

る。かくの如く考へ來る時に、筆者は、迅速を欲する豫備計算に當つて 3 拱づゝをとる、從來の常識を固守或ひは尊重せざるを得ぬ。

以上六変位の定理に關して述べた處を要約すれば、該定理利用範圍擴張のために拱部軸圧力の考慮を重視して之を殆んど實用上の最高定理となし、實用上の豫備計算は相當の技術的判斷の下に考察拱數を單に遞減し、この場合も拱直応力重視六変位の定理を用ふるの法に出づるを可とせずやと云ふにある。

三瀬教授は提案九変位の定理を種々の形態にある拱脚系に就て驅使し、其の結果として算定された、最も信頼すべき諸図表を示し、之によつて此の種構造物の有する力学的諸性質を鮮明し、彼の實驗による研究法の迂遠を凌駕された。唯、試みに拱部につき彈性重心高を計算すれば、悉く微小共通性質の誤差を含むが故に、教授が實用的見地から常に有限求和法により之を算定されたものと想像されるのであつて、果して然らば、この手法は今の場合、筆者の僅かに好まざる處である。即ち筆者は今の如き場合須らく積分法によるべしとなすものであつて、實は權威者によつて範を示されたかつたのである。

幸ひに高説にあひ、啓發さるゝ處の無量であつた中に、筆者が多少の更改をなして休得したい點は以上の通りである。かゝる更改が後悔の囚を爲さないであらうか。教授の垂教を乞ひたい。

最後に筆者は、倉惶の間とて其の本意に反し、略算によつて粗雑な推論をなした點につき、深く諒恕を願ふ次第である。尙ほ、先に記載を避けた 1 小図は、高教を仰ぐ便宜のため、之を直接に著者の机下へ提出する。

著者 會員 工学博士 三瀬幸三郎\*

本會誌第 23 卷第 11 號所載の小論文に對し討議を寄せられたる會員荒井氏に厚く感謝致します。以下御討議の順序に従て著者の意見を申述べます。

“コンクリート收縮影響を共に考慮して……九変位の定理を傳家の寶刀としたい”との御考へは一応御尤もでもあります、著者は之を入れなくて更に總ての亂麻を断つ快刀(お薙を借りて)とした積りであります。それで表題も連続拱橋の解法として、別にコンクリート拱とも、鋼拱とも断らないで極一般の場合を取扱つたのであります。

近時鉄筋コンクリートの連続拱橋が數多く架設せられて居りますが、鋼鉄或は石材を以て作られた連続拱橋も數々あります。其の鋼拱の例として有名なものに New York City の Manhattan Valley を越えて架せられたる Riverside Drive Viaduct 及 Kansas City の Union Station の構内を越えて架せられたる Main Street Arch Viaduct の如きものがあり、其の他諸外國の停車場上屋の屋根拱には幾多の例を見ることが出来ます。又石拱の連続せるものは各地に其の例多く、殊に山間の谿谷を横断して架設せられたるものには随分高き橋脚を有する連続石拱橋の例が數多あります。

それで本論文は特に何拱に限ることなく一般の連続拱橋の解法と云ふ廣い意味で書いたものであります。コンクリート拱橋としては其の收縮影響をも考慮すべきことは當然であります。而して其の問題は均一温度変化の影響と云ふ双先で處理することが出来ますから特に項を加へて記すことを避けたのであります。

\* 九州帝國大学教授

“脚は短肥なりと目すべき場合にも、なほ、脚剪力の変形に及ぼす影響は、之を無視して可なり……”とありますが、斯る論断をなすには須く廣範圍に互つて其の影響如何を検討して述べらるべきもので、只一例を採り其の二三點、それも拱肋のみについて近似解法を比較して結論を下されることは如何かと思はれます。

短肥なる橋脚の實例としてコンクリートや石の場合随分大なるものが数多いのであります。その厚さ 4m, 5m と云ふ例は鮮少でなく、更に大なるものには 7m, 8m 或はそれ以上にも及ぶ様なものさへあります。斯る短肥なる構造のものに於て橋脚の  $\delta_{ax}$  に於ける剪断応力の影響は決して度外視し得べきものではありません。極短肥なるものとなりますと曲力率の影響は次第に小となるに反し、剪力のそれは次第に大となるのでありまして、甚しくなると後者が前者の影響以上ともなるのであります。依つて彈性構造物として考慮する場合、短肥なるものに於ける剪力の変形を無視しては正しい応力は得られないのであります。

“彈性橋脚を有しても拱計算には剪力影響を考慮せざることが適當で……”この點も前項に述べた如く斯る断定を下すには拱種、拱形、拱矢比、及構造の短肥程度等各種各様のものについて吟味検討して見られたなれば、必ずしも左様のことは云へないかと思はれます。

何れの拱橋にしても普通の形状（餘り扁平でもなく、又短肥でもない）のものであれば、曲力率に因る変形最も大であつて、軸力及剪力に因るものは極めて小であります。それで近似解法としては其の 2 力の影響を除外して敏速簡便に概算値を求むる六変位の定理を採用したのであります。

然し短肥のものとなりますと軸力及剪力に因る変形著しく増大し、曲力率のそれに比して決して度外視することの出来ないものになります。殊に短肥にして扁平なる時は 2 力の影響更に増大して  $\delta_{ax}$  に於ける値、曲力率のそれを凌駕することにもなります。

尙軸力と剪力との影響を比較すれば、一般に扁平の度を増すに従て軸力の影響著しく増大するも剪力に因るものは左程ではない。次に拱矢比大となれば剪力に因る変形次第に大となり、遂には軸力のそれを超過することにもなります。

そこで扁平なる拱橋に於て、曲力率に次ぎ影響最も大なる軸力を加算し、其の影響最も小なる剪力を省略して一近似解法となすのも一法ではありますが、之を以て全般を推すことは出来ません。それに斯る扁平なる拱橋は荷重に因る水平反力著しく大となり、且温度及基礎変位に因る応力も極めて大となりますので實際には寧ろ僅少であります。

實際問題として彈性下部構造を有する連続拱橋に於ては、其の下部構造の高さを簡約し、且上部構造の力を早く基礎に傳達する爲、拱矢比を成る可く大に採るのが常であります。其の目的に對し拱肋を半円に近く作つた例も數多あります。斯くなりますと御説とは反對で軸力よりも剪力の方が其の影響大となるのであります。でありますから剪力を考慮せざることが適當とは申し兼ねるのであります。

“拱直応力影響をさへ算入すれば、六変位の定理は九変位の定理よりも廣く實用さるゝであらう……”との御考へには賛同致し兼ねるのであります。之は重要な論點でありますから、少しく著者の意見を詳しく述べませう。

抑々討議者の論じて居られるのは一例につき單に荷重の場合のみを採つて考へられて居るのではないかと思はれます。温度変化（コンクリート収縮を含む）や基礎沈下等の重要な応力解明に就ても考慮せられての結論であるか疑はれるのであります。

普通の拱橋であつて既に  $\eta$  を省略し得る程度のものであれば、荷重に對しての近似解法としては曲力率のみを考慮して解いて、實用上差支へない程度の數値が得られます。何も構造の一部分の軸心力影響を考慮する迄もない

ことであります。それに六変位の定理に一部軸応力の影響を算入しても完全の解法とはならないのであります。その理由は極めて簡単であります。最も解り易い例として、対稱 2 径間の連続拱橋の温度影響、而も均一温度変化を採つて見る。橋脚頭なる格點の変位は  $p=0$ ,  $r=0$ , 然し  $q \neq 0$  であります。斯る温度変化は必然起るものであつて、之を無視しては連続拱橋の完き解法とは申されません。

更に重大なることは本文結語 1071 頁の  $\nabla$  に記してある如く、連続構造物に於て最も周到の吟味を怠つてならないものは基礎沈下の影響と云ふ問題であります。手近き例は新橋より有楽町間に於ける高架線の連続拱橋の破損原因の如き、其の主なるものは基礎沈下にあると考へられます。此の基礎移動の影響を正確に解明せんとすれば、六変位の定理を以てしては不充分なること論ずるまでもないことであります。是非本問題には九変位の定理を適用して詳細に検討すべきものであります。

でありますから拱直応力の影響を算入したからとて、六変位の定理が九変位の定理より応用廣しとは申されないのであります。

それに拱の軸力影響まで加算するとなれば、近似解法としての簡便と云ふ特點が無くなるのみならず、各部分の弾性係数計算も事實上其の手数は正確なる解法のそれと殆ど同じことになります。それなれば一歩進んで總ての場合を解き得る九変位の定理を採用する方が得策と云ふことになります。

“殊に拱が不對稱なる場合には軸圧力を拱だけにつき考慮すると否とて、該六変位の定理の利用範圍廣度が大に異なる……”との御説は著者には理解出来兼ねるのであります。

今荷重の影響を考へるとしても、特に扁平なるもの及短肥なるものを除いた普通の形状のものであれば、拱の對稱、不對稱に關せず、軸力の影響は剪力のそれと共に、曲力率の變形に比して極めて僅少であり、近似解法としては省略して差支へ無い程度のものであります。

軸圧力の影響を算入すれば扁平なるものにも応用出来ると云ふことは、對稱径間に於ても同じことであると思ひます。

“拱直応力の弾性變形に及ぼす影響と其の他に別けて 2 段に之を爲すべし……”との御意見も一理あることではあり、又左様することも一法であります。要は實際問題として幾つもの近似解法を必要とするか否かにあります。幾つもの近似解法があつて其の選擇運用に迷ふ様でも如何かと思はれるのであります。

近似解法は申すまでもなく豫備計算として概算値を求めんとする時に用ふべきものであつて、簡單明瞭なることを主眼とするものであります。一部の軸応力を加算し他は之を省くと云ふが如き一貫しない手数をかけてまで別の解法を作ることが如何かと考へます。

實際問題として近似解法は本文提案の六変位の定理で充分足りるものと思考致します。尙其の応用に當つてはよく其の誘導條件及適用範圍を考慮して用ふべきであります。若しそれで満足出来兼ねる程の特種の形状のものであれば、其の時は是非九変位の定理を採用すべきであると思ひます。

“迅速を欲する豫備計算に當つて 3 拱づゝとる、從來の常識を固守或ひは尊重せざるを得ぬ”とありますが、之に對しても著者は同意し兼ねるものであります。實地問題として連続拱橋は 2, 3 径間が多くて 4, 5 径間であり、若し更に數多の径間連続する時は、普通 5, 6 径間毎に基脚を設置して、一拱系の影響が他の拱系に波及しない様に作るものであります。依つて多径間の連続拱橋としても其の一拱系として採るべき径間數は左程多くはないのであります。何も之を 3 径間づゝに切つて、而も實際と符合しない無理な假定の下に解く必要はないと思ひます(正當なる解法の知れたる今日)。

それよりも實際構造物の剛度に叶つた近似解法六変位の定理を適用する方が遙に良策であり又容易であると信ずるものであります。何れも弾性係数を算出する手数は同じことであり、結果に於てより眞の値に近き數値を與へる六変位の定理を置いて何故に矛盾した解法を採る必要があるか解するに苦しむものであります。

それに御送付の図面を拜見するに、考慮せる断面のある径間の兩側径間に於ける感線は、正確なる感線に比して其の縦距著しく異り近似解法としても如何かと思はれます。殊に起拱點に於ける曲力率の感線の如きは殆ど總ての径間に於て正しき感線と著しく離れてゐるのであります。普通の形状の拱橋に於て既に斯くの如き差異があるとすれば、更に扁平なるもの或は短肥なるものに於ては其の差一層甚大となるものと考へられます。

以上總て拱肋の感線についての比較であります。尙進んで弾性下部構造なる橋脚の応力感線を求め正解法の結果と比較吟味せられたならば、3 径間づゝを一系として解く便法の如何に不合理にして、近似解法としても不充分であると云ふことがお解りになると思ひます。

若し豫備計算に於て活荷重影響の概略の數値を求める一層簡単な解法もがなとの御希望なれば茲に一つの鈍刀の持合せがあります。本文に於ては紙面の都合もあり、又幾つも略算法を並べることが如何かと思つて之を省いたのであります。序に御紹介致しませう。それは三変位の定理と名づけるものでありまして、昭和11年4月の工學會大會講演の折にこのことについて一言述べて置いたものであります。

連続拱橋に於て橋脚は別として、拱肋の不靜定応力  $M, \theta, \delta$  の感線を見れば解る様に、他径間の荷重の影響は  $M$  に於て最も大にして  $\theta, \delta$  に於ては僅少であります。依つて略算法として各拱肋の不靜定応力の内  $\theta$  と  $\delta$  とは其の径間の値のみを採り、 $M$  に關しては格點変位中其の影響最も大なる  $\delta$  を残して次の式を誘導したのであります、

$$A_{11}P_k + A_{12}P_i + A_{13}P_k = \sum A_{1x}d_{xi}$$

これが三変位の定理と名づけた式であります。

此の定理を適用すれば問題は更に簡單となり、其の解明も至極容易となりますが、その切れ味は他の2定理に比べて劣るものであります。只拱肋に於ける荷重影響の概算に用ふべきもので、橋脚の応力計算には先方が堅過ぎて一般的には切り込めないものであります。

然し此の三変位の定理なる略算法にしても、御話の3 径間づつ探つて其の兩端を固定として解く方法に比較すれば、假定に於ても無理が少くて實際條件に近く、より合理的なるのみならず、計算に於ても簡便容易、其の結果に於ても遙に優るものであると考へます。

“以上六変位の定理に關して述べた處を要約すれば……拱部軸圧力を重視して……拱數を單に遞減し……六変位の定理を用ふるの法に出づるを可とせずや”との御説に對する著者の意見は賛成とは申し兼ねるのであります。其の理由は以上述べた處でお解りのことと思はれますから重ねて詳述することを避けて唯要點のみを記します。

簡明を主とする近似解法に一部の軸力影響を加へて複雑となすことは著者の採らない處であります。殊に拱數を遞減する略算法は實際構造との矛盾甚しく近似解法としても如何かと思はれるものであつて、其の便法に於て拱直応力を重視することは當を得た方法とは思はれないのであります。拱數を遞減する程の略算を欲する場合には寧ろ提案の三変位の定理をお勧めするものであります。

拱部の軸圧力を考慮しても先述の理由で實用上の最高定理とはならないのであります。軸力の影響まで算入するなれば今一步進めて正確なる解法九変位の定理を採用すべきであると考へます。これなれば特に扁平なるものにも、又短肥なる構造の場合にも適用出來、荷重は勿論、溫度変化及基礎移動の影響まで總て解明出来るのであります。

依つて普通の拱橋であれば近似解法として本文の六変位の定理を推挙し、特殊なる構造のもの又は設計最後の檢算に於ては、本文の結論に於けると同じく、九変位の定理を採用して眞の応力作用を鮮明にし以て合理的設計をなすべきであると主張するものであります。

“今の如き場合須らく積分法によるべしとなすものであつて……”御希望御尤もで、全部が左様出来れば至極結構であります。積分法を用ふる爲問題を簡單にして  $q=1$  とか、 $q'=1$  又は  $q''=1$  などと假定することはしなかつたのであります。斯る假定は教室などで算法を示す一便法としてよく採らるゝ方法ではあります。一般の實際問題として解く場合適當なる假定ではないと考へたのであります。

それも橋脚の如き簡單なる形状のものとか、又は拱肋にしても曲力率の影響のみを考慮するものとすれば、弾性重心は固より各弾性係數も多くの場合積分法で算出すること容易であります。

然し曲力率の外に軸力及剪力の影響をも合せ考へる時は、總てを積分法で處理することは相當厄介なことになります。そこで一部都合よき部分丈積分法を採用し、残りの厄介なるものを求和法に依つて算定することも出来ます。之は各解法の精度比較吟味上如何かと考へたのであります。

それに求和法に依るものも其の區分を相當細かく探れば積分法のそれと比較檢照してその差極めて微小で實用上差支へない程度のもので得られますから、例題に於ては一般的解法として總て求和法を採用したのであります。

**附言** 以上を以て御討論に對する著者のお答を終りとして最後に此の機會を借りて著者の持論の一端を附加することをお許し願ひたい。

一般に構造物の応力解法に次の 3 法がある。

- (1) 正確なる解法に依るもの
- (2) 近似解法に補正を加ふるもの
- (3) 略算法に依るもの

(1) 正確なる解法の得られたものであれば之に依つて總ての影響を考慮して正しく解明をなすもので最善の方法である。

(2) 略算法に依つて近似値を求め其の足らざる處を附加応力として補正する方法、假定と實際と異なる點につき其の誤差の補正を加へて、より眞の數値に近きものを求めんとするもので普通に行はるゝ解法である。

(3) 略算法に依つて概數値を定め、その餘の補正をなさざるもの、豫備計算の場合に採用する方法である。其の適用に當つては誘導條件及应用範圍に留意すべきである。

さて本文の連続拱橋の解法に關し、近似値を求むる概算は別として、最後の檢算に當り (1) を採るか、(2) を選ぶかの問題について私見を述べる。

之に就て Whitney 氏の如きは (2) の近似解法を採用して之に補正を加ふる方法を推挙してゐるけれども、拙者はそれに賛同し兼ねるものである。元來漸近法なる略算法は正確なる解法の無きものか、又は正確なる解法の非常に複雑厄介なる場合に採るべき方法であつて、本問題の如き簡明なる正確解法の得られたるものに適用すべきものとは考へられないのである。

それに (1) の九変位の定理なる解法に依り一般解を求むれば、荷重は勿論、溫度変化及基礎移動の影響まで總て之を解明し得るものであつて、而も (2) の近似解法を行つて之に各補正を加ふるより寧ろ簡便容易であると思考する。

問題を正確に解き、各項の影響割合如何を檢照して、若しその影響の微少なるものあれば之を省略することは容易であり、又その除外に何等の不安もないのである。

然るに略算法にて近似値を求め、更に各補正を附加することは寧ろ（少くも本問題に於ては）厄介であつても其の結果精度に於て前者に劣るものである。且實際問題として各補正の要不要、又は省略の可否は、之を算定して後に始めて確認し得るものであつて、初より補正を除外することは不安なきを保し難いのである。若しそれ(2)の解法に於て見解の誤り、或は遺漏違算等の爲補正を怠らんか、其の構造物の安危に關する問題を惹起することゝなるのである。

依つて連続拱橋の最後の概算には正確なる九変位の定理を採用することが總ての點に於て有利にして而も萬全の策であると信するものである。

## 愛知縣名古屋・清洲間國道 12 號改築工事並に 其の經濟的效果について

(第 22 卷 第 12 號 所 載)

會員 高 橋 敏 五 郎\*

最近道路の經濟的觀察が屢々提唱せられ、此の種の發表も各種土木雜誌等に散見致しますが、其の効果の餘りにも複雑な爲に大部分は概算的な數字を羅列して居るのみで、本例の如く詳細な調査と算出の基礎とを明示せられた論文は甚だ稀でありまして、此の點著者の御努力に對し絶大の敬意を拂ふものであります。かゝる研究は今後共益々必要となることゝ存じますが、之は學識あり而も深い經驗者にして始めてよくなり得る處と存じますが故に、今回の著者の論文を先驅として、世の識見ある土木技術者が続々此の種の御研究を發表せられんことを希望致します。以下淺慮を顧ず讀後所感を述べさせて頂きます。

道路改良に依り生ずる眞の利益は、直接正確な數字として現れて來る種類のものゝは甚だ少く、大部分は容易に遺求し得ざる利益として社會の何處かの部分に出て居る體のものでありまして、本例を通讀致しましても、提示された數字を異論無く容認出來る収入は、自動車運輸費の節減額のみであつたことを甚だ遺憾に存じます。

(1) 沿道地價の値上りに依る收入に對しましては、自動車専用道路の如き特殊道路を省いては、一般公衆の用に供する道路は、常に國、或ひは公共團體に於て管理すべきものであることは、今後共異論の無い處と存じますが、かゝる關係上、其の道路の經濟的方面を論議するに當りまして、常に國家經濟の見地に立つことを忘れてはならぬと存じます。一の改良工事に依り沿道地價が値上りを生ずる場合にも色々の原因があると存じますが、之を國家經濟的に見る時は、其の工事に依り土地の開發、或ひは産業の發展等を來し、該土地の利用價値が總體的に向上した爲の値上りのみをとるべきものであると推察されるのでありまして本例の如く改良工事に伴ふ産業の進展等を何等具体的に示し得ざる場合は、新道沿ひの繁榮は舊道沿ひ、或ひは他の何處かの場所の衰退を來さざるかを考慮すべき必要があるものと思はれます。

(2) 時間節減による收入に對しましては、此の収入は全額の 45% を占めて居り、若し之を一般に行はれて居

\* 北海道廳札幌土木事務所勤務 工学士