

論 說 報 告

第 25 卷 第 10 號 昭和 14 年 10 月

一般フィレンディールトラスの応力計算に就て

會 員 小 野 殖*

要 旨 本文は相對する上下兩弦材の剛率比に關係なく一般フィレンディールトラスに適用され得る一解法を提案し、併せて之が応用を例示したものである。

1. 緒 言

フィレンディールトラスの応力解法はその理論的計算の複雑性に基因して、多くの場合與へられた特定の構造に就て研究せられた結果、從來公表された殆ど凡ての解法は相對する上下兩弦材の剛率を等値と假定せる場合に限られてゐる。然るに近年各種理論の發達に伴ひ、その計算は著しく進歩改善せられ、幾多の實用解法が發表されてゐるが、其の適用範圍は僅かに鷹部屋博士の提案せられた解法¹⁾を除いては依然として特定の狭範圍に限定されてゐる。鷹部屋博士提案の解法と言へども、平行弦トラスの場合に限り、相對する上下兩弦材の剛率比に關係なく適用され得るに過ぎぬ。著者の寡聞では剛率異なる曲弦フィレンディールトラスに對しては之を解く可き適切な計算法の發表されしものあるを未だ見ない。茲に提案する解法は平行弦、曲弦の區別なく、且つ剛率比の如何に關せず、一般的適用性を有するフィレンディールトラスの一解法にして、連彈性法則に依る一般剛結構造の応力解析法²⁾に從つて誘導せるものである。尙本解法誘導に當りてはラーメン解法の場合と全く同様に

- (1) 部材と部材とは其の節點に於て完全に剛結せらる
- (2) 直接応力に依る部材の変長は零である
- (3) 剪断応力に依る変形は零である
- (4) 曲げモーメントに依る格間の変長は考へない

等の諸假定が許されるものとす。

2. 解 式 の 誘 導

荷重は各格點に集中して垂直に作用するものとす。各部材に作用する直接応力の中、上下兩弦材に作用する直接応力の影響のみを考へ、柱材のそれはその量甚だ小なるが故に之を略すれば、荷重に依る兩弦材の垂直変位は全く相等しく、更に弦材の直接応力を全然無視すれば、変形は曲げモーメントによるもののみにして格點はたゞ垂直にのみ変位すべし。

斯かる特性が曲げモーメントを主応力とするフィレンディールトラスに存在する爲、所要の解法に對しては相對変位を條件とする連彈性第 1 公式と、横変位を條件とする連彈性第 2 公式の適用が要求され、之と連構材に於ける任意格點或は任意部分に關する靜平衡條件式との適正なる組合せに依り、各格點応力は構造翼端より逐次に計

* 朝鮮土木技師 工学士 忠清北道土木課勤務

1) 鷹部屋博士：撓角分配法に依る平行弦フィレンディールトラスの解法（一般剛節樞の實用解法）

2) 重松 愿：連彈性法則に依る剛結構造の解析（土木學會誌 第 19 卷第 11 號）、直材及曲材より成る剛結樞の一般形に關する応力解法（第 3 回工學會大會講演集）

算されるのである。

今図-1 に於ける任意の四邊形 a b c d に於て、b c 材に關する応力が前計算に依り既知なるものとする時、b a, c d 及 d a 各材に關する応力を連弾性公式の適用に依り求めんとするものである。

1. M_{ba} 及 M_{cd} の計算 (図-1 の (i) 部参照)

格點 b 及 c に關する曲げモーメントの靜平衡條件式

$$\sum M_b = 0, \quad \sum M_c = 0 \dots\dots\dots (I)$$

より直ちに求めることが出来る。

2. M_{ab} 及 M_{dc} の計算 (図-1 の (ii) 部参照)

連構材 a b c d に連弾性第 1 公式を適用すれば

$$J_{ab}M_{ab} - 2J_{ab}M_{ba} + 3J_{bc}M_{bc} - 3J_{bc}M_{cb} + 2J_{cd}M_{cd} - J_{cd}M_{dc} = 0 \dots\dots\dots (i)$$

但し $J = l/6 EI$

l = 構材の長さ

I = 構材の断面二次モーメント

E = 材料の弾性係數

a d の左側に於ける假設垂直截面 S-S の左半分を考へたる図-2 の平衡條件より先づ d 點を原點とする構造左部分 a b...c d のモーメント平衡を考へると

$$M_{dc} + M_{ab} - \beta_{ab}l_{ad}Q_{ab} + \alpha_{ab}l_{ad}N_{ab} + R_d D - P\delta = 0$$

但し Q_{ab} = 構材 ab に於ける a 端の剪断力

N_{ab} = 構材 ab の軸応力

l_{ad} = 構材 a d の長さ

α, β = 假設直交座標 (x, y) に關する構材の方向餘弦及正弦

$$\alpha_{ab} = -\alpha_{ba} = -\cos \omega$$

$$\beta_{ab} = -\beta_{ba} = -\sin \omega$$

R_d = 支點に於ける垂直反力

P = 格點荷重

之を簡約すれば

$$M_{dc} + (1 + \beta_{ab}l_{ad}/l_{ab})M_{ab} + \beta_{ab}l_{ad}/l_{ab}M_{ba} + \alpha_{ab}l_{ad}N_{ab} + R_d D - P\delta = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

次に垂直力の平衡に關しては

$$-\alpha_{dc}Q_{dc} - \alpha_{ab}Q_{ab} - \beta_{ab}N_{ab} - R_d + P = 0$$

之を簡約すれば

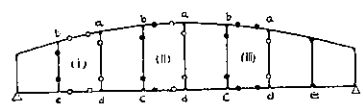
$$-1/l_{cd}(M_{cd} + M_{dc}) + \alpha_{ab}/l_{ab}(M_{ab} + M_{ba}) - \beta_{ab}N_{ab} - R_d + P = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

今直接応力に依る部材の変長を無視せる場合に於ける算式中に N の項を留むるは不便であるから、(ii) 及 (iii) 式より N_{ab} を消去すれば

$$M_{ab} + M_{dc} + \mu(M_{ba} + M_{cd}) + \{\mu l_{cd} + (1 - \mu)D\} R_d - \sum \{\mu l_{cd} + (1 - \mu)\delta\} P = 0 \dots\dots\dots (iv)$$

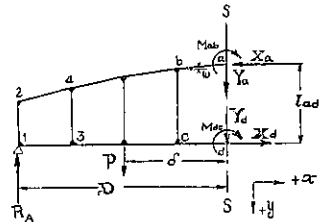
但し $\mu = l_{ad}/l_{bc}$

図-1.



(原點は既知の點は未知の構材を示す)

図-2.



$$\begin{aligned} X_a &= \alpha N_{ab} - \beta Q_{ab} & Y_a &= -\beta N_{ab} - \alpha Q_{ab} \\ X_d &= N_{dc} & Y_d &= Q_{dc} \end{aligned}$$

(i) 及 (iv) 式より所要の M_{ab} 及 M_{dc} を抽出すれば

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= 1/1 + K[(2K - \mu)M_{ba} - 3L(M_{bc} - M_{cb}) \\ &\quad - (2 + \mu)M_{cd} - \{\mu l_{cd} + (1 - \mu)D\} R_A \\ &\quad + \sum \{\mu l_{cd} + (1 - \mu)\delta\} P] \\ M_{dc} &= 1/1 + K[-(2 + \mu)KM_{ba} + 3LA(M_{bc} - M_{cb}) \\ &\quad + (2 - \mu)KM_{cd} - K\{\mu l_{cd} + (1 - \mu)D\} R_A \\ &\quad + K\sum \{\mu l_{cd} + (1 - \mu)\delta\} P] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (II)$$

但し $K = J_{ab}/J_{cd}$
 $J_c = J_{bc}/J_{cb}$

梯形 $abcd$ が特に矩形なるとき、即ち平行弦の場合は $\mu = 1$ なる条件が與へられるを以て M_{ab} 及 M_{dc} は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= 1/1 + K[(2K - 1)M_{ba} - 3L(M_{bc} - M_{cb}) \\ &\quad - 3M_{cd} - l_{cd}R_A + \sum l_{cd}P] \\ M_{dc} &= 1/1 + K[-3KM_{ba} + 3L(M_{bc} - M_{cb}) \\ &\quad + (2 - K)M_{cd} - Kl_{cd}R_A + K\sum l_{cd}P] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (II')$$

3. M_{ad} 及 M_{da} の計算 (図-1 の (iii) 部参照)

連構材 $b a d c b$ に連弾性第 1 公式を適用すれば

$$J_{ab}M_{ba} - J_{ab}M_{ba} + J_{ad}M_{ad} - J_{ad}M_{da} + J_{cd}M_{dc} - J_{cd}M_{dc} + J_{bc}M_{cb} - J_{bc}M_{bc} = 0 \dots\dots\dots (v)$$

今一つの弾性式として横変位を条件として曲げモーメントと縦距の關係を表はす連弾性第 2 公式を連構材 $c b a d$ に適用すれば

$$\begin{aligned} J_{bc}M_{cb}(\sum_b^d l\beta) - J_{bc}M_{bc}(2\sum_b^d l\beta) + J_{ab}M_{ba}(2\sum_b^d l\beta + \sum_a^d l\beta) \\ - J_{ab}M_{ab}(\sum_b^d l\beta + 2\sum_a^d l\beta) + J_{ad}M_{ab}(2\sum_a^d l\beta) \\ - J_{ad}M_{da}(\sum_a^d l\beta) = G \end{aligned}$$

但し $\sum l\beta =$ 載荷格點の力率原點 d に関する縦距

$$G = \eta_{cb} \sum_c^d l\beta/l\beta_{cb} - (\eta_c - \eta_d)$$

$\eta_c, \eta_d =$ 構材端 c 及 d の軸方向の変位

$$\eta_{cb} = \eta_c - \eta_b$$

茲に格點 c 及 d は縦距に關し同位に在り、及其の横方向の相對變位は零であるから

$$\sum_c^d l\beta = 0, \quad \eta_c - \eta_d = 0$$

従つて $G = 0$ となるが更に縦距の係數を整理すれば

$$\begin{aligned} l_{bc}J_{bc}M_{cb} - 2l_{bc}J_{bc}M_{bc} + (2l_{bc} + l_{ad})J_{ab}M_{ba} - (l_{bc} + 2l_{ad})J_{ab}M_{ab} + 2l_{ad}J_{ad}M_{ad} \\ - l_{ad}J_{ad}M_{da} \dots\dots\dots (vi) \end{aligned}$$

(v) 及 (vi) 式より所要の M_{ad} 及 M_{da} を抽出すれば

$$\left. \begin{aligned}
 J_{ad}M_{ed} &= (1+\nu)J_{ab}M_{ab} - 2\nu J_{ab}M_{ba} \\
 &\quad + (-1+2\nu)J_{bc}M_{bc} + (1-\nu)J_{bc}M_{cb} \\
 &\quad + J_{cd}(-M_{cd} + M_{dc}) \\
 J_{ad}M_{da} &= \nu J_{ab}M_{ab} - (-1+2\nu)J_{ab}M_{ba} \\
 &\quad - (2-2\nu)J_{bc}M_{bc} + (2-\nu)J_{bc}M_{cb} \\
 &\quad + 2J_{cd}(-M_{cd} + M_{dc})
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III)$$

但し $\nu = 1/\mu = l_{bc}/l_{ad}$

梯形 a b c d が矩形なるときは $\nu = 1$ なる条件が與へられるを以て (III) 式は次の如く簡單となる。

$$\left. \begin{aligned}
 J_{ad}M_{ad} &= 2J_{ab}(M_{ab} - M_{ba}) + J_{bc}M_{bc} \\
 &\quad + J_{cd}(M_{dc} - M_{cd}) \\
 J_{ad}M_{da} &= J_{ab}(M_{ab} - M_{ba}) + J_{bc}M_{cb} \\
 &\quad + 2J_{cd}(-M_{cd} + M_{dc})
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (III')$$

4. 軸力の計算

上弦材 a b に惹起される軸力の大きさは (ii) 式より

$$\begin{aligned}
 N_{ab} &= 1/\alpha_{ab}l_{ad} \{ -M_{dc} - (1 + \beta_{ab}l_{ad}/l_{ab})M_{ab} \\
 &\quad - \beta_{ab}l_{ad}/l_{ab}M_{ba} - R_A D + P\delta \} \dots\dots\dots (IV)
 \end{aligned}$$

平行弦の場合は (IV) 式に $\alpha_{ab} = -1, \beta_{ab} = 0$ を入れると

$$N_{ab} = 1/l_{ad}(M_{ab} + M_{dc}) + 1/l_{ad}(R_A D - P\delta) \dots\dots\dots (IV')$$

下弦材 c d に惹起される軸力の大きさは S-S 假設垂直剪断面の左構造部分の水平力平衡

$$-\alpha_{dc}N_{dc} + \alpha_{ab}N_{ab} - \beta_{ab}Q_{ab} = 0$$

より

$$\begin{aligned}
 N_{dc} &= \beta_{ab}Q_{ab} - \alpha_{ab}N_{ab} \\
 &= -\beta_{ab}/l_{ab}(M_{ab} + M_{ba}) - \alpha_{ab}N_{ab} \dots\dots\dots (V)
 \end{aligned}$$

平行弦の場合は $\alpha_{ab} = -1, \beta_{ab} = 0$ なるを以て

$$W_{dc} = N_{ab} \dots\dots\dots (V')$$

即ち $N_{dc} = N_{ab}$ の (+) なるは豫定通り応張材なることを示す。

垂直材 a d の軸力は格點 d に於て $\sum V = 0$ を適用すれば

$$\begin{aligned}
 N_{ad} - Q_{dc} + Q_{da} + P_d &= 0 \quad \text{より} \\
 N_{ad} &= -1/l_{cd}(M_{dc} + M_{cd}) + 1/l_{dc}(M_{dc} + M_{cd}) - P_d \dots\dots\dots (VI)
 \end{aligned}$$

但し $P_d = d$ 點に於ける格點荷重

3. 計算例

【例題 1】 図-3 に示す平行弦フィレンディールトラスの下弦格點の等量載荷 P に依る各材端曲げモーメントを算定すること。但し下弦材と垂直材の J は上弦材の半分の値を有するものとす。此の場合の未知量として M_{12} 及 M_{21} を採る。

格點 1 及 2 に於ける $\sum M = 0$ より

$$M_{12} = -M_{21} \dots\dots\dots (1)$$

$$M_{24} = -M_{21} \dots\dots\dots(2)$$

公式 (II') より $K=2, L=1$ なるを以て

$$M_{42} = 1/3[(4-1)M_{24} - 3(M_{21} - M_{12}) - 3M_{13} - 2.5 P\lambda] = 2M_{12} - 2M_{21} - 0.8333 P\lambda \dots\dots(3)$$

$$M_{31} = 1/3[-6M_{24} + 3(M_{21} - M_{12}) - 5P\lambda] = -M_{12} + 3M_{21} - 1.6666 P\lambda \dots\dots(4)$$

公式 (III') より

$$M_{43} = 1/J_{34} \{2J_{24}(M_{42} - M_{24}) + J_{12}M_{21} + J_{13}(M_{31} - M_{13})\} = 1/0.5 \{2(M_{42} - M_{24}) + 0.5 M_{21} + 0.5(M_{31} - M_{13})\} = 8M_{12} - 5P\lambda \dots\dots(5)$$

$$M_{34} = 1/J_{34} \{J_{24}(M_{42} - M_{24}) + J_{12}M_{12} + 2J_{13}(-M_{13} + M_{31})\} = 1/0.5 \{(M_{42} - M_{24}) + 0.5M_{12} + (-M_{13} + M_{31})\} = 5M_{12} + 4M_{21} - 5P\lambda \dots\dots(6)$$

公式 (I) より

$$M_{46} = -(M_{42} + M_{43}) = -10M_{12} + 2M_{21} + 5.8333 P\lambda \dots\dots(7)$$

$$M_{65} = -(M_{31} + M_{34}) = -4M_{12} - 7M_{21} + 6.6666 P\lambda \dots\dots(8)$$

梯形区割 3456 以下に対しても同様に (II') (III') 及 (I) 式を順次適用すればよい。以下各式の計算値を直ちに書下すことにする。

	M_{12}	M_{21}	$P\lambda$	
$M_{64} =$	-9	+13	- 1.3333(9)

$M_{53} =$	+23	-8	- 12.6666(10)
------------	-----	----	-----------	-----------

$M_{65} =$	+39	+43	- 53.0000(11)
------------	-----	-----	-----------	-----------

$M_{66} =$	+61	+24	- 58.0000(12)
------------	-----	-----	-----------	-----------

$M_{68} =$	-30	-56	+ 54.3333(13)
------------	-----	-----	-----------	-----------

$M_{67} =$	-84	-16	+ 70.6666(14)
------------	-----	-----	-----------	-----------

$M_{69} =$	+76	-59	- 21.5000(15)
------------	-----	-----	-----------	-----------

$M_{75} =$	+38	+131	-104.0000(16)
------------	-----	------	-----------	-----------

M_{12}, M_{21} を確定する条件として構造の対称性より $M_{67} = 0, M_{78} = 0$ を與ふれば

	M_{12}	M_{21}	$P\lambda$	
$M_{27} =$	+585	+178	= +531(17)

$M_{78} =$	+517	+312	= +559(18)
------------	------	------	--------	-----------

(17) 及 (18) 式より $M_{12} = +0.731208 P\lambda$

$M_{21} = +0.580016 P\lambda$

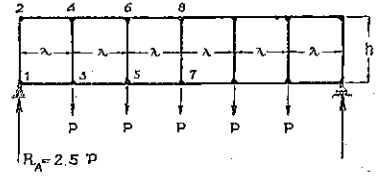
これを前記 M の各計算式に代入せる結果は

$M_{13} = -0.731208 P\lambda, \quad M_{24} = -0.580016 P\lambda$

$M_{42} = -0.530949 \text{ " } \quad M_{31} = -0.657826 \text{ " }$

$M_{23} = +0.849664 \text{ " } \quad M_{34} = +0.976104 \text{ " }$

図-3.



$$\begin{aligned}
 M_{40} &= -0.318715 \text{ "} & M_{36} &= -0.318278 \text{ "} \\
 M_{64} &= -0.373997 \text{ "} & M_{53} &= -0.48901 \text{ "} \\
 M_{06} &= +0.457800 \text{ "} & M_{66} &= +0.524072 \text{ "} \\
 M_{68} &= -0.083803 \text{ "} & M_{67} &= -0.035062 \text{ "} \\
 M_{80} &= -0.149136 \text{ "} & M_{78} &= -0.232000 \text{ "}
 \end{aligned}$$

〔例題 2〕 図-4 に示す平行弦フィレンディールトラスに於て、格点 7 に懸る荷重 P に因つて惹起される各材端曲げモーメント及軸応力の値を算定すること。但し各材の J は凡て等値とす。此の場合は暫定未知量として M_{12} を採る。

格点 1 及 2 に於ては $\sum M = 0$ なるを以て直ちに

$$M_{13} = -M_{12} = -0.112129 P\lambda \dots\dots\dots(1)$$

$$M_{24} = -M_{21} = -M_{12} = -0.112129 P\lambda \dots\dots\dots(2)$$

公式 (II') より $K=1, L=1$ なるを以て

$$\begin{aligned}
 M_{32} = 1/2[(2-1)M_{24} - 3(M_{21} - M_{12}) - 3M_{13} \\
 - 0.4 P\lambda] = M_{12} - 0.2 P\lambda = -0.087871 P\lambda \dots\dots\dots(3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{31} = 1/2[-3M_{24} + 3(M_{21} - M_{12}) + (2-1)M_{13} - 0.4 P\lambda] = M_{12} - 0.2 P\lambda \\
 = -0.087871 P\lambda \dots\dots\dots(4)
 \end{aligned}$$

公式 (III') より

$$\begin{aligned}
 M_{41} = 2(M_{32} - M_{24}) + M_{21} + (M_{31} - M_{13}) \\
 = 7M_{12} - 0.6 P\lambda = +0.184904 P\lambda \dots\dots\dots(5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{34} = (M_{32} - M_{24}) + M_{12} + 2(M_{31} - M_{13}) \\
 = 7M_{12} - 0.6 P\lambda = +0.184904 P\lambda \dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

公式 (I) より

$$\begin{aligned}
 M_{40} = -(M_{32} + M_{43}) = -8M_{12} + 0.8 P\lambda \\
 = -0.097034 P\lambda \dots\dots\dots(7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{25} = -(M_{31} + M_{34}) = -8M_{12} + 0.8 P\lambda \\
 = -0.097034 P\lambda \dots\dots\dots(8)
 \end{aligned}$$

梯形區割 3465 以下に對しても同様に (II')(III') 及 (I) 式を順次適用すればよい。以下各式の計算値を直ちに書下すことにする。

$$M_{04} = M_{53} = 8M_{12} - P\lambda = -0.102966 P\lambda \dots\dots\dots(9)$$

$$M_{08} = M_{56} = 55M_{12} - 6 P\lambda = +0.167106 \text{ " } \dots\dots\dots(10)$$

$$M_{06} = M_{67} = -63M_{12} + 7 P\lambda = -0.064139 \text{ " } \dots\dots\dots(11)$$

$$M_{80} = M_{76} = 63M_{12} - 7.2 P\lambda = -0.135860 \text{ " } \dots\dots\dots(12)$$

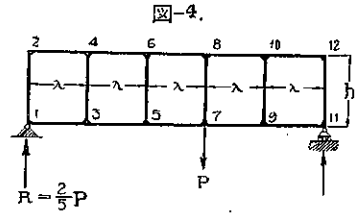
$$M_{87} = M_{78} = 433M_{12} - 48.6 P\lambda = -0.048056 \text{ " } \dots\dots\dots(13)$$

$$M_{8,10} = M_{7,9} = -496M_{12} + 55.8 P\lambda = +0.183917 \text{ " } \dots\dots\dots(14)$$

$$M_{10,8} = M_{9,7} = 496M_{12} - 55.5 P\lambda = +0.116083 \text{ " } \dots\dots\dots(15)$$

$$M_{10,9} = M_{9,10} = 3409M_{12} - 382.5 P\lambda = -0.251557 \text{ " } \dots\dots\dots(16)$$

$$M_{10,12} = M_{9,11} = -3905M_{12} + 438 P\lambda = +0.136474 \text{ " } \dots\dots\dots(17)$$



$$M_{12,10} = M_{11,9} = 3\ 905M_{12} - 437.7P\lambda = +0.1645\ 26\ P\lambda \dots\dots\dots (18)$$

$$M_{12,11} = M_{11,12} = 2\ 6839M_{12} - 3\ 009.6P\lambda = -0.1644\ 01\ '' \dots\dots\dots (19)$$

M_{12} を確定する条件として $\sum M_{12} = 0$ を與ふれば

$$30\ 744M_{12} + 3\ 447.3P\lambda = 0$$

$$\therefore M_{12} = +0.1121\ 29P\lambda$$

此の値を計算式 (1) 乃至 (19) に代置すれば既に記入せる如き結果を得る。

次に上弦材の軸応力の値は公式 (IV') より、

$$N_{4,2} = 1/h(M_{4,2} + M_{3,1}) + 0.4P\lambda/h = +0.2242\ 58P\lambda/h \dots\dots\dots (20)$$

$$N_{6,4} = 1/h(M_{6,4} + M_{5,3}) + 0.8P\lambda/h = +0.5940\ 67\ '' \dots\dots\dots (21)$$

$$N_{8,6} = 1/h(M_{8,6} + M_{7,5}) + 1.2P\lambda/h = +0.9232\ 79\ '' \dots\dots\dots (22)$$

$$N_{10,8} = 1/h(M_{10,8} + M_{9,7}) + 1.6P\lambda/h - P\lambda/h = +0.8321\ 66\ '' \dots\dots\dots (23)$$

$$N_{12,10} = 1/h(M_{12,10} + M_{11,9}) + 2P\lambda/h - 2P\lambda/h = +0.3290\ 52\ '' \dots\dots\dots (24)$$

符號の (+) なるは豫定通り応圧材なることを示す。

下弦材の軸応力は (V') 式より

$$N_{2,1} = N_{4,2},\ N_{5,3} = N_{6,4},\ N_{7,5} = N_{8,6},\ N_{9,7} = N_{10,8},\ N_{11,9} = N_{12,10} \dots\dots\dots (25)$$

にして符號の (+) なるは豫定の如く応張材なることを示す。

垂直材の軸応力は (VI) 式より

$$N_{21} = 1/\lambda(M_{12} + M_{21}) + 0.4P = +0.2P \dots\dots\dots (26)$$

$$N_{4,3} = -1/\lambda(M_{12} + M_{21}) + 1/\lambda(M_{3,5} + M_{5,3}) = 0 \dots\dots\dots (27)$$

$$N_{6,5} = -1/\lambda(M_{3,5} + M_{5,3}) + 1/\lambda(M_{7,3} + M_{5,7}) = 0 \dots\dots\dots (28)$$

$$N_{8,7} = -1/\lambda(M_{7,3} + M_{5,7}) + 1/\lambda(M_{7,9} + M_{9,7}) - P = -0.5P \dots\dots\dots (29)$$

$$N_{10,9} = -1/\lambda(M_{7,9} + M_{9,7}) + 1/\lambda(M_{9,11} + M_{11,9}) = 0 \dots\dots\dots (30)$$

$$N_{12,11} = -1/\lambda(M_{9,11} + M_{11,9}) + 0.6P = +0.3P \dots\dots\dots (31)$$

符號の (+) は応圧材, (-) は応張材なることを示す。

〔例題 3〕 図-5 に示す曲弦フィレンディールトラスに於て、格點 5 に懸る荷重 P に因つて惹起される各材端曲げモーメントを算定すること。但し上弦、下弦及垂直材の J を夫々 $0.8J$ 、及 $0.5J$ とす。此の場合の未知量として M_{12} 及 M_{21} を探る。

格點 1 及 2 に於ては $\sum M = 0$ なるを以て

$$M_{12} = -M_{21} \dots\dots\dots (1)$$

$$M_{24} = -M_{21} \dots\dots\dots (2)$$

公式 (II) より $K=0.8$, $L=0.5$, $\mu=1.5$ なるを以て

$$\begin{aligned} M_{12} &= 1/1.8[(1.6-1.5)M_{24} - 1.5(M_{21} - M_{12}) \\ &\quad - 3.5M_{1,3} - 0.5P\lambda] \\ &= -0.8888\ 8M_{21} + 2.7777\ 7M_{12} - 0.2777\ 7P\lambda \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{21} &= 1/1.8[-2.8M_{24} + 1.5(M_{21} - M_{12}) + 0.8M_{1,3} - 0.4P\lambda] \\ &= 2.3888\ 8M_{21} - 1.2777\ 7M_{12} - 0.2222\ 2P\lambda \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

公式 (III) より $\nu=2/3$ なるを以て

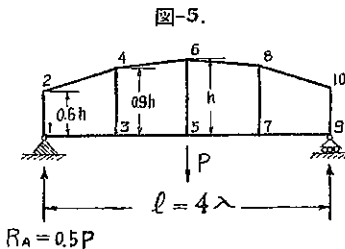


図-5.

$$\begin{aligned}
 M_{43} &= 1/J_{34}[(1+\nu)J_{24}M_{42} - 2\nu J_{24}M_{24} + (-1+2\nu)J_{12}M_{21} + (1-\nu)J_{12}M_{12} + J_{13}(-M_{13} + M_{31})] \\
 &= 1/0.5[1.3933 \ 3M_{42} - 1.0666 \ 6M_{24} + 0.1666 \ 6M_{21} + 0.1666 \ 6M_{12} - M_{13} + M_{31}] \\
 &= 4.8740 \ 6M_{21} + 7.1851 \ 6M_{12} - 1.1851 \ 6P\lambda \dots\dots\dots(5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{35} &= 1/J_{35}[\nu J_{24}M_{42} - (-1+2\nu)J_{24}M_{24} - (2-2\nu)J_{12}M_{21} + (2-\nu)J_{12}M_{12} + 2J_{13}(-M_{13} + M_{31})] \\
 &= 1/0.5[0.5333 \ 3M_{42} - 0.2666 \ 6M_{24} - 0.3333 \ 3M_{21} + 0.6666 \ 6M_{12} + 2M_{31} - 2M_{13}] \\
 &= 8.47404M_{21} + 3.1851 \ 8M_{12} - 1.1851 \ 6P\lambda \dots\dots\dots(6)
 \end{aligned}$$

公式 (I) より

$$M_{40} = -(M_{42} + M_{25}) = -3.9851 \ 8M_{21} - 9.9629 \ 3M_{12} + 1.4629 \ 3P\lambda \dots\dots\dots(7)$$

$$M_{35} = -(M_{31} + M_{44}) = -10.8629 \ 2M_{21} - 1.9074 \ 1M_{12} + 1.4073 \ 8P\lambda \dots\dots\dots(8)$$

梯形区割 3456 に対しても同様に (II), (III) 及 (I) 式を適用すればよい。以下各式の計算値を直ちに書下すことにする。

$$M_{04} = 20 \ 698M_{21} - 2.7425 \ 4M_{12} - 2.2820 \ 8P\lambda \dots\dots\dots(9)$$

$$M_{58} = -4.1951 \ 1M_{21} + 15.9318 \ 0M_{12} - 1.3515 \ 9P\lambda \dots\dots\dots(10)$$

M_{12} 及 M_{21} を確定する条件として構造の対称性より $M_{06} = 0, M_{36} = 0$ を與ふれば

$$M_{05} = 92.4663 \ 1M_{21} + 62.1009 \ 9M_{12} - 17.7353 \ 5P\lambda = 0 \dots\dots\dots(11)$$

$$M_{30} = 69.9168 \ 2M_{21} + 82.2268 \ 0M_{12} - 17.2612 \ 6P\lambda = 0 \dots\dots\dots(12)$$

(11) 及 (12) 式より

$$M_{21} = +0.1184 \ 7P\lambda$$

$$M_{12} = +0.1091 \ 8P\lambda$$

之を前記 M の各計算式に代入せる結果は

$$M_{13} = -0.1091 \ 8P\lambda \qquad M_{24} = -0.1184 \ 7P\lambda$$

$$M_{42} = -0.0797 \ 9 \ " \qquad M_{31} = -0.0787 \ 1 \ "$$

$$M_{43} = +0.1768 \ 0 \ " \qquad M_{34} = +0.1665 \ 6 \ "$$

$$M_{40} = -0.0970 \ 1 \ " \qquad M_{35} = -0.0878 \ 5 \ "$$

$$M_{04} = -0.1299 \ 4 \ " \qquad M_{53} = -0.1090 \ 9 \ "$$