

論 說 報 告

第 23 卷 第 8 號 昭和 12 年 8 月

フィーレンディール構橋の實用計算法に就て

會員 工学博士 鷹 部 屋 福 平*

On Practical Calculation Method of Vierendeel Trusses

By Hukuhei Takabeya, Dr. Eng., Member.

要 旨

本文はフィーレンディール構橋の各種型式に對して著者が命名せる X-分配法の基本式と図上計算により規則的に之を解き得る事を例題を以つて示し、且つ曲弦構は平行弦構より材料の點に於て經濟的なるのみならず外觀上よりも優越性を有することを述べたものである。

今フィーレンディール構橋を實用目的の上より次の 4 種に分けて考へて見る。

- (1) 平行弦型, (2) 中央部平行弦型, (3) 曲弦型, (4) 拋物線型。

此の中、平行弦型に對しては、吾々がラーメンに於て用ひ慣れたる假定

- (a) 部材と部材とは其の接合點に於て完全に剛結せらる。
- (b) 直接応力による部材の変長は考へない。
- (c) 剪断応力による変形は零である。

等により機械的の作表法又は撓角分配法により撓角撓度を変數にとりて簡明に之を解くことが出来る。

又、其他の 3 型に對しても筆者が命名せる X-分配法により次に述ぶる如き基本式と図上計算により規則的に之を解くことが出来る。

1. 準備計算

剛節構造の問題を解くに際して、その多くの解法が必要とするが如く、本法に於ても各構材の断面 2 次率 (J) を其の構材長 (S) にて除したる剛率値 (K) を必要とする。

今圖-2. に示す如く格點番號を左より附するものとし、相對する上下兩弦材の K は等値なる如き構造を與へ、(或は等値と假定し) 圖に示す如く各構材の K を定む。又垂直材の長さを h にて示し、各格點の番號を之に附して相互を區別せしむ。

又與へられたる徑間長を單純梁の全長として、その與へられたる荷重に對し圖に示す如く曲げモーメント圖を描き、格點 r の下の其の大きさを m_r にて表はす。

圖-1.

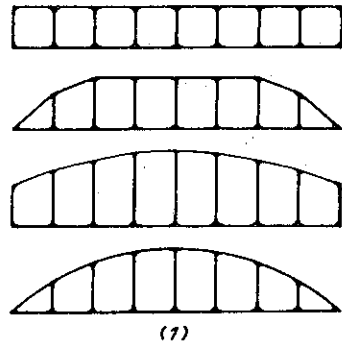
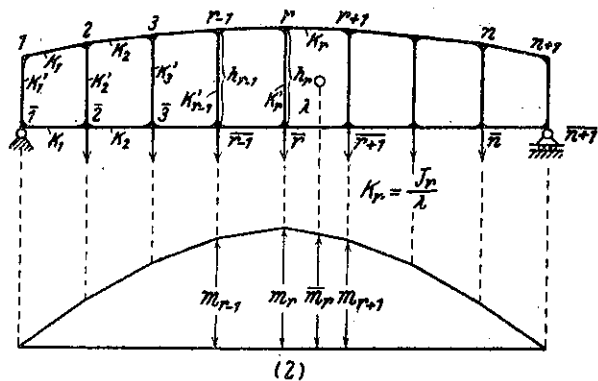


圖-2.



* 北海道帝國大學教授

即ち上記の K, h, m 等は總て數値にて與へられるものにして、是等の數値を用ひて次の如きものを各格間毎に計算準備するを便とする。

(a) t_r の値 各格間毎に右柱の長さを以て左柱の長さを割りたる値を計算準備す。今之を t_r にて示す時は

$$t_r = \frac{h_r}{h_{r+1}} \dots\dots\dots \text{式-1.}$$

を豫め計算して置く。

(b) a_r の値 各格間毎に

$$a_r = \frac{K_r}{K_{r+1}} t_r^2 \dots\dots\dots \text{式-2.}$$

を計算し準備して置く。

(c) b_r の値 各格間毎に

$$b_r = 2(1 + t_r + t_r^2) \dots\dots\dots \text{式-3.}$$

を計算する。

(d) c_r の値 各格間毎に

$$c_r = \frac{K_r}{K_{r+1}} \dots\dots\dots \text{式-4.}$$

を豫め計算して置く。

(e) B_r の値 上記 a_r, b_r, c_r の和 B_r を求む。即ち

$$B_r = a_r + b_r + c_r \dots\dots\dots \text{式-5.}$$

を各格間毎に計算し準備する。

(f) μ_r の値 各格間毎に

$$\mu_r = \frac{1}{h_{r+1}} \{ m_r(1 + 2t_r) + m_{r+1}(2 + t_r) \} \dots\dots\dots \text{式-6.}$$

なる値を上記の t_r 及圖-2. に示す m_r の値より計算し準備して置く。

若し又第 r 番目の格間に於ける二つの垂直材 h_r 及 h_{r+1} と上下弦材により取圍まれたる梯形の重心を求め、その直下に於ける此のモーメントを圖-2. 及圖-3. に示す如く \bar{m}_r とすれば μ_r は

$$\mu_r = \frac{3\bar{m}_r}{h_{r+1}}(1 + t_r) \dots\dots\dots \text{式-6.}$$

より計算することも出来る。

2. 基本式

フィレンディール構の左より第 r 番目の格間に於て、その上弦材又は下弦材に働く直接応力の水平分力を X_r で表はし、其の前後の格間に於ける同様のものを X_{r-1} 及 X_{r+1} で表はす時は、是等の X と

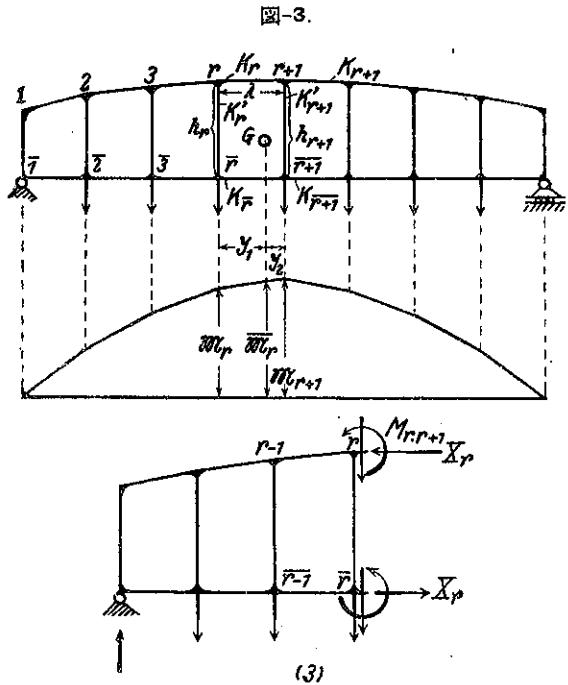


圖-3.

(3)

前記 a, B, c, μ との間には次の関係がある。*

$$X_{r-1}a_r - X_r B_r + X_{r+1}c_r = -\mu_r \dots\dots\dots \text{式-I.}$$

即ち第 1 格間, 第 2 格間より第 n 格間まで式-I. に相當するものを作る時は, 上式中の r に $r=1, r=2, r=3 \dots r=n$ まで順次入るゝことにより n 個の式が得られる。

但し是等の聯立方程式を表示すれば表-1. の如くである。

今表-1. に於て對角線上の係數 B は a 及 c に比較して著しく大なるを以てイテラチオン法により簡単に X を求むることが出来る。併し, 茲には X -分配法を述ぶることを目的とするが故に式-I. を變形して次式により X_r の一般式を作り之を基本式とする。

即ち式-I. を變形する時は

$$X_r = \pi_r + X_{r-1}A_r + X_{r+1}C_r \dots\dots\dots \text{式-II.}$$

上式に於て

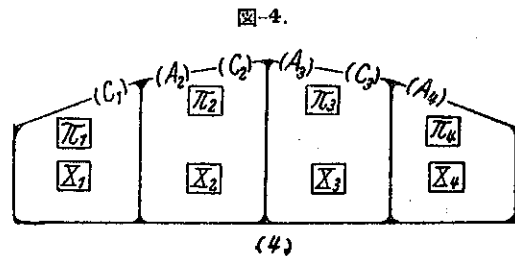
$$\left. \begin{aligned} \pi_r &= \frac{\mu_r}{B_r} \\ A_r &= \frac{a_r}{B_r} \\ C_r &= \frac{c_r}{B_r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \text{式-III.}$$

即ち準備計算により a, B, c, μ 等を豫め計算し置く時は式-III. より π, A, C 等は容易に算出することが出来る。即ち π, A, C は數値として與へられるものである。

3. X-分配法

n 個の格間ありとすれば n 個の X がそれに包含される。X-分配法は是等の X を求むるに次の如く unbalance にある X を次第に balance に持つて行く様に, unbalance の量を distribute して行く方法である。

各格間に對し圖-4. に示す如く所定の位置に π, A, C 等の數値を記入する。X の計算は此の図上にて行ひ梯形内の餘白を利用する。計算尺に先づ C_1 の値を置いて之に π_2 の値 (X_2 の概算値を π_2 と見做す) を乘じ, 其の結果を第 1 格間の梯形内に記入, 之に π_1 を加算して $X_1^{(1)}$ の値を出す。



次に第 2 格間に移り, 計算尺に A_2 の値を置いて, 之に今出した $X_1^{(1)}$ の値を乘じ, 其の結果を第 2 格間の梯形内に記入し, その下に C_2 に π_3 の値 (X_3 の概算値を π_3 と見做す) を乘じた結果を記入して, π_2 をも加へて總和を求む。

これにより $X_2^{(1)}$ が決定せらる。同様な計算を最後の格間まで繼續する。此の計算が 1 回終りたる時は同じこ

* 拙著, 一般剛節構の實用解法, (岩波) p. 178, (41) 式参照

とを更に反復する。但し X の概算値として用ひたる π の値はそれよりも一層正確値に近似なる $X^{(1)}$ を今回は用ふることが出来る。

上記の図上計算が如何なることを意味するかは式-II. と比較して考ふる時自明となる。

4. X_r を用ひて $M_{r,r+1}$ 及 $M_{r+1,r}$ を求むる解式

上記の方法によりて各格間の X を知りたる時は弦材に働く $M_{r,r+1}$ は次式より簡単に求められる。

$$M_{r,r+1} = \frac{1}{2}(m_r - X_r h_r) \dots\dots\dots \text{式-IV.}$$

この式は垂直材 h_r に接近して上下弦材を想像の上にて切断して考へ、その切断面の左側に於ける曲げモーメントの釣合を考ふれば容易に求められる。

同様に格点 $r+1$ に接近して断面を想像し其の釣合を考ふれば

$$M_{r+1,r} = \frac{1}{2}(X_r h_{r+1} - m_{r+1}) \dots\dots\dots \text{式-V.}$$

5. X_r, X_{r-1} を用ひて $M_{r,r}$ を求むる解式

各格間に於ける X を知りたる時は垂直材に働く $M_{r,r}$ は次式により求められる。

$$M_{r,r} = \frac{1}{2}(X_r - X_{r-1})h_r \dots\dots\dots \text{式-VI.}$$

この式は垂直材 h_r の左右に於て格点 r 及 r に接近して二つの切断面を想像し、この垂直材に働く力の釣合を考ふれば誘導することが出来る。但し $M_{r,r}$ は $M_{r,r-1} + M_{r,r+1}$ を以て置き変へることを必要とする。

6. 計算例題

図-5. に示す如き構橋に於て、格点 4 に荷重を有する場合の各格点モーメントを求む

即ち X -分配法により先づ X を決定し、式-IV, V, VI. により格点モーメントを計算する。

これが爲に、先づ π, A, C を算出することを必要とするが準備計算として表-2. の如く、 l, a, b, c, B, m, μ を求む。

次に表-3. の如く π, A, C を計算し図-6. に示す如く之を該當位置に記入し、前記 X -分配法にて X を決定すれば

$$X_1 = 0.362, \quad X_2 = 0.638, \quad X_3 = 0.867$$

$$X_4 = 0.828, \quad X_5 = 0.498, \quad \text{係数: } \frac{P\lambda}{h}$$

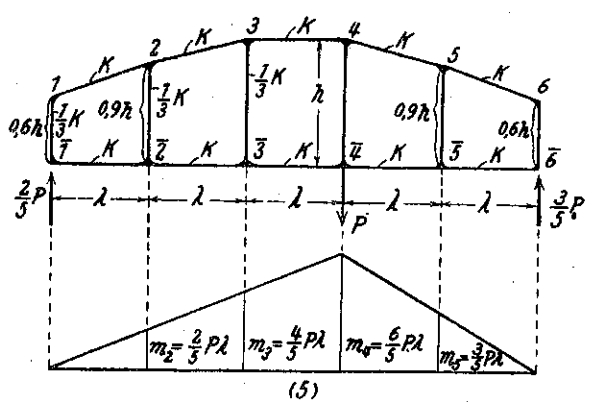
是等の $X_1, X_2, X_3 \dots X_5$ の値は図-6. に示す如く X -分配法を 6 回反復すれば得られる。

次に是等の X を用ひて 式-IV, V. より $M_{r,r+1}, M_{r+1,r}$ を求む。

この計算は表-4. に示す如く順次表を作り算定するを便とする。

又垂直材の両端に働く格点モーメントは式-VI. より求められる。この計算も亦表-5. に示す如く順次表を作り算定するを便とする。

図-5.



以上計算したる格点モーメントを其の刻當位置に記入すれば図-7. に示す如くである。

即ち図-7. により各格点に於けるモーメントの總和を求むるに何れも正負相殺して零となるを以て曲げモーメントの釣合は満足せらる。

表-2.

格間番号	r=1	2	3	4	5
柱長 h_r	0.6h	0.9h	h	h	0.9h
$t_r = \frac{h_r}{h_{r+1}}$	0.67	0.9	1.0	1.11	1.5
t_r^2	0.45	0.81	1.0	1.23	2.25
$1+t_r+t_r^2$	2.12	2.71	3.0	3.34	4.75
b_r	4.24	5.82	6.0	6.68	9.50
a_r	1.35	2.43	3.0	3.69	6.75
c_r	3	3	3	3	3
B_r	8.59	10.85	12.0	13.37	19.25
m_r	0	0.4Pl	0.8Pl	1.2Pl	0.6Pl
m_{r+1}	0.4Pl	0.8Pl	1.2Pl	0.6Pl	0
μ_r	$1.19 \frac{Pl}{h}$	$3.44 \frac{Pl}{h}$	$6.0 \frac{Pl}{h}$	$6.37 \frac{Pl}{h}$	$4.0 \frac{Pl}{h}$

表-3.

格間番号	r=1	2	3	4	5
π_r	$0.139 \frac{Pl}{h}$	$0.317 \frac{Pl}{h}$	$0.5 \frac{Pl}{h}$	$0.476 \frac{Pl}{h}$	$0.208 \frac{Pl}{h}$
A_r	0.157	0.224	0.25	0.276	0.351
C_r	0.35	0.277	0.25	0.224	0.156

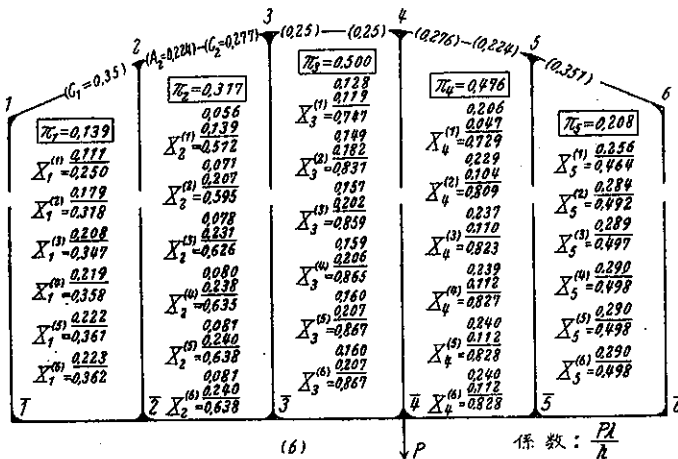
表-4.

格間番号	1	2	3	4	5
$\sum_r h_r$	0.2172Pl	0.5742Pl	0.867Pl	0.828Pl	0.4482Pl
$\sum_r h_{r+1}$	0.3258Pl	0.638Pl	0.867Pl	0.7452Pl	0.2988Pl
m_r	0	0.4Pl	0.8Pl	1.2Pl	0.6Pl
$m_r - \sum_r h_r$	-0.2172Pl	-0.1742Pl	-0.067Pl	+0.372Pl	+0.7518Pl
$M_{r,r+1}$	-0.1086Pl	-0.0871Pl	-0.0335Pl	+0.186Pl	+0.0759Pl
$\sum_r h_{r+1} - m_{r+1}$	-0.0742Pl	-0.162Pl	-0.333Pl	+0.1452Pl	+0.2988Pl
$M_{r+1,r}$	-0.0371Pl	-0.081Pl	-0.1665Pl	+0.0726Pl	+0.1494Pl

表-5.

垂直材番号	1- $\bar{1}$	2- $\bar{2}$	3- $\bar{3}$	4- $\bar{4}$	5- $\bar{5}$	6- $\bar{6}$
$\sum_r X_{r,r+1}$	$+0.362 \frac{Pl}{h}$	$+0.276 \frac{Pl}{h}$	$+0.229 \frac{Pl}{h}$	$-0.039 \frac{Pl}{h}$	$-0.330 \frac{Pl}{h}$	$-0.498 \frac{Pl}{h}$
$(\sum_r X_{r,r+1}) h_r$	$+0.2172Pl$	$+0.2484Pl$	$+0.229Pl$	$-0.039Pl$	$-0.297Pl$	$-0.2988Pl$
$M_{r,r}$	$+0.1086Pl$	$+0.1242Pl$	$+0.1145Pl$	$-0.0195Pl$	$-0.1485Pl$	$-0.1494Pl$

図-6.



7. 平行弦構と曲弦構との比較

上記例題は其の垂直材の長さが相異なる種類のものであるが、今別に平行弦構を取扱ふこととし、垂直材の長さを總て h とし、上下弦材竝に垂直材の剛率を夫々 K 及 $1/3 K$ とし、荷重状態も前記例題と同様に格點 4 に置く時は図-8. に示す如き結果が得られる。

即ち図-7. と図-8. とを比較するに比較的材料を多く使用したる平行弦構に於ては、材料の少き曲弦構よりも曲げモーメントの働き方は反つて大であるといふ結果を示してゐる。

是等のことは荷重の位置と構橋の形に就て更に研究を要することであるが、曲弦構は材料の點に於て經濟的なるのみならず、その外觀上よりも優越性を有するものと考へられる。

図-7.

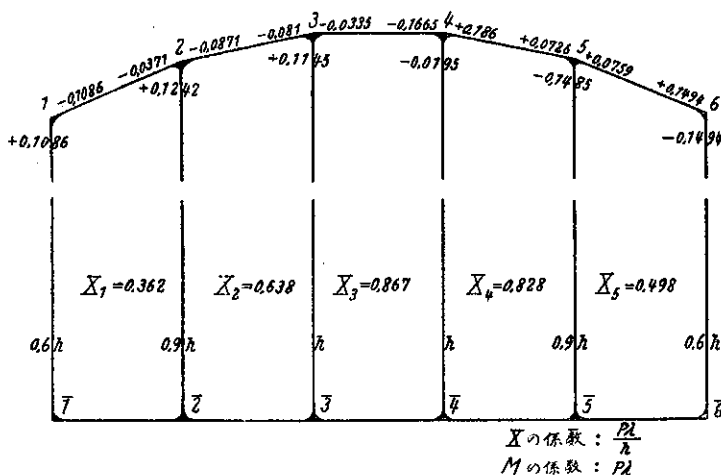


図-8.

