

論 說 報 告

第 21 卷 第 6 號 昭和 10 年 6 月

Strauss 型直上對重式跳開橋の塔に就て

會 員 工 學 士 安 宅 勝*

On the Tower of the Strauss-type Bascule Bridge with
Vertical Overhead Counterweight

By Masaru Yasumi, C. E., Member.

内 容 梗 概

本篇は Strauss 型の跳開橋の構造上の弱點と目される、對重塔の強度計算に就て述べたものである。

1. 緒 論

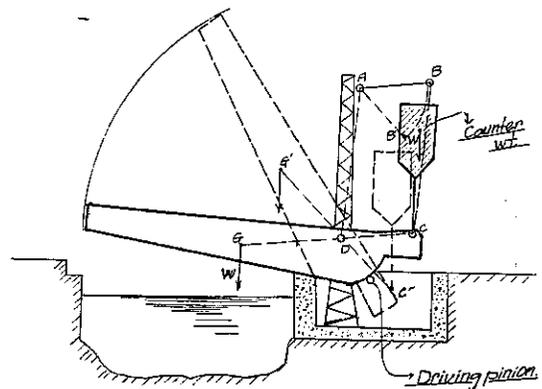
本型式に屬する Hackensack bascule bridge の破壊に關しては Engineering News Record¹⁾ 誌上に於て記憶せらるゝ諸君も多くあることと思ふ。當時米國に於ては直に調査委員が任命され破壊の原因を探究し一の報告書を發表したが其内容は未だ盡さざる所あり、且該構造應力計算上の根本方式は著者の知れる限りに於ては未だ確立して居ないやうに思はれる。

本型式の可動橋は對重取付の位置を比較的容易に處理し得て大なる橋臺橋脚等を要しない利便があるから將來も鐵道橋又は餘り大ならざる公道橋等に對しては simple trunnion bascule (著例 London tower bridge) と相並んで考慮さるべき型式である。

第 1 圖

近來我國にも此種の跳開橋が所々に建設されたが老なる對重が高所に介在し構造上一抹の不安を感じしめる。特に本邦の如く大なる横力を豫想し得る地方に於ては特に注意を要すべく、茲に設計上の一方針を提案してみた次第である。

Strauss 式 bascule bridge は米國に於て最も多く施工せられた型式ださうであるが、本論に於ては其一種たる vertical overhead counterweight type に就て述べて見る。その大體の原理は第 1 圖に示す如くである。即ち counterweight と counterweight tower は所謂 articulated parallelogram を形成し counterweight の作用點 C と moving leaf 即ち可動橋主體の重心 G を結ぶ直線は常に廻轉軸 D を通過し橋體の死荷重と counterweight とは常に平衡を保ち圓滑なる運轉をなすのである。



* 東京市技師土木局河川課勤務

¹⁾ E. N. R. Dec. 20, 1928, June 10, 1929, June 6, 1929, Oct. 6, 1930.

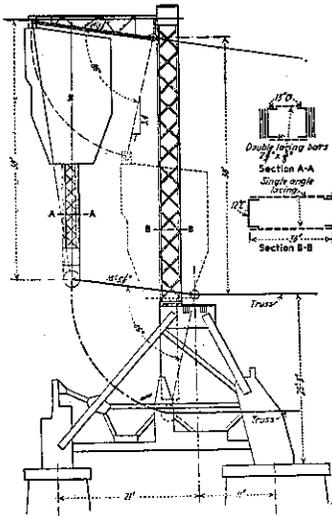
蓋し此型式の弱點は counterweight tower にあるので tower の剛度と counterweight の重量とが適當の均衡を保つて居ないと意外の椿事を惹起するのである。前掲の Hackensack bascule の failure はこの好例である。

少しく舊聞に屬するが米國 New Jersey 州 Jersey City 附近にある Hackensack bascule bridge は 1923 年 12 月 15 日運轉中突然破壊した。該橋は公道橋で本論の型式に屬する double leaf bascule bridge で各々の leaf は廻轉軸より先端まで 98 呎心々 48 呎の truss より成つてゐた。12 月 15 日の夜その東側の leaf は船を通すために擧げられ將にこれを閉ぢんとするとき突然破壊し counterweight tower 並に可動部分は河中に顛落した。兩側の leaf は擧つた儘にて異常は無かつた。

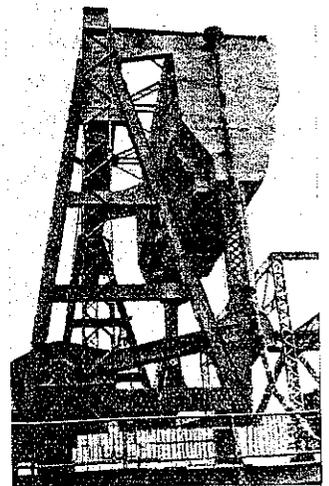
當局は直に調査委員を任命し Steinman, Hovey 等の大家が種々研究の結果 counterweight tower の強度不十分なることを指摘し、風力、制動力、振動の影響等の計算資料を集め “more than sufficient to account for the failure” なりと結論してゐる。

該橋最初の構造一般並に改造補修されたる leaf の有様は第 2 圖、第 3 圖、第 4 圖の通りである。

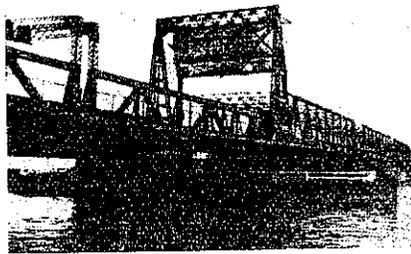
第 2 圖



第 4 圖



第 3 圖



調査委員の報告によれば

15 #/□'(75 kg/m ²) の風力に對し	14 600 #/□'(980 kg/cm ²)
deceleration of emergency brake により	37 600 #/□'(2 630 kg/cm ²)
elastic vibration of tower	14 600 #/□'(980 kg/cm ²)
	65 600 #/□'(4 590 kg/cm ²)

然し破壊の當時別段の強風が吹いてゐたといふ記述もないところを見ると塔破壊の factor として 15 #/□' の風力を取つてゐることは適當でない。これは相當の強風でかかる風はそう頻々に起るものではない。又運轉上の過誤も無かつたと云つて居る所を見ると brake の影響なども破壊を説明するために大き目に取つたやうな疑念がある。又塔の elastic vibration による應力といふのは西側の破壊しなかつた leaf をガソリンの補助機關を以て normal speed の 1/3 で運轉し塔の vibration を計測した結果より推論したもので頗る曖昧のものである。

筆者の私見を以てすれば上記の failure は counterweight tower の剛度と counterweight との均衡當を得ざりしために生じたものと認むべき根拠がある。西側の leaf をガソリン機關で運轉したときに tower の top は大

なる “oscillatory deflection” (amplitude 0.48 ft) を示したといふことから見てもこの tower は餘り stable な構造で無かつたことが判る。

一體 counterweight tower は單に假定せる垂直並に水平力に對し突桁としての應力を算定したのみでは不充分なのであつて counterweight の重量と tower の剛度との比よりして一の statically indeterminate stress として計算をなすべきである。かくするときは tower の剛度當を得ざる時は小なる水平荷重に對しても異常に大なる應力を生ずるのである。極端なる場合に於ては tower は counterweight と鈎合を保ち得ずして些細の lateral shock に對しても collapse する。

Hackensack bascule 調査委員會の報告には “pendulum motion of the counterweight” といつた抽象的の字句が用ゐてあるのみで是點に關して具體的に検討したやうにも思はれないので、いさゝか考へ就たことを記述する。

2. 對重塔の平衡に就て (Stability of the counterweight tower)

先づ問題を簡單にするために最初は ideal case を取ることを許して戴きたい。第 5 圖にて橋が閉じた場合を考へる。今 W_0 なる對重が水平力 H_0 のために ΔX だけ推されたとする。今 link AB の伸縮を無視すれば (これは桁の彎曲による A 點の移動にたいしては充分省略し得る) 突桁の頂點 A も ΔX だけ移動した譯である。

今突桁の頂點 A に作用する水平力を H_A とせば

$$H_A = H_0 + \frac{W_0 \Delta X}{l} \dots \dots \dots (1)$$

但し H_0 : counterweight に作用する水平力, W_0 : counterweight の重量

若し突桁即ち柱の反撥力がこの水平力に打ち勝ち得ぬ時は突桁の撓度 ΔX は増大しこれに伴つて counterweight の eccentricity ΔX による水平力は愈々増大し柱は平衡を保ち得ずして collapse する。

$$\text{撓度 } \Delta X \text{ に對する突桁の反撥力は} = \frac{3EI\Delta X}{l^3} \dots \dots \dots (2)$$

但し E : 彈性率, I : 突桁斷面の 2 次率, l : 突桁の長さ

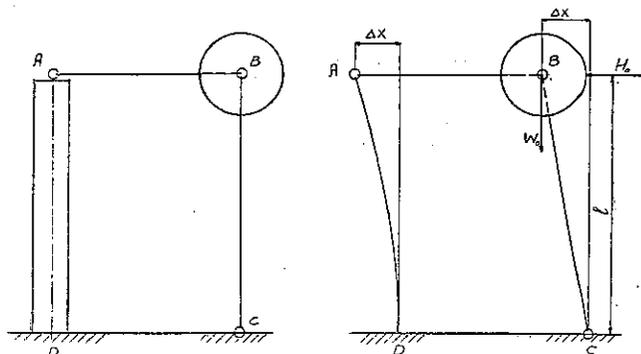
(1) 式と (2) 式とを等しと置けば

$$H_A = \frac{3EI\Delta X}{l^3} = H_0 + \frac{W_0 \Delta X}{l} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{これより} \quad \Delta X = \frac{H_0}{\left(\frac{3EI}{l^3} - \frac{W_0}{l}\right)} \dots \dots \dots (4)$$

假に H_0 の方向を正とせば ΔX は正なるべき値である。従つて $\frac{3EI}{l^3} - \frac{W_0}{l} \leq 0$ なるときは (4) 式は成立しない。この式が零なるとき即ち $W_0 = \frac{3EI}{l^2}$ のとき ΔX は無限大となる。即ちこれは tower にたいする counterweight の critical value で W_0 がこれ以上大なるときは塔は安定を保ち得ない。

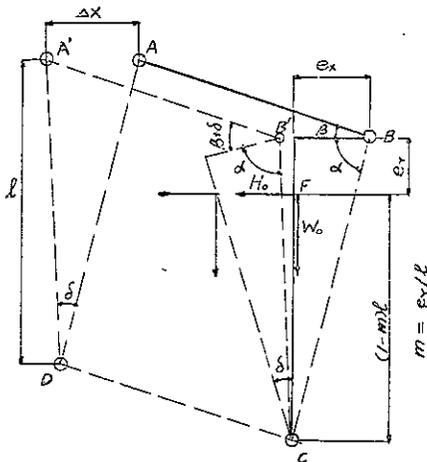
第 5 圖



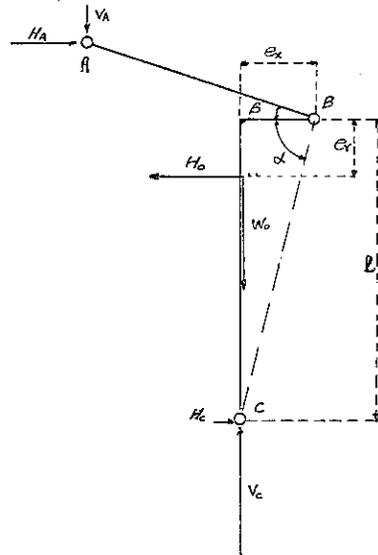
A 點の水平移動量 = $\Delta X = \delta l$

となる。又 counterweight の重心 F 點の水平移動量は $(l - e_r)\delta$ となる。先づ本論に入る前に A 點が水平移動せぬ場合の應力の關係を求め、次でこの値が counterweight と柱の剛性との關係よりして如何に變化するかを比較して見やう。

第 7 圖



第 8 圖



(1) A 點が移動せざるとき平行四邊形の各部材の應力

A 點が水平移動せざるものとせば (第 8 圖及第 6 圖参照)

$$\text{部材 AB の應力 } T = H_0(l - e_r) \times \frac{\sin \alpha}{l \sin(\alpha + \beta)}$$

$$e_r = ml \text{ とせば } T = \frac{H_0(1 - m) \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \dots \dots \dots (6)$$

従つて A 點に作用する水平力 H_A , 垂直力 V_A はそれぞれ

$$H_A = \frac{H_0(1 - m) \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \dots \dots \dots (7)$$

$$V_A = \frac{H_0(1 - m) \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \dots \dots \dots (8)$$

$$H_C = \frac{H_0(\cos \alpha \sin \beta + m \sin \alpha \cos \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad V_C = \frac{H_0(1 - m) \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} + W_0 \dots \dots \dots (9)$$

(2) A 點が水平移動をなす場合の應力

今第 7 圖を参照し link の角變化を δ とせば A 點の水平移動量 δl , counterweight の重心 F の移動量は $\delta(l - e_r)$ となる。今部材 AB の應力 T を求めんに C 點に關する moment を零と置いて

$$W_0(l - e_r)\delta + H_0(l - e_r) = T \frac{l}{\sin \alpha} \sin(\alpha + \beta + \delta) = T \frac{l}{\sin \alpha} \{ \sin(\alpha + \beta) + \delta \cos(\alpha + \beta) \}$$

$$\text{依て } T = \frac{(1 - m) \sin \alpha \{ H_0 + \delta W_0 \}}{\sin(\alpha + \beta) + \delta \cos(\alpha + \beta)} \dots \dots \dots (10)$$

第 9 圖²⁾に於て e なる eccentricity を有し塔頂には $H_A = T \cos \beta$, $V_A = T \sin \beta$ なる 2 力が作用してゐる。

この場合の塔頂 A 點の移動は V_A の符號に應じ三角函數又は双曲線函數を含む値として現し得るが、これは以後の計算を複雑にするから V_A, H_A による撓度を別々に求めて加へ合すことにする。かくするも V_A, H_A が極端なる値を取らざる限り塔頂撓度は近似的に求め得るわけである。

今 A 點の移動 $\Delta X = \Delta X' + \Delta X''$ とする。 $\Delta X', \Delta X''$ はそれぞれ H_A, V_A による撓度である。

先づ
$$\Delta X' = \frac{H_A l^3}{3EI} = \frac{T \cos \beta l^3}{3EI} \dots\dots\dots(11)$$

又垂直力 V_A による撓度は塔頂に $M = V_A e$ なる彎曲率が作用した場合と考へ

$$\Delta X'' = \frac{M l^3}{2EI} = \frac{T e (\sin \beta) l^3}{2EI} = \frac{TK (\sin \beta) l^3}{2EI}, \dots \text{但し } e = Kl \text{ と置く} \dots\dots\dots(12)$$

従つて
$$\Delta X = \Delta X' + \Delta X'' = \frac{T l^3}{6EI} (2 \cos \beta + 3K \sin \beta) \dots\dots\dots(13)$$

(13) 式に $\delta = \Delta X / l$ と置き (10), (13) 式より T を追ひ出せば傾斜角 δ を求め得。

猶 (10) 式中 $\delta \cos(\alpha + \beta)$ は $\sin(\alpha + \beta)$ に比して省略し得べく従つて該式は

$$T = \frac{(1-m) \sin \alpha \{H_0 + \delta W_0\}}{\sin(\alpha + \beta)} \dots\dots\dots(10a)$$

と置くを便とする。かくて (10a), (12) 式より δ を求めれば

$$\delta = \frac{H_0}{\frac{3EI}{l^2} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{(\cos \beta + K \sin \beta)(\sin \alpha)(1-m)} - W_0} \dots\dots\dots(14)$$

が求めれば (10a), (13) 式より部材 AB の應力 T を求め得るわけである。この問題は解決したのである。 δ の値を (10a) 式に代入して T を求めこれを (6) 式によりて示さるゝ所の A 點を移動せざる場合の應力と比較すれば A 點の移動による應力の増加率を求め得。今この應力増加率を η とせば

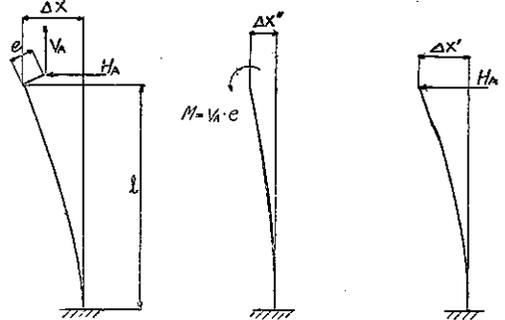
$$\eta = \frac{W_0}{\frac{3EI}{l^2} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{(1-m) \sin \alpha (\cos \beta + K \sin \beta)} - W_0} \dots\dots\dots(15)$$

これは (5) 式にて示されたるものと同性質のものである。従つて塔の安定に關する W_0 の critical value は

$$\text{critical } W_0 = \frac{3EI}{l^2} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{(1-m) \sin \alpha (\cos \beta + K \sin \beta)} \dots\dots\dots(16)$$

かくて一般に云へば η 及び W_0 の critical value は廻轉の各位置によつて異なりといふことが判る。但し普通の構造 (第 6 圖 (I)) の場合には $K = \cot \alpha$ となる故に $(\cos \beta + K \sin \beta) \sin \alpha = \sin(\alpha + \beta)$ となり従つて (15), (16) 式は

第 9 圖



2) 第 6 圖参照

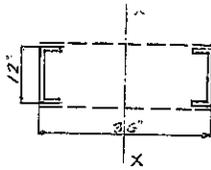
第 10 圖に於て β は 86° の變化をなし廻轉の初めに於て $\beta = -(8^\circ 30')$ 、廻轉の終りに於て $\beta = 86^\circ - (8^\circ 30') = 77^\circ 30'$ となる。今 β_0 を廻轉角とせば $\beta = \beta_0 - (8^\circ 30')$ となる。

先づ A 點が移動せざる場合に $H_0 = 1$ に對する V_A, H_A を求めると第 11 圖曲線、第 12 圖曲線の如くなる。

次に應力の増加率を求めてみる。但し第 2 圖により $\alpha = 83^\circ$ と推定する。

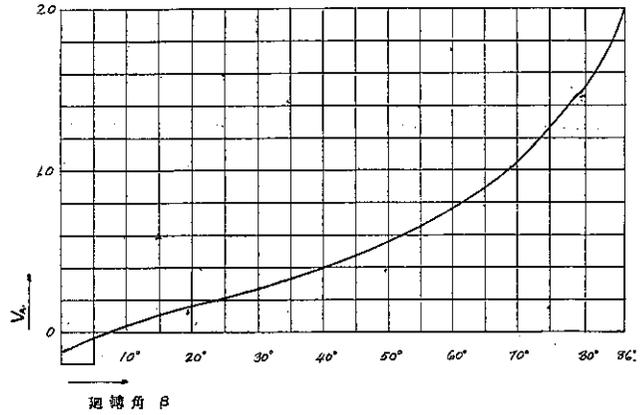
此處でお断りして置かねばならぬことは Hackensack bridge に關して詳細なる資料は別に得る方法が無かつたので單に雑誌の記事から拾ひ得る程度のものに止つてゐるのであつて、この點に關しては guess の範圍を出ないのである。従つてこれを以て該橋の破壊を云々さるゝは甚だ迷惑であらうがこれも止むを得ない。先づ counterweight の重量であるが改造の記事によると 800 t とある。これは改造の前後には大差なきものと認め、その $1/2$ を取り $W_0 = 400\text{ t} = 800\,000\text{ kg}$ とした。

第 13 圖

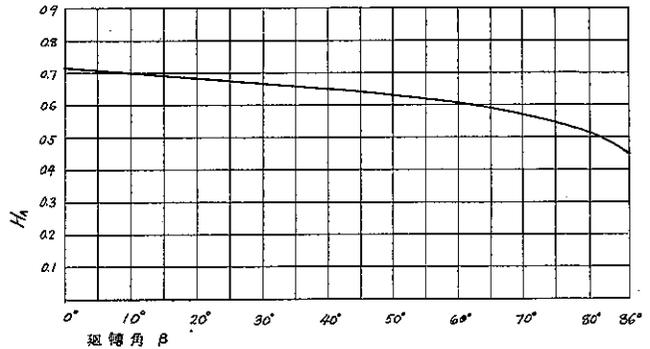


又 tower の斷面は單に $12'$ とあるばかりでその斷面は與へてない(第 2 圖参照)。今 Ketchum: "Structural Engineer's Handbook" の表より Carnegie section の最大斷面と最小斷面を取りこの二つの場合を假定して計算を進めて行く。

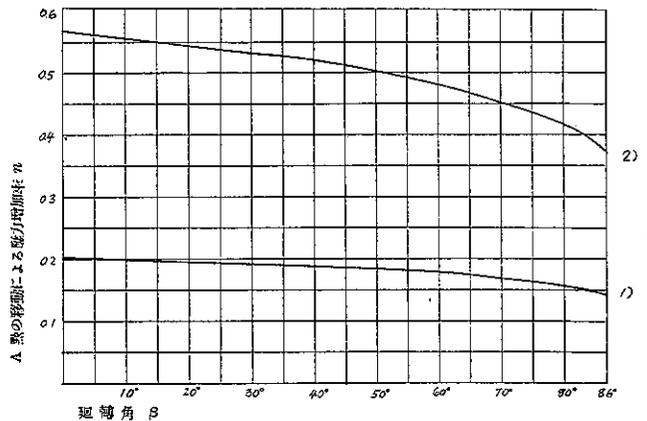
第 11 圖 A 點固定の際 $H_0 = 1$ による V_A の値



第 12 圖 $H_0 = 1$ による H_A の値, A 點は固定



第 14 圖



曲線 1) は假定最大斷面に對する値
曲線 2) は " 小 "

3) $8^\circ 30'$ といふ値は圖にて測つた値で實際の設計値ではない、猶第 2 圖参照。

$$\left. \begin{aligned} 12''\text{L の最大断面 40\# section を取れば } I_x &= 7\,018 \text{ in}^4 \\ 12''\text{L の最小断面 20.7\# section を取れば } I_x &= 3\,617 \text{ in}^4 \end{aligned} \right\} 4)$$

かくて $l=38'=456'$, $W_0=800\,000\#$, $E=30\,000\,000\#/ \text{in}^2$, $m=0.3$, $K=0.04^5)$ とせば η の値は第 14 圖の如くなる。應力増加率は 12''L の最大断面に對し 20%, 最小断面に對し約 60% を示す。 η は廻轉角の増加と共に減少する傾向を示してゐる。これは廻轉軸の位置を川に對して塔の後側に置いたために生ずる得點である。廻轉軸が普通の場合の如く塔の中心軸に合して居れば η は減少することはない。兎も角も如何なる断面が使用してあつたにせよ A 點移動の影響は決して無視出来ないことが判る。これは塔が弾性の範圍内にある場合であつて、塔の弾性限界を超えた場合には著しく不利なる状態を現出するのである。

今假に E に相當する係数が半減したとせば 12''L の最大断面に對しても $\eta_{\max}=65\%$, 12''L の最少断面に對しては η が限界値に達し塔の安定は破れる。

かくの如く弾性限界を超過せる場合には E に相當する値の激減に伴ひ η は激増する。故に counterweight tower の安全率は極めて低いことが判れる。されば塔に作用する力に對しては極めて慎重なる考究を要し且充分なる安全率を必要とする。猶 (16) 式により W_0 の限界値を求めてみると

12''L の最大断面に對しては 4759 000#, 最小断面に對し 2208 000# となる。

5. 廻轉に際し對重の重心が圓運動をなさざるための影響

B 點が圓運動をなす際に、この點より一定距離 e_x, e_y にある對重の重心 F はこれに伴ひ特殊の軌道上を運行する。⁶⁾

橋體の廻轉に伴ひ β が時々刻々に變化すればこれに伴ひ $R, \Delta\beta$ は變化する。今坐標原點を A にとれば B 點の坐標は $x=r \cos \beta, y=r \sin \beta$ となる (r は一定値)。今 $R=r+\Delta r$ とせば

$$\begin{aligned} e_x &\doteq \Delta x = \cos \beta \Delta r - \sin \beta \Delta \beta \\ e_y &\doteq \Delta y = \sin \beta \Delta r + r \cos \beta \Delta \beta \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta r &= -e_x \cos \beta + e_y \sin \beta \\ \Delta \beta &= \frac{+e_x \sin \beta + e_y \cos \beta}{r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

故に AF の距離 R は $R=r-e_x \cos \beta + e_y \sin \beta \dots\dots\dots (18)$

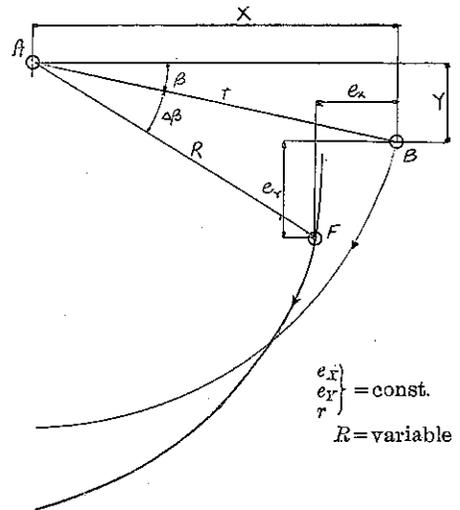
次に F 點の運動を極坐標で表せば

$$x=R \cos \beta_I, \quad y=R \sin \beta_I, \quad \beta_I = \beta + \Delta \beta$$

F 點に作用する分加速度 α_x 及び α_y は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_x &= \frac{d^2 x}{dt^2} = \cos \beta_I \frac{d^2 R}{dt^2} - 2 \sin \beta_I \frac{dR}{dt} \cdot \frac{d\beta_I}{dt} - R \cos \beta_I \left(\frac{d\beta_I}{dt} \right)^2 - R \sin \beta_I \frac{d^2 \beta_I}{dt^2} \\ \alpha_y &= \frac{d^2 y}{dt^2} = \sin \beta_I \frac{d^2 R}{dt^2} + 2 \cos \beta_I \frac{dR}{dt} \cdot \frac{d\beta_I}{dt} - R \sin \beta_I \left(\frac{d\beta_I}{dt} \right)^2 - R \cos \beta_I \frac{d^2 \beta_I}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

第 15 圖



$\left. \begin{aligned} e_x \\ e_y \end{aligned} \right\} = \text{const.}$
 $R = \text{variable}$

4) 各断面の重心軸にたいする 2 次率を略す。

5) $m=e_r/l, K=e/l$

6) 第 14 圖参照

茲に $R=r-e_x \cos \beta+e_r \sin \beta$ なる故に

$$\left. \begin{aligned} \frac{dR}{dt} &= (e_x \sin \beta + e_r \cos \beta) \frac{d\beta}{dt} \\ \frac{d^2 R}{dt^2} &= (e_x \sin \beta + e_r \cos \beta) \frac{d^2 \beta}{dt^2} + (e_x \cos \beta - e_r \sin \beta) \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

又 $\beta_I = \beta + \frac{1}{r}(e_x \sin \beta + e_r \cos \beta)$ より

$$\frac{d\beta_I}{dt} = \left(1 + \frac{e_x}{r} \cos \beta - \frac{e_r}{r} \sin \beta \right) \frac{d\beta}{dt} \dots \dots \dots (21)$$

$$\frac{d^2 \beta_I}{dt^2} = \frac{d^2 \beta}{dt^2} \left(1 + \frac{e_x}{r} \cos \beta - \frac{e_r}{r} \sin \beta \right) - \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 \left(\frac{e_x}{r} \sin \beta + \frac{e_r}{r} \cos \beta \right) \dots \dots \dots (22)$$

(20), (21), (22) 式の値を (19) 式に入れて橋體が $d\beta/dt$ なる角速度, $d^2\beta/dt^2$ なる角加速度にて廻轉する際に counterweight に作用する分加速度を求め得。而して同一條件にて counterweight に最も大なる加速度を與ふるは R の最大なる時即ち橋の開き切つた位置に於てであることは想像できる。これは Hackensack 橋破壊の有様と一致する。猶對重の重心點の角速度, 角加速度も橋梁自體のものとは大分趣を異にしてゐる。

6. 結 論

以上述べし如く對重と對重塔の剛度との關係は極めて重要で充分なる注意を要する。且塔に作用する應力の關係は橋の廻轉位置, その速度, 加速度に應じて時々刻々に變化をするから, この變化に充分注目して設計を進めることが特に肝要である。本論に於ては猶運動學の考察が充分でない。特に制動機を apply したときの塔の振動等の重大且興味ある問題が残されてあるが, これは他日の機會に譲ることとする。