

論 說 報 告

第 24 卷 第 8 號 昭和 13 年 8 月

濾 過 阻 止 率 の 計 算

白陶土と一二の微生物の濾過に就て (其の一)

會員 工学博士 岩 崎 富 久*

要 旨 本文は從來比較的閉却せられたる緩速濾過池に於ける濾過膜の研究を爲し、新に濾砂の阻止率なるものを想定して、これを用ひて濾過に關する各種の公式を誘導し、更に多數の實驗を重ねて一二浮遊物に對する阻止率の實驗値を定めたものである。尙本文は全 8 章の中、第 1 章乃至第 4 章を述べたもので、第 1 章に於ては野天濾池に於ける砂層汚染の状態を調査し、第 2 章に於ては粉体が濾層を通過する場合の阻止率の近似式より砂層の濾過に對する近似式を求め、第 3 章では前記緩速濾過の近似式の性質を図表によりて説明し、第 4 章に於ては微粒子の濾過に際しての濾層の汚染の状態を層狀に調査して實際の阻止率よりその阻止率を算出し、その性質を検討したものである。

目 次

第 1 章 緩速濾池の實績調査	第 2 章 濾過に關する算式
第 3 章 濾過算式の使用例	第 4 章 阻止率の實驗方法

第 1 章 緩速濾池の實績調査

(1) 原水の生物と汚泥

原水に對する検査は大正 15 年村山貯水池に一種の硅藻が始めて發生せる當時より簡單なる顯微鏡と血球計とを使用して之を行へり。今日に於ては各淨水場の原水、濾水に對してもかかる検査を施行し殆ど實用し得るに至れり。

一般に各地の水道に於ては原水、濾水の性状を知悉せる場合多き故、時々完全なる水質試験を要すれども平素に於ける給水作業上より見て效果少しと認めらるる試験報告事項もなきに非ず。しかも細菌検査報告の如く多くは給水作業上必要の時期を失する嫌ある故かかる迅速試験は淨水作業の完璧を計る上に於て必要なり。

(2) 濾層内の生物と汚泥

濾層内の汚泥に關する調査は已に昭和初年より時々施行し來れるものにして方法は較々精確を缺けども最初濾池より筒狀に採集せる砂層約 1 mm 厚宛の層狀の檢体を採集し、該檢体中の汚泥微生物類を調査せり。

尙ほ之等の調査に用ひる用具は極めて簡單なり。

(3) 濾層汚染と阻止率

東京市に於ては淀橋淨水場内に野天の試験濾池を作りその機構は漏水の無き比較的完全のものとし且つその操作も現在我國諸水道に行はれつゝある軌範的操作方法を用ひ、原水、濾水及普通の濾砂を使へる濾層に就て百餘回の實驗を行ひたる結果は殆ど常に濾層上層に於て汚染度最も著しくして深層に至るに従つて汚染度減少せり。之に就ては水道協會誌昭和 11 年 10 月號に一部報告せり。濾層の深さに伴ひ汚染の漸減する状態は之を濾過の阻止率にて説明し得べし。以下阻止率算出の方法を詳記し且つ二三の微生物の阻止率に就ての實驗値を求むべし。

* 東京市水道局給水課長

第2章 濾過に関する算式

第1節 篩による阻止関係

(1) 篩に関する基本式

本稿は水道の浄水方法として応用せらるゝ砂層による濾過阻止率を求むることを主題とせるが対照として先づ篩による阻止関係を述べべし。

微粒子或は粉体の通過する穴を其の空隙部とし残りの部分を實質部とすべし、篩の前空隙部 A_p と前面積 A との比を空隙率 ϕ とせば

$$A = A_p + A_s, \quad \phi = \frac{A_p}{A} \cdot 100 \text{ 又 } \phi = \left(1 - \frac{A_s}{A}\right) \cdot 100$$

先づ篩目の大き相等しき若干の篩を図-1の如く等間隔に積重ねたる時最上層より落下し來る多數の微粒子の各篩上に蓄積する状態を次に検討すべし、茲に篩は円形に作り中心軸として種々の角速度を以て回転せしめ、或は篩を通過せる微粒子を以て次の篩上に一樣に當らしむるものとす。今第1番目の篩の 1 cm^2 に單位時間に落下し來る微粒子の個数を I_0 とし、第1番目の篩を通り第2番目の篩に來下する個数を I_1 とし且第 n 番目の篩の單位面積を單位時間内に通過する微粒子数を N_n とせば

$$N_n = I_{n-1} - I_n \dots\dots\dots(a)$$

次に第 n 番目の篩にかゝる微粒子の確率を p_n とせば

$$p_n = \frac{N_n}{I_{n-1}} \quad \therefore N_n = I_{n-1} p_n \dots\dots\dots(1)$$

これと (a) 式とより

$$I_n = I_{n-1} (1 - p_n) \dots\dots\dots(2)$$

(1), (2) 式は篩の蓄積関係の基本式とす。

(2) 阻止確率 p が蓄積の増加に関係せず一定なるとき

微粒子の大きが篩の目の大きに比し非常に小なるときは、短時間内には篩の目の大き或は形状等に変化なしとするも可なるを以て p の変化も亦無視するを得べし。

即ち $p_1 = p_2 = \dots p_n = p_0$

而して $p_0 = \frac{A_s}{A} \dots\dots\dots(3)$

と考へ得。然るに

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_s}{A} &= 1 - 10^{-2}\phi \\ \therefore p_0 &= 1 - 10^{-2}\phi \\ q_0 &= 1 - p_0 = 10^{-2}\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3')$$

次に (1), (2) 式に於て $p_n = p_0$ とおけば

$$N_n = I_{n-1} p_0 \dots\dots\dots(a')$$

$$I_n = I_{n-1} (1 - p_0) = I_{n-1} q_0 \dots\dots\dots(b)$$

之より $I_1 = I_0 q_0, \quad I_2 = I_1 q_0, \dots\dots\dots$

の各邊を相乗して

$$I_n = I_0 q_0^n, \quad \therefore I_{n-1} = I_0 q_0^{n-1} \dots\dots\dots(4)$$



図-1.

これを (a') 式に代入せば

$$N_n = I_0 p_0 q_0^{n-1} \dots \dots \dots (5)$$

第 n 番目の篩の単位面積上に y 時間内に蓄積する微粒子数を S_n とせば

$$S_n = \int_0^y N_n t dy = I_0 p_0 q_0^{n-1} \int_0^y dy = I_0 y p_0 q_0^{n-1} \dots \dots \dots (6)$$

(3) 阻止確率 p が蓄積の増加に伴って直線的に変化するとき

微粒子が比較的大形にしてその蓄積に従ひ篩の空隙部を充塞せられて行く場合には阻止確率は次第に増大して行くべし。今 y 時間に第 n 番目の篩の空隙部が z_n 個充塞せらるゝものとして、1 個の面積を a とせば篩の實質部の増加面積は az_n にして、その時の實質部の全面積は $A_0 + az_n$ となる。

$$\therefore p_n = \frac{A_0 + az_n}{A} \dots \dots \dots (a)$$

z_n は S_n の函数にしてそれと密接なる關係あるのみならず、微粒子の大きさ、形状、附着力、落下速度、篩の空隙部の形状大きさ、配置等にも影響を受くるを以て、 z_n と S_n との函数的關係を嚴密に知るは困難なるべきも、常識的に考ふるときは z_n と S_n とは正比例的關係にありと考へ得べし。

$$\text{即ち} \quad z_n = f(S_n) = k S_n \dots \dots \dots (b)$$

$$\begin{aligned} \therefore (a) \text{ 式より } p_n &= \frac{A_0 + ak S_n}{A}, \quad S_n = 0 \text{ なるときは } p_0 = \frac{A_0}{A} \\ \therefore p_n &= \frac{A_0}{A} + \left(\frac{ak}{A} \right) S_n = p_0 + c S_n \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

但し $\frac{ak}{A} = c$ とおく。 c は蓄積に關係なき常數とす。

$$\begin{aligned} (6) \text{ 式より } S_n &= \int_0^y N_n dy \quad \therefore p_n = p_0 + c \int_0^y N_n dy \quad y \text{ につき微分せば} \\ \frac{\partial p_n}{\partial y} &= c N_n \quad \text{これを (7) 式に代入せば} \quad \frac{\partial p_n}{\partial y} = c I_{n-1} p_n \\ p_n &= p_0 e^{c \int_0^y I_{n-1} dy} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

$$\text{又} \quad I_n = I_{n-1} (1 - p_n) \dots \dots \dots (2)$$

(2) 式及 (8) 式は蓄積關係を與ふる微分方程式にして先づ、兩者を満足する p_n, I_n の近似的解法を試み、次に N_n, S_n 等の蓄積關係を求むる近似式を導くべし。先づ $c I_0 y = \delta$ 、 δ は I に比し極めて小なり。(8) 及 (2) 式に於て $n=1$ とおき δ^2 以上を省略せば

$$p_1 = p_0 e^{c I_0 \int_0^y dy} = p_0 e^{\delta} \doteq p_0 (1 + \delta) \dots \dots \dots (c_1)$$

$$I_1 = I_0 (1 - p_1) = I_0 (q_0 - p_0 \delta) \dots \dots \dots (c_2)$$

$n=2$ とおけば

$$p_2 = p_0 e^{c \int_0^y I_1 dy} = p_0 e^{c I_0 (q_0 - p_0 \delta) y} \doteq p_0 e^{q_0 \delta} \doteq p_0 (1 + q_0 \delta) \dots \dots \dots (d_1)$$

$$I_2 = I_1 (1 - p_2) = I_0 (q_0 - p_0 \delta) (q_0 - p_0 q_0 \delta) \doteq I_0 \{ q_0^2 - q_0 p_0 (1 + q_0 \delta) \} = I_0 \{ q_0^2 - q_0 (1 - q_0^2) \delta \} \dots \dots \dots (d_2)$$

$n=3$ とおけば同様にして

$$p_3 = p_0 (1 + q_0^2 \delta) \dots \dots \dots (e_1)$$

$$I_3 = I_0 \{ q_0^3 - q_0^2 (1 - q_0^2) \delta \} \dots \dots \dots (e_2)$$

$$\text{一般に } p_n = p_0 (1 + q_0^{n-1} \delta) \dots \dots \dots (9)$$

$$I_n = I_0 \{ q_0^n - q_0^{n-1} (1 - q_0^n) \delta \} \dots \dots \dots (10)$$

次に (9), (10) 式を基にして諸種の蓄積関係の公式を求む。先づ (1) 式より

$$N_n = I_n - 1p_n = I_0 \{q_0^{n-1} - q_0^{n-2}(1 - q_0^{n-1})\delta\} p_0(1 + q_0^{n-1}\delta) \\ \approx I_0 p_0 q_0^{n-2} \{q_0 - (1 - q_0^{n-1})\delta\} (1 + q_0^{n-1}\delta) \approx I_0 p_0 q_0^{n-2} \{q_0 - (1 - q_0^{n-1} - q_0^n)\delta\} \dots (11)$$

$$\text{又 } S_n = \int_0^y N_n dy = I_0 p_0 q_0^{n-2} \left\{ q_0 - (1 - q_0^{n-1} - q_0^n) \frac{\delta}{2} \right\} y \dots (12)$$

第 n 番目の篩の単位面積を y 時間内に通過する微粒子数は

$$J_n = \int_0^y I_n dy = I_0 \left\{ q_0^n - q_0^{n-1}(1 - q_0^n) \frac{\delta}{2} \right\} y \dots (13)$$

第 1 乃至 n 番目の篩の単位面積上に y 時間内に蓄積する微粒子数は

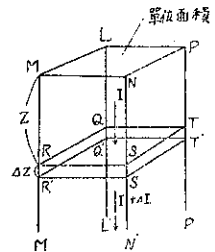
$$G = \sum_{r=1}^n S_r = I_0 p_0 y \sum_{r=1}^n q_0^{r-2} \left\{ q_0 - (1 - q_0^{r-1} - q_0^r) \frac{\delta}{2} \right\} = I_0 p_0 y \left[\sum_{r=1}^n q_0^{r-1} - \left\{ \sum_{r=1}^n q_0^{r-2} - (1 + q_0) \sum_{r=1}^n q_0^{2-r-3} \right\} \frac{\delta}{2} \right] \\ = I_0 p_0 y \left[\frac{1 - q_0^n}{1 - q_0} - \left\{ \frac{1 - q_0^n}{q_0(1 - q_0)} - (1 + q_0) \frac{1 - q_0^{2n}}{q_0(1 - q_0^2)} \right\} \frac{\delta}{2} \right] = I_0(1 - q_0^n) y \left[1 + q_0^{n-1} \frac{\delta}{2} \right] \dots (14)$$

第 2 節 砂による濾過公式

(1) 砂層濾過の基本式の誘導

一様な砂層の上面より微粒子が水に伴はれて流下し來る場合、それが砂層中に阻止せらるゝ状態を考ふるに、先づ層中に図-2 の如く表面積が単位面積に等しき角錐 LMLP -L'M'L'P' を考へ、更にこの角錐の上層より z なる深さの點に Δz なる薄き層 QRST -Q'R'S'T' を想定すべし。

図-2.



今単位時間内に QRST に到達する微粒子数を I , Q'R'S'T' を通過する数を $I + \Delta I$ とせば、この深さ Δz の層を通過する間にその中に阻止せらるゝ微粒子の数は

$$I - (I + \Delta I) = -\Delta I \dots (15)$$

依つてこの層の阻止確率を Δp とせば

$$-\Delta I = \Delta p I \quad \text{之より} \quad -\frac{\partial I}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \cdot I, \\ \frac{\partial p}{\partial z} = \lambda \quad \text{とおけば} \dots (16)$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\lambda I \dots (17)$$

この λ は篩の場合の阻止確率に類似せる性質のものにして即ち濾過の阻止率と呼べるものなり。或は光の吸収係数に準つて濾過係数と稱するも可なるべし。(17) 式は砂層の深さと微粒子数との関係を與ふる重要な方程式にして濾過に關する基本公式なり。之より

$$\int_0^z \frac{dI}{I} = - \int_0^z \lambda dz \quad \therefore \log \frac{I}{I_0} = - \int_0^z \lambda dz \\ I = I_0 e^{-\int_0^z \lambda dz} \dots (18)$$

次に砂層の上面に到達する水の濾過速度を v_1 とせば、砂面積 A なる表面を y 時間内に通過する水量 Q は

$$Q = Av_1 y$$

にして、濾層面 A の空隙部の面積を A' , 空隙率を ϕ , 濾層内の濾速を v_2 とせば

$$v_1 = \frac{A'}{A} v_2, \quad \phi = \frac{A'}{A} \times 100 \quad \therefore v_2 = \frac{100}{\phi} v_1$$

濾層の上面に到達する水の単位容積中の微粒子数の n_0 と単位時間内に表面の単位面積に到達する微粒子数を I_0

とせば, $I_0 = n_0 v_1$

(2) 阻止率 λ が蓄積の増加と直接に關係せざるとき

(a) λ が時間に對して一定なるとき

$$\lambda = \lambda_0 \dots\dots\dots (19)$$

濃過時間が極めて短かきか, 或は汚染の影響少く濃層が常に一樣なる状態を保ち得る如き場合には $\lambda = \lambda_0$ と見做し得べし。然らば (18) 式より

$$I = I_0 e^{-\int_0^z \lambda_0 dz} = I_0 e^{-\lambda_0 z} = I_0 \rho \dots\dots\dots (20)$$

深さ z に於ける單位時間内の單位体積の砂中の阻止量を N とせば

$$N = \lambda I = I_0 \lambda_0 e^{-\lambda_0 z} \dots\dots\dots (21)$$

深さ z に於ける y 時間内の單位体積の砂中の阻止量を S とせば

$$S = \int_0^y N dy = I_0 \lambda_0 y e^{-\lambda_0 z} \dots\dots\dots (22)$$

表層に於ける S を S_0 とせば

$$S_0 = I_0 \lambda_0 y \quad \therefore S = S_0 e^{-\lambda_0 z} \dots\dots\dots (23)$$

深さ z なる點の單位面積を y 時間内に通過する微粒子數は

$$J = \int_0^y I dy = I_0 e^{-\lambda_0 z} \int_0^y dy = I_0 e^{-\lambda_0 z} y \dots\dots\dots (20')$$

濃層表面より深さ z に至るまでの, 單位水平断面積を有する砂筒中に y 時間内に蓄積する微粒子數は

$$G = \int_0^z S dz = I_0 \lambda_0 y \int_0^z e^{-\lambda_0 z} dz = I_0 y (1 - e^{-\lambda_0 z}) \dots\dots\dots (22')$$

(b) λ が時間と共に直線的に変化するとき

$$\lambda = \lambda_0 + \alpha y \dots\dots\dots (24)$$

(18) 式より
$$I = I_0 e^{-\int_0^z (\lambda_0 + \alpha y) dz} = I_0 e^{-(\lambda_0 + \alpha y) z} \dots\dots\dots (25)$$

$$\therefore N = \lambda I = (\lambda_0 + \alpha y) I_0 e^{-(\lambda_0 + \alpha y) z} \dots\dots\dots (26)$$

$$S = \int_0^y N dy = \frac{(\lambda_0 z + 1) I_0}{\alpha z^2} e^{-\lambda_0 z} - \frac{(\alpha y z + \lambda_0 z + 1) I_0}{\alpha z^2} e^{-(\alpha y + \lambda_0) z} \dots\dots\dots (27)$$

(c) λ が時間と共に二次曲線的に変化するとき

$$\lambda = \lambda_0 + \alpha_1 y + \alpha_2 y^2 \dots\dots\dots (28)$$

(32') 式より
$$I = I_0 e^{-(\lambda_0 + \alpha_1 y + \alpha_2 y^2) z} \dots\dots\dots (29)$$

$$\therefore N = \lambda I = (\lambda_0 + \alpha_1 y + \alpha_2 y^2) I_0 e^{-(\lambda_0 + \alpha_1 y + \alpha_2 y^2) z} \dots\dots\dots (30)$$

$$S = \int_0^y N dy \quad (\text{以下略}) \dots\dots\dots (31)$$

(d) λ が深さと共に直線的に変化するとき

$$\lambda = \lambda y - m z \dots\dots\dots (32)$$

$$\lambda \geq 0 \text{ なるを以て } \frac{\lambda y}{m} \geq z \geq 0$$

(18) 式より $I = I_0 e^{-\int_0^z (\lambda_f - mz) dz} = I_0 e^{-(\lambda_f - \frac{m}{2}z)z}$ (33)

$\therefore N = \lambda I = (\lambda_f - mz) I_0 e^{-(\lambda_f - \frac{m}{2}z)z}$ (34)

$S = \int_0^y N dy = (\lambda_f - mz) I_0 y e^{-(\lambda_f - \frac{m}{2}z)y}$ (35)

$z=0$ のとき $S_0 = \lambda_f I_0 y$ (36)

$\therefore S = S_0 \left(1 - \frac{m}{\lambda_f} z\right) e^{-(\lambda_f - \frac{m}{2}z)y}$ (37)

(e) λ が時間及深さと共に直線的に変化するとき

$\lambda = b + ay - mz$ (38)

(18) 式より $I = I_0 e^{-\int_0^z (b+ay-mz) dz} = I_0 e^{-(b+ay-\frac{m}{2}z)z}$ (39)

$\therefore N = \lambda I = (b + ay - mz) I_0 e^{-(b+ay-\frac{m}{2}z)z}$ (40)

$S = \int_0^y N dy = \frac{I_0}{2az} (amz^2 - z)(e^t - e^{t_0}) + \frac{I_0}{az} (te^t - t_0 e^{t_0})$ (41)

茲に $t = -(b + ay - \frac{m}{2}z)z, \quad t_0 = -(b - \frac{m}{2}z)z$

(3) 阻止率 λ が蓄積の増加に伴って直線的になるとき

阻止率は篩の場合の阻止率 p に類似のものなる故、篩の場合の $p_n = p_0 + cS$ と同様に

$\lambda = \lambda_0 + cS$ (42)

と仮定す。之を y にて微分し

$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = c \frac{\partial S}{\partial y}$ (43)

しかるに $\frac{\partial S}{\partial y} = N = \lambda I$ (44)

又 (17) 式より $\frac{\partial I}{\partial z} = -\lambda I$

この兩式より濾過に関する連続式を得。

$\frac{\partial S}{\partial y} = -\frac{\partial I}{\partial z}$ (45)

(43), (45) 式より $\frac{\partial \lambda}{\partial y} = -c \frac{\partial I}{\partial z}$ 更け (43), (45) 式より $\frac{\partial \lambda}{\partial y} = c \lambda I$ (45')

$\int_0^y \frac{d\lambda}{\lambda} = c \int_0^y I dy, \quad \log \frac{\lambda}{\lambda_0} = c \int_0^y I dy$

$\therefore \lambda = \lambda_0 e^{c \int_0^y I dy}$ (46)

又 $I = I_0 e^{-\int_0^z \lambda dz}$ (18)

この兩式を解く爲に先づ λ の近似値として λ_0 をとれば (18) 式より

$I = I_0 e^{-\lambda_0 z} = I_0 \rho$ (47)

茲に $\rho = e^{-\lambda_0 z} (\leq 1)$ (47')

これを I の近似値として (46) に代入せば

$$\lambda = \lambda_0 e^{c \int_0^y I_0 \rho dy} = \lambda_0 e^{c I_0 \rho y} = \lambda_0 e^{\delta \rho} \dots (48)$$

$$\text{茲に } \delta = c I_0 y \dots (48')$$

これを展開し δ^2 以上を省略せば,

$$\lambda = \lambda_0 (1 + \delta \rho) \dots (49)$$

更に (18) 式より

$$I = I_0 e^{-\int_0^z \lambda_0 (1 + \delta \rho) dz} = I_0 e^{-\lambda_0 \left\{ z + \frac{\delta (1 - \rho)}{\lambda_0} \right\}} = I_0 \rho e^{-\delta (1 - \rho) z} = I_0 \rho \{1 - \delta (1 - \rho) z\} \dots (50)$$

この λ, I を用ひて

$$N = I \lambda = I_0 \{1 - \delta (1 - \rho)\} \rho \lambda_0 (1 + \delta \rho) = I_0 \lambda_0 \{1 - \delta (1 - 2\rho)\} \rho \dots (51)$$

$$S = \int_0^y N dy = I_0 \lambda_0 y \left\{ 1 - (1 - 2\rho) \frac{\delta}{2} \right\} \rho \dots (52)$$

$$J = \int_0^y I dz = I_0 \int_0^y \{1 - c I_0 y (1 - \rho)\} \rho dz = I_0 y \left\{ 1 - \frac{\delta}{2} (1 - \rho) \right\} \rho \dots (53)$$

$$z=0 \text{ のときは } \rho = 1 \quad \therefore J_0 = I_0 y, \quad \therefore S = J_0 \lambda_0 \left\{ 1 - (1 - 2\rho) \frac{\delta}{2} \right\} \rho \dots (54)$$

$$J = J_0 \left\{ 1 - \frac{\delta}{2} (1 - \rho) \right\} \rho \dots (55)$$

$$G = \int_D^z S dz = I_0 \lambda_0 y \int_a^z \left\{ 1 - \frac{\delta}{2} (1 - 2\rho e^{-\lambda_0 z}) \right\} e^{-\lambda_0 z} dz$$

$$= I_0 \lambda_0 y \left[-\frac{1}{\lambda_0} e^{-\lambda_0 z} - \frac{\delta}{2} \left(-\frac{1}{\lambda_0} e^{-\lambda_0 z} + \frac{1}{\lambda_0} e^{-2\lambda_0 z} \right) \right]_0^z = I_0 y (1 - \rho) \left(1 + \frac{\delta}{2} \rho \right) \dots (56)$$

$$\text{或は } G = J_0 (1 - \rho) \left(1 + \frac{\delta}{2} \rho \right) \dots (57)$$

$$\text{或は } G = J_0 - J = J_0 - J_0 \left\{ 1 - \frac{\delta}{2} (1 - \rho) \right\} \rho = J_0 (1 - \rho) \left(1 + \frac{\delta}{2} \rho \right)$$

z が無限大なるときは

$$G_\infty = J_0 \dots (58)$$

即ち 全蓄積量 = 全注入量 となる。

$$z=0 \text{ のときは (54) 式より } S_0 = J_0 y \left(1 + \frac{\delta}{2} \right)$$

$$\therefore \lambda_0 = \frac{S_0}{J_0 \left(1 + \frac{\delta}{2} \right)} \dots (59)$$

(58), (59) 式より

$$\lambda_0 = \frac{S_0}{G_\infty \left(1 + \frac{\delta}{2} \right)} \dots (60)$$

(59), (60) 式は表面汚染量 (S_0) 及全注入量 (J_0) 或は全蓄積量 (G_∞) を知りて阻止率 (λ_0) を求むる式なり。若し $c=0$ ならば

$$\lambda_0 = \frac{S_0}{G_\infty} \dots (61)$$

尚ほ上記に於て

$$\lambda = \lambda_0 e^{\delta z} \dots \dots \dots (48)$$

なる値を $I = I_0 e^{-\int_0^z \lambda dz} \dots \dots \dots (18)$

に入れて I の近似式を求むるとせば

$$I = I_0 e^{-\lambda_0 z + \delta \rho z - \delta} = I_0 \rho e^{-\delta(1-\rho)} \dots \dots \dots (62)$$

従つて $N = I\lambda = I_0 \rho e^{-\delta(1-\rho)} \lambda_0 e^{\delta \rho} = I_0 \lambda_0 \rho e^{-\delta(1-2\rho)} \dots \dots \dots (63)$

$$S = \int_0^y N dy = I_0 \lambda_0 \rho \int_0^y e^{\delta(2\rho-1)} dy = \frac{I_0 \lambda_0 \rho}{c I_0 (2\rho-1)} [e^{\delta(2\rho-1)y}]_0^y = \frac{\lambda_0 \rho}{c(2\rho-1)} \{e^{\delta(2\rho-1)y} - 1\} \dots \dots \dots (64)$$

$$J = \int_0^y I dy = I_0 \rho \int_0^y e^{-\delta(1-\rho)} dy = I_0 \frac{\rho}{c I_0 (1-\rho)} \{e^{-\delta(1-\rho)y} - 1\} = \frac{\rho}{c(1-\rho)} \{1 - e^{-\delta(1-\rho)y}\} \dots \dots \dots (65)$$

$$G = I_0 \int_0^y dy - \int_0^y I dy = I_0 y - J = I_0 y - \frac{\rho}{c(1-\rho)} \{1 - e^{-\delta(1-\rho)y}\} \dots \dots \dots (66)$$

(4) 濾過公式中の記號及單位

- λ : 阻止率 (cm⁻¹), λ_0 : 初期阻止率 (cm⁻¹), c : 阻止率増加係数 (cm²), y : 濾過時間 (day)
- z : 砂層の深さ (cm) n_0 : 原水の單位体積中に含まれる濾過微粒子数 (數*/cm³), v : 濾速 (cm/day)
- I : 深さ z に於ける單位面積の砂層を單位時間内に通過する微粒子数 (數/cm²/day)
- I_0 : 砂層表面の單位面積を單位時間内に通過する微粒子数 (數/cm²/day)
- J : 深さ z に於ける單位面積の砂層を y 時間内に通過する微粒子数 (數/cm²/y)
- J_0 : 砂層表面の單位面積を y 時間内に通過する微粒子数 (數/cm²/y)
- N : 深さ z に於ける單位体積の砂層中に單位時間内に阻止蓄積される微粒子数 (數/cm³/day)
- S : 深さ z に於ける單位体積の砂層中に y 時間内に阻止蓄積される微粒子数 (數/cm³/y)
- G : 砂層の表面より深さ z に至る間の單位水平断面面積を有する砂筒中に y 時間内に蓄積する微粒子数 (數/cm³/y)
- ρ : 阻止確率 (第 1 節参照), $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, m$: 常數, b, λ_f : 常數 (λ の或特別なる値)
- $\rho = e^{-\lambda_0 z} \dots \dots (47')$, $\delta = c I_0 y \dots \dots (48')$

第 3 章 濾過算式の使用例

本章に於ては下記

表-1. 濾過算式一覽

種類	(I)	(II)	(III)	
項目				
各濾過算式の使用例を二三擧げんとす。	λ	$\lambda = \text{const.} = \lambda_0$	$\lambda = \lambda_0 + \lambda_0 \delta \rho$	$\lambda = \lambda_0 e^{\delta \rho}$
即ち λ_0, c, n_0, v 等の値を知り、種々の y, z に於け λ, I, J, S, G, N 等を表-1 の如く 3 通りの濾過公式により求むべし。	I	$I = I_0 e^{-\lambda_0 z} = I_0 \rho$	$I = I_0 \rho - I_0 \delta (1-\rho) \rho$	$I = I_0 \rho e^{-\delta(1-\rho)}$
	J	$J = I_0 y e^{-\lambda_0 z} = I_0 y \rho$	$J = \left\{ I_0 \rho - \frac{1}{2} I_0 \delta (1-\rho) \rho \right\} y$	—
	S	$S = I_0 \lambda_0 y e^{-\lambda_0 z} = I_0 \lambda_0 y \rho$	$S = I_0 \lambda_0 y \left\{ 1 - (1-2\rho) \frac{\delta}{2} \right\} \rho$	$S = \frac{\lambda_0 \rho}{c(2\rho-1)} \{e^{\delta(2\rho-1)y} - 1\}$
	G	$G = I_0 y (1-\rho)$	$G = I_0 y (1-\rho) \left(1 + \frac{\delta}{2} \rho \right)$	—
	N	—	—	$N = I_0 \lambda_0 \rho e^{\delta(2\rho-1)}$

第 1 例

白陶土濾過実験の一例をとって

表-2. 計算に必要な諸數値

各公式の計算を行へり。計算に必要な諸數値は表-2. の如し。

$\lambda_0 = 0.30, c = 0.002 \times 10^{-9}, n_0 = 8 \times 10^6 \text{ 個/cc}, v = 1000 \text{ cm/day},$ $\therefore I_0 = n_0 v = 8000 \times 10^6 \text{ 個/cm}^2/\text{day}$ $\rho = e^{-\lambda_0 z} = e^{-0.3z}, \delta = c I_0 y = 0.002 \times 10^{-9} \times 8000 \times 10^6 y = 16 \times 10^{-3}$ 又 $z = 0; 0.1; 0.2; 1; 2; 5; 10$ 各 cm $y = 0.1; 0.2; 0.5; 1; 2; 10; 20; 30; 40$ 各 day

倘ほ使用濾砂平均径は $D = 417 \mu$ なり。

* 式中の「數」の單位は個數なり。但し計算の便宜上百萬單位 (mu) を用ひたることあり。

備考: $n_0 = 8 \times 10^6$ 個/cc に相當する濁度の標準は略々 90 度なり。因に

n_0 と濁度標準との關係を表-2 の値より推定せば表-3 の如し。

こゝに $n_0 = 0.04 \times 10^6$ 個/cc は試験濾池に於ける平均微石數に當れり。

濾速が本實驗に示せる 1 000 cm/day よりも緩き時は $I_0 = 8 000 \times 10^6$ ならしむるには一層濁度の強き原水を送るを要す。即 表-4 の如し。

表-3.

$n_0(10^6 \text{ 個/cc})$	10	8	4	0.4	0.04
濁度標準	110	90	45	4.5	0.45

表-4.

$v(\text{cm/d})$	300	500	800	1 000
$n_0(10^6 \text{ 個/cc})$	26.7	16	10	8
濁度標準	270	170	110	90

$$(I) \left[\begin{array}{l} (i) \quad \lambda = \text{const.} = \lambda_0 \\ (ii) \quad I = I_0 e^{-\lambda_0 z} \\ (iii) \quad J = I_0 y e^{-\lambda_0 z} \\ (iv) \quad S = I_0 \lambda_0 y e^{-\lambda_0 z} \\ (v) \quad G = I_0 y (1 - \rho) \end{array} \right]$$

(i) $\lambda = \lambda_0 = 0.3$

(ii) $I = I_0 e^{-\lambda_0 z} = 8 000 \times 10^6 e^{-0.3z} = 8 000 \times 10^6 \rho \quad (\because \lambda_0 = 0.3; I_0 = 8 000 \times 10^6; \rho = e^{-0.3z})$

即ち種々の z に於ける ρ 及 I の値は表-5 の如し (図-5 参照)。

表-5.

z	0	0.1	0.2	1	2	5	10	20	30
ρ	1.0	0.968	0.940	0.740	0.549	0.223	0.059	0.0025	0.00012
$I \times (10^6)$	8 000	7 744	7 520	5 920	4 392	1 784	400	20	1

(iii) $J = I_0 y e^{-\lambda_0 z} = 8 000 \times 10^6 y e^{-0.3z} \quad (\because \rho = e^{-\lambda_0 z} = e^{-0.3z}, I_0 = 8 000 \times 10^6)$

即ち種々の z 及 y に於ける J の値は表-6 の如し (図-7 参照)。

表-6. J の値 (單位 10^6)

$y(\text{day}) \backslash z(\text{cm})$	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40
0	800	1 600	4 000	8 000	16 000	80 000	160 000	240 000	320 000
0.1	774	1 549	3 872	7 744	15 488	77 400	154 880	232 320	309 760
0.2	752	1 504	3 760	7 520	15 040	75 200	150 400	225 600	300 800
1	592	1 184	2 960	5 920	11 840	59 200	118 400	177 600	236 800
2	439	878	2 196	4 392	8 784	43 920	87 840	131 760	175 680
5	178	357	892	1 784	3 568	17 840	35 680	53 520	71 360
10	40	80	200	400	800	4 000	8 000	12 000	16 000

(iv) $S = I_0 \lambda_0 y e^{-\lambda_0 z} = 2 400 \times 10^6 e^{-0.3z} y \quad (\because I_0 = 8 000 \times 10^6; \lambda_0 = 0.3)$

即ち種々の z 及 y に於ける S の値は表-7 の如し (図-8 参照)。

表-7. S の値 (單位 10^6)

$y(\text{day}) \backslash z(\text{cm})$	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40
0	240	480	1 200	2 400	4 800	24 000	48 000	72 000	96 000
0.1	232	465	1 162	2 323	4 646	23 230	46 460	69 690	92 920
0.2	226	451	1 128	2 256	4 512	22 560	45 120	67 680	90 240
1	178	355	888	1 775	3 550	17 750	35 500	53 250	71 000
2	143	285	713	1 426	2 852	14 260	28 520	42 780	57 040
5	54	107	268	535	1 070	5 350	10 700	16 050	21 400
10	12	24	60	120	240	1 200	2 400	3 600	4 800

(v) $G = I_0 y(1-\rho) = I_0 y - I_0 y \rho = 8000 \times 10^6 y - J$ ($\because I_0 = 8000 \times 10^6$; $J = I_0 y e^{-\lambda_0 z} = I_0 y \rho \dots$ (iii) 参照)
 即ち種々の z 及 y に於ける G の値は 表-8 の如し (図-9 参照)。

表-8. G の値 (単位 10^6)

$y(\text{day})$ $z(\text{cm})$	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	26	51	128	256	512	260	5120	7680	10240
0.2	48	96	240	480	960	4800	9600	14400	19200
1	208	416	1040	2080	4160	20800	41600	62400	83200
2	361	722	1804	3608	7216	36080	72160	108240	144320
5	622	1243	3108	6216	12432	62160	124320	186480	248640
10	760	1520	3800	7600	15200	76000	152000	228000	304000

(II)
$$\left[\begin{array}{l} \text{(i)} \quad \lambda = \lambda_0 + \lambda_0 \delta \rho \\ \text{(ii)} \quad I = I_0 \rho - I_0 \delta (1-\rho) \rho \\ \text{(iii)} \quad J = \left\{ I_0 \rho - \frac{1}{2} I_0 \delta (1-\rho) \rho \right\} y \\ \text{(iv)} \quad N = I_0 \lambda_0 y \left\{ 1 - (1-2\rho) \frac{\delta}{2} \right\} \rho \\ \text{(v)} \quad G = I_0 y (1-\rho) \left(1 + \frac{\delta}{2} \rho \right) \end{array} \right]$$

(i) $\lambda = \lambda_0 + \lambda_0 \delta \rho = 0.3 + 0.3 \times 16 \times 10^{-3} y \times e^{-0.3z} = 0.3 + 4.8 \times 10^{-3} y e^{-0.3z}$ ($\because \lambda_0 = 0.3$; $\delta = 16 \times 10^{-3} y$; $\rho = e^{-0.3z}$)

即ち種々の z 及 y に於ける λ の値は 表-9 の如し (図-4 参照)。

表-9. λ の値

$y(\text{day})$ $z(\text{cm})$	0	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40
0	0.3	0.30048	0.30096	0.3024	0.3048	0.3096	0.348	0.396	0.444	0.492
0.1	0.3	0.30047	0.30093	0.3023	0.3047	0.3093	0.347	0.393	0.440	0.486
0.2	0.3	0.30045	0.30090	0.3022	0.3045	0.3090	0.345	0.390	0.435	0.480
1	0.3	0.30086	0.30071	0.3018	0.3036	0.3071	0.336	0.371	0.407	0.442
2	0.3	0.30026	0.30053	0.3013	0.3026	0.3053	0.326	0.353	0.392	0.406
5	0.3	0.30011	0.30021	0.3005	0.3011	0.3021	0.311	0.321	0.332	0.342
10	0.3	0.30002	0.30005	0.3001	0.3002	0.3005	0.302	0.305	0.307	0.310
30	0.3	0.3000006	0.300001	0.300003	0.300006	0.30001	0.30006	0.3001	0.3002	
60	0.3	$0.3 + (0.7 \times 10^{-2})$	$0.3 + (1.4 \times 10^{-12})$	$0.3 + (3.6 \times 10^{-12})$	$0.3 + (7.2 \times 10^{-12})$	$0.3 + (14.4 \times 10^{-12})$	$0.3 + (72 \times 10^{-12})$	$0.3 + (144 \times 10^{-12})$	$0.3 + (216 \times 10^{-12})$	

(ii) $I = I_0 \rho - I_0 \delta (1-\rho) \rho = 8000 \times 10^6 \rho - 8000 \times 10^6 \times 16 \times 10^{-3} y (1-\rho) \rho = 8000 \times 10^6 e^{-0.3z} - 128 \times 10^6 y (1 - e^{-0.3z}) \times e^{-0.3z}$ ($\because I_0 = 8000 \times 10^6$; $\delta = 16 \times 10^{-3} y$; $\rho = e^{-0.3z}$)

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は 表-10 の如し (図-5, 6 参照)。

図-3. θ と z との関係

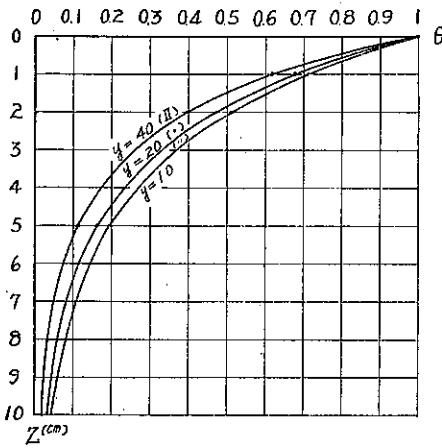


図-4. λ と z との関係

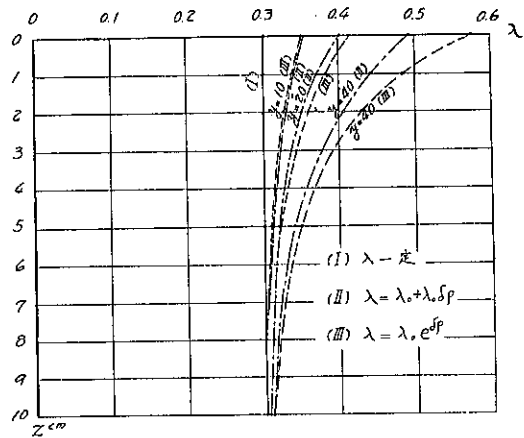


図-5. I と z との関係

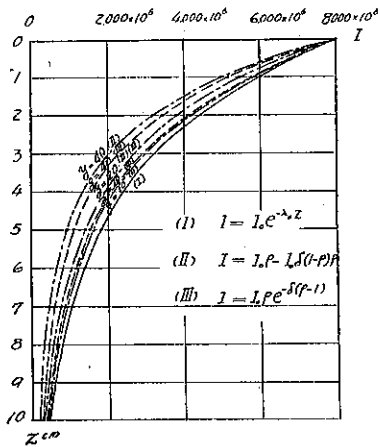


図-6. I と ρ との関係

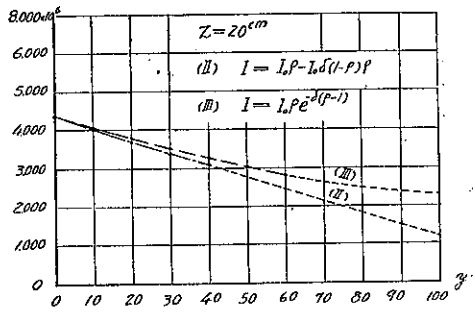


図-7. J と z との関係

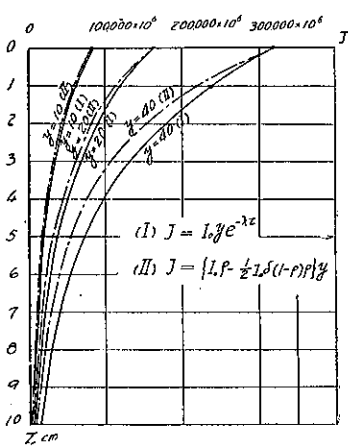
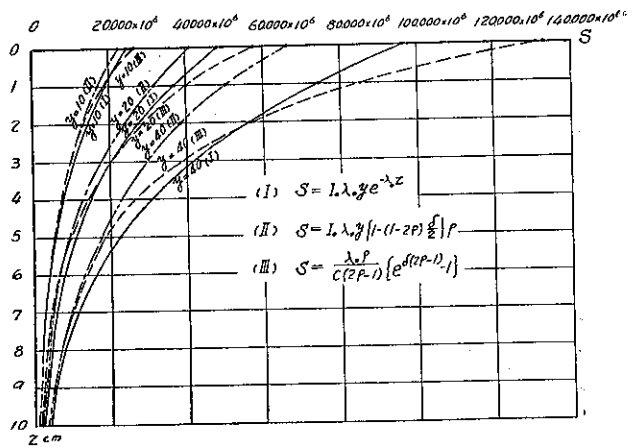


図-8. S と z との関係



$$(iii) J = \left\{ I_0 \rho - \frac{1}{2} I_0 \delta (1 - \rho) \right\} y = \left\{ I_0 \rho - \frac{1}{2} \times 8000 \times 10^6 \times 16 \times 10^{-3} y (1 - \rho) \right\} y$$

$$= \{ 8000 \times 10^6 e^{-0.3z} - 64 \times 10^6 y (1 - e^{-0.3z}) e^{-0.3z} \} y$$

即ち種々の z 及 y に於ける J の値は表-13 の如し (図-7 参照)。

表-13. J の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40
0	0	800	1 600	4 000	8 000	16 000	80 000	160 000	240 000	320 000
0.1	0	776	1 552	3 880	7 758	15 572	77 410	154 460	231 120	307 440
0.2	0	752	1 504	3 759	7 516	15 026	74 840	148 960	222 360	295 080
1	0	592	1 183	2 957	5 908	11 790	57 970	113 480	168 530	217 120
2	0	440	879	2 196	4 384	8 736	42 410	81 660	117 720	150 600
5	0	176	352	877	1 749	3 476	16 500	30 800	42 900	52 800
10	0	40	80	199	397	788	3 690	6 780	9 240	11 080
30	0	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	

$$(iv) S = I_0 \lambda_0 y \left\{ 1 - (1 - 2\rho) \frac{\delta}{2} \right\} \rho = I_0 \lambda_0 y \left\{ 1 - (1 - 2\rho) \frac{16 \times 10^{-3}}{2} y \right\} \rho$$

$$= 8000 \times 10^6 \times 0.3 \{ 1 - (1 - 2\rho) 8 \times 10^{-3} y \} \rho y = \{ 2400 \times 10^6 - 19.2 \times 10^6 (1 - 2e^{-0.3z}) y \} e^{-0.3z} y$$

即ち種々の z 及 y に於ける S の値は表-14 の如し (図-8 参照)。

表-14. S の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40	50	60
0	0	240	479	1 195	2 381	4 724	2 080	40 320	54 720	65 280	72 000	74 800
0.1	0	232	464	1 157	2 306	4 576	21 490	39 500	54 030	65 080	72 650	76 740
0.2	0	225	451	1 124	2 240	4 448	20 970	38 760	53 400	64 840	73 100	78 180
1	0	177	355	883	1 768	3 522	17 070	32 780	47 100	60 080	71 700	81 960
2	0	143	285	713	1 425	2 848	14 160	28 100	41 850	55 400	68 700	81 840
5	0	54	107	267	533	1 060	5 110	9 760	13 920	17 600	20 800	23 580
10	0	12	24	60	119	236	1 110	2 060	2 820	3 440	3 850	4 080
20	0	0.3	1	2	3	6	25	40	60	40	50	60
30	0	0.1	0.2	1	1	2	10	20	30	40	50	60

$$(v) G = I_0 y (1 - \rho) \left(1 + \frac{\delta}{2} \rho \right) = 8000 \times 10^6 y (1 - e^{-0.3z}) (1 + 8 \times 10^{-3} y e^{-0.3z})$$

即ち種々の z 及 y に於ける G の値は表-15 の如し (図-9 参照)。

表-15. G の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0	1	10	20	30	40	50	60
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0	280	2 760	5 920	9 450	13 360	17 750	18 750
0.2	0	484	5 160	11 040	17 640	24 920	33 000	34 850
1	0	2 092	22 030	46 520	73 530	102 920	134 800	140 600

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0	1	10	20	30	40	50	60
2	0	3 624	37 660	78 500	122 500	169 680	220 000	227 900
5	0	6 227	63 100	128 460	196 440	266 360	338 450	343 200
10	0	7 603	76 300	153 220	230 730	308 880	387 600	389 100
20	0	7 981	79 820	159 660	239 550	319 480	399 400	399 500
30	0	8 000	80 010					

(III)
$$\left[\begin{array}{l} \text{(i)} \quad \lambda = \lambda_0 e^{\delta \rho} \\ \text{(ii)} \quad I = I_0 \rho e^{-\delta(\rho-1)} \\ \text{(iii)} \quad S = \frac{\lambda_0 \rho}{c(2\rho-1)} \{e^{\delta(2\rho-1)} - 1\} \\ \text{(iv)} \quad N = I_0 \lambda_0 \rho e^{\delta(2\rho-1)} \end{array} \right]$$

(i) $\lambda = \lambda_0 e^{\delta \rho} = 0.3 e^{0.016y e^{-0.3z}}$

即ち種々の z 及 y に於ける λ の値は 表-16 の如し (図-4 参照)。

表-16. λ の値

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	0.5	1	10	20	30	40
0	0.300	0.302	0.305	0.352	0.413	0.485	0.569
0.1	0.300	0.302	0.305	0.350	0.410	0.478	0.557
0.2	0.300	0.302	0.305	0.349	0.405	0.471	0.547
1	0.300	0.302	0.303	0.337	0.380	0.428	0.482
2	0.300	0.301	0.302	0.327	0.358	0.390	0.426
5	0.300	0.301	0.301	0.311	0.322	0.334	0.346
10	0.300	0.300	0.300	0.302	0.305	0.307	0.310

(ii) $I = I_0 \rho e^{-\delta(\rho-1)} = 8000 \times 10^6 \times e^{-0.3z} \times e^{-0.016y(e^{-0.3z}-1)} = 8000 \times 10^6 e^{-0.3z-0.016y(e^{-0.3z}-1)}$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は 表-17 の如し (図-5, 6 参照)。

表-17. I の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0	0.1	0.2	0.5	1	2	10	20	30	40	50	60
0	0	8 000	8 000	8 000	8 000	8 000	8 000	8 000	8 00	8 000	8 000	8 000
0.1	0	7 744	7 743	7 742	7 740	7 736	7 705	7 665	7 626	7 587	7 548	7 510
0.2	0	7 519	7 519	7 516	7 513	7 506	7 448	7 377	7 307	7 237	7 168	7 099
1	0	5 917	5 915	5 908	5 895	5 871	5 679	5 447	5 225	5 012	4 808	4 612
2	0	4 388	4 386	4 376	4 360	4 329	4 086	3 802	3 537	3 291	3 062	2 849
5	0	1 781	1 780	1 773	1 762	1 740	1 575	1 391	1 229	1 085	958	846
10	0	399	399	397	394	388	344	295	254	218	187	161
20	0	20	20	20	20	19	17	15	12	11	9	8
30	0	1	1	1	0.9	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.4

(iii) $S = \frac{\lambda_0 \rho}{c(2\rho-1)} \{e^{\delta(2\rho-1)} - 1\} = \frac{0.3e^{-0.3z}}{0.002 \times 10^{-9}(2e^{-0.3z}-1)} \{e^{0.016y(2e^{-0.3z}-1)} - 1\}$

即ち種々の z 及 y に於ける S の値は 表-18 の如し (図-8 参照)。

表-18. S の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	1	10	20	40
0	150	2 400	26 100	56 550	134 550
0.1	155	2 327	25 131	55 380	128 450
0.2	160	2 243	24 195	52 395	121 740
1	231	1 850	18 500	38 620	83 482
2	672	1 681	13 445	27 730	55 459
5	121	543	5 132	9 781	17 933
10	17	33	1 117	2 083	3 650

$$(iv) N = I_0 \lambda_0 \rho e^{0.016y(2e^{-0.3z}-1)} = 2 400 \times 10^6 \times 0.3 e^{0.016y(2e^{-0.3z}-1)}$$

即ち種々の z 及 y に於ける N の値は 表-19 の如し (図-10 参照)。

表-19. N の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	0.5	1	10	20	30	40
0	2 404	2 419	2 439	2 816	3 305	3 879	4 522
0.1	2 327	2 341	2 358	2 699	3 136	3 640	4 229
0.2	2 259	2 272	2 288	2 598	2 991	3 440	3 961
1	1 777	1 783	1 790	1 919	2 072	2 235	2 414
	1 318	1 319	1 320	1 339	1 359	1 381	1 403
5	536	538	540	585	639	698	763
10	120	121	122	139	160	185	213

第 2 例

本例は濾過微粒子の大きさ (d) の極めて小なる場合、即ち λ_0 の極めて小なる場合にして、 λ_0, c, n_0, v 等と與へ糞に得たる 3 種の公式によりて種々の z 及 y に於ける I の値を出せるものなり。與へたる數値は次の如し。

表-20. I の計算に必要な諸數値 (其の 1)

$\lambda_0 = 0.08; 0.04$
$c = 0.0005 \times 10^{-9}; 0.002 \times 10^{-9}; 0.0005 \times 10^{-9}; 0.001 \times 10^{-9}; 0.002 \times 10^{-9}$
$n_0 = 10 \times 10^6 \text{ 個/cc}; 8 \times 10^6 \text{ 個/cc}$
$v = 1 000 \text{ cm/day}$
$z = 0; 0.1; 0.2; 1; 2; 5; 20; 30; 40; 50; 60 \text{ 各 cm}$
$y = 0; 0.1; 0.2; 0.5; 1; 2; 10; 20; 40; 50; 60 \text{ 各 day}$

$$(I) I = I_0 e^{-\lambda_0 z} = I_0 \rho$$

表-21. I の計算に必要な諸數値 (其の 2)

項目 \ No.	1)	2)	3)	4)
λ_0	0.08	0.08	0.04	0.04
n_0 (個/cc)	10×10^6	8×10^6	10×10^6	8×10^6
v (cm/day)	1 000	1 000	1 000	1 000
$I_0 = n_0 v$	$10 000 \times 10^6$	$8 000 \times 10^6$	$10 000 \times 10^6$	$8 000 \times 10^6$
ρ	$e^{-0.08z}$	$e^{-0.08z}$	$e^{-0.04z}$	$e^{-0.04z}$

1) $I = I_0 \rho = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.08z}$

3) $I = I_0 \rho = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.042z}$

2) $I = I_0 \rho = 8\,000 \times 10^6 e^{-0.08z}$

4) $I = I_0 \rho = 8\,000 \times 10^6 e^{-0.04z}$

即ち種々の z に於ける I の値は表-22 の如し (図-11 参照)。

表-22. I の値 (単位 10^6)

No. / z (cm)	1)	2)	3)	4)
0	10 000	8 000	10 000	8 000
0.1	9 920	7 936	9 960	7 968
0.2	9 840	7 872	9 920	7 936
1	9 230	7 384	9 610	7 688
2	8 520	6 816	9 230	7 384
5	6 710	5 368	8 190	6 552
10	4 500	3 600	6 700	5 360
20	2 020	1 616	4 490	3 592
30	910	728	3 010	2 408
40	410	328	2 020	1 616
50	180	144	1 350	1 080
60	80	64	910	728

(II) $I = I_0 \rho - I_0 \delta (1 - \rho) \rho$

表-23.

No. / 項目	1)	2)	3)	4)	5)
λ^0	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
c	0.0002×10^{-9}	0.0005×10^{-9}	0.001×10^{-9}	0.002×10^{-9}	0.005×10^{-9}
n_0 (個/cc)	10×10^6	10×10^6	10×10^6	10×10^6	10×10^6
y (cm/day)	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000
$I_0 = n_0 y$	$10\,000 \times 10^6$	$10\,000 \times 10^6$	$10\,000 \times 10^6$	$10\,000 \times 10^6$	$10\,000 \times 10^6$
$\rho = e^{-\lambda_0 z}$	$e^{-0.08z}$	$e^{-0.08z}$	$e^{-0.08z}$	$e^{-0.08z}$	$e^{-0.08z}$
$\delta = c I_0 y$	$2 \times 10^{-3} y$	$5 \times 10^{-3} y$	$10 \times 10^{-3} y$	$20 \times 10^{-3} y$	$50 \times 10^{-3} y$

1) $I = I_0 \rho - I_0 \delta (1 - \rho) \rho = I_0 \rho (1 - \delta - \delta \rho) = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.08z} (1 - 2 \times 10^{-3} y - 2 \times 10^{-3} y e^{-0.08z})$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は表-24 の如し (図-12~20 参照)。

表-24. I の値 (単位 10^6)

y (day) / z (cm)	0.1	1	10	20	30	40	50	60
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
0.1	920	9 920	9 918	9 917	9 915	9 914	9 912	9 910
0.2	9 840	9 840	9 837	9 834	9 830	9 827	9 824	9 821
1	9 230	9 229	9 216	9 202	9 187	9 173	9 159	9 145
2	8 520	9 517	8 495	8 470	8 445	8 420	8 395	8 370
5	6 710	9 706	6 666	6 622	6 577	6 533	6 489	6 445

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	1	10	20	30	40	50	60
10	4 500	4 495	4 450	4 401	4 351	4 302	4 252	4 202
20	2 020	2 017	1 988	1 956	1 920	1 891	1 859	1 827
30	910	908	893	877	860	844	827	810
40	410	409	402	394	387	379	371	363
50	180	180	176	173	169	166	162	158
60	80	80	78	77	75	74	72	70

2) $I = I_0 \rho - I_0 \delta (1 - \rho) \rho = I_0 \rho (1 - \delta - \delta \rho) = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.08z} (1 - 5 \times 10^{-3} y - 5 \times 10^{-3} y e^{-0.08z})$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は表-25 の如し (図-12~20 参照)。

表-25. I の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	1	10	20	30	40	50	60
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
0.1	9 920	9 920	9 916	9 912	9 908	9 904	9 900	9 896
0.2	9 840	9 839	9 832	9 824	9 816	9 808	9 800	9 792
1	9 230	9 226	9 194	9 159	9 123	9 088	9 052	9 017
2	8 520	8 514	8 457	8 395	8 332	8 270	8 207	8 145
5	6 709	6 699	6 599	6 489	6 378	6 268	6 157	6 047
10	4 499	4 488	4 376	4 252	4 123	4 004	3 880	3 756
20	2 019	2 012	1 937	1 859	1 778	1 698	1 617	1 537
30	910	906	868	827	785	744	702	661
40	410	408	390	371	351	332	312	293
50	180	179	171	162	153	144	135	126
60	80	80	76	72	68	64	60	56

3) $I = I_0 \rho - I_0 \delta (1 - \rho) \rho = I_0 \rho (1 - \delta - \delta \rho) = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.08z} (1 - 10 \times 10^{-3} y - 10 \times 10^{-3} y e^{-0.08z})$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は表-26 の如し (図-12~20 参照)。

表-26. I の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	1.0	1	10	20	30	40	50	60
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
0.1	9 920	9 919	9 912	9 904	9 896	9 888	9 880	9 872
0.2	9 840	9 838	9 824	9 808	9 792	9 776	9 760	9 744
1	9 229	9 223	9 159	9 088	9 017	8 946	8 875	8 804
2	8 519	8 507	8 395	8 270	8 145	8 020	7 895	7 770
5	6 708	6 687	6 485	6 260	6 035	5 810	5 585	5 360
10	4 497	4 475	4 252	4 008	3 756	3 508	3 260	3 012
20	2 018	2 004	1 859	1 698	1 537	1 376	1 215	1 054
30	909	902	827	744	661	578	495	412
40	410	406	371	332	293	254	215	176
50	180	178	162	144	126	108	90	72
60	80	79	72	64	56	48	40	32

図-9. G と z との関係

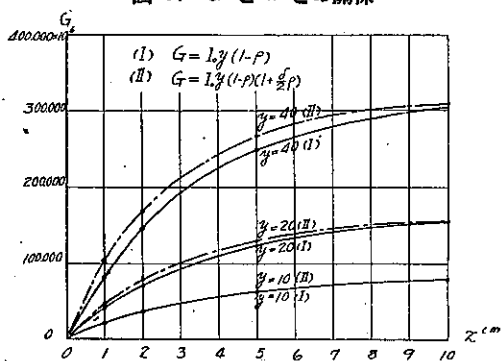


図-11. I と z との関係

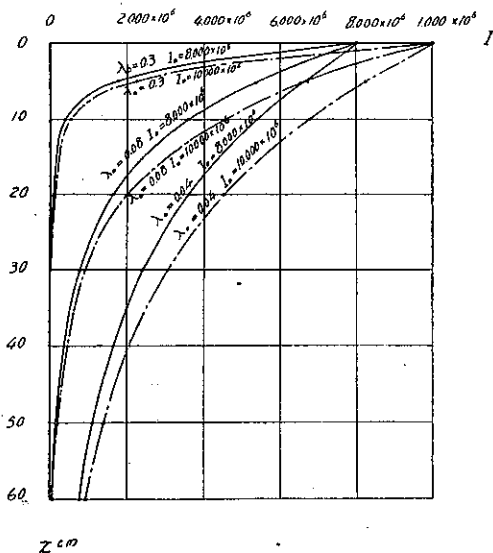


図-13. I と z との関係

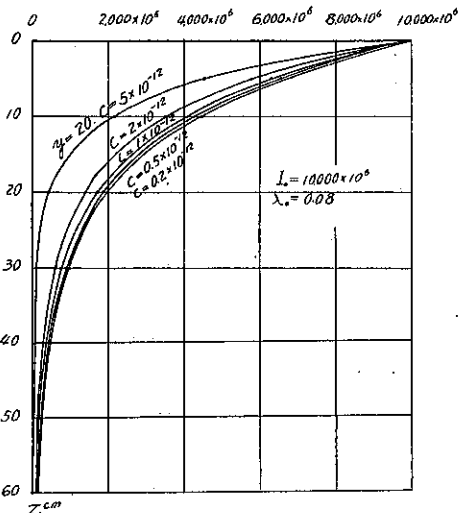


図-10. N と z との関係

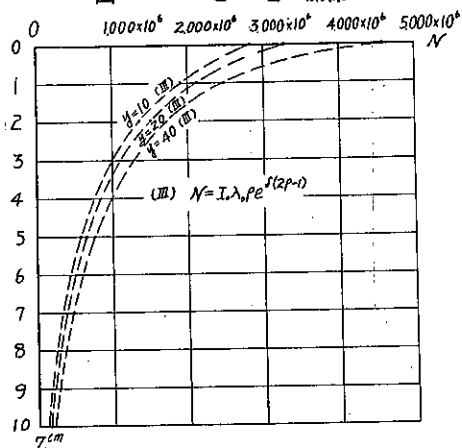


図-12. I と z との関係

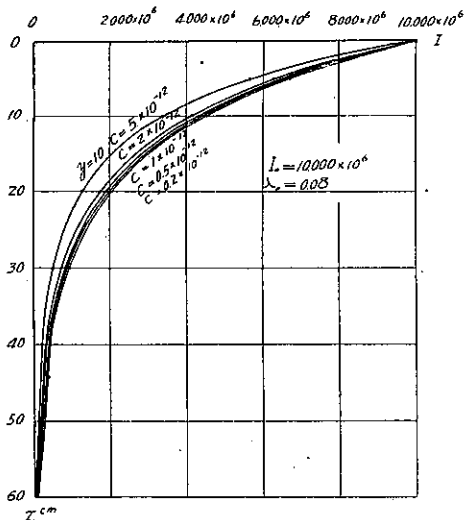
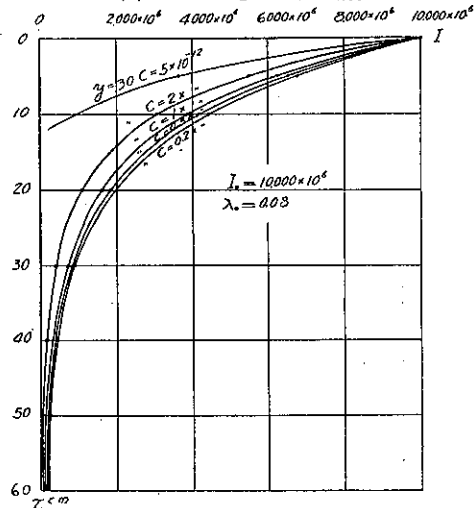


図-14. I と z との関係



$$4) I = I_0\rho - I_0\delta(1-\rho)\rho = I_0\rho(1-\delta-\delta\rho) = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.08z} (1 - 20 \times 10^{-3}y - 20 \times 10^{-3}ye^{-0.08z})$$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は表-27 の如し (図-12~20 参照)。

表-27. I の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	1	10	20	30	40	50	60
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
0.1	9 920	9 918	9 904	9 888	9 872	9 856	9 840	9 824
0.2	9 840	9 837	9 808	9 776	9 744	9 712	9 680	9 648
1	9 229	9 216	9 088	8 946	8 804	8 662	8 500	8 378
2	8 517	8 495	8 270	8 020	7 770	7 520	7 270	7 020
5	6 705	6 665	6 260	5 810	5 360	4 910	4 460	4 010
10	4 495	4 450	4 004	3 508	3 012	2 516	2 020	1 524
20	2 017	1 988	1 698	1 376	1 054	732	410	88
30	908	893	744	578	412	246	80	-86
40	409	402	332	254	176	98	20	-58
50	180	176	144	108	72	36	0	-36
60	80	78	64	48	32	16	0	-16

$$5) I = I_0\rho - I_0\delta(1-\rho)\rho = I_0\rho(1-\delta-\delta\rho) = 10\,000 \times 10^6 e^{-0.18z} (1 - 50 \times 10^{-3}y - 50 \times 10^{-3}ye^{-0.08z})$$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は表-28 の如し (図-12~20 参照)。

表-28. I の値 (単位 10^6)

$z(\text{cm}) \backslash y(\text{day})$	0.1	1	10	20	30	40	50	60
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
0.1	9 920	9 916	9 880	9 840	9 800	9 760	9 720	9 680
0.2	9 839	9 832	9 760	9 680	9 600	9 520	9 440	9 360
1	9 226	9 194	8 875	8 520	8 165	7 810	7 455	7 100
2	8 514	8 457	7 895	7 270	6 645	6 020	5 395	4 770
5	6 699	6 599	5 605	4 500	3 395	2 290	1 185	80
10	4 488	4 376	3 260	2 020	780	460	-1 700	-2 940
20	2 018	1 939	1 215	410	-395	-1 200	-2 005	-2 810
30	906	868	495	80	-335	-750	-1 165	-1 580
40	408	390	215	20	-185	-370	-565	-760
50	179	171	90	0	-90	-180	-270	-360
60	80	76	40	0	-40	-80	-120	-160

(III) $I = I_0\rho e^{-\delta(\rho-1)}$

λ_0	0.08	$I_0 = n_0 v$	$10\,000 \times 10^6$
c	0.0002×10^9	ρ	$e^{-0.08z}$
n_0 (個/cc)	10×10^6	$\delta = c I_0 y$	$2 \times 10^{-3} y$
v (cm/day)	1 000		

図-15. I と z との関係

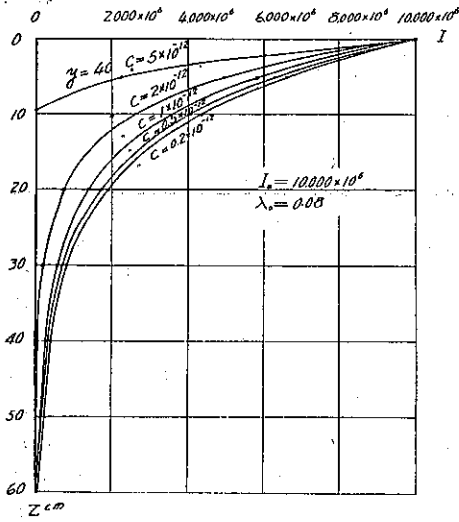


図-16. I と z との関係

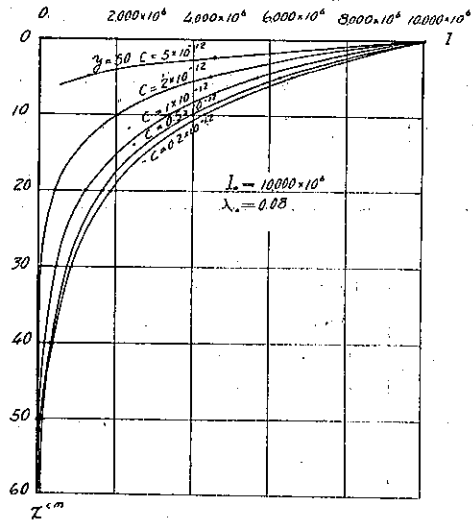


図-17. I と z との関係

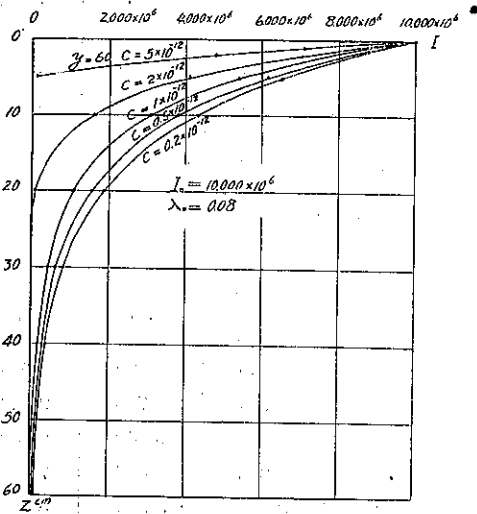


図-18. I と z との関係

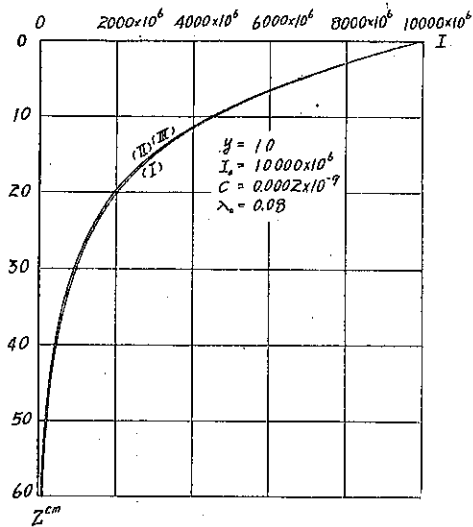


図-19. I と z との関係

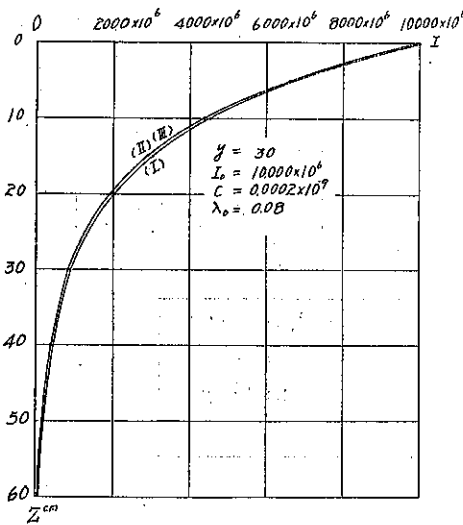
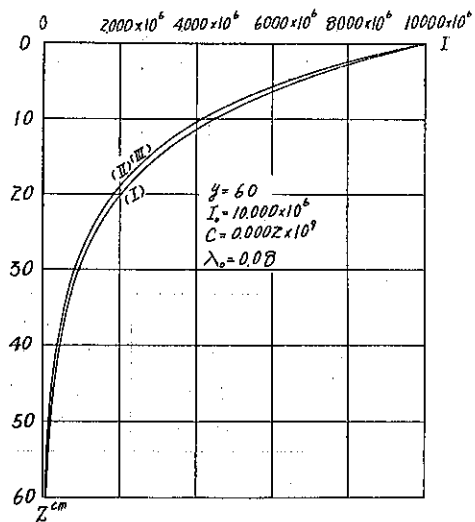


図-20. I と z との関係



$$I = I_0 \rho e^{-8(\rho-1)} = 10\,000 \times 10^8 e^{-0.08z} e^{-2 \times 10^{-8} y (e^{-0.08z} - 1)} = 10\,000 \times 10^8 e^{-0.8z - 2 \times 10^{-8} y (e^{-0.08z} - 1)}$$

即ち種々の z 及 y に於ける I の値は表-29 の如し (図-18~20 参照)

表-29. I の値 (単位 10^6)

y (day) z (cm)	0.1	1	10	20	30	40	50	60
0	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000
0.1	9 920	9 919	9 918	9 917	9 915	9 914	9 912	9 910
0.2	9 841	9 840	9 837	9 834	9 831	9 828	9 825	9 821
1	9 230	9 229	9 216	9 202	9 187	9 173	9 159	9 145
2	8 520	8 518	8 495	8 470	8 445	8 420	8 395	8 368
5	6 709	6 706	6 666	6 623	6 579	6 535	6 493	6 450
10	4 499	4 495	4 451	4 402	4 354	4 306	4 259	4 213
20	2 020	2 017	1 988	1 956	1 926	1 895	1 865	1 836
30	910	908	894	878	862	846	831	816
40	410	409	402	395	387	380	373	365
50	180	180	177	173	170	166	163	160
60	80	80	78	77	75	74	72	71

図-21

第4章 阻止率の實驗方法

第1節 實驗方法

(1) 實驗装置 濾床の作製、濾過の調整等は本誌第24巻第2號に掲載の分に準へり、一般の配置は図-21~24による。尙ほ最初は普通砂に對し図-22, 25, 26の如き試験濾池により實驗を施行せり。

(2) 供試材料、濾砂は單に篩分を行ひたるのみにて滅菌せず。篩分砂は之を再篩分を行ひて將來の更正に資す、原水或は未濾水は水道水に供試粉体又は微生物を混和してそれ等の浮遊する原水を作れり。

(3) 原水、未濾水の供試体の計量は檢水を一旦沈澱して之を

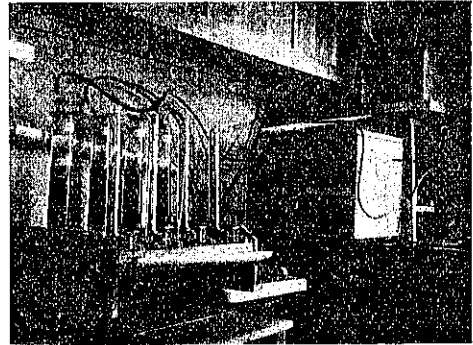


図-23. 試験濾池引出口節制機の一部

図-22. 試験濾池

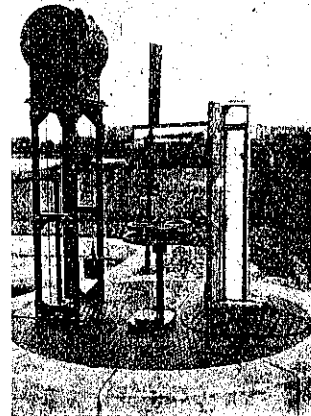
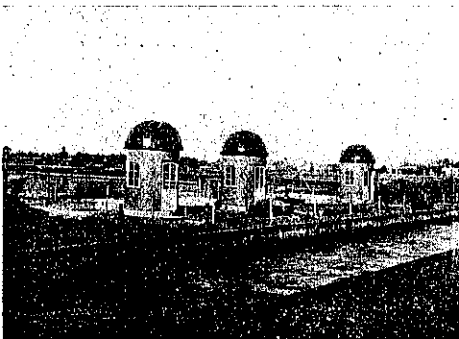


図-24

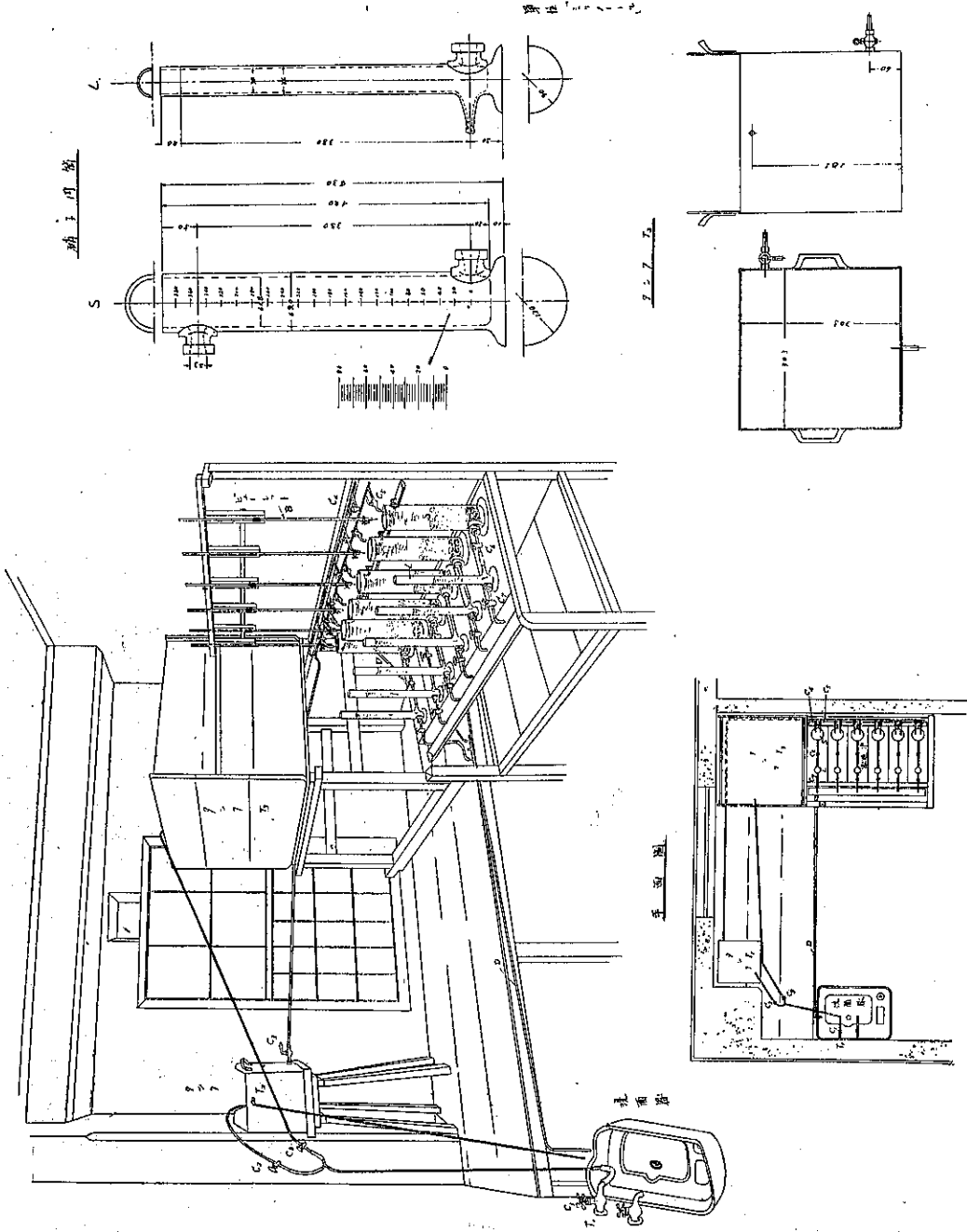
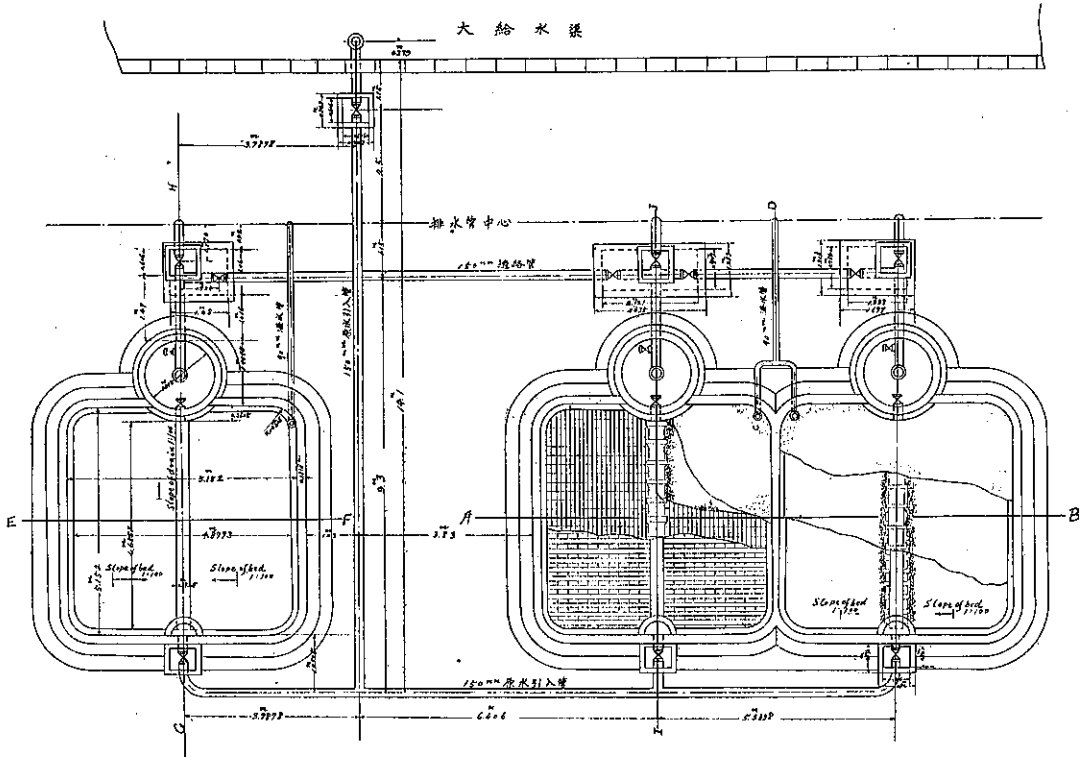


図-25. 試験濾池竣工図

平面図



断面図

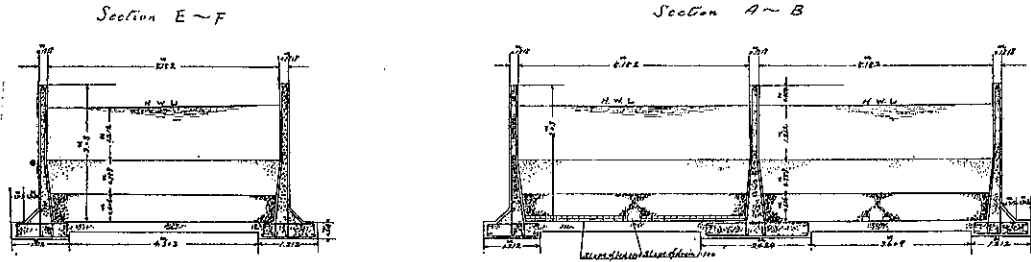
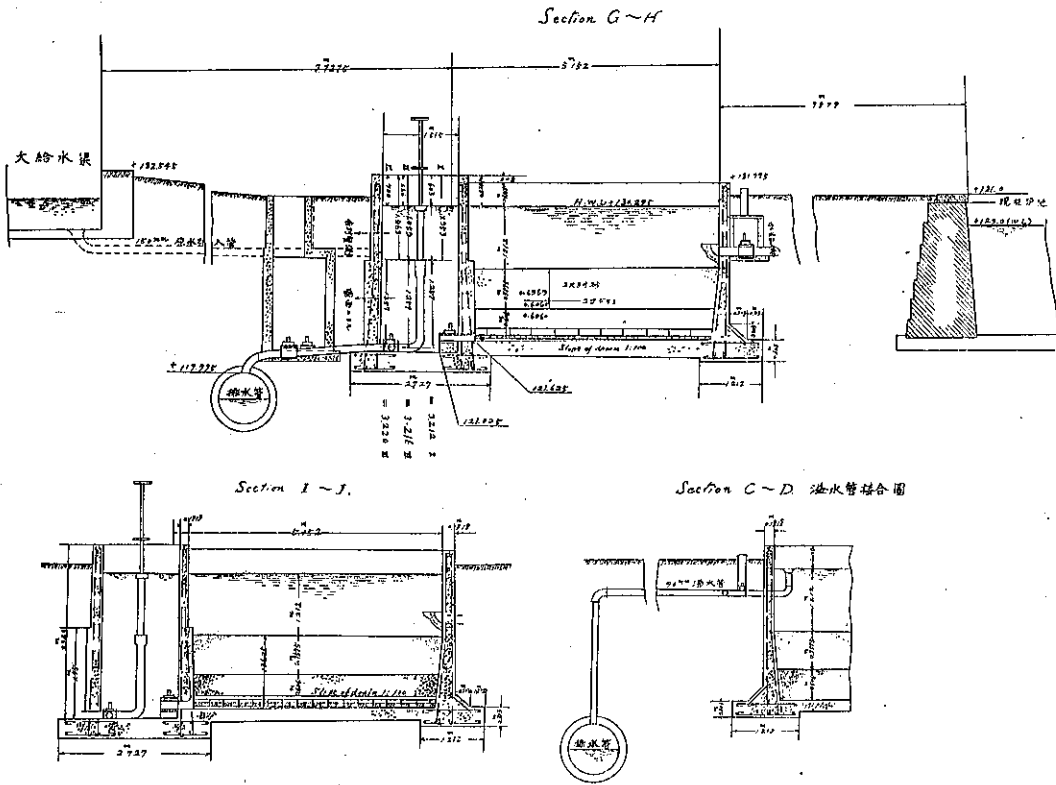
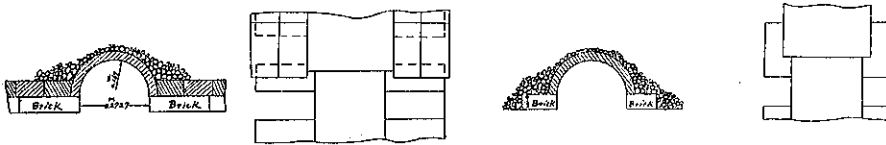


図-26. 試験濾池竣功図

縦断面図



集水渠詳細図



行へり。砂層内供試物数の測定は濾過完了干水後濾層採砂器を垂直に挿入して採砂しそれより試験採砂器により砂表層より種々の深さ (0.1, 1, 2, 3 …… 6 各 cm 等) に相當する層の砂を 0.1 cm³ 宛取り之を 10 cm の水道水にて稀釋して血球計を用ゐてその計數を測定したり。

第 2 節 阻止率を求むる式

次に第 2 章第 2 節 (3) の場合の阻止率を求めんとす。

甲 同じ濾層の同時期の $z_1, S_1; z_2, S_2$ より近似的にその濾層の S_0 及 λ を算出す。即ち

$$S_1 = S_0 e^{-\lambda z_1}, \quad S_2 = S_0 e^{-\lambda z_2}$$

によりて

$$\lambda = \frac{\log S_1 - \log S_2}{(z_2 - z_1) \log e} \dots\dots\dots (67)$$

$$\log S_0 = \log S_1 + \lambda_1 \log e \dots\dots\dots (67')$$

濾過により砂層内蓄積に伴つてある濾層の λ の増加する状態を明にする爲に $y=y_1, y_2 \dots$ に對する λ を求むるものとす。實驗の都合上相等しき濾層を 2 つ以上作り、その各々に就て上記によつて S_0, λ を求めたる時は之を用ひて例へば

$$\lambda_1 = \lambda_0 + cS_{01}, \quad \lambda_2 = \lambda_0 + cS_{02}$$

故に

$$c = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{S_{01} - S_{02}} \dots\dots\dots (68)$$

$$\lambda_0 = \frac{S_{01}\lambda_2 - S_{02}\lambda_1}{S_{01} - S_{02}} \dots\dots\dots (69)$$

若し n 組の S_{0i}, λ の値 (S_{01}, λ_1); (S_{02}, λ_2) \dots (S_{0n}, λ_n) を知る時は

$$S_{01}c + \lambda_0 = \lambda_1$$

$$S_{02}c + \lambda_0 = \lambda_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$S_{0n}c + \lambda_0 = \lambda_n$$

之より

$$[S_0^2]c + [S_0]\lambda_0 = [\lambda S_0] \quad [S_0]c + n\lambda_0 = [\lambda]$$

故に

$$c = \frac{n[\lambda S_0] - [S_0][\lambda]}{n[S_0^2] - [S_0]^2} \dots\dots\dots (70)$$

$$\lambda_0 = \frac{[S_0^2][\lambda] - [S_0][\lambda S_0]}{n[S_0^2] - [S_0]^2} \dots\dots\dots (71)$$

(乙)(甲)の方法は砂層内微粒子の分布量より見たる阻止率の實驗式なるも阻止率は又未濾水及濾水の中の微粒子量よりも之を求むるを得べし。本法は實驗に於ては用ひざりしも參考の爲揚ぐ。

n 及 n_0 を知り λ_0 及 c の算出

$$I = I_0 e^{-\lambda_0 z}$$

$$\lambda_0 = \frac{\log I_0 - \log I}{z \log e} = \frac{\log n_0 - \log n}{z \log e} \dots\dots\dots (72)$$

尙ほ濾過効率を ϵ とせば

$$\epsilon = \frac{n_0 - n}{n_0} = 1 - e^{-\lambda_0 z} = \lambda_0 z - \frac{(\lambda_0 z)^2}{2} + \frac{(\lambda_0 z)^3}{3}$$

(丙) $y=y_1, y_2$ なる時の S_0 をその測定値より推定して S_{01}, S_{02} とすれば

$$S_{01} = \lambda_0 I_0 y_1 \left(1 + \frac{c I_0 y_1}{2}\right), \quad S_{02} = \lambda_0 I_0 y_2 \left(1 + \frac{c I_0 y_2}{2}\right) \quad \therefore c = \frac{2(S_{02} y_1 - S_{01} y_2)}{I_0^2 (S_{01} y_2^2 - S_{02} y_1^2)} \dots\dots\dots (73)$$

次にある同じ z の値に對する (S, y) の 2 組の測定値を夫々 (S_1, y_1), (S_2, y_2) として

$$S_1 = I_0 \lambda_0 y_1 \left\{1 - (1-2\rho) \frac{c I_0 y_1}{2}\right\} \rho, \quad S_2 = I_0 \lambda_0 y_2 \left\{1 - (1-2\rho) \frac{c I_0 y_2}{2}\right\} \rho$$

より

$$(2\rho - 1) \frac{c I_0}{2} (S_1 y_2^2 - S_2 y_1^2) = S_2 y_1 - S_1 y_2, \quad \rho = \frac{S_2 y_1 - S_1 y_2}{c I_0 (S_1 y_2^2 - S_2 y_1^2)} + \frac{1}{2}$$

$$\lambda_0 = -\frac{1}{z} \log \left\{ \frac{S_2 y_1 - S_1 y_2}{c I_0 (S_1 y_2^2 - S_2 y_1^2)} + \frac{1}{2} \right\} \dots\dots\dots (74)$$

實驗公式中の記號

- S_0 : 砂表層微粒子分布数 (数/cm³/y) n : 濾水 1 cc 中の微粒子数 (数/cm³)
- λ_0 : 初期阻止率即 $y=0, S=0$ の時の阻止率 (cm⁻¹) $I_0 = n_0 v$
- c : 阻止率増加数 (cm²) J : 濾過時間 y 日の間に単位面積 (cm²) の砂層底面を通過し濾水に出現する微粒子数 (数/cm³/y)
- n : 試験回数
- n_0 : 未濾水 1 cc 中の微粒子数 (数/cm³) $\rho = e^{-\lambda_0 y}, \quad \delta = c I_0 y$

第 3 節 阻止率と濾速及濾砂の径との関係式

本稿の主体をなせる阻止率 (λ) は篩の場合に於ける阻止の確率と類似の性質を有す。阻止率大なる程濾過効率も良好なり。即ち阻止率の大小を以て細菌除去の効率を云ふべきなり。

阻止率 λ は濾過経過と共に増加するものにして又初期阻止率 λ_0 と濾速及濾砂の径等との関係式は次の如くにして求め得べし。

(1) 阻止率と濾速との関係式 実験結果より見らるゝ如く、 λ_0 は濾速と反比例的なり、故に

$$\lambda_0 = \frac{k'}{v^\mu} \dots\dots\dots (75)$$

の如き形を取る。

(2) 阻止率と濾砂の径 (及濾過微粒子の大きさ) との関係式 阻止率は濾砂径 D 及濾過微粒子の大きさ d と関係あり。砂粒及濾過微粒子を球状と假定せば、砂層の間隙を通過し得る最大微粒子の大きさ d_{max} は、

$$d_{max} = \eta(\phi + \alpha)D \dots\dots\dots (a)$$

の如くに表し得べし。こゝに ϕ は濾砂の空隙率にして、 η と α とは濾層間隙の配列等によりて定まる常数なり。 D 一定なる場合には d が d_{max} に等しきか又は之よりも大なるときは λ は無限大となり、 d が d_{max} よりも小なるときは、 d の小となるに従ひ λ_0 も亦小となるべし。されど或砂層を通過せしむる以上、 d の最小なる場合にも、その微粒子の若干は砂層内に阻止せらるゝを以て、其の際の λ は λ_{min} 或は λ_i となるべし。

今
$$\lambda_0 = \frac{k''}{\{\eta(\phi + \alpha)D - d\}^\beta} \dots\dots\dots (b)$$

と假定せば、 $d=0$ のときは

$$\lambda_i = \frac{k''}{\{\eta(\phi + \alpha)D\}^\beta} \dots\dots\dots (c)$$

$$\therefore k'' = \lambda_i \{\eta(\phi + \alpha)D\}^\beta, \quad \lambda_0 = \lambda_i \left\{ \frac{\eta(\phi + \alpha)D}{\eta(\phi + \alpha)D - d} \right\}^\beta = \lambda_i \frac{1}{\left\{ 1 - \frac{1}{\eta(\phi + \alpha)} \frac{d}{D} \right\}^\beta}$$

$$\therefore \lambda_0 = \lambda_i \left\{ 1 - \frac{1}{\eta(\phi + \alpha)} \frac{d}{D} \right\}^{-\beta} \dots\dots\dots (d)$$

略して
$$\lambda_0 = \lambda_i \left(1 + \alpha \frac{d}{D} \right) \dots\dots\dots (e)$$

$$\lambda_0 = \lambda_i \left(1 + \frac{k}{D} \right) \dots\dots\dots (f)$$

(3) 阻止率と濾速及濾砂の径との関係式 阻止率と濾速との関係及阻止率と濾砂径との関係を上の如くにして知るときは、阻止率と濾速及濾砂の径との関係を示す綜合関係式を求め得べし、其の関係式の一般形は次の如し。

$$\lambda_0 = \frac{k}{v^m} \left\{ 1 - \frac{1}{\eta(\phi + \alpha)} \frac{d}{D} \right\}^{-\beta} \dots\dots\dots (76)$$

又は
$$\lambda_0 = \frac{k}{v^m} \left\{ 1 + \frac{\beta d}{\eta(\phi + \alpha)D} \right\} \dots\dots\dots (77)$$

或は省略して

$$\lambda_0 = \frac{k}{v^m} \left(1 + \frac{\alpha\beta}{D} \right) \dots\dots\dots(78)$$

今前述の如く d の最小値に對する λ_0 の値を λ_i とし、それと v との關係式を求め、次に此の關係式を用ゐて更に λ_0 と v 及 D との上記關係式を得べし。

尙ほ阻止率増加係數 c と D 及 v との關係式も一応同様に求めたり。

(第 5 章以下は次號登載豫定)