に困難致しました。たとへば格點移動量 $\Delta x_i=\mathfrak{p}_i$, $\Delta y_i=\mathfrak{q}_i$ の類です。それからこれも活字のせいですが重要な α と a との識別が一寸困難に思はれます。勿論これは公式の經路を追ふて行けば當然判ることではありますが，實地に應用する場合にはその解說の荒筋を呑込んであとは機械的に公式を利用し得るに便なる符號が適切ではないかと考へます。

それから記號の示標は h, i, k で現すよりもやはり普通に 1, 2,‥‥m, n で示した方が前後の關係がはつきりするやうに考へられますが如何でせうか。

(4) 九變位定理の利用に就て

格點の移動量 $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}, \mathfrak{r}$ を未知數として $3(n-1)$ 個の聯立方程式を解くなんてやり切れぬと實際家に匙を投げさす恐れがありますから假令多徑間の場合でもこの解法が存外容易であるといふことを例示して戴けば好都合だつたと思ひます。たとへば 1064 頁にある 5 徑間連續の場合など $\mathfrak{p}_b, \mathfrak{q}_b, \mathfrak{r}_b$ 以下 $\mathfrak{p}_d, \mathfrak{q}_d, \mathfrak{r}_d$ 迄 12 個の未知數を含む 12 の式が並んで居て一寸驚きますが，あれは一番上から方程式を 3 つゞつとり，順を追ふて系統的に簡單に解ける譯でありますから。

以下勝手乍ら $\mathfrak{p}_h\, \mathfrak{q}_h\, \mathfrak{r}_h$ 等を $\mathfrak{p}_{n-1}, \mathfrak{q}_{n-1}, \mathfrak{r}_{n-1}, \mathfrak{p}_n, \mathfrak{q}_n, \mathfrak{r}_n, \mathfrak{p}_{n+1}, \mathfrak{q}_{n+1}, \mathfrak{r}_{n+1}$ で表はさせて頂きます。然らば九變位の定理よりして $\mathfrak{p}_k, \mathfrak{q}_k, \mathfrak{r}_k$ 即 $\mathfrak{p}_{n+1}, \mathfrak{q}_{n+1}, \mathfrak{r}_{n+1}$ を

$$\mathfrak{p}_{n+1}=A_n\mathfrak{p}_n+A_{n-1}\mathfrak{p}_{n-1}+B_n\mathfrak{q}_n+B_{n-1}\mathfrak{q}_{n-1}+C_n\mathfrak{r}_n+C_{n-1}\mathfrak{r}_{n-1}+K_{n+1}$$

$$\mathfrak{q}_{n+1}=D_n\mathfrak{p}_n+D_{n-1}\mathfrak{p}_{n-1}+E_n\mathfrak{q}_n+E_{n-1}\mathfrak{q}_{n-1}+F_n\mathfrak{r}_n+F_{n-1}\mathfrak{r}_{n-1}+L_{n+1}$$

$$\mathfrak{r}_{n+1}=\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

但 A_n‥‥‥‥等は常數

の如き關係に示し得るわけであります。これは行列式の關係を活用して計算を整理すると $\sin\alpha_{th}, \cos_{th}$ etc 等を含んだ案外に簡單なる關係式が得られそうに思はれます。而して $\mathfrak{p}_2, \mathfrak{q}_2, \mathfrak{r}_2$ は $\mathfrak{p}_2=A_1\mathfrak{p}_1+B_1\mathfrak{q}_1+C_1\mathfrak{r}_1+K_2$ の如く $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{q}_1, \mathfrak{r}_1$ のみにて與へられるから，以下順を追ふて $\mathfrak{p}_n, \mathfrak{q}_n, \mathfrak{r}_n$ を $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{q}_1, \mathfrak{r}_1$ にて表し機械的に未知量を求め得るわけで，各未知量を公式的に示すことすら都合によつては不可能でないやうに思はれます。以上，失禮の段は御容赦願ひます。

著者 會員 工学博士 三 瀨 幸 三 郎*

"連續拱橋の解法" と題する小論文に對し討議を寄せられたる會員安宅氏に深く感謝いたします。就ては御討議の順序に從て筆者の意見を申述べます。

(2) 「實地の應用を主眼とさるゝ記述であるから‥‥少しくどい位に說明して戴いた方が‥‥」との御希望は御尤とも考へますが，何分本會誌の寄稿規定に紙數の制限がありますので，其の數を超過しない樣にと務めた結果簡單に過ぎた點もあつたかも知れません。實は應用各例題に伴ふ算表の載せたいものが 20 頁ばかりあつたのでありますが，之も紙數の都合上止むなく割愛して圖面丈載せた樣な次第であります。

併し連續拱橋の解法を論ずるのでありますから，單一徑間の無鉸拱橋解法は，それが對稱不對稱の何れを問はず總て了解されて居るものとして記述したものであります。從て剛桿，彈性重心及彈性共軛軸等については成るべく說明を省いたのであります。不對稱無鉸拱橋の解法に彈性共軛軸を用ひれば問題は至極簡單に解けます。其の

* 九州帝國大学教授

共軛軸 X, Y の定め方は，何れか一方を與へれば他方は彈性共軛角に依つて決定されるもので，其の構造に應じ適當に採るのであります。例へば不對稱拱徑間の場合は，垂直軸を Y として之に對する X 軸を求め，不對稱下部構造の如き場合は水平軸を X として之に對する共軛軸 Y を定めるのが好都合であります。之を図解的に解くには彈性変位円を利用すれば極めて簡便容易であります。是等のことは九州帝大工学彙報第 8 巻第 5 號（昭和 8 年 12 月）の“不對稱無鉸拱橋の一解法と彈性変位円”と題する小文に詳しく例題を揭げて説明してありますから，それを御覧願ひます。

次に「M_{th}°, N_{th}°, T_{th}° 等の意味‥‥」については本文 1047 頁の記號及定義の處に説明してある通りで，他の意味はありません，矢張一つの片持梁の M, N, T に相當するものであります。

(3)「同一量を示す記號が 2 通りあり‥‥，例へば格點変位 $\Delta x_i=\mathfrak{p}_i$, $\Delta y_i=\mathfrak{q}_i$, $\Delta z_i=\mathfrak{r}_i$ の類‥‥」これは其の 2 樣の記號を用ひたことに大に意味があるのであります。斯る記號を採用することは特に本文 1047 頁の記號及定義の終の處に断つてあります。なぜ斯くしたか其の理由は

初め不靜定應力の一般解を求むる時には，其の式の成立を明かにする爲に，拱及橋脚の兩端の変位を Δx, Δy, Δz を以て表示したのでありますが，九変位の定理に於ては変位中橋臺及橋脚底の基礎移動の如き他の與件より定めらるべきものは之を Δx, Δy, Δz 其の儘として殘し置き，本定理に依つて求むべき未知の橋脚頭の格點変位丈を明示する爲に特に $\Delta x_i=\mathfrak{p}_i$, $\Delta y_i=\mathfrak{q}_i$, $\Delta z_i=\mathfrak{r}_i$ を以て表現して前者と區別したのであります。且各彈性重心の總変位を示す Δx, Δv, Δz 等とも判然と區別する爲に態々未知量の格點変位を $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$ を以て表示した譯であります。

尚本論文に於ては求むべき未知量を特に獨逸文字の黒字を以て表現したのであります，即ち大字 $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{T}$ を以て夫々不靜定應力，曲力率，軸力及剪力を表し，小字 $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$ を以て格點の彈性変位を示したのであります。

「實地に應用する場合には‥‥機械的に公式を利用し得るに便なる‥‥」御意見御尤もで，左樣考へましたので態々 VI の算定の順序と云ふ章を設け，各種の場合につき夫々解法の順序を列記明示して實際設計々算の便としたのであります。是等の順序に機械的に算法を進めて行けば本問題は容易に解明出來るのであります。

「記號の示標は h, i, k で現すより‥‥1, 2,‥‥m, n で示しては‥‥」之も普通なれば 1, 2, m−1, m, m+1,‥‥n とでもする處でありますが，何分幾つもの座標軸があり，各力，力率及変位等の記號の添字が複雜となりますので出來る丈添字の簡明を期して特に橋脚頭の 3 格點を表すに h, i, k を用ひ，その下の橋脚底を j を以て示したのであります。之を (m−1), m, (m+1) とすると橋脚底は m′ とでもしなければならないことになり，從て各記號の添字が m(m−1), m(m+1), mm′ の如き長きものとなり，式が一層面倒なる形のものとなります。而して九変位の定理の各係數も到底本文の 1051〜1052 頁に示す (12) 式の如き簡潔なる形に配列することは出來ないことになります。

但 VI の算定の順序の處に記した 2 格點に關する總変位，不靜定應力及任意斷面の應力等の一般式は總て mn 記號を用ひて表示してあります。之を要するに添字記號としては ( ), +, −, ′ 等を避けて出來る丈簡明なる表現法を使用し以て一般式を簡潔にせんと務めたのであります。

序に應用例題の格點記號について述べて置きますと，A, B, C, D, E, F なる大文字は拱橋の地盤と接する點を示し，b, c, d, e の小文字は橋脚頭なる格點を表すものとして兩者を區別したのであります（本文 1072 頁図參照）。

尚本會誌使用活字の御都合で筆者の希望通りの活字が使用されなかつたものもありますが，何分にも添字の多き記號を採用した斯る厄介なる原稿の植字及校正に當られたる方々の御手數は容易ならざるものであつた事と恐察し，此の機會に厚く感謝する次第であります。

(4) 「多徑間の場合でもこの解法が存外容易であると云ふことを例示して‥‥」との御希望に對しても紙面の都合上盡し得なかつたものもあるかと思はれますが止むを得なかつたのであります。

例題としては，先づ 2 徑間の連續拱橋につき一般解を擧げて，本解法が如何に容易にして其の應用の如何に廣きかを示して充分に其の算法を理解せしめ，次に 3 徑間の例につき亦一般解を求め，而して是等兩拱橋につき彈性變位，不靜定應力及各斷面應力等の感線を畫き，且溫度變化及基礎移動の影響をも解明したのであります。更に多徑間の例として 5 徑間の連續拱橋について其の一般解を求め各感線を圖示したのであります。

多徑間の場合に於ても九變位の定理は之を正しき順序に配列すれば（本文の例題に於ては紙面の都合上押詰めて書いてありますが）常に對角線に對し對稱的になつて存外簡單な形のもので，優秀なる計算器のある當今に於ては秩序よく計算すれば其の解法は簡單容易であります。加ふるに $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}, \mathfrak{r}$ なる格點變位の一般解も本論文に於て採用した $\mathfrak{H}, \mathfrak{B}, \mathfrak{M}$ の項にて表示すれば，其の係數は對角線に對し對稱的となり之に依つて計算に於ける誤差の有無を照査することが出來るのであります。

九變位の定理に依つて作られたる聯立方程式を解く方法は何れの方法を以てするも可なりで，各自慣れた方法を以て計算すれば宜いのであります。それは項數の少い式より順次消去法を行ふ普通の解法を用ひても宜く，又お話の如く 3 式づゝを採つて各 3 つの未知數を順次消去して行くのも一法であり，又行列式を採用して解明するのも一法，或は常方程式の解法の如くして解いても宜いのであります。

併し $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}, \mathfrak{r}$ の格點變位を直接算定出來る一般公式を求めることは（本文 1052 頁の (15) 式の如く表示することは出來ますが）實用的一般算式としては餘りに複雜となり實際價値は少いものとなります。

それも徑間數僅少の場合は $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}, \mathfrak{r}$ の一般式を求めることも出來ます。九州帝大工學部紀要第 7 册第 5 號 232 及 236 頁に 2 徑間の場合の橋脚頭變位 $\mathfrak{p}, \mathfrak{q}, \mathfrak{r}$ に對する一般解が擧げてあります。一つは一般荷重に對して，他は基礎移動に對するものであります。此の對稱 2 徑間の最も簡單なる場合でも可なり厄介な式であります，之が不對稱の一般のものとなれば更に複雜なる形の式となり，到底簡單なる實用的一般算式が得られるとは思はれません。是等の一般式に依るよりも本論文の (12) 式に從て係數を算定し 1058 頁の iii より iv を求める方が遙に容易であり實用的であります。

實際問題として連續拱橋の徑間數は 2, 3 徑間か，多くても數徑間を出でないものであります。本問題に限らず二次應力とか，剛接構造物の諸問題に於ても，少しく未知數が多くなると，一般に其の解法が非常に面倒なるものの如く過重に考へられて居る嫌がある樣に思はれます。要は其の解法を能く了解して秩序よく解くと云ふことにあります。さすれば其の解明は左程厄介なものではないのであります。

それに九變位の定理を解いて格點變位を $\mathfrak{H}, \mathfrak{B}, \mathfrak{M}$ の項にて表示する一般解が得られますと問題は總て解けたことになるので，其の餘の計算は極めて簡單であります。斯くして本定理に依れば連續拱橋に於ける荷重，溫度及基礎沈下等の應力及變形に對する影響を容易に解明出來るのであります。

若し簡單に概略の數値を求めんとする時には近似解法の六變位の定理（本文 1057 頁 **VI** の **c**）を採用すれば計算一層簡易のものとなります。

---

(1) に就て編輯部より： 數式の活字は出來るだけ大きくしたいのですが，本文活字に対する關係もありますから從來この例に依つてゐます。