論　説　報　告

第 25 巻 第 6 號　昭和 14 年 6 月

上下弦に任意の慣性モーメントを有するフィーレンディール構の応力算定法 (其の 1)

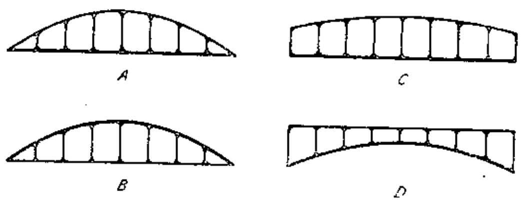
准員　佐　藤　清　一*

要　旨　本算定法は上下弦の慣性モーメントに對して何等制限を加へざる最も一般的なフィーレンディール構の應力の計算法を取扱つたもので，撓角分配法によつて其の計算の簡易化を計つたものである。

1. 緒　　論

フィーレンディール構は節點のモーメントを考慮に入れて解くのでそれに用ひる許容應力も一次應力のみを考へて解くのに比して相當大に取り得，安全率も少くてよいので經濟的であると稱せられ，ベルギーでは架ける橋は皆フィーレンディールにしてゐるといふ程であるが，未だ上下弦の慣性モーメントの關係を任意にして，より經濟的な構造を得ようと努めたものはない樣である。之は非常な困難を以て何十といふ式を解いて行けば出來ない事はないのであるが全く實用にはなり得ない。之を如何にして切り抜けるかゞ本算定法の一目的である。

図-1.



又ランガー構とかローゼ構等の二次應力の計算の場合も上下弦の部材の慣性モーメントは任意なものとなり，之に對する計算にも役立てようといふのがその目的の 1 つである。又 図-1 (D) に示せる如き拱橋の場合にも上部の部材まで一緒に働らかせて考へるのが一層合理的である。之に對する計算にも役立たせようといふのが又その目的の 1 つである。

尙本計算法は曩に本誌に發表された鷹部屋博士の撓角分配法によるフィーレンディール構の實用計算法の一般的なものであつて，學生の際卒業論文に書いたものに多少手を加へたものである。今その筋書丈を述べよう。

2. 假　　定

普通剛節構造物を解く時に一般になされると同樣な假定をフィーレンディール構を解く時にもなす。

(1)　部材の結合は剛節なる事，即ちその構造物が如何に變形するともその節點に於て各部材のなす角は變化しない

(2)　直應力による部材の變形を無視する。之は $\dfrac{N}{EA} \fallingdotseq 0$ なる限り差支へない

(3)　剪應力による部材の變形を無視す

(4)　曲げモーメントによる格間の變長を無視す

3. 基　本　式

一般の撓角撓度の式はフィーレンディール構の場合には格間荷重がないものと考へられるので荷重項の C が消

---

*　工學士　內務省土木試驗所勤務

えて

$$\left.\begin{aligned}M_{ab}&=2\,EK_{ab}[2\theta_a+\theta_b-3R_{ab}]\\M_{ba}&=2\,EK_{ab}[2\theta_b+\theta_a-3R_{ab}]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1)$$

茲に於て　$\varphi_a=2\,E\theta_a,\quad \varphi_b=2\,E\theta_b,\quad \mu_{ab}=-6\,ER_{ab}$

と置けば

$$\left.\begin{aligned}M_{ab}&=K_{ab}(2\varphi_a+\varphi_b+\mu_{ab})\\M_{ba}&=K_{ab}(2\varphi_b+\varphi_a+\mu_{ab})\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(2)$$

之等を用ひて節點に於て $\sum M=0$ を適用して得られる式を節點式とす。即ち 圖-2 に於て

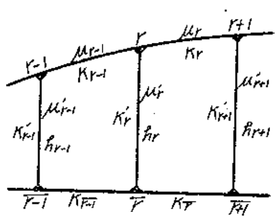


圖-2.

$$K_{r-1}\varphi_{r-1}+\rho_r\varphi_r+K_r\varphi_{r+1}+K_r'\varphi_{\bar r}+K_{r-1}\mu_{r-1}$$
$$+K_r\mu_r+K_r'\mu_r'=0\cdots\cdots(3)$$

但し　$\rho_r=2(K_r+K_r'+K_{r-1})$

或は又

$$\varphi_r=(\varphi_{r+1}+\mu_r)(r)_r+(\varphi_{\bar r}+\mu_r')(r)_v+(\varphi_{r-1}+\mu_{r-1})(r)_l\cdots\cdots(4)$$

但し　$(r)_r=-\dfrac{K_r}{\rho_r},\quad (r)_v=-\dfrac{K_r'}{\rho_r},\quad (r)_l=-\dfrac{K_{r-1}}{\rho_r}$

又下弦の格點に對しては

$$\varphi_{\bar r}=(\varphi_{\overline{r+1}}+\mu_{\bar r})(\bar r)_r+(\varphi_r+\mu_r')(\bar r)_v+(\varphi_{\overline{r-1}}+\mu_{\overline{r-1}})(\bar r)_l\cdots\cdots(5)$$

但し　$(\bar r)_r=-\dfrac{K_{\bar r}}{\rho_{\bar r}},\quad (\bar r)_v=-\dfrac{K_r'}{\rho_{\bar r}},\quad (\bar r)_l=-\dfrac{K_{\overline{r-1}}}{\rho_{\bar r}}$

$\rho_{\bar r}=2(K_{\overline{r-1}}+K_r'+K_{\bar r})$

但し　$\mu_{\bar r}=\mu_r$　之に就ては後に述べる。

次に 圖-3 に示す如く構を切り離して力の平衡を考へる時は次の式を得る（但し $\mu_r=\mu_{\bar r}$ とす，之は後に說明す）。

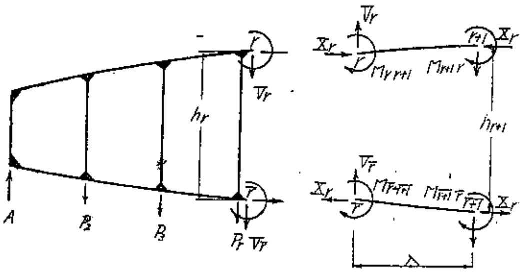


圖-3.

$$C_r\mu_r+A_r\varphi_r+B_r\varphi_{\overline{r+1}}+\alpha_rA_r\varphi_{\bar r}$$
$$+\alpha_rB_r\varphi_{\overline{r+1}}+\mathfrak{M}_r=0\cdots\cdots(6)$$

但し　$A_r=K_r(2h_{r+1}+h_r)$

$C_r=\dfrac{(1+\alpha_r)}{3}(A_r+B_r)$

$=K_r(h_{r+1}+2\,h_r),\qquad \alpha_r=\dfrac{K_{\bar r}}{K_r}$

$B_r\mathfrak{M}_r$：之は荷重に關する項であつて，垂直荷重でも水平荷重でもその影響は總べてこの中に入る

$=[\mathfrak{M}_r^0+\sum_{i=1}^{i=r}W_ih_i](h_r-h_{r+1})+S_r\lambda h_r$　水平及垂直荷重の場合

$=\mathfrak{M}_r^0(h_r-h_{r+1})+S_r\lambda h_r$　垂直荷重の場合

$\mathfrak{M}_r^0$：全支間を 1 つの單純桁と考へた時垂直荷重のみによつて起される $\bar r$ 點に於ける曲げモ

ーメント

$-S_{\bar r}$：上の如くに考へた時の $\bar r$ に於ける剪力

λ：格間長

W：水平荷重

或は又書きかへて，

$$\mu_r = D_r + \varphi_r r_r + \varphi_{r+1} l_{r+1} + \varphi_{\bar r} r_{\bar r} + \varphi_{\overline{r+1}} l_{\overline{r+1}} \cdots\cdots(7)$$

但し $D_r = \dfrac{-\mathfrak{M}_r}{(h_r + h_{r+1})(K_r + K_{\bar r})}$, $\quad r_r = \dfrac{-K_r(2h_{r+1} + h_r)}{(h_r + h_{r+1})(K_r + K_{\bar r})}$

$r_{\bar r} = \alpha_r r_r$, $\quad l_{r+1} = \dfrac{-K_r(h_{r+1} + 2h_r)}{(h_r + h_{r+1})(K_r + K_{\bar r})}$, $\quad l_{\overline{r+1}} = \alpha_r l_{r+1}$

以上の (6) 又は (7) 式を格間式とす。

更に構各部の変形を互に關係づける式として角方程式がある。之は構造物が変形後も閉じてゐるといふ條件から出るもので，ある閉じたラーメンの網目を考へた時に，之を構成する所の各部のそれと同一平面上の互に直角をなす 2 軸への正射影の代數和が夫々零であるといふ條件から導き出されるものである。

部材の変長を考へに入れる時は

$$\sum \Delta l \cos\alpha + \sum lR \sin\alpha = 0, \qquad \sum \Delta l \sin\alpha - \sum lR \sin\alpha = 0 \cdots\cdots(8)$$

玆に l：部材長

Δl：各部材の変長

R：部材の変形前の位置と変形後に於ける位置とのなす角

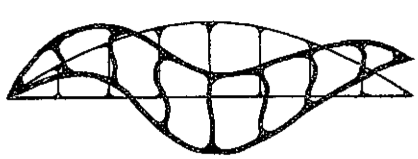
α：各部材の x 軸となす角

部材の変長を無視せる時は

$$\sum lR \sin\alpha = 0, \qquad \sum lR \cos\alpha = 0 \cdots\cdots(9)$$

以上の (8), (9) なる角方程式はラーメンの閉じたる網目の一つ一つについて成立するのであつて 図-4 の如くに構全体が曲がつて一端が元の位置から離れて了ふ場合にも，ラーメンの網目が閉じてゐる限りは必ず成立するものである。

図-4



それで構造物全体として其の兩端が構の荷重に依る変形後も元の位置を離れないといふ條件が必要となる。

μ の値は

$$\mu_{ab} = -6ER_{ab} = -6E\frac{d_{ab}}{\lambda}$$

であるから，今の條件により

$$\sum d = 0 \quad 即ち \quad \sum \mu = 0 \cdots\cdots(10)$$

なる式を得る。之を支間式とす。

以上の 4 種の式によりて計算を行はんとするものである。

4. 截端フィーレンディール構

之は 図-5 の如きもので 図-6 の如き型式をも含むものとす。

図-5.

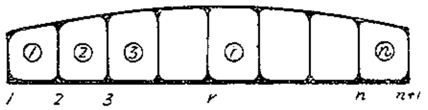
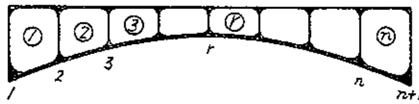


図-6.



計算に用ひられる式は (3), (6), (9), (10), 又は (4), (7), (9), (10)を用ふるのであつて未知數と式の數について考へてみれば, 図-5, 6 に於て, 未知數としては

φ_r ………	$(n+1)$	個
$\varphi_{\bar{r}}$ ………	$(n+1)$	〃
μ_r ………	$2n$	〃
μ_r' ………	$(n+1)$	〃
合計	$(5n+3)$	個

存在する。之に對して方程式の數は

節點式………	$2(n+1)$	個
格間式………	n	〃
角方程式………	$2n$	〃
支間式………	1	〃
合計	$(5n+3)$	個

であるから解ける事になる。

φ を計算する式としては前にも述べた如くに (4) 及 (5) 式を用ひ μ の値を計算するには (7) を用ひる。

次に μ' の値を計算して行くには角方程式を用ひるのであるが, 之を具體的に書けば

$$\mu_r=\mu_{\bar{r}} \quad \cdots\cdots (11)$$

$$h_r\mu_r'-h_{r+1}\mu'_{r+1}+\mu_r(h_{r+1}-h_r)=0 \quad \cdots\cdots (12)$$

を得る。この中 (11) 式の關係は (5) 及 (6) 式を作る際に適用する。次の (12) 式は $r=1, 2, 3, \cdots\cdots n+1$ であつて, この中 $r=2, 3, \cdots\cdots n+1$ に對しては

$$\mu_r'=\zeta_{r-1}\mu'_{r-1}+(1-\zeta_{r-1})\mu_{r-1} \quad \cdots\cdots (13)$$

但し　$\zeta_{r-1}=\dfrac{h_{r-1}}{h_r}$,　　$r=2\sim(n+1)$

μ_1' に對しては支間式を用ふ。例へば $n=5$ の場合に對しては

$$\mu_1'=\xi_2\mu_2'+\xi_3\mu_3'+\zeta_4\mu_4'+\xi_5\mu_5'-\mu_6' \quad \cdots\cdots (14)$$

但し　$\xi_r=\dfrac{2h_r-(h_{r-1}+h_{r+1})}{(h_{r-1}-h_r)(h_r-h_{r+1})}\,\dfrac{(h_1-h_2)}{h_1}$

φ, μ, μ' の初値:　以上に於て準備した所の諸式に依つて逐次近似計算を行つて行くのであるが, その爲には何らかの初値が用意されねばならない。この初値を求めるには可及的實際に近い樣な省略假定をなし, 可及的少勞力で其の値を得る樣に假定をなすのであるが, この初値の如何に依つて, それが如何に早く眞の値に近づくかゞ定るのである。

図-5 の如き型のフィーレンディール構に於ては次の如くにして初値を求めた。

即ち曲弦の曲率は一般に小であるので，先づ平行弦と假定する。而る時は $\mu_1'=\mu_2'=\mu_3'=\mu_4'=\cdots\cdots$

更に上下の φ の値を等しいと假定すれば，以上の諸式は簡略になり數が減つて **表-1** に示す如くになる。

表-1.

	左			邊			右	邊
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	μ'	荷重項
1	K_1+6K_1'	$-K_1$					$-2K_1'$	$+\dfrac{2\mathfrak{M}_1}{h(1+\alpha_1)}$
2	$-K_1$	$K_1+K_2+6K_2'$	$-K_2$				$-2K_2'$	$+\dfrac{2}{h}\left(\dfrac{\mathfrak{M}_1}{1+\alpha_1}+\dfrac{\mathfrak{M}_2}{1+\alpha_2}\right)$
3		$-K_2$	$K_2+K_3+6K_3'$	$-K_3$			$-2K_3'$	$+\dfrac{2}{h}\left(\dfrac{\mathfrak{M}_2}{1+\alpha_2}+\dfrac{\mathfrak{M}_3}{1+\alpha_3}\right)$
4			$-K_3$	$K_3+K_4+6K_4'$	$-K_4$		$-2K_4'$	$+\dfrac{2}{h}\left(\dfrac{\mathfrak{M}_3}{1+\alpha_3}+\dfrac{\mathfrak{M}_4}{1+\alpha_4}\right)$
5				$-K_4$	$K_4+K_5+6K_5'$	$-K_5$	$-2K_5'$	$+\dfrac{2}{h}\left(\dfrac{\mathfrak{M}_4}{1+\alpha_4}+\dfrac{\mathfrak{M}_5}{1+\alpha_5}\right)$
6						K_5+6K_6'	$-2K_6'$	$+\dfrac{2}{h}\dfrac{\mathfrak{M}_5}{1+\alpha_5}$

之より求められたる φ の値を以てその初値とするのであるが，この際 μ' はトラスに垂直荷重のみがかゝりたる時は

$$\mu'=0$$

と見てよく上表は φ のみの聯立方程式となる。

然れども横荷重の存する時は明らかに $\mu'=0$ とおく事を得ず，この場合にはトラスの平均の h を有せる下の如きラーメンを考へて求める。之に對する式はよく書物に出てゐるからそれを使へばよい。かくて μ' を既知數としておいて上表を φ のみの聯立方程式として解きその概算値を出す。之に引続いて (7) 式によりて μ の概算値を出す。之等の初値を用ひて 図-8 に示す如き位置に於て $\varphi\to\mu\to\mu'$ の順序で逐次計算を図上で行つて行くのである。

図-7.

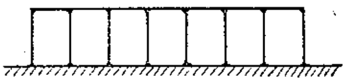
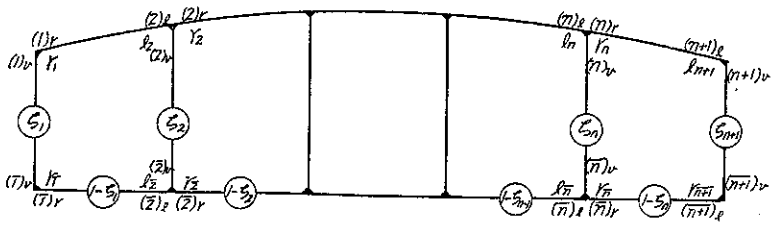


図-8.



尚特に 図-6 の如き型のものに對しては目下研究中である。

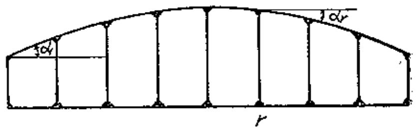
各部材の軸応力： 以上の如きモーメントの計算には軸応力の影響は非常に小さいので之を無視して行つたが，軸応力，剪応力を求める際にはモーメントは大きな役割をなす。次に之等の軸応力，剪応力を求める式を並べるが之を導く途中の計算は省く事にする。

$N_r^u = r$ 番目の格間の上弦材の軸応力 $= -(X_r\cos\alpha_r - V_r\sin\alpha_r)$ ……………………(15)

N_r^l＝同じく下弦材の軸應力＝$X_{\bar{r}}$ ……………………………………………(16)

α_r は 図-9 如くにとり $\sin\alpha_r$, $\cos\alpha_r$ は常に正とす。

図-9.



S_r^u : r 番目の格間の上弦材々端に働く剪力

$=X_r\sin\alpha_r+V_r\cos\alpha_r$ ……………(17)

S_r^l : 同じく下弦材のもの

$=V_{\bar{r}}$ ……………………………(18)

茲に X_r 及 V_r は 図-3 に示せる如きもので下の如き式で示される。

$$X_r=\frac{1}{h_r}\left(\mathfrak{M}_r^0+\sum_{i=1}^{i=r}W_ih_i-M_{r\,r+1}-M_{\bar{r}\,\overline{r+1}}\right) \quad\cdots\cdots(19)$$

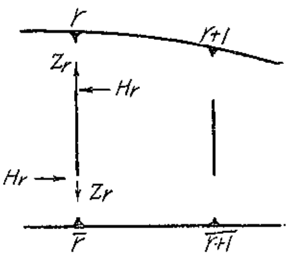
$$X_{\bar{r}}=X_r-\sum_{i=0}^{i=r}W_i \quad\cdots\cdots(20)$$

$$V_r=-\frac{1}{\lambda}\left[X_r(h_r-h_{r+1})+M_{r\,r+1}+M_{r+1\,r}\right] \quad\cdots\cdots(21)$$

$$V_{\bar{r}}=-\frac{1}{\lambda}\left[M_{\bar{r}\,\overline{r+1}}+M_{\overline{r+1}\,\bar{r}}\right] \quad\cdots\cdots(22)$$

次に垂直材については

図-10.



H_r : r 番目の垂直材の剪力

$$=-\frac{1}{h_r}\left(M_{r\bar{r}}+M_{\bar{r}r}\right) \quad\cdots\cdots(23)$$

Z_r : 同じく軸應力

$$=P_r+\frac{1}{\lambda}\left[M_{\overline{r-1}\,\bar{r}}+M_{\bar{r}\,\overline{r-1}}-M_{\bar{r}\,\overline{r+1}}-M_{\overline{r+1}\,\bar{r}}\right] \quad\cdots\cdots(24)$$

5. レンズ型 フィーレンディール構

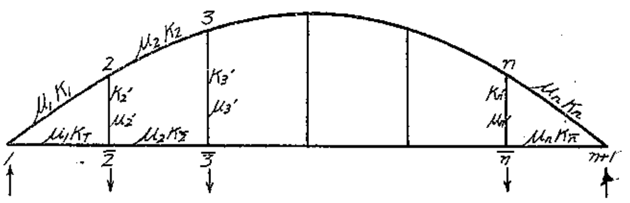
此の名のもとに 図-11 の如き型のフィーレンディール構を呼ぶ事とする。この型のトラスは 図-5 の如き型が全体として一つの大きな梁の如き作用をなし，且つ垂直材も比較的強大なるものを要するに反し，上弦材が拱を爲してゐる爲に拱作用を生じ，荷重を上弦による拱と下弦の梁と，各節點に於ける剛性とに依りて受ける事となり，非常に得策な型であると思ふ。實際ベルギーその他に於て架設されてゐる フィーレンディール構は殆どこの型に屬するのである。

次に之に對する取扱方を述べる事とする。

さて此の型に於ては垂直材が兩端に於て零になつてゐる爲に，それ丈修正を施す必要を生じ今迄のまゝでは都合が悪い。前の場合に比して φ_1 と $\varphi_{\bar{1}}$, φ_{n+1} と $\varphi_{\overline{n+1}}$ が一致し，$h_1=h_n=0$ 又 μ_1' 及 μ'_{n+1} とが無くなる。

之を解くに要する式の種類は矢張り前と同様で，節點式，格間式，支間式，角方程式である。格點2より n までの φ の値を計算するには (4)

図-11.



及 (5) 式

$$\varphi_r=(\varphi_{r+1}+\mu_r)(r)_r+(\varphi_{\bar{r}}+\mu_r')(r)_r+(\varphi_{r-1}+\mu_{r-1})(r)_l \cdots\cdots(4)$$

$$\varphi_{\bar{r}}=(\varphi_{\overline{r+1}}+\mu_r)(\bar{r})_r+(\varphi_r+\mu_r')(\bar{r})_r+(\varphi_{\overline{r-1}}+\mu_{\overline{r-1}})(\bar{r})_l \cdots\cdots(5)$$

を用ひ，格點 1 と $n+1$ の φ に對しては (4) と (5) は一致して次の形となる。

$$\varphi_1=(\varphi_2+\mu_1)(1)_r+(\varphi_{\bar{2}}+\mu_1)(\bar{1})_r \cdots\cdots(25)$$

$$(1)_r=-\frac{K_1}{\rho_1},\qquad (\bar{1})_r=-\frac{K_{\bar{1}}}{\rho_1}$$

$$\varphi_{n+1}=(\varphi_n+\mu_n)(n+1)_l+(\varphi_{\bar{n}}+\mu_n)(\overline{n+1})_l \cdots\cdots(26)$$

$$(n+1)_l=-\frac{K_n}{\rho_{n+1}}\ ,\quad (\overline{n+1})_l=-\frac{K_{\bar{n}}}{\rho_{n+1}}$$

處でこの場合の角方程式は格間 2 より格間 $(n-1)$ まではラーメンの網目は 4 部材を以て構成されてゐるから前の場合と同樣に (11), (12) 式が成立し，從つて (13) 式を用ひて μ_r' を計算すればよい事になる。然るに兩端の格間は 3 部材を以て構成されてゐるからもつと簡單な關係で

$$\mu_1=\mu_{\bar{1}}=\mu_2' \cdots\cdots(27)$$

$$\mu_n=\mu_{\bar{n}}=\mu_n' \cdots\cdots(28)$$

を得る。故に μ_r' として計算すべきものは μ_3' より μ'_{n-1} までとなり前に揭げた如く

$$\mu_r'=\zeta_{r-1}\mu'_{r-1}+(1-\zeta_{r-1})\mu_{r-1} \cdots\cdots(13)$$

を用ひればよい。

次に μ_r を求めるには，(27) 及 (28) 式の關係を得たので $r=2\sim(n-1)$ に對しては一般基本式の所で述べた (7) 式

$$\mu_r=D_r+\varphi_r r_r+\varphi_{r+1}l_{r+1}+\varphi_{\bar{r}}r_{\bar{r}}+\varphi_{\overline{r+1}}l_{\overline{r+1}} \cdots\cdots(7)$$

を用ひればよい。

μ_1 と μ_n とに對しては (27), (28) 式に他の角方程式を取入れたものと，支間式とに依つて次の式を得る。

$$\mu_1=\delta_2\mu_2+\delta_3\mu_3+\cdots\cdots+\delta_{n-1}\mu_{n-1} \cdots\cdots(29)$$

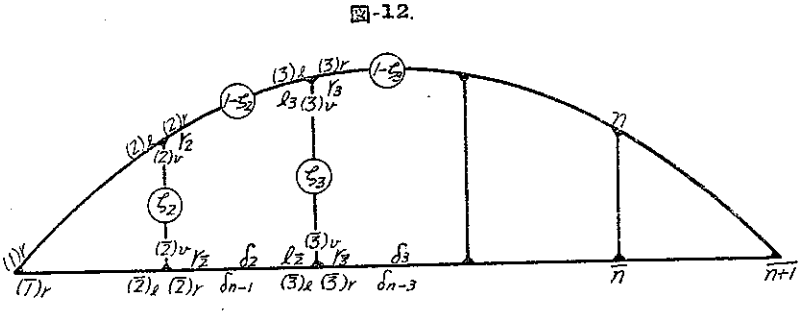
$$\mu_n=\delta_{n-1}\mu_2+\delta\mu_{n-2}+\cdots+\delta_2\mu_{n-1} \cdots\cdots(30)$$

$$但し\quad \delta_r=\frac{h_r-h_{r+1}}{2h_2}-\frac{1}{2}$$

而して構は左右對稱なりとす。

以上に依つて φ, μ, μ' を計算すべき式が揃つたのであつて，後に述べる如くにして φ, μ, μ' の夫々の初値を求め得れば 図-12 の如き形に於て図上逐次計算を行ひ得る。

図-12.



初値の算出: 先づ φ の初値を求めるには (7) 式より出發する。この形の式は $(n-2)$ 個出來る。之に (25) と (26) 式とを合せ用ひて n 個の式を得る。此所に於て上下の K の値の餘り異らないものにては，或は思切つて $\varphi_r=\varphi_{\bar{r}}$ と置く。一般に一層

精密な初値を得る爲には $\varphi_{\bar{r}}=\alpha_r\varphi_r$ と置く。更に又上下弦の K の値又は I の値の比に依つて $\mu_{.}\cdots\mu_n$ を μ_1 の或る比になる樣に置く。

即ち　　　$\mu_r=p_r\mu_1$

と置き $r=1$ の場合は $p_1=1$ にして其の他の値は上下弦の K 又は I の値に依つて，又格間數に依つて異なる。

以上の φ 及 μ に就ての假定を施す事に依つて其の n 個の式中 φ_1 より φ_{n+1} 迄の n 個の φ を未知數として φ_m を求むるに

$$\varphi_m=(-1)^m\left[\left\{\sum_{j=1}^{i=m-1}(-1)^{j+1}\left(\frac{p_j}{b_j}\right)\prod_{i=j+1}^{i=m-1}\eta_i\right\}\mu_1-\left\{\prod_{j=1}^{j=m-1}\eta_j\right\}\varphi_1+\left\{\sum_{j=1}^{j=m-1}(-1)^{j+1}\left(\frac{D_j}{b_j}\right)\prod_{i=j+1}^{i=m-1}\eta_i\right\}\right]\cdots\cdots(31)$$

を得る。玆に

$$p_j=\frac{\mu_j}{\mu_1},\qquad \alpha_i=\frac{\varphi_{\bar{r}}}{\varphi_r},\qquad \eta_i=\frac{a_i}{b_i}$$

$$a_i=-\frac{(h_i+2h_{i+1})(K_i+\alpha_iK_{\bar{i}})}{(h_i+h_{i+1})(K_i+K_{\bar{i}})},\qquad b_i=-\frac{(2h_i+h_{i+1})(K_i+\alpha_{i+1}K_{\bar{i}})}{(h_i+h_{i+1})(K_i+K_{\bar{i}})}$$

$$D_j=\frac{\mathfrak{M}_j}{(h_j+h_{j+1})(K_j+K_{\bar{j}})},\qquad \mathfrak{M}_j=\mathfrak{M}_j^0(h_i-h_{i+1})+\delta_j\lambda h_j$$

そこで之等の φ の値を (4) 式の $r=2$ 及 $r=n$ なる 2 式に代入し，之等の 2 式を聯立に解いて φ_1 及 μ_1 の初値を決定す。引續いて $\varphi_{\bar{r}}=\alpha_r\varphi_1$, $\mu_r=p_r\mu_1$ に依つて $\varphi_{\bar{r}}$, μ_r の夫々の初値を決定する。

玆に於て α_r 及び p_r を如何に定むるかは目下研究中にして之等に對する表を作りつゝあるが，次に今迄になしたる經驗を述べ之に就て例題を計算してみやう。而し式 (7) を見るに D なる項は $\gamma\frac{P\lambda}{K}$ なる形にて示され，γ は h の比，K_r と $K_{\bar{r}}$ との比等に依る係數でヂメンションのない數字である。又 r とか l なる係數もヂメンションのない數字であるから φ とか μ は D と同じヂメンションを有せねばならず，從つて D が $P\lambda/K$ なる形で表はされる限り φ も μ も $P\lambda/K$ なる形で表はされて來なければならない。故に φ の比を作り μ の比を作ると云ふ事は荷重に關する關係を消して了ふ事で，節點の廻転する形，又構全体の撓む形は荷重に關係せず或る形の構にて——例へば $\frac{f}{l}=\frac{1}{7}$ の parabola の構といふ具合に標準を定める時はこの形の關係も消失する——諸部材の K の値が或る比をなす構にては荷重の如何に依らず常にその樣な節點の廻転をなし撓み方をするのである。

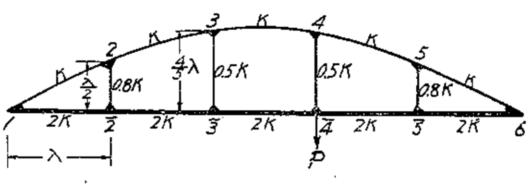


圖-13.

先づ筆者は圖-13 に示す如き簡單なフィーレンディール構にて圖の如き荷重狀態を考へて，之を以上に述べて來た樣な諸式を用ひ，非常な時間を費して眞正面から一つ一つ消去して解いてみた。

その結果 φ の値として次のものを得た。

$$\varphi_1=-0.0419\,15\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_2=-0.0203\,78\frac{P\lambda}{K}\qquad \varphi_{\bar{2}}=-0.0107\,16\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_3=+0.0328\,68\frac{P\lambda}{K}\qquad \varphi_{\bar{3}}=+0.0361\,53\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_4 = +0.0110\,69\frac{P\lambda}{K} \qquad \varphi_{\bar{4}} = +0.0143\,33\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_5 = -0.0201\,15\frac{P\lambda}{K} \qquad \varphi_{\bar{5}} = -0.0192\,39\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_6 = -0.0120\,60\frac{P\lambda}{K}$$

又 μ_r 及 μ_r' の値は

$$\mu_1 = +0.0978\,66\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_2 = -0.0463\,76\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_2' = +0.0978\,66\frac{P\lambda}{K}$$

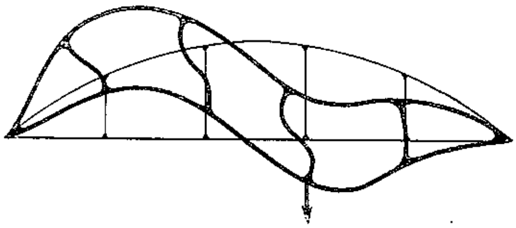
$$\mu_3 = -0.1391\,24\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3' = +0.0437\,76\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_4 = +0.0439\,83\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_4' = +0.0437\,76\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_5 = +0.0436\,51\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_5' = +0.0436\,51\frac{P\lambda}{K}$$

之等に依つて構の變形狀態の概略を示せば 圖-14 の如くである。

圖-14.



更に荷重の位置を移動し格點 5 にかけた場合の φ, μ, μ' の値は次の如くに求められた。

$$\varphi_1 = -0.0427\,05\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_2 = -0.0259\,69\frac{P\lambda}{K} \qquad \varphi_{\bar{2}} = -0.0129\,38\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_3 = +0.0174\,89\frac{P\lambda}{K} \qquad \varphi_{\bar{3}} = +0.0192\,75\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_4 = +0.0478\,39\frac{P\lambda}{K} \qquad \varphi_{\bar{4}} = +0.0517\,52\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_5 = -0.0265\,08\frac{P\lambda}{K} \qquad \varphi_{\bar{5}} = -0.0043\,30\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_6 = -0.0844\,50\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_1 = \mu_2' = +0.1026\,93\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_2 = -0.0082\,05\frac{P\lambda}{K}$$

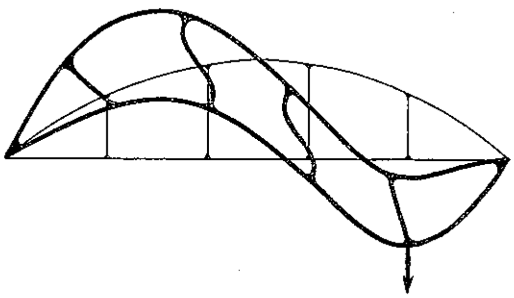
$$\mu_3 = -0.1370\,21\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_3' = \mu_4' = +0.0430\,44\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_4 = -0.1380\,92\frac{P\lambda}{K}$$

$$\mu_5 = \mu_5' = +0.1806\,25\frac{P\lambda}{K}$$

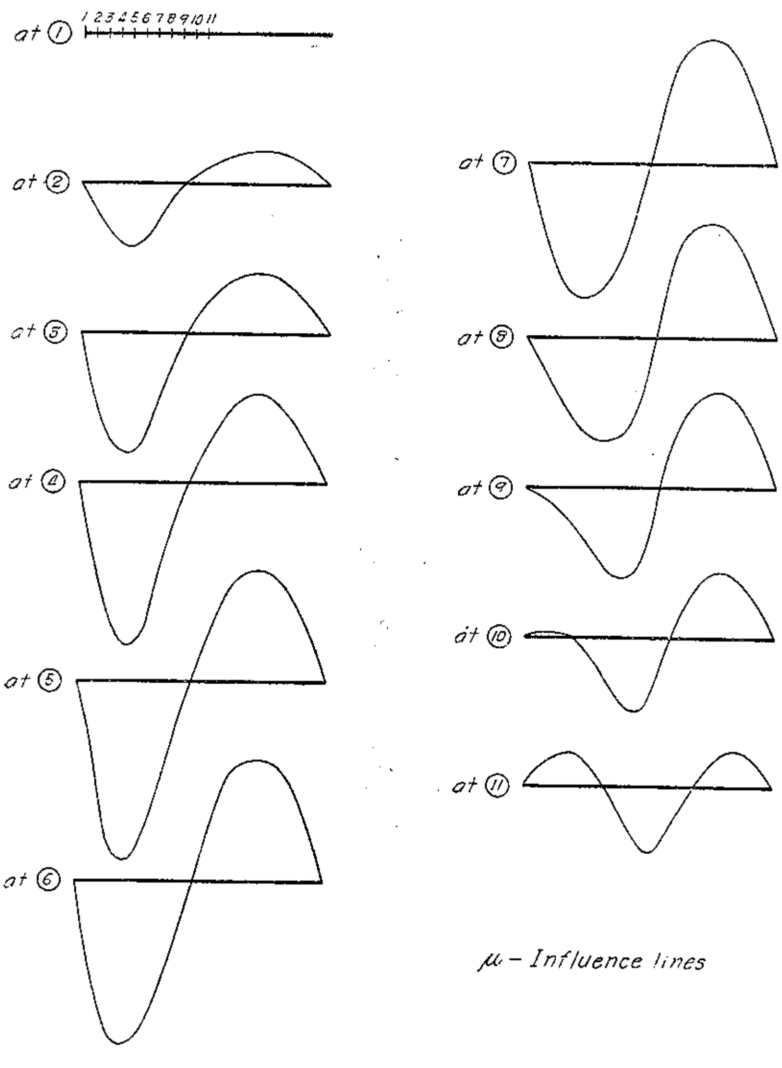
圖-15.



此の場合のトラス變形図は概略 図-**15** の如きものである。

以上に依りて撓度影響線に相當する μ の影響線ともいふべきものをかけば 図-**16** の如し。

図-**16**.



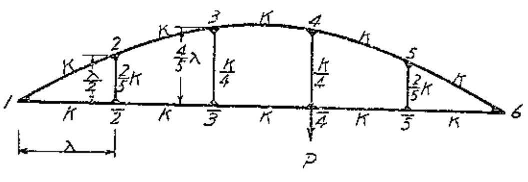
μ - *Influence lines*

此の 図-**16** を他の計算の時に応用しようといふのであつて，此の図に於て 1 より 11 までである番號は荷重が支間の 1 の點の上にある事，2 の位置にある事，‥‥11 の位置にある事を示すもので，例へば 7 の位置に荷重のある場合は 1 より 11 までの図中支間の 7 なる位置直下又は直上の ordinate を他の図の支間の點 1，點 2，‥‥點 11，の直上又は直下に取れば直ちに荷重が 7 なる位置にある時の μ-diagram をかく事が出來る。之より $p_r=\frac{\mu_r}{\mu_1}$ を計算する。

次に上下弦材の K の値の同一なる場合に對して之を応用して見た。即ち 図-**17** に示す如き構を例に取つて見た。荷重は先づ格點 $\bar{4}$ にある時から始める。

1. 豫備計算

図-**17**.



$h_2=h_5=\frac{\lambda}{2}$, $\quad D_2=-0.03077\frac{P\lambda}{K}$

$h_3=h_4=\frac{4}{5}\lambda$, $\quad D_3=-0.1\frac{P\lambda}{K}$

λ : 格間長 $\quad D_4=+0.01615\frac{P\lambda}{K}$

この上下の K の値が等しい場合に於て重要なる事は，兩端の格點を除いては

$$K(\varphi_{r-1}-\varphi_{\overline{r-1}})+(\rho_r-K_r')(\varphi_r-\varphi_{\bar{r}})+K(\varphi_{r+1}-\varphi_{\overline{r+1}})=0$$

なる式が $r=2\sim n$ に於て $(n-1)$ 個出來る。之等は $(\varphi_r-\varphi_{\bar{r}})$ なる $(n-1)$ 個の未知數を有する一次方程式である

から

$$\varphi_r=\varphi_{\bar{r}}$$

が成立する。斯くて 図-16 の如き影響線が前から在つたものとして，之に依りて本算定法を例示しよう。

(31) により φ の初値を求めると 表-2, 3 の如くなる。

表-2.

r	a_r	b_r	$\eta_r=\dfrac{a_r}{b_r}$	$\overset{1}{\underset{r}{\Pi}}\eta_i$	$\overset{2}{\underset{r}{\Pi}}\eta_i$	$\overset{3}{\underset{r}{\Pi}}\eta_i$	$\overset{4}{\underset{r}{\Pi}}\eta_i$	$\overset{5}{\underset{r}{\Pi}}\eta_i$	$p=\dfrac{\mu_r}{\mu_1}$	$-1)^{r+1}\dfrac{p_r}{b_r}$	$M_{m=2}$
1	−2.0	−1.0	+2.0	+2.0000	+2.3334	+2.3334	+2.0000	+1.0000	+1.0000	−1.0000	−1.0000
2	−1.6154	−1.3846	+1.1667	+1.0000	+1.1667	+1.1667	+1.0000	+0 500	−0.4739	−0.3423	
3	−1.50	−1.50	+1.0		+1.0000	+1.0000	+0.8571	+0.4286	−1.4216	+0.9480	
4	−1.3846	−1.6154	+0.8571			+ .0000	+0.8571	+0.4286	+0.4494	+0.2782	
5	−1.0	−2.0	+0.5				+0.1000	+0.5000	+0.4460	−0.2230	
6								+1.0000			
											$\Sigma=-1.0000$

表-3.

r	$M_{m=3}$	$M_{m=4}$	$M_{m=5}$	$M_{m=6}$	D_r	$(-1)^{r+1}\dfrac{D_r}{b_r}$	$N_{m=2}$	$N_{m=3}$	$N_{m=4}$	$N_{m=5}$	$N_{m=6}$
1	−1.1667	−1.1667	−1.0000	−0.5000	0	0	0	0	0	0	0
2	−0.3423	−0.3423	−0.2934	−0.1467	$+0.0307\,7\dfrac{P\lambda}{K}$	+0.0222 3		+0.0222 3	+0.0222 3	+0.0190 5	+0.0095 1
3		+0.9480	+0.8125	+0.4063	+0.1000 0 〃	−0.0666 7			−0.0666 7	−0.0571 4	−0.0285 8
4			+0.2782	+0.1391	−0.0461 5 〃	−0.0285 7				−0 0285 7	−0.0142 9
5				−0.2230	0	0					0
6					0						
	$\Sigma=-1.5090$	$\Sigma=-0.5610$	$\Sigma=-0.2027$	$\Sigma=-0.3243$			$\Sigma=0$	$\Sigma=+0.0222\,3$	$\Sigma=-0.0444\,4$	$\Sigma=-0.0666\,6$	$\Sigma=-0.0333\,3$

但し $M=(-1)^{r+1}\left(\dfrac{p_r}{b_r}\right)\prod_{i=r+1}^{i=m-1}\eta_i$ ， $N=(-1)^{r+1}\left(\dfrac{D_r}{b_r}\right)\prod_{i=r+1}^{i=m-1}\eta_i$

斯くて求められた $\varphi_2\sim\varphi_6$ は

$$\varphi_2=+\left(-\mu_1 \qquad -2.0000\,\varphi_1+0\right)$$

$$\varphi_3=-\left(-1.5090\mu_1-2\,3334\,\varphi_1+0.0222\frac{P\lambda}{K}\right)$$

$$\varphi_4=+\left(-0.5610\mu_1-2.3334\,\varphi_1-0.0444\frac{P\lambda}{K}\right)$$

$$\varphi_5=-\left(-0.2027\mu_1-2.0000\,\varphi_1-0.0667\frac{P\lambda}{K}\right)$$

$$\varphi_6=+\left(-0.3243\mu_1-1.0000\,\varphi_1-0.0333\frac{P\lambda}{K}\right)$$

之を (4) 式の $r=2$ 及 $r=5$ なる 2 式に代入して解けば

$$\varphi_1=-0.0665\,6\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_1=+0.1621\frac{P\lambda}{K}$$

を得る。之に依りて順次

$$\varphi_2=-0.0290\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_2=-0.0768\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_3=+0.0671\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3=-0.2304\frac{P\lambda}{K}$$

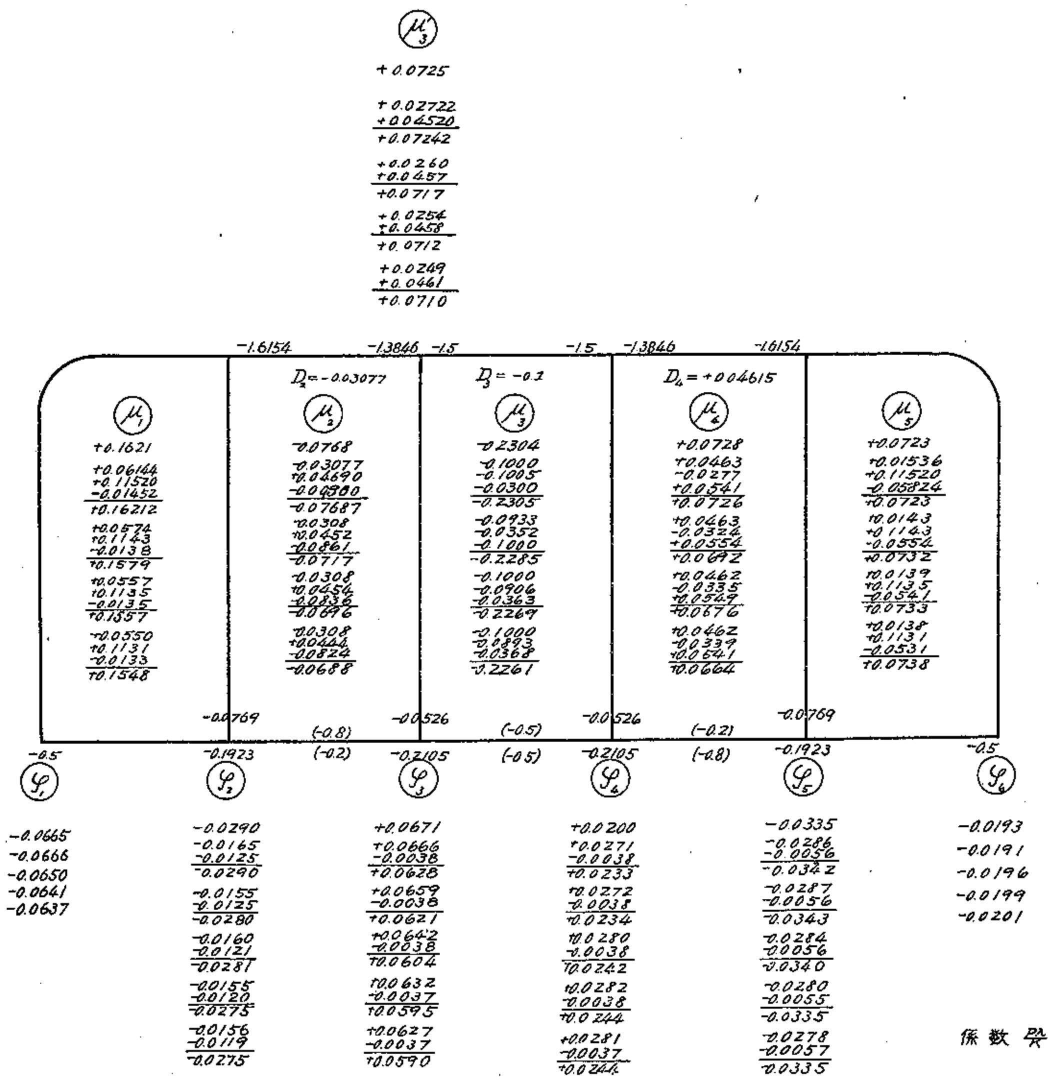
$$\varphi_4=-0.0200\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_4=+0.0728\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_5=-0.0335\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_5=+0.0723\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_6=-0.0193\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3{}'=\mu_4{}'=-0.0725\frac{P\lambda}{K}$$

なる初値を得る。之等を用ひて 図-18 の如き図上逐次計算を行ふ。

図-18.



之に依りて得たる最も眞に近き値は夫々次の如し。

$$\varphi_1=-0.0637\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_1=+0.1548\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_2'=+0.1548\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_2=-0.0275\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_2=-0.0688\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_3'=+0.0710\frac{P\lambda}{K}$$

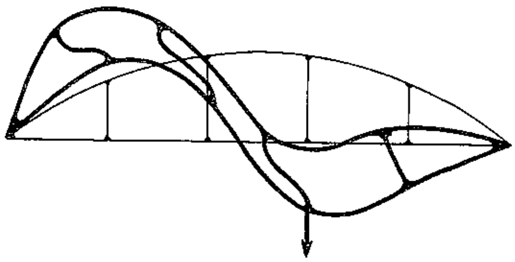
$$\varphi_3=+0.0590\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_3=-0.2261\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_4'=+0.0710\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_4=+0.0244\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_4=+0.0664\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_5'=+0.0738\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_5=-0.0335\frac{P\lambda}{K}\qquad \mu_5=+0.0738\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_6=-0.0201\frac{P\lambda}{K}$$

図-19.



之に依つて變形図を畫いてみれば 図-19 の如し。

次に此の同一構の格點 5 に荷重のある場合を計算してみる。

豫備計算

前と同様にして

$$D_2=-0.0153\,8\frac{P\lambda}{K}\qquad D_2=-0\,05\frac{P\lambda}{K}\qquad D_3=-0.1062\,5\frac{P\lambda}{K}$$

表-4.

r	p_r	$(-1)^{r+1}\frac{p_r}{b_r}$	D_r	$(-1)^{r+1}\frac{D_r}{b_r}$	$M_{m=2}$	$M_{m=3}$	$M_{m=4}$
1	+1.0000	−1.0000	0	0	−1.0000	−1.1667	−1.1667
2	−0.0800	−0.0578	$+0.0153\,8\frac{P\lambda}{K}$	+0.0111		−0.0578	−0.0578
3	−1.3350	+0.8900	+0.05 〃	−0.0333			+0.8900
4	−1.3350	−0.8264	+0.1062 5 〃	+0.0658			
5	+1.7600	−0.8800	0	0			
6							
					$\Sigma=-1.0000$	$\Sigma=-1.2245$	$\Sigma=-0.3345$

表-5.

r	$M_{m=5}$	$M_{m=6}$	$N_{m=2}$	$N_{m=3}$	$N_{m=4}$	$N_{m=5}$	$N_{m=6}$
1	−1.0000	−0.5000	0	0	0	0	0
2	−0.0495	−0.0248		+0.0111	+0.0111	+0.0095	+0.0048
3	+0.7628	+0.3815			−0.0333	−0.0285	−0.0143
4	−0.8264	−0.4132				+0.0658	+0.0329
5		−0.8800					0
6							
	$\Sigma=-1.1131$	$\Sigma=-1.4365$	$\Sigma=0$	$\Sigma=+0.0111$	$\Sigma=-0.0222$	$\Sigma=+0.0468$	$\Sigma=+0.0234$

但し $M=(-1)^{r+1}\left(\frac{p_r}{b_r}\right)\prod_{i=r+1}^{i=m-1}\eta_i$, $N=(-1)^{r+1}\left(\frac{D_r}{b_r}\right)\prod_{i=r+1}^{i=m-1}\eta_i$

$$\varphi_2=+\left(-1.0000\,\mu_1-2.0000\,\varphi_1+0\right)$$

$$\varphi_3=-\left(-1.2245\,\mu_1-2.3334\,\varphi_1+0.0111\frac{P\lambda}{K}\right)$$

$$\varphi_4=+\left(-0.3345\,\mu_1-2.3334\,\varphi_1-0.0222\frac{P\lambda}{K}\right)$$

$$\varphi_5=-\left(-1.1131\,\mu_1-2.0000\,\varphi_1+0.0468\frac{P\lambda}{K}\right)$$

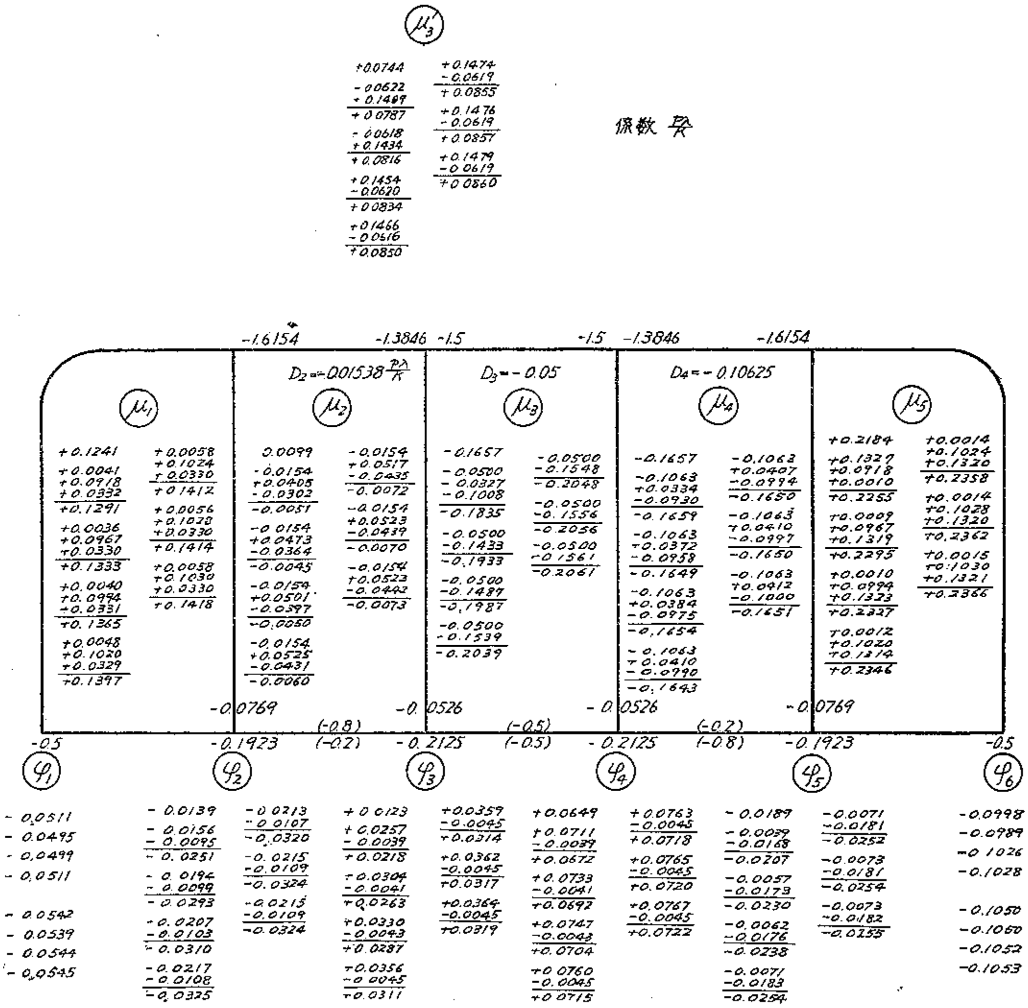
$$\varphi_6=+\left(-1.4365\,\mu_1-1.0000\,\varphi_1+0.0234\frac{P\lambda}{K}\right)$$

之を (4) の $r=2$ 及 5 なるものに代入して

$$\varphi_1=-0.0551\frac{P\lambda}{K}\qquad\qquad \mu_1=+0.1241\frac{P\lambda}{K}$$

之に依つて他の $\varphi,\ \mu$ を求むれば

図-20.



$$\varphi_2 = -0.0139\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_2 = -0.0099\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_3 = +0.0123\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3 = -0.1657\frac{P\lambda}{K}$$

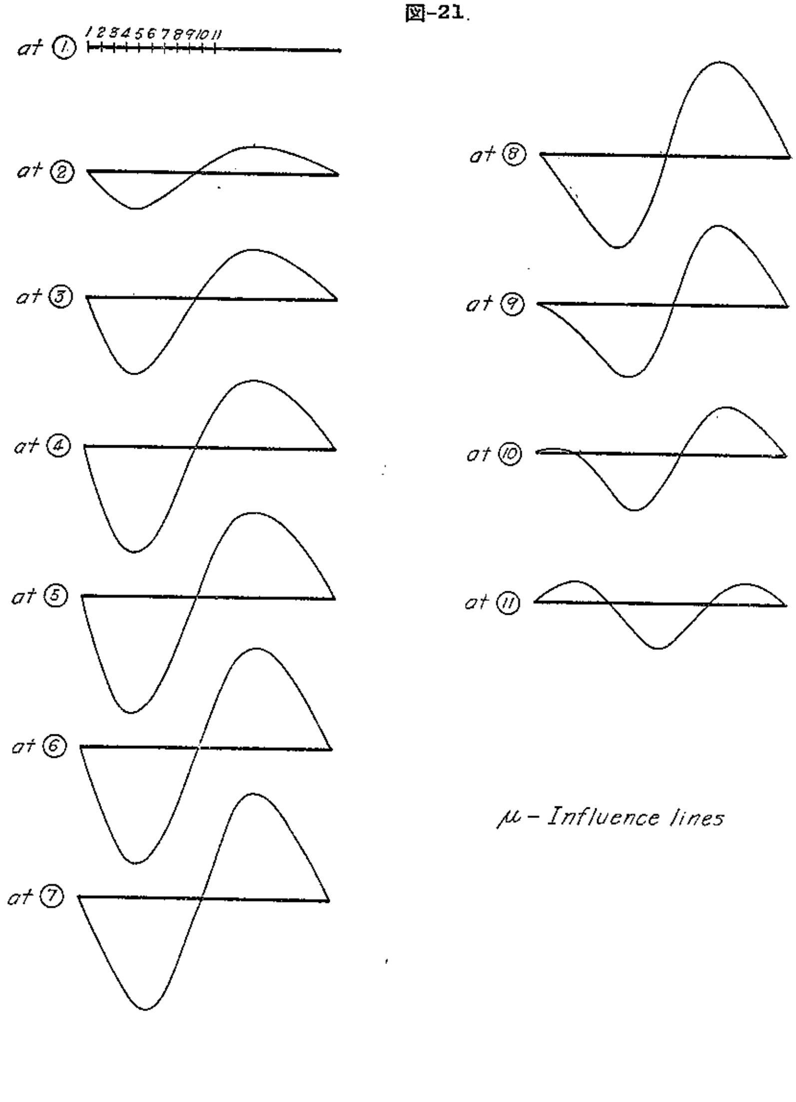
$$\varphi_4 = +0.0649\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_4 = -0.1657\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_5 = -0.0189\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_5 = +0.2184\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_6 = -0.0998\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3' = \mu_4' = +0.0744\frac{P\lambda}{K}$$

斯くて求められた初値によりて図上逐次計算を行へば 図-20 の如し。

図-21.



斯くて定まつた決定値は

$$\varphi_1 = -0.0545\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_1 = +0.1418\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_2 = -0.0324\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_2 = -0.0073\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_3 = -0.0319\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3 = -0.2061\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_4 = -0.0722\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_4 = -0.1651\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_5 = -0.0255\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_5 = +0.2366\frac{P\lambda}{K}$$

$$\varphi_6 = -0.1053\frac{P\lambda}{K} \qquad \mu_3' = \mu_4' = +0.0860\frac{P\lambda}{K}$$

序に之等の値によりて前の **図-16** に相當する μ-influence line を畫けば **図-21** の如し。

此の曲線を上下弦の K の値が等しい場合の他のトラスを解く場合に利用しようといふのである。

尚此の算定法によりて著しい時間と勞力の節減を見た。

次の稿に於てはもつと系統立てゝ上下弦の K の値又垂直材の K 値の影響及格間數の影響を述べ，そしてベルギーに於ける實際の例に就ての計算例をのせる積りである。又更に **図-1** (D) の如き型に就ては別の稿に於て書きたいと考へてゐる。