖-2 に於て J 點に對する A_1 點の比高を h とし、 A_1 から水平面に下した鉛直線の足を A とする。 A_1 及 A の畫面上の投影點を各々 A_1' 及 A' とし、又 A_1 を通る水平面 III

を考へ之と JSA との交點を J'' とすれば、 J'' は面 III に於ける等角點となる。

今	面 I に於て A 點の座標を (x, y) ;	JA が x 軸となす方向角を ω	} とする。
	面 II " A_1' " (x', y') ;	$J'A_1'$ " x' 軸 " ω'	
	" " A_1 " (x_1, y_1) ;	$J'A_1$ " " " ω_1'	
	面 III " A_1 " (x_1, y_1) ;	$J''A_1$ " x'' 軸 " ω_1	

然らば 2-a の (4) 式により

$$\omega = \omega', \quad \omega_1 = \omega_1' \dots\dots\dots (5)$$

となる。

然るに輻射方向角の誤差 $d\omega$ は寫眞 (畫面 II) 上で J' を中心として測つた A_1' 點への方向角 ω_1' と地表面 (畫面 I) 上で J を中心として測つた A_1 點への水平方向角即ち A 點への方向角 ω との差に他ならぬから

$$d\omega = \omega_1' - \omega = \omega_1 - \omega \text{ で表はされる。}$$

然るに A_1 點は A 點の直上にあるから 圖-2 から直ちに解る様に

$$x_1 = x, \quad y_1 = y + h \tan \frac{\nu}{2} \text{ となる。}$$

$$\therefore \tan \omega_1 = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y + h \tan \frac{\nu}{2}}{x} = \frac{y}{x} + \frac{h}{x} \tan \frac{\nu}{2}$$

即ち $\tan \omega_1 = \tan \omega + \frac{h}{x} \tan \frac{\nu}{2}$ となり之を移項すると、

$$\tan \omega_1 - \tan \omega = \frac{h}{x} \tan \frac{\nu}{2}$$

即ち $\frac{\sin(\omega_1 - \omega)}{\cos \omega_1 \cos \omega} = \frac{h}{x} \tan \frac{\nu}{2}$, 或は $\sin(\omega_1 - \omega) = \cos \omega_1 \cos \omega \frac{h}{x} \tan \frac{\nu}{2}$

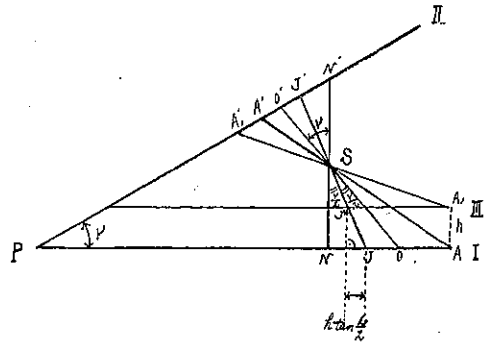
然るに $JA = R$ とおけば $x = R \cos \omega$ となるから

$$\therefore \sin(\omega_1 - \omega) = \frac{h}{R} \cos \omega_1 \tan \frac{\nu}{2}$$

$$\text{即ち } \sin d\omega = \frac{h}{R} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_1 = \frac{h}{R} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_1' \dots\dots\dots (5)$$

となる。

圖-2. 比高がある場合の投影關係 (原點: 等角點)



又軌近垂直寫眞に於ては J' から A_1' 點迄の距離を R' とし

$$h' = h \times \text{寫眞梯尺} \quad \text{とおけば} \quad \sin d\omega = \frac{h'}{R'} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_1' \quad \text{となる。}$$

或は近似的に

$$d\omega = \frac{h'}{R'} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_1' \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。

全く同様にして第二の點 B_1 に對する相當量を $R_2, h_2, \omega_2, d\omega_2, \dots$ とすれば

$$d\omega_2 = \frac{h_2'}{R_2'} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_2' \quad \text{となる。}$$

従つて A_1', B_1' の 2 點が寫眞上に於て J' を中心として挟む輻射角の誤差は

$$d\omega_2 - d\omega_1 = \frac{h_2'}{R_2'} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_2' - \frac{h_1'}{R_1'} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega_1' \quad \dots\dots\dots (7)$$

特に $\frac{h'}{R'} = \frac{h_2'}{R_2'}$ とすれば

$$d\omega_2 - d\omega_1 = \frac{h'}{R'} \tan \frac{\nu}{2} (\cos \omega_2' - \cos \omega_1') = -2 \frac{h'}{R'} \tan \frac{\nu}{2} \sin \frac{\omega_2' + \omega_1'}{2} \sin \frac{\omega_2' - \omega_1'}{2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

3. 主 點

a) 平坦な場合

圖-3 に於て示す様に地上等角點 J を原點として (x, y) 座標系を、又地上主點 O を原點として (X, Y) 座標系を定め R, ω 等も亦圖の様

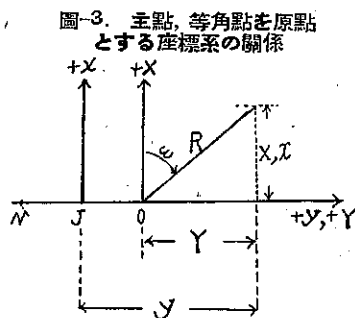


圖-3. 主點、等角點を原點とする座標系の關係

然らば 圖-3 から明かな通り

$$\left. \begin{aligned} X &= x, & y &= Y + OJ \\ X' &= x', & y' &= y + O'J' \end{aligned} \right\} \text{となる。}$$

然るに 圖-1 の $\triangle OSJ$ に於て

$$\frac{OJ}{\sin \frac{\nu}{2}} = \frac{JS}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \nu \right)} = \frac{JS}{\cos \nu}$$

又 $\triangle JSN$ に於て

$$JS = \frac{SN}{\cos \frac{\nu}{2}} = \frac{H}{\cos \frac{\nu}{2}} \quad \text{であるから、結局} \quad OJ = \frac{H \tan \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} \quad \text{となる。}$$

又 $\triangle O'S'J'$ から $O'J' = f \tan \frac{\nu}{2}$ となる。

従つて $y = Y + \frac{H \tan \frac{\nu}{2}}{\cos \nu}; y' = Y' + f \tan \frac{\nu}{2}$ となる。

然るに 2-a から明かな様に $y/x = y'/x'$ であるから、

之を X, Y, X', Y' で置きかへると

$$\frac{Y+H \tan \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} = \frac{Y'+f \tan \frac{\nu}{2}}{X'}, \quad \text{或は} \quad \tan \omega + \frac{H \tan \frac{\nu}{2}}{X \cos \nu} = \tan \omega' + \frac{f}{X'} \tan \frac{\nu}{2}$$

即ち
$$\tan \omega' - \tan \omega = \frac{H \tan \frac{\nu}{2}}{X \cos \nu} - \frac{f}{X'} \tan \frac{\nu}{2} \dots \dots \dots (9)$$

然るに (3) 式より $x = \frac{x'H'}{f-y'}$ であるから之を移項すれば

$$\frac{H'}{x} = \frac{f-y'}{x'} \quad \text{或は} \quad \frac{H}{x} = \frac{f-y' \sin \nu}{x'} \quad \left(\because H' = \frac{H}{\sin \nu}; \quad f' = \frac{f}{\sin \nu} \right)$$

即ち
$$\frac{H}{x} \equiv \frac{H}{X} = \frac{f - \left(Y' + f \tan \frac{\nu}{2} \right) \sin \nu}{X'} \dots \dots \dots (10)$$

$$\left(\because x' = X', \quad x = X \right)$$

之を (9) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} \tan \omega' - \tan \omega &= \tan \frac{\nu}{2} \left[\frac{f - \left(Y' + f \tan \frac{\nu}{2} \right) \sin \nu}{X' \cos \nu} - \frac{f}{X'} \right] \\ &= \frac{\tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu} \left[f - Y' \sin \nu - f \tan \frac{\nu}{2} \sin \nu - f \cos \nu \right] \\ &= \frac{\tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu} \left[f \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\nu}{2} - \cos \nu \right) - Y' \sin \nu \right] \\ &= - \frac{Y' \tan \frac{\nu}{2} \sin \nu}{X' \cos \nu} = - \frac{2 \sin^2 \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} \tan \omega' \quad \left(\because \frac{Y'}{X'} = \tan \omega' \right) \end{aligned}$$

故に 2-a と同様にして左邊を展開すれば

$$\frac{\sin(\omega' - \omega)}{\cos \omega' \cos \omega} = - \frac{2 \sin^2 \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} \tan \omega'$$

即ち
$$\sin(\omega' - \omega) = - \frac{2 \sin^2 \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} \sin^2 \omega' \cos \omega \doteq - \frac{\sin^2 \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} \sin^2 \omega' \quad \left(\because \omega' \doteq \omega \right)$$

又 ν を微小量と考へれば

$$d\omega \equiv \omega' - \omega = - \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin^2 \omega' \dots \dots \dots (10')$$

全く同様にして第二の點 B に対する相當量を $\omega_2', \omega_2, d\omega_2$ とすれば

$$d\omega_2 = - \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin^2 \omega_2'$$

故に O' を中心として測定した輻射角 $(\omega_2 - \omega_1)$ の誤差は

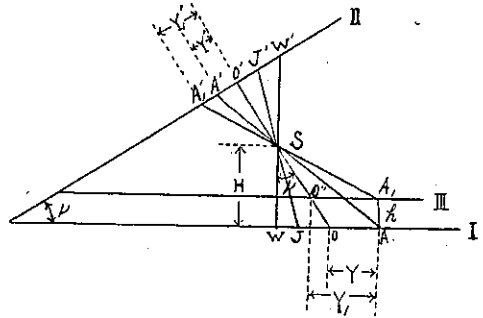
$$d\omega_2 - d\omega_1 = - \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin^2 \omega_2' + \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin^2 \omega_1'$$

$$= \sin^2 \frac{\nu}{2} (\sin^2 \omega' - \sin^2 \omega_2') = -2 \sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2' + \omega') \sin(\omega_2' - \omega') \dots \dots \dots (11)$$

b) 平坦でない場合

圖-4 に於て任意の點 A_1 の O に対する比高を h とする。
 A_1 を通る水平面 III を考へ、此の面上の主點を O' とする。
 A_1 から下した鉛直線の足を A とし、畫面上に於ける各點の投影點を A_1' 及 A' とする。

圖-4.
比高がある場合の投影關係 (原點: 主點)



A_1, A_1', A, A' の各面に於ける座標及 X 軸からの方向角を各、

$$A_1: (X_1, Y_1, \omega_1); \quad A_1': (X_1', Y_1', \omega_1')$$

$$A: (X, Y, \omega); \quad A': (X', Y', \omega')$$

然らば問題は $[d\omega = \omega_1' - \omega]$ を求むるにある。

然るに面 II, III を考へれば (10) 式から

$$\omega_1' - \omega_1 = -\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega_1'$$

又面 III, I を考へれば

$$X_1 = X, \quad Y_1 = Y + h \tan \nu \quad \therefore \frac{Y_1}{X_1} = \frac{Y + h \tan \nu}{X}$$

或は $\tan \omega_1 - \tan \omega = \frac{h}{X} \tan \nu$ 即ち $\frac{\sin(\omega_1 - \omega)}{\cos \omega_1 \cos \omega} = \frac{h \tan \nu}{R \cos \omega}$

従つて近似的に

$$\omega_1 - \omega \approx \frac{h}{R} \cos \omega_1 \tan \nu$$

$$\therefore d\omega \equiv \omega_1' - \omega = (\omega_1' - \omega_1) + (\omega_1 - \omega) = -\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega_1 + \frac{h}{R} \tan \nu \cos \omega_1 \dots \dots \dots (12)$$

又第二の點 B に対する諸量を R_2, h_2, ω_2 等で表はせば

$$d\omega_2 \equiv \omega_2' - \omega_2 = -\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega_2 + \frac{h_2}{R_2} \tan \nu \cos \omega_2$$

従つて輻射角 $B'O'A'$ の誤差は、

$$d\omega_2 - d\omega = \sin^2 \frac{\nu}{2} (-\sin 2\omega_2 + \sin 2\omega_1) + \frac{h_2}{R_2} \tan \nu \cos \omega_2 - \frac{h_1}{R_1} \tan \nu \cos \omega_1$$

$$\therefore \frac{h_2}{R_2} = \frac{h_1}{R_1} = \frac{h}{R} \text{ とすれば}$$

$$= -2 \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin(\omega_1 + \omega_2) \sin(\omega_2 - \omega_1) - 2 \frac{h}{R} \tan \nu \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \sin \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \dots \dots \dots (13)$$

4. 鉛直點

a) 平坦な場合

主點の場合と同様な考へ方により、任意の點 A の地上鉛直點 N を原點とする座標を $(X, Y), J$ を原點とする座標を $(x, y), A$ の投影點 A' の N' を原點とする座標を $(X', Y'), J'$ を原點とする座標を (x', y') とすれば

$$x = X, \quad y = Y - NJ = Y - H \tan \frac{\nu}{2} \quad \text{及} \quad x' = X', \quad y' = Y' - N'J' = Y' - \frac{f \tan \frac{\nu}{2}}{\cos \nu}$$

之を $\frac{y}{x} = \frac{y'}{x'}$ に代入すれば

$$\frac{Y - H \tan \frac{\nu}{2}}{X} = \frac{Y' - f \frac{\tan \frac{\nu}{2}}{\cos \nu}}{X'}, \quad \text{即ち} \quad \tan \omega - \frac{H \tan \frac{\nu}{2}}{X} = \tan \omega' - \frac{f \tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu}$$

或は
$$\tan \omega' - \tan \omega = \frac{f \tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu} - \frac{H \tan \frac{\nu}{2}}{X} \dots \dots \dots (14)$$

然るに公式 (3) より $x = \frac{x'H}{f' - y'}$ であるから、之を X, Y 等で表はせば

$$X = \frac{X'H \operatorname{cosec} \nu}{f \operatorname{cosec} \nu - \left(Y' - \frac{f \tan \frac{\nu}{2}}{\cos \nu} \right)}$$

即ち
$$\frac{H}{X} = \frac{f \left(\cos \nu + \tan \frac{\nu}{2} \sin \nu \right) - Y' \sin \nu \cos \nu}{X' \cos \nu} \quad \text{或は} \quad \frac{H}{X} = \frac{f - Y' \sin \nu \cos \nu}{X' \cos \nu}$$

∴ (14)式は
$$\frac{\sin(\omega' - \omega)}{\cos \omega' \cos \omega} = \frac{f \tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu} \frac{(f - Y' \sin \nu \cos \nu) \tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu}$$

$$= \frac{Y' \sin \nu \cos \nu \tan \frac{\nu}{2}}{X' \cos \nu} = 2 \tan \omega' \sin^2 \frac{\nu}{2}$$

即ち
$$d\omega \doteq \sin d\omega = 2 \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin \omega \cos \omega' \doteq \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega' \dots \dots \dots (15)$$

同様に第二の點に對しては $d\omega_2 = \sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega_2'$ となるから

輻射角誤差:

$$d\omega_2 - d\omega_1 = \sin^2 \frac{\nu}{2} (\sin^2 \omega_2' - \sin^2 \omega_1') = 2 \sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2' + \omega_1') \sin(\omega_2' - \omega_1') \dots \dots \dots (16)$$

b) 平坦でない場合

此の場合、主點の時と同様に山頂 A_1 を通る水平面 III を考へれば面 III の上で A_1 が N' を中心として挟む角と面 I で A_1 の直下の點が N の回りに挟む角と x が等しい事は直ちに考へ付くから b) の場合の誤差は平坦な場合と等しい事が判定される。

表-1.

5. 吟 味

a) 輻射方向線の精度

前節迄の推論を一括すると輻射方向線の精度は表-1 の様になる。

i) 表-1 に於て平坦な場合の誤差が主點と鉛直點とに於て反對符

	中 心	平 坦 な 場 合	平 坦 で ない 場 合
等 角 點		誤差無し	$\frac{h}{R} \tan \frac{\nu}{2} \cos \omega$
主 點		$-\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega$	$-\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin^2 2\omega + \frac{h}{P} \tan \nu \cos \omega$
鉛 直 點		$+\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega$	$+\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega$

號で等量である事は主點と鉛直點とが(誤差=0)の性質を有する等角點の兩側に存在し、而も第一近似的には等量だけ偏位してゐる事を想起すれば偏心誤差として直ちに類推し得る處である。

ii) 上表を通觀して、寫眞機の傾斜による誤差を $\left(\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega\right)$ とおき、土地の比高による誤差を $\left(\frac{h}{R} \tan \nu \cos \omega\right)$ で代表すれば、兩誤差が同じ程度である爲には

$$\sin^2 \frac{\nu}{2} \sin 2\omega = \frac{h}{R} \tan \nu \cos \omega \dots\dots\dots(16)$$

と置いて h/R を決定すれば良い。然るに

$$\tan \nu \doteq \sin \nu \doteq \nu$$

であり、又 $\sin 2\omega$ と $\cos \omega$ とを同じ程度の量と考へれば(16)式は

$$\frac{\nu}{4} = \frac{h}{R} \text{ となり。}$$

今 ν の極大値 ($\nu=3^\circ$) としても

$$\frac{h}{R} = \frac{0.0535}{4} = 0.0136 \dots\dots\dots(17)$$

となる。

即ち輻射中心と視點との間の視線に僅かに 1.4% の傾斜があれば平坦な場合の寫眞傾斜の實際的極大値に比敵する誤差を生ずるのである。此の傾斜は $R=1200\text{ m}$ (梯尺 1: 15 000 の寫眞上に於て 8cm になる) に於ても僅かに 17m の比高を許容するにすぎぬ。此の事から又輻射中心點として鉛直點を使用する事が如何に大切であるかゞ確認される。

iii) 比高による誤差は (h/R) に比例するから中心附近に於て比高の相當ある地點を交會する必要がある場合には相當の注意が必要である。

b) 輻射方向角の精度

實作業に當つては今の處寫眞機の傾斜を決定せずに其の儘の角度を利用する場合が多い。従つて 2 本の輻射方向線に挟まれる角度の誤差を吟味する事が必要である。夫故前節迄の結果を纏めると表-2 になる。

表-2.

中 心	平 坦 な 場 合	平 坦 で な い 場 合
等 角 點	誤差無し	$\left(\frac{h_2}{R_2} \cos \omega_2 - \frac{h_1}{R_1} \cos \omega_1\right) \tan \frac{\nu}{2}$
主 點	$-\sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2 + \omega_1) \sin(\omega_2 - \omega_1)$	$-\sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2 + \omega_1) \sin(\omega_2 - \omega_1) + \left(\frac{h_2}{R_2} \cos \omega_2 - \frac{h_1}{R_1} \cos \omega_1\right) \tan \nu$
鉛 直 點	$+\sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2 + \omega_1) \sin(\omega_2 - \omega_1)$	$+\sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2 + \omega_1) \sin(\omega_2 - \omega_1)$

表-2 に於て $(\omega_2 - \omega_1)$ は寫眞上に於ける 2 輻射方向線の挟角である事は言ふ迄も無い。而して三角鎖或は菱形鎖の編成に當つて最も重要なものは、

i) $\omega_2 - \omega_1 = \pi$ 1 コース内の主點基線の挟角

ii) $\nu = \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{\pi}{4}$ 主點基線と補點(菱形鎖)或は隣接コースの主點(三角鎖)に到る方向線との挟角

今便宜上 $\cos(\omega_1 + \omega_2) = 1$ とおけば平坦地に對する輻射角誤差は表-3 の様になる(單位ラジアン)。

表-3.

$\nu = 1^\circ$	$\omega_2' - \omega_1'$	等角點	主點	鉛直點
	π	0	0	0
	$\frac{\pi}{2}$	0	-0.00008	+0.00008
	$\frac{\pi}{3}$	0	-0.00007	+0.00007
	$\frac{\pi}{4}$	0	-0.00005	+0.00005
	$\frac{\pi}{8}$	0	-0.00003	+0.00003
$\nu = 2^\circ$	π	0	0	0
	$\frac{\pi}{2}$	0	-0.00032	+0.00032
	$\frac{\pi}{3}$	0	-0.00028	+0.00028
	$\frac{\pi}{4}$	0	-0.00020	+0.00020
	$\frac{\pi}{8}$	0	-0.00012	+0.00012
$\nu = 3^\circ$	π	0	0	0
	$\frac{\pi}{2}$	0	-0.00072	+0.00072
	$\frac{\pi}{3}$	0	-0.00063	+0.00063
	$\frac{\pi}{4}$	0	-0.00045	+0.00045
	$\frac{\pi}{8}$	0	-0.00027	+0.00027

但し $1' = 0.00029$ ラジアン

即ち實際そうである様に $\nu \leq 2^\circ$ とすれば平坦地に於ける輻射線法は主點を使用する最悪の場合に於ても精度 $1'$ の経緯儀による地上測量と同等であるか或は其れ以上であり、特にコース方向の精度は極めて大である事が解る。

又規線の長さを 7 cm とすれば主點或は鉛直點を使用した場合に輻射角誤差によつて引起される直角方向の偏位は最大の場合に於ても $[\nu = 3^\circ, (\omega_2' - \omega_1') = \pi/2]$ 0.05 mm となり圖解測圖の精度以上である。

以上の吟味を言葉で表すと次の様になる。

土地が平坦であるならば

- (i): 等角點を中心とする輻射角は寫眞機の傾斜の如何に拘らず嚴密な水平角を與へる。
- (ii): 主點、鉛直點を使用する場合にも相隣れる主點基線の夾角は嚴密に正しく、其の他の方向角も實用的には正しいものと看做される。

(i) は別として (ii) は在來の示誤三角形消去法が平坦地には妥當せず、示誤三角形消去後の主點は前寫眞によつて引かれた主點基線上に決定せらる可きことを示す。

c) 平坦でない場合

此の場合注意すべき事は、(1) 平坦な土地の場合と違つて誤差の全く無い様な輻射中心點は存在せぬ事、(2) 鉛

直點を使用しない限り輻射角誤差は主として土地の比高によつて決定せられ、其の量は寫眞機の傾斜だけに起因する誤差を遙に凌駕してゐる事、(3) 従つて誤差を減少する爲には偏歪修正寫眞を使用するか、或は少くとも各寫眞の傾斜を知つて鉛直點を使用するかしなければならぬ事等が數へられる。而して實際の場合には土地に起伏が無い等といふ事は我國などでは殆んど考へられず又現在の處種々の事情から豫め空中寫眞の傾斜を決定する事は相當困難である關係上輻射中心點として主點を利用する事が多いのであるから、其の場合に土地の起伏によつてどの程度の誤差が起るかといふ事を吟味しておく事は輻射三角測量の適用範圍を決定し、又土地の状態に應じて何軒毎に地上基準點を設く可きかといふ問題を解く鍵ともなりうるものである。但し上來との連絡上等角點の吟味からはじめる。

i) 等角點

等角點を中心とする場合の輻射角誤差は既述の通り

$$\Delta\omega' = \left(\frac{h_2}{R_2} \cos \omega_2' - \frac{h_1}{R_1} \cos \omega_1' \right) \tan \frac{\nu}{2}$$

であるが、取扱の便宜上 $\Delta\omega'$ の極大値として $\cos \omega_2' = 1$, $\cos \omega_1' = -1$ の場合を吟味して誤差の許容範圍を限定しておけば一般の場合に安全に適用出来る。又 R_2' , R_1' は寫眞上の輻射線長であるから $18 \times 24 \text{ cm}^2$ の寫眞で重複度を 60% とすれば大體 $R_2' = R_1' = 70 \text{ mm}$ となる。又 h_1' , h_2' は寫眞梯尺で表した比高である。

以上の假定の下に於て誤差式は

$$\Delta\omega' = \frac{\tan \frac{\nu}{2}}{R_1'} (h_1' + h_2')$$

となり $(h_1' + h_2')$ と ν だけの函數となる。

今 ν ($h_1' + h_2'$) の種々な値に對して $\Delta\omega'$ を計算すると表-4 の様になる。

前述の様に輻射線長を 7 cm とすれば $\Delta\omega'$ による横方向の偏位が $R'\Delta\omega' \leq 0.2 \text{ mm}$ である爲には $\Delta\omega' \geq 0.003$ ラジアンでなければならぬ。従つて輻射線法を無理なく適用する爲には $(h_1 + h_2)$ は表-4 の點線以上になければならぬ。

此の關係は輻射線法の適用範圍を限定するものであつて上表の梯尺の逆數に焦點距離 25 cm を掛ければ飛行高度 H が求められるから H と適用限界に於ける $(h_1 + h_2)$ との比をとつてみると

$$\nu = 1^\circ \text{ では } \frac{(h_1 + h_2)_{\text{max}}}{H} = 8\%, \quad \nu = 2^\circ \text{ では } = 4\%, \quad \nu = 3^\circ \text{ では } = 3\%$$

となる。

而して實際の場合には $\cos \omega$ に對する假定から考へて此の 2 倍位迄の誤差を許容し得ると考へられ、又次節に説く處及 ν の實測値に照合して大體に於て $\nu \leq 2^\circ$ と考へられるから輻射線法の適用範圍は“普通の飛行状態に於ては飛行高度の 8% (≒10%) 以内の比高を有する地域、特に安定な飛行を行つた場合には ($\nu \leq 1^\circ$) 15~20% 以内の比高を有する地域に適用するのが妥當である”といへる。但し此處に注意すべきは之等の比高は各單寫眞内に含まるゝ地域内の比高であつて、全地域に互つては之以上の比高があつても差支へない事は明かである。

ii) 主點

主點を中心とする場合の誤差は

$$\Delta\omega' = -\sin^2 \frac{\nu}{2} \cos(\omega_2' + \omega_1') \sin(\omega_2' - \omega_1') + \left(\frac{h_2'}{R_2'} \cos \omega_2' - \frac{h_1'}{R_1'} \cos \omega_1' \right) \tan \nu$$

表-4. (単位ラジアン)

ν	梯尺 $h_1' + h_2'$	I			
		5 000	10 000	15 000	20 000
$\nu = 1^\circ$	20 m	0.0005	0.0003	0.0002	0.0001
	40	0.0010	0.0005	0.0003	0.0002
	60	0.0015	0.0008	0.0005	0.0004
	80	0.0020	0.0010	0.0007	0.0005
	100	0.0025	0.0013	0.0008	0.0006
	150	0.0037	0.0019	0.0012	0.0009
	200	0.0050	0.0025	0.0017	0.0013
	300	0.0075	0.0038	0.0025	0.0019
	400	0.0100	0.0050	0.0033	0.0025
	500	0.0124	0.0062	0.0041	0.0031
$\nu = 2^\circ$	20 m	0.0010	0.0005	0.0003	0.0003
	40	0.0020	0.0010	0.0007	0.0005
	60	0.0030	0.0015	0.0010	0.0008
	80	0.0040	0.0020	0.0013	0.0010
	100	0.0050	0.0025	0.0017	0.0013
	150	0.0075	0.0038	0.0025	0.0019
	200	0.0100	0.0050	0.0033	0.0025
	300	0.0150	0.0075	0.0050	0.0038
	400	0.0200	0.0100	0.0067	0.0050
	500	0.0250	0.0125	0.0083	0.0063
	600	0.0300	0.0150	0.0100	0.0075
700	0.0350	0.0175	0.0117	0.0088	
$\nu = 3^\circ$	20 m	0.0015	0.0007	0.0005	0.0004
	40	0.0030	0.0015	0.0010	0.0007
	60	0.0045	0.0022	0.0015	0.0011
	80	0.0060	0.0030	0.0020	0.0015
	100	0.0075	0.0037	0.0025	0.0019
	150	0.0112	0.0056	0.0037	0.0028
	200	0.0150	0.0075	0.0050	0.0037
	300	0.0225	0.0112	0.0075	0.0056
	400	0.0299	0.0150	0.0100	0.0075
	500	0.0374	0.0187	0.0125	0.0094
600					

となり、主點基線のみを問題とする時は第一項は零となり、又一般の場合に於ても第一項は實用的に零と見做し得る事は既述の通りであるから第二項だけを考へればよい事になる。而して第二項は等角點の場合の 2 倍となり適用範圍が著しく狭められる事が明かとなる。

iii) 鉛直點：平坦地の場合と同じ

6. 寫眞機の傾斜

上來の計算にて $\nu \leq 3^\circ$ と見做してきたが、所謂垂直寫眞の傾斜はどの位かといふに；

一般に寫眞機の傾斜は露光と同時に陰板の一部に自動的に記録される氣泡水準器の示度によつて與へられるといはれてゐるが、氣泡水準器は重力加速度のみならず撮影瞬間に働いてゐる凡ての加速度の合加速度に直角な方向を示すといふ事と、發動機の激しい震動を避ける爲に水準器の液體には可成り粘性の多いものを使ふ關係上示度に遅れがある事との二主要原因によつて其の示度は必ずしも正確な値を示さぬものと考へられてゐる。其處で大體の傾斜の程度を知る爲に次の様に考へてみた。即ち

撮影を實施し得る様な日は通常極めて天氣晴朗で氣象状態の安定した日であると考へられるから、特別の原因の無い限り飛行機は一定速度で水平直線飛行或は緩いカーブに沿つて飛行するものと考へられる。又撮影は間隔調整機的作用によつて自動的に一定の時間々隔を以て行はれるのであるから、寫眞機が常に嚴密に垂直であれば寫眞主點は一直線は緩い曲線上に於て一定間隔に配列される筈である。逆に、菱形鎖或は三形鎖を展開した場合に1コース内の主點列が電光形に折曲り、或は各主點基線長が長短不同であれば、前者は寫眞機の横方向の傾きを又後者は縦(コース方向)の傾斜を示すものとみて差支無い。

今種々の焦點距離と寫眞機の傾斜に對する主點の偏位置を計算すると表-5 の様になる。

$$\text{主點の偏位置} = f \tan \nu$$

然るに我々の經驗によれば、 $f=25 \text{ cm}$ の寫眞機による寫眞を用ひて鎖を展開した場合に主點の位置がコースの平均位置から 1 cm 以上も左右に外れ、或は又基線長

が平均基線長と 1 cm 以上も差がある事は殆んど無く、平均 6~7 mm を限度とする。従つて寫眞機の傾斜は特別の原因例へば寫眞機を斜に取付けた場合等を除けば大部分が 2° 以内、最大限 3° 以内の傾斜を有するものとみて良い様である。此の事は又マルチプレクス等の實體自動製圖機で決定した値、或は後述する概算法によつて求めた値とも符號するものである。

7. 示誤三角形の消去法

上來の推論を纏めると示誤三角形の消去に關する問題は次の様になる。

- (i) 土地が平坦であれば少くとも圖解法の精度内に於ては示誤三角形を生じない。
- (ii) 土地に起伏がある場合に示誤三角形が生じたならば何等かの方法によつて寫眞傾斜を求め之によつて偏至修正した寫眞を使用するか或は鉛直點を使用する事が最も合理的な示誤三角形消去法である。

然るに現在の示誤三角形消去法を見るに、圖解法に應用してゐる統計的方法是問題外としても計算法に於ける邊方程式を利用する最小自乗法による方法は、(1) 土地が起伏してゐる場合には輻射角誤差は相當大きく、而も(2) 系統誤差的性質を有する關係上無條件に最小自乗法を適用する事に對して多少の疑問が發生する。筆者の考へ及經驗を以てすれば少くとも後述の傾斜概算法でも使用しない限り計算法を用ふる事は單に手数を増すだけに過ぎないものゝ様である。

而して寫眞傾斜を決定する最簡最確な方法は水平線寫眞機を併用して撮影臨時に於ける水平線の傾斜記録から傾斜を求める方法だと考へられるが、之に就ては未だ實際の經驗を有してゐない。又既に撮影済の寫眞を利用する場合にも之を應用し得ない事は明かである。此の點に打克つ爲には3つの途が考へられる。第一は6に述べた事

表-5. (單位 mm)

$f \backslash \nu$ cm	1°	2°	3°	4°	5°
25	4.4	8.7	13.1	17.5	21.9
21	3.7	7.3	11.0	14.7	18.4
18	3.2	6.3	9.4	12.6	15.8
15	2.6	5.2	7.9	10.5	13.1

を利用して先づざつと菱形鎖を組んでみて主點基線の蛇行と長短とによつて鉛直點の大體の位置を推定し之を輻射中心として鎖を組直すので、之によつて可成り大きな示誤三角形を消去した事もあり、又少くとも示誤三角形を小さくし得る確信がある。但し此の場合注意すべき事は特別の理由がない限り轉位量を各方向共 1cm 以上としない事、寫眞を實體視して水平面の歪曲から判斷して出来るだけ合理的に轉位する事、轉位後の輻射中心點は大體一直線上に等距離に配列される筈である事等をあげられる。

第二の方法は反射鏡式實體鏡によつて、寫眞機の傾斜に伴ふ水平面の歪曲量を測定し之から逆に寫眞傾斜の概算を行ふもので之に就ては 2 に於て詳述する。

以上の他輻射線法に於てはフィルム、印畫紙等の複雑不安定な素材に準據する關係上、現像、乾燥等の如何によつては不測の障害を受ける事がある。之に就ては相當大きな示誤三角形を別の印畫紙の使用によつて消去した經驗もあり、其の最も甚しいものに於ては約 60 mm の輻射線長に對して横方向に 1mm 近くの偏位を生じた事もある。此の種の印畫紙の變形に伴ふ誤差は回轉圓筒式迅速乾燥機を使用する場合に甚しい様である。之に對して自然乾燥に於ては乾燥時に於ける印畫紙の把持法の如何は少くとも圖解法の精度に對しては無影響である様である。

2. 輓近垂直寫眞の傾斜角の概算

前章に於て輻射線法の精度を向上する爲には各寫眞の傾斜角を求める事が唯一の途である事を論じたが、本章に於ては反射鏡式實體鏡によつて特定點の垂直並に水平視差を測定して寫眞傾斜を求める方法に就て述べる。本法は既に實作業に應用して相當な結果を得てゐるものであり、又計算圖表の使用によつて著しく其の計算の勞を省く事に成功し、又反射鏡式實體鏡の一部に改造を加へれば更に速度をあげ得る見込がある。又本法は最初は平坦地のみ適用出来る様に考へてゐたが其の後起伏地にも擴張出来る様になつた。

1. 寫眞機の傾斜に基く投影點の偏位 (平坦地)

前圖-1 に於て等角點 J, J' を原點とし、最大傾斜線の方向を y 軸とする座標系に於て任意の點 $A(x, y)$ と其の投影點 $A'(x', y')$ との間には

$$x = \frac{x'H'}{f' - y'}, \quad y = \frac{y'H'}{f' - y'} \quad \text{但し} \quad \left(f' = \frac{f}{\sin \nu}, \quad H' = \frac{H}{\sin \nu} \right) \dots \dots \dots (18)$$

が成立する事を確めた。今圖に於て

$JA = R, JA' = r$ 、寫眞機の傾斜による A' 點の偏位量を dr とすれば $dr = r - mR$ とおける。但し m は寫眞梯尺 $m = f/H$ である。

然るに $R = \sqrt{x^2 + y^2} = \left[\left(\frac{x'H'}{f' - y'} \right)^2 + \left(\frac{y'H'}{f' - y'} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{H'}{f' - y'} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2} = \frac{rH'}{f' - y'}$ 但し $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$

なる關係が成立するから之から mR を計算すると

$$mR = \frac{f}{H} \cdot \frac{rH'}{f' - y'} = \frac{r}{1 - \frac{y' \sin \nu}{f}} = r \left\{ 1 + \frac{y' \sin \nu}{f} + \left(\frac{y' \sin \nu}{f} \right)^2 + \dots \right\}$$

$$\therefore dr \equiv r - mR = \frac{ry' \sin \nu}{f} \left(1 + \frac{y' \sin \nu}{f} + \dots \right) \doteq \frac{ry' \sin \nu}{f} \dots \dots \dots (19)$$

但し第二項以下を省略する爲に起る誤差は

$$f = 250 \text{ mm}, \quad y'_{\max} = 100 \text{ mm}, \quad \nu = 2^\circ$$

とすれば

$$\frac{y'}{f} \sin \nu = 0.014 \text{ となり}$$

大體 1/50 以下の誤差に止り得る。

又以下の推論に於ては、 f を原點とする距離の代りに主點を原點とする距離を r として代用するが、之は 1 點の位置によつて 0 から最大 $f \sin \frac{\nu}{2} = 4.4 \text{ mm}$ ($\nu = 2^\circ$) 迄の誤差を包含する筈であるから精密を要する場合には漸近法的に測定を繰返さねばならぬ。

(19) 式によつて偏位 dr を傾斜角 ν の簡単な函數として表す事が出来たが、之を測定し易くする爲にはユース方向 (縦) と之に直交する方向 (横) の傾斜にて分解して考へねばならぬ。

2. 横傾斜角 (θ) による偏位

平坦な地表面にある正方形を 圖-5 (a) とし、之を横方向に θ だけ傾いて撮影した場合の投影像を 圖-5 (b) の (1' 2' 6' 5') とする。但し (b) 圖に點線で示してあるものは (□1 2 6 5) 厳密垂直撮影した場合の投影像の位置を示す。此の場合 x, y 軸は圖に示す通りである (但し (b) 圖は陽晝面を示す)。而して各點の偏位量並に方向は矢印で示す通りであるが、之を例へば第 5 點に就て計算すると次の様になる。

圖-5. 横傾斜による正方形格子の變形

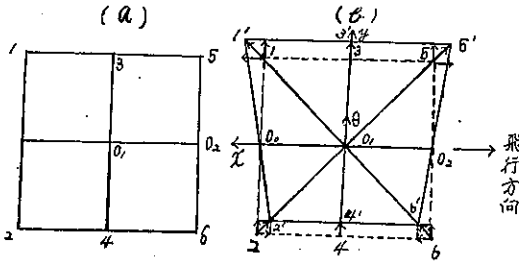
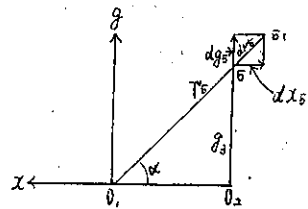


圖-6. 横傾斜による投影點の偏位狀況



即ち前節の公式によつて

$$dr_5 = \frac{r_5 y_5}{f} \sin \theta \dots \dots \dots (20)$$

然るに

$$dx_5 = dr_5 \cos \alpha = dr_5 \cdot \frac{x_5}{r_5}$$

であるから、 dr_5 に (20) 式を代入すれば

$$dx_5 = \frac{r_5 y_5}{f} \sin \theta \cdot \frac{x_5}{r_5} = \frac{x_5 y_5}{f} \sin \theta \dots \dots \dots (21)$$

となる。

dy_5 に就て全く同様な計算を施せば

表-6.

點	1	O_0	2	3	O_1	4	5	O_2	6
$dx (dX)$	$\frac{x_1 y_1}{f} \sin \theta$	0	$\frac{x_2 y_2}{f} \sin \theta$	0	0	0	$\frac{x_5 y_5}{f} \sin \theta$	0	$\frac{x_6 y_6}{f} \sin \theta$
$dy (dY)$	$\frac{y_1^2}{f} \sin \theta$	0	$\frac{y_2^2}{f} \sin \theta$	$\frac{y_3^2}{f} \sin \theta$	0	$\frac{y_4^2}{f} \sin \theta$	$\frac{y_5^2}{f} \sin \theta$	0	$\frac{y_6^2}{f} \sin \theta$

$$dy_6 = dr_6 \sin \alpha = \frac{r_6 y_6}{f} \sin \theta \frac{y_6}{r_6} = \frac{y_6^2 \sin \theta}{f} \dots (22)$$

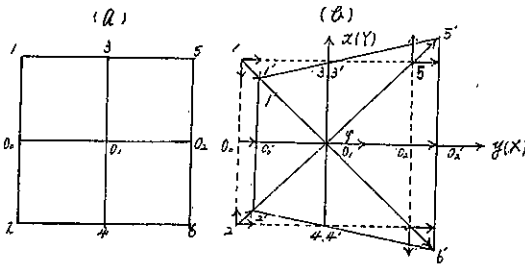
となる。

各點に就て同様な計算をすれば表-6 の様になり、偏位方向を分解して圖示すれば 圖-7 となる。但し X は主點基線の方、Y は之に直交する方向を示す。此處に注意すべき事は $dy_6 (\equiv dY)$ は y_6^2 に正比例するから全寫眞面に互つて同方向であるに反し $dx_6 (\equiv dX)$ は x_6 或は y_6 の値によつて反對の方向をとることである。

3. 縦傾斜角 (φ) による偏位

2 と全く同様の計算によつて縦方向の傾斜 φ の影響を考へれば 圖-8~9 の様になる。

圖-8. 縦傾斜による正方形格子の變形



尙念の爲に前同様第 5 點の偏位置を計算すれば

$$dr_5 = \frac{r_5 y_5}{f} \sin \varphi \dots (23)$$

$$dy_5 (\equiv dY_5) = dr_5 \cos \beta = \frac{y_5^2}{f} \sin \varphi \left(\equiv \frac{X_5^2}{f} \sin \varphi \right) \dots (24)$$

$$dx_5 (\equiv dX_5) = dr_5 \sin \beta = \frac{x_5 y_5}{f} \sin \varphi \left(\equiv \frac{X_5 Y_5}{f} \sin \varphi \right) \dots (25)$$

となり各點に就ては表-7 の様になる。

4. θ と φ の重疊してゐる場合

一般の場合として任意の方向に傾いてゐる寫眞に於ては θ と φ の影響とが重疊して表れてゐると考へられるから 2, 3 の場合を組合せて考へ、座標系として

圖-7. X, Y 方向に分解せる投影點の偏位 (横)

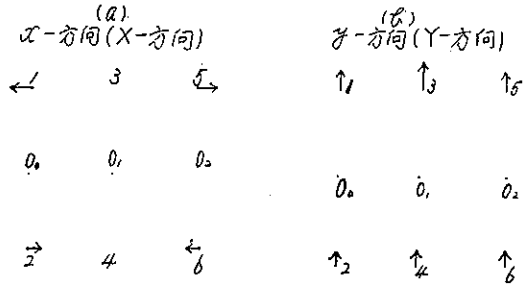


圖-9. X, Y 方向に分解せる投影點の偏位 (縦)

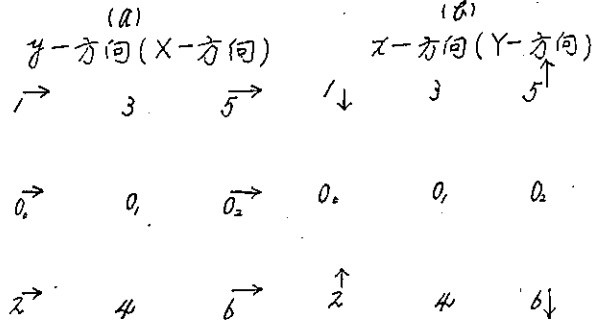


圖-10. 縦傾斜による投影點の偏位狀況

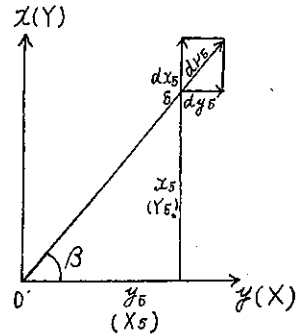


表-7.

點	1	O ₀	2	3	O ₀	4	5	O ₂	6
$dy (dY)$	$\frac{y_1^2}{f} \sin \varphi$	0	$\frac{y_2^2}{f} \sin \varphi$	0	0	0	$\frac{y_5^2}{f} \sin \varphi$	$\frac{y_{02}^2}{f} \sin \varphi$	$\frac{y_6^2}{f} \sin \varphi$
$dx (dX)$	$\frac{x_1 y_1}{f} \sin \varphi$	0	$\frac{x_2 y_2}{f} \sin \varphi$	0	0	0	$\frac{x_5 y_5}{f} \sin \varphi$	0	$\frac{x_6 y_6}{f} \sin \varphi$

(X, Y) 系を使用すれば 表-8 の様になる。

表-8.

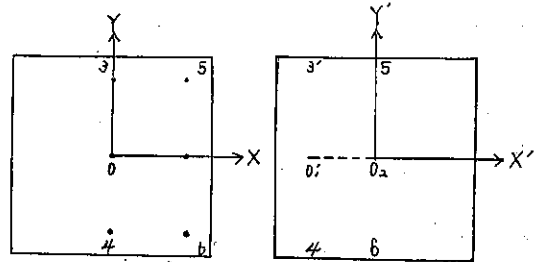
点	1	O ₀	2	3	O ₁	4	5	O ₂	6
dX	$\frac{X_1 Y_1}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_1^2}{f} \sin \varphi$	$\frac{X_1^2}{f} \sin \varphi$	$\frac{X_2 Y_2}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_2^2}{f} \sin \varphi$	0	0	0	$\frac{X_5 Y_5}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_5^2}{f} \sin \varphi$	$\frac{X_{02}^2}{f} \sin \varphi$	$\frac{X_6 Y_6}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_6^2}{f} \sin \varphi$
dY	$\frac{Y_1^2}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_1 Y_1}{f} \sin \varphi$	0	$\frac{Y_2^2}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_2 Y_2}{f} \sin \varphi$	$\frac{Y_3^2}{f} \sin \theta$	0	$\frac{Y_4^2}{f} \sin \theta$	$\frac{Y_5^2}{f} \sin \varphi$ $+\frac{X_5 Y_5}{f} \sin \varphi$	0	$\frac{Y_6^2}{f} \sin \theta$ $+\frac{X_6 Y_6}{f} \sin \varphi$

5. 視差測定による傾斜角の概算

4 に示した偏位置と傾斜角との関係を適當に組合せて偏位置が θ 或は φ だけの單獨の函数にする事が出来れば、之から逆に偏位置を測定して θ, φ を求められる筈である。

今重複して撮影してある一対の寫眞 O₁, O₂ を考へ、各寫眞上に於て各、の主點基線に直交する線上に互に對應する點 (3, 4, 5, 6'), (3', 4', 5, 6) を選ぶ。然らば O₁ 上の (3, 4, 5, 6') は前節の (3, 4, 5, 6) 點に對應し又 O₂ 上の (3', 4', 5, 6) は各、(1, 2, 3, 4) 點に對應する事は明かである。

圖-11. 視差測定點の配置



今 O₁, O₂ の縦横の傾斜を [O₁; φ_1, θ_1], [O₂; φ_2, θ_2] とし、又土地が完全に水平だと假定すれば、寫眞機の傾斜によつて起る各點の偏位置は前節によつて直ちに求められる。よつて 5, 6 及 O₂ 點の X-方向の偏位置を dX_5, \dots, dX_6, \dots で表せば

$$\text{寫眞 } O_1 \text{ 上では } \begin{cases} dX_5' = \frac{X_5' Y_5'}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_5'^2}{f} \sin \varphi_1 \\ dX_{02} = 0 + \frac{X_{02}^2}{f} \sin \varphi_1 \\ dX_6' = \frac{X_6' Y_6'}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_6'^2}{f} \sin \varphi_1 \end{cases}$$

寫眞 O₂ 上では { $dX_5 = dX_{02} = dX_6 = 0$ なるなど。

$$\begin{aligned} \text{従つて } P_{56} &\equiv (dX_5' - dX_5) - (dX_6' - dX_6) \\ &= \left(\frac{X_5' Y_5'}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_5'^2}{f} \sin \varphi_1 \right) - \left(\frac{X_6' Y_6'}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_6'^2}{f} \sin \varphi_1 \right) \end{aligned}$$

然るに假定により $X_5' = X_6'$ であるから上式は

$$P_{56} = \frac{X_5'}{f} (Y_5' - Y_6') \sin \theta_1 \dots \dots \dots (26)$$

$$\text{或は逆に } \sin \theta_1 = \frac{f P_{56}}{X_5' (Y_5' - Y_6')} \dots \dots \dots (27)$$

然るに P_{56} は寫眞の傾斜によつて引起された 5 點の 6 點に對する見掛の視差々であつて反射鏡式實體鏡等を用ひれば測定出来る性質のものであり、又 $X_{5'}$, $Y_{5'}$, $Y_{6'}$ 等も勿論測定出来る。従つて (28) 式によつて寫眞 O_1 の横傾斜 θ_1 を計算出来る。又 5 點と 6 點の代りに 5 點と O_3 點とを考へれば次の様になる。即ち

$$P_{5O_3} \equiv (dX_{5'} - dX_5) - (dX_{O_3'} - dX_{O_3}) = \left(\frac{X_{5'}Y_{5'}}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_{5'}^2}{f} \sin \varphi_1 \right) - \frac{X_{O_3'}^2}{f} \sin \varphi_1$$

$$= \frac{X_{5'}Y_{5'}}{f} \sin \theta_1 \dots \dots (\because X_{5'} = X_{O_3'}) \dots \dots (29)$$

或は $\sin \theta_1 = \frac{f P_{5O_3'}}{X_{5'}Y_{5'}} \dots \dots (30)$

全く同様にして (3 點と 4 點) 或は (3 點と O_1 點) とを組合せて考へれば

$$\sin \theta_2 = \frac{f P_{34}}{X_3(Y_3 - Y_4)} \dots \dots (31)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{f P_{3O_1}}{X_3Y_3} \dots \dots (32)$$

となる。

次に縦傾斜角 φ を求めるには、垂直視差 q を利用するもので、前同様に φ_1 を求めるには第 5 點と第 6 點を利用する。即ち

寫眞 O_1 上では $\begin{cases} dY_{5'} = \frac{Y_{5'}^2}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_{5'}Y_{5'}}{f} \sin \varphi_1 \\ dY_{6'} = \frac{Y_{6'}^2}{f} \sin \theta_1 + \frac{X_{6'}Y_{6'}}{f} \sin \varphi_1 \end{cases}$

及

寫眞 O_2 上では $\begin{cases} dY_5 = \frac{Y_5^2}{f} \sin \theta_2 \\ dY_6 = \frac{Y_6^2}{f} \sin \theta_2 \end{cases}$

であるから第 5 點と第 6 點に於ける垂直視差々を q_{56} とすれば

$$q_{56} \equiv (dY_{5'} - dY_6) - (dY_{6'} - dY_5) = (dY_{5'} - dY_{6'}) - (dY_5 - dY_6)$$

$$= \frac{(Y_{5'}^2 - Y_{6'}^2)}{f} \sin \theta_1 + \frac{(X_{5'}Y_{5'} - X_{6'}Y_{6'})}{f} \sin \varphi_1 - \frac{(Y_5^2 - Y_6^2)}{f} \sin \theta_2$$

其れ故、 $Y_{5'} = |Y_5|$, $Y_6 = |Y_6|$ となる様に 5, 6 點を選べば假定により $X_{5'} = X_5$ であるから上式は

$$q_{56} = \frac{X_5(Y_{5'} - Y_{6'})}{f} \sin \varphi_1 \dots \dots (33)$$

或は $\sin \varphi_1 = \frac{f q_{56}}{X_5(Y_{5'} - Y_{6'})} \dots \dots (34)$

となる。

同様に 3, 4 點をとつて考へれば

$$q_{34} = \frac{X_3(Y_{3'} - Y_{4'})}{f} \sin \varphi_2 \dots \dots (35)$$

或は $\sin \varphi_2 = \frac{f q_{34}}{X_3(Y_{3'} - Y_{4'})} \dots \dots (36)$

となる。

但し少し考へれば判る様に q_{24} , q_{26} は兩寫眞上に於ける對應點間の η 方向の長さの差に他ならぬ。又 φ の場合には O_1 或は O_2 を利用する計算式は求められぬ。

以上 (28)~(36) 式によつて各寫眞の縦横の傾斜角が求められるから之を合成すれば傾斜角及最大傾斜線方向が決定される。

以上 (28)~(36) の式で横傾斜角を求める爲の公式 (30), (32) は場合によつて次の様に考へる方がよい事がある。

今 (30) 式をとつて考へれば

$$\sin \theta_1 = \frac{f}{X_{5'}} \cdot \frac{P_{5'} O_{2'}}{Y_{5'}} \dots \dots \dots (30)$$

である。

然るに 圖-12 に於て $\overline{5' O_2' 6'}$ なる直線は寫眞 O_1 が嚴密に垂直撮影されてをれば $\overline{5' O_2' 6'}$ の如き位置に投影される筈のものが θ_1 なる傾斜によつて $\overline{5' O_2' 6'}$ の如く傾いたものと考へられる。又 φ_1 によつては $\overline{5' O_2' 6'}$ は第一近似的に等量だけ x -方向に偏位するものと考へられる。之に對して寫眞 O_2 上に於ては $\overline{5 O_1 6}$ なる直線上のみに限つて考へれば之は φ_2 によつては x -方向に平行偏位し、又 θ_2 によつては投影點は其の線を上下するだけである。従つて 圖-12 の如き寫眞對を實體視すれば 5 點の絶對視差は 6 點の其れより大きいから $\overline{56}$ なる直線は 6 點から 5 點に向つて一樣に高まつて行く様に見へる。其處で此の直線が水平に見へる様にする爲には寫眞 O_2 を回轉して $\overline{56}$ が $\overline{5' 6'}$ に平行な位置 $\overline{5'' 6''}$ まで來なければならぬ。而して此の回轉角 γ は當然 $\overline{5' 6'}$ と $\overline{5'' 6''}$ との夾角 γ' に等しい筈である。然るに圖から明かな様に $\tan \gamma' = \frac{P_{5'} O_{2'}}{Y_{5'}}$ であるが $\tan \gamma$ は次の様にして求めねばならぬ。即ち

寫眞 O_2 上の主點基線 $\overline{O_2 O_1'}$ 上に任意の點 A をとり、 O_2 を回轉して $\overline{56}$ 線が水平に見へる様にすれば $\overline{O_2 O_1'}$ は當然 $\overline{O_2 O_1''}$ 迄回轉し A 點は A'' 點となる。今 A'' から $\overline{O_2 O_1'}$ に下した垂線の足を A''' とし其の長さを ΔY とする。然らば明かに

$$\tan \gamma = \frac{\Delta Y}{O_2 A'''} \quad \text{然るに} \quad \tan \gamma = \tan \gamma' \quad \text{であるから}$$

$$\frac{\Delta Y}{O_2 A'''} = \tan \gamma = \tan \gamma' = \frac{P_{5'} O_{2'}}{f}$$

となる。従つて (30) 式は

$$\sin \theta_1 = \frac{f}{X_{5'}} \cdot \frac{P_{5'} O_{2'}}{Y_{5'}} = \frac{f}{X_{5'}} \cdot \frac{\Delta Y}{O_2 A'''} \dots \dots \dots (37)$$

となる。同様に $\overline{3 O_2 4}$ 線を考へれば

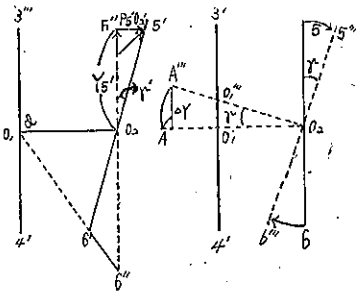
$$\sin \theta_2 = \frac{f}{X_3} \cdot \frac{P_3 O_1}{X_3} = \frac{f}{X_3} \cdot \frac{\Delta Y_2}{O_1 B'''} \dots \dots \dots (38)$$

となる。

6. 山地への擴張

上來の推論は凡て平坦地のみを對象として考へて來たが、土地に起伏がある場合には比高 dh によつて視差 $\left(dp = \frac{fB \cdot dh}{H^2} \right)$ が生じ之と横傾斜 θ による見掛の視差 ϵ とが重疊して表れて來る爲に之を分離する爲には $\overline{34}$ 或は $\overline{56}$ の線に沿つて標高既知點が都合良く配列してゐなければならぬ。然るにたとへ相當正確な地圖があつたと

圖-12. 右寫眞の回轉による水平線分の觀測



しても $\overline{36}$ 或は $\overline{56}$ は狭い範囲内に選定しなければならぬ爲に一般には山の中腹其の他地圖上で明確に指摘し難い點となつて標高を求め難い場合が多く、更に又新測地に對しては豫め標高を求め得ない事は自明の理であり、從つて此の儘では傾斜概算法を山地に擴張する事は相當困難であるが之を次の様にして一應克服出来る。

(a) 横傾斜

(28)~(38) 式は實際の水平面に對して成立する事は勿論であるが、山や谷を横斷してゐる假想の水平面即ち等高面に對しても亦成立する筈である。其れ故主點基線によつて寫眞を標定した時に地表面が甚しく傾いて見へる場合には水流其の他適當な基準面に比較して $\overline{34}$ 或は $\overline{56}$ 線上の諸點中大體同標高にあると思はれる諸點が水平に見へる迄寫眞を回轉して (37), (38) 式を利用して Δy 及 $\overline{O_1A''}$, $\overline{O_1B''}$ を測定して横傾斜を概算出来る。勿論此の場合に概算の精度は一に水平面に對する判定の當否にかゝつてゐるが、連續した寫眞を次々に使用してゆけば同一寫眞に對して常に 2 個づつの値を獨立して測定出来るから之によつて絶えず其の精度を點檢出来る。但し Δy は微量である上に相當正確に測らねばならぬ必要上 圖-12 から判る様に之を基線上に於ける垂直視差として取扱ふ事が出来るから之によつて精度をあげる事が出来る。

(b) 縦の傾斜

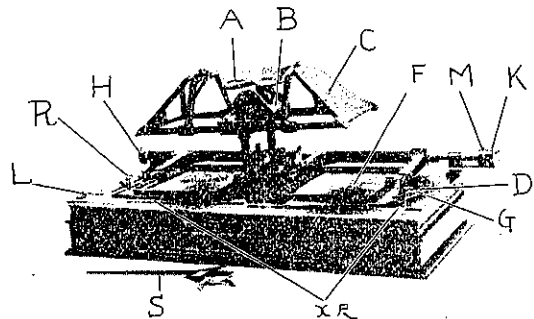
嚴密垂直寫眞に於ては土地の起伏如何に拘らず飛行高度の變化さへなければ全く垂直視差を發生しない事を想起すれば起伏地に對しても平坦地に適用した方法を其の儘適用出来る事が判る。

7. 測定器材及計算様式

本概算法に於て測定する量は水平及垂直視差並に晝面座標 x, y であるから之に使用し得る器材としては英國 Bar and Strand 會社の測量用實體鏡 Z. D. 10 型及其の類似品、或は Zeiss 製の折疊式反射實體鏡の視差測定桿に平行移動裝置と垂直視差測定裝置を附加したもの等が考へられる。此の内英國製のは測微尺の構造が粗雜で相當大きな測定誤差を存し、又測標板の移動範圍が 20mm を基準としてみて狭過ぎる感があるが測標が方眼板となつてゐるので同時に全面を觀察し得る大きな利點がある。之に對して Zeiss 製のものは未だ實際に使用した經驗がないが、寫眞の回轉裝置を缺く點と、測標の形に満足し得ないものがある。之等の點の改良に就ては多少の成案もあるが未だ試作の機會を得ない。以下 Z. D. 10 型實體鏡の簡単な説明と、測定法に就て略述する。

本機は 圖-13 の如き外形を有し接眼部 A より大小 2 個の反射鏡 B, C を通じて標定臺上の寫眞、及測標硝子板 D, F を實體觀測する。測標硝子板の下面には對角線長が 20mm となる様な正方形格子 (NE 系, NW 系) が X 軸に 45° の傾を爲して刻まれてあり、又對角線長よりも稍、短い縦線 N 及上下の中央に横線 E も亦刻まれてある (圖-14 参照)。測標板は左ハンドル H によつて左右同時に、又右ハンドル K によつて右測標板のみ左右に移動し、右測標板の移動量は測微尺 M によつて 1/100 mm 迄測定出来る。寫眞は固定子 G によつて標定臺上に固定せられ、標定臺は左側のハンドル L, R によつて各、±20° 回轉し寫眞標定に資する。本機を使用するには印畫紙上に寫眞主點を決定し、之を標定臺の回轉中心と合致させる。但し嚴密を期する爲に、回轉中心の印に測標板の格子線の交叉點、或は十字線を合はせ、次に寫眞主點を其の格子線に合はせて固定する。此の時主點基線が大體機械の X 軸と平行する様に注意する。

圖-13. 測量用實體鏡 Z. D. 10.



次には寫眞を實體視するのであるが、先づ左寫眞を回轉して右主點附近が實體的に見える様に調整し、次に右寫眞を回轉して左主點附近の實體視を完全にする。以下之を數回繰返して漸的に標定を完了する。標定の成否は實體的に見える格子線を實體模像の表面に接した時に直交する斜走格子線が同一平面上に交る様に見えるか否かによつて判定する。此の判定は格子線を地表面に接した時に最も確實である。本標定が完了すれば大抵の場合主點基線上の凡ての點に於て格子線を接地させた場合に同一平面上に交會してゐる。若し此の條件が成立してゐなければ其れは寫眞の傾が相當大きく又主點基線上の土地の起伏も大きい事を示してゐる。但し傾斜が大きくても平坦地には此の現象は生じない。

上記の標定が了つても主點基線以外の點に於ては NE と NW の格子線が上下に分離して見へ、又等高面が複雑な曲面を爲して見へるもので、之等は一に寫眞の傾斜に基因するものである。今或る點の視差を測るには左右のハンドル H, K を適當に動かして先づ NE (或は NW) 線を實體的に測定點に合致させて測微尺 M を讀定し、次に又 NW (或は NE) 線を其の點に合せて M を讀む。之等の値を各、 NE 或は NW で表せば $P = \frac{NE+NW}{2}$ は其の點の水平視差で、 N 線のみによつて測定した値と等しくなる筈である。又 $q = \frac{NE-NW}{2}$ は其の點の垂直視差となる。今其の關係を略説すると、圖-15 に於て A_1 と A_2 を一對の寫眞上に於ける同一地點 A の投影像とし、寫眞の傾斜に基因して A_1 點は丁度左測標板の或る格子線交會點上にあり、 A_2 は右測標板上の格子線交會點の上方にありとする。此の状態で實體視すると A_1 と A_2 とが實體的に融合して地表面の實體模像が出来、之に惹かれて NE 線は a_2'' と A_1 點、又 NW 線は a_1' 點と A_2 點とが融合する。従つて NE 線は A 點の下方に地表面下にある様に見へ、反對に NW 線は空中に浮いてゐる様に見へる。其れ故 NE 線を A 點に接地させるには (I) 右測標板を移動して a_1' が A_2 に重なり合ふ迄ハンドル K を回轉せねばならぬ。(II) 又 NW 線を接地させるには a_2'' を A_1 に重ね合せねばならぬ (III)。従つて各の場合に對する M の讀定値の差は本操作中に於ける右測標板の移動量 $a_2'a_2''$ に他ならぬ。然るに NE, NW は共に測標板の移動方向と $\pm 45^\circ$ を爲してゐるから $\triangle Ba_2'a_2''$ は直角二等邊三角形となり、従つて又 $\frac{a_2'a_2''}{2} = \frac{NE-NW}{2} = BA_2$ となる。然るに BA_2 は A 點の垂直視差に他ならぬ。又 $\frac{NE+NW}{2}$ は A_2 が B の直上にある場合即ち N 線上にある時の測微尺の讀定値即ち或る原點を基準とした時の測標板の x 座標を表す。従つて甲乙二點に對する $P = \frac{NE+NW}{2}$ の差は之等二點の x 座標差即ち水平視差に他ならぬ。但し此の事が成立する爲には左右の格子線が測定精度以内にて嚴密に等間隔に引かれてなければならぬ。其れ故寫眞の代りに白紙をおけば格子線は完全に水平面を爲して居らねばならぬ。又 N 線は多少の垂直視差に煩らはせられず實體視が可能であるから (37), (38) 式を使ふ場合の基準水平面として重要である。

本機によつて畫面座標 (x, y) を測るには測標板を持上げ附屬の金屬尺 S を機械に當てがひ、尺の左縁が測定點を通過する位置に於て、金屬尺上の目盛 (1mm 刻み) によつて y を、又機械に固定した x 尺と金屬尺 S の下端にある副尺によつて x を 0, 1mm 迄讀む。但し x 尺、 y 尺共に標定板の回轉中心を原點として正負方向に目盛つてあり、 x 副尺も正值と負値に對するものが 2 種類具備してある。又機械の前縁は S を x 軸に直交さ

圖-14. Z. D. 10. の測標硝子板

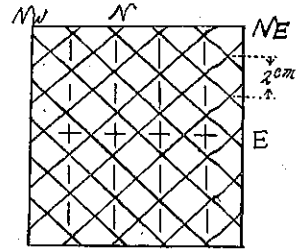
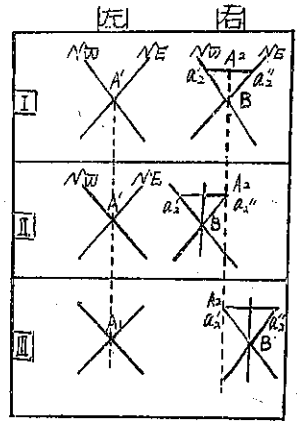


圖-15. 斜走格子線による水平、垂直視差の測定



せる爲の定規の役をしてゐる。又測標板の格子線の対角線長が 2cm である事を利用すれば大體本計算に必要な精度に於て x, y を目測出来る。測定並に計算には表-9~11 を使用する。表-11 に示す計算圖標の使用によつて作業を著しく迅速簡易化出来る様になつた。 p, q, \dots の種々の量の説明並に計算圖標の使用法に就ては表を参照されたい。但し測定點が大體等高である場合(其の他の點に起伏があつて良い)は A, B, C, D 欄のみを測定、計算すれば充分であるが起伏地に公式 (37), (38) を適用する場合には () に包んだ欄を取扱はねばならぬ。本計算圖表は轉位量を求むる公式

$$f\theta_L = \frac{f^2 P_{CD}}{X_C(Y_C+Y_D)}, \quad f\varphi_R = \frac{f^2 P_{CD}}{X_A(Y_A+Y_B)}, \quad (f\theta_L) = \frac{f^2 \Delta Y_R}{X_C \cdot X_R}$$

等に於て $[X_A, (Y_A+Y_B)]$ 或は (X_C, X_R) 等に或る値を與へれば轉位量は $P_{AB}, q_{AB}, \Delta Y_R, \dots$ の一次函數となる事を利用し、 (Y_A+Y_B) 或は (Y_C+Y_D) を第一のパラメーターとして使用圖表を決定し、其の上で $P_{AB}, q_{AB}, \Delta Y_R, \dots$ を縦軸に轉位量或は傾斜角を横軸上にとつて第二のパラメーター X_C 或は X_A に對する基準斜線を引いたものである。但し本計算の精度に鑑み $\theta = \sin \theta = \tan \theta$ が成立するものとして凡てを取扱つてある。又計算圖表の數を制限する必要上測定點の位置は格子線交會點附近に限定される。猶本計算並に之に基く偏差修正諸元の計算には計算尺を使用すれば充分である。

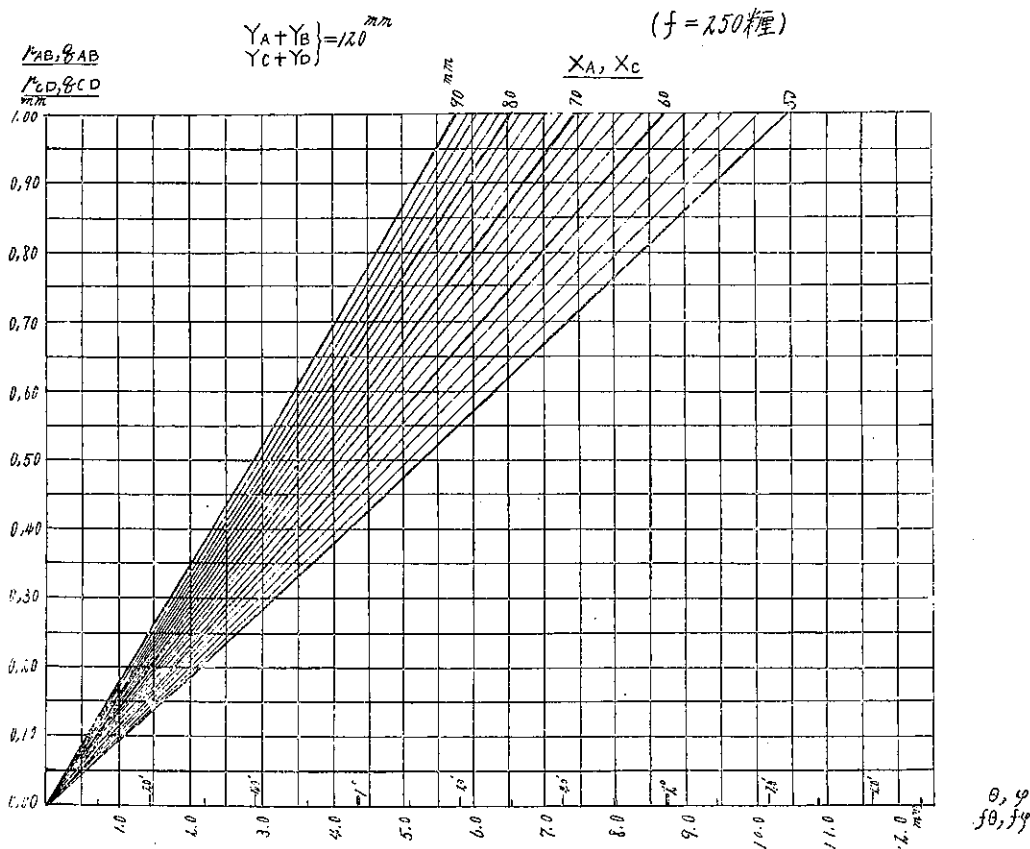
8. 補 遺

本計算で最も慎重に測定しなければならぬのは、 P, q 或は ΔY である。何故ならば x, y 等は凡て數十耗の程度であるから之を數百分の一の精度で測定する事は易々たるに反して、 $P, q, \Delta Y$ は元來が 1mm 前後の微小量

表-9. 傾斜概算簿

地方		測日		観測者		計算者		頁				
真名	X	Y	NE	NW	P	q						
A	80.0	60.0	17.02	15.31	+0.86	P_{AB}	q_{AB}	60	1 X, Y; NE, NW を観測し P, q; $P_{AB}, q_{AB}; P_{CD}, q_{CD}$ 下で概算 尺で算出ス 2 此等諸量を傾斜概算圖表 3 用て轉位量を求ム 偏差修正法使用法附表第 3 の偏差修正諸元を以て 3 主基準線(真北)印直上を方向 対し同斜角(主真)の初方向 計測ス			
L C-1	(80.0)		14.83	14.93	(-0.05)							
B		60.0	21.77	23.18	-0.74							
C	78.0	60.0	15.20	15.83	-0.32	P_{CD}	q_{CD}	0.14				
R C-2	(60.0)		(15.70)	15.36	(+0.17)							
D		60.0	16.63	16.88	-0.08							
轉位量			偏差修正諸元		轉位方向(I)		轉位方向(II)		主基準線方向			
($f\theta_L$)	2.3	$f\varphi_L$	1.6	K_L	P_{CD} < 0	↓	q_{CD} < 0	←	Y_R < 0	↓	A	→
(θ_L)	0.37	φ_L	0.26	K_L	P_{CD} > 0	↑	q_{CD} > 0	→	Y_R > 0	↑	B	→
($f\theta_R$)	0.5	$f\varphi_R$	10.5	K_R	P_{AB} < 0	↓	q_{AB} < 0	←	X_L < 0	↓	C	→
(θ_R)	0.07	φ_R	2.25	K_R	P_{AB} > 0	↑	q_{AB} > 0	→	X_L > 0	↑	D	→
$P = \frac{NE-NW}{X}$ $q = \frac{NE-NW}{X}$ $P_{AB} = P_A - P_B$ $P_{CD} = P_C - P_D$ $q_{AB} = q_A - q_B$ $q_{CD} = q_C - q_D$		$f\theta_L = \frac{f^2 P_{CD}}{X_C(Y_C+Y_D)}$ $f\varphi_L = \frac{f^2 q_{CD}}{X_C(Y_C+Y_D)}$ $f\theta_R = \frac{f^2 P_{AB}}{X_A(Y_A+Y_B)}$ $f\varphi_R = \frac{f^2 q_{AB}}{X_A(Y_A+Y_B)}$		$\Delta Y = \frac{NE-NW}{X}$ $(f\theta_L) = \frac{f^2(20\varphi_L)}{X_C(X_A)}$ $(f\theta_R) = \frac{f^2(20\varphi_R)}{X_A(X_C)}$		主基準線基準スル値 		初方向ヲ基準スル値 		結果 写真番号 C-1 写真番号 C-2		

表-11. 概算圖表の一例



へ、更に又標定中心を變化しても寫真自體は何等變化してゐない事を考慮すれば判断がつくであらう。寫真が正しく水平に見ゆる爲には偏歪修正する以外に方法はない。

本計算は水平直線飛行を前提としてゐるが、此の條件の成立せぬ場合及更に一般的取扱に就ては他日を期する。實作業に應用した經驗によれば本法によつて偏歪修正した場合は殆んど水平に見へ、又鎖の示誤三角形が消去されてゐる。従つて將來は出来るだけ本法を應用するのが示誤三角形消去に關する無駄な努力と時間、並びに等高線描畫の精度を上げる爲に妥當な途であると信ずる。

測量用實體鏡の構造に就ては未だ改良の餘地を存する。特に測微尺の改良と測標板と前後に動かして直接垂直視差を測定すると共に水平視差測定の精度並に速度を向上し得る様にする事は何をしても實現しなければならぬ。本計算の應用例に就ては次の機會を期する。