

# 参 考 資 料

第 21 卷 第 3 號 昭和 10 年 3 月

## 2 乗型減衰率を有する振動の計算法

(調壓水槽の問題)

(Wilhelm Müller, "Berechnung von Schwingungen mit quadratischer Dämpfung (Wasserschlossproblem)" Ingenieur-Archiv, Aug. 1934, S. 306~315.)

2 つの水槽を連結する管内の水の振動は、摩擦抵抗が流速の 2 乗に比例するものと假定すれば次の形にて表はされる。<sup>1)</sup>

$$\ddot{z} \pm \frac{1}{2} \delta \dot{z}^2 + \omega^2 z = 0 \dots\dots\dots(1)$$

但し ± の中の上の方は z が増加する時である。之を積分すれば

$$\dot{z} = \frac{\omega}{\delta} \sqrt{2(1 - \delta z - C e^{-\delta z})} \dots\dots\dots(2)$$

± の下の符號に對しては (2) 式の δ の符號を變じ C を C' とすればよい。z が零の時には z は振幅を表はすものであるから、相次ぐ 2 つの振幅に各 δ を乗じたるものを y<sub>n</sub>, y<sub>n+1</sub> にて表せば

$$y_{n+1} + \log(1 - y_{n+1}) = -y_n + \log(1 + y_n) \dots\dots(3)$$

(2) 式の解の第 1 近似値は δ=0 とせる場合であつて、之は調和振動である。第 2 近似値を求める爲に δz=y とおき、e<sup>±y</sup> を冪級數に展開して 2 乗の項まで取れば

$$\dot{y} = \pm \omega \sqrt{2 \left[ 1 \mp y - C \left( 1 \mp y + \frac{1}{2} y^2 \right) \right]} \dots\dots(4)$$

最後の位置 z = -z<sub>1</sub>, y = -y<sub>1</sub>, (1 > y<sub>1</sub> > 0) より計算すれば、次の速度零の位置に至るまでの間にては

$$C_1 = (1 + y_1) / \left( 1 + y_1 + \frac{1}{2} y_1^2 \right) \dots\dots(5)$$

(4) 式を積分すれば

$$y = - \left[ \frac{y_1 \left( 1 + \frac{1}{2} y_1 \right)}{1 + y_1} \cos(\omega \sqrt{C_1} t) + \frac{y_1^2}{2(1 + y_1)} \right] \dots\dots\dots(6)$$

之は t=0 より t=T<sub>1</sub>=π/ω√C<sub>1</sub> までの間にて成立する。t=T<sub>1</sub> の時の振幅は

$$y_2 = y_1 / (1 + y_1) < y_1, \quad z_2 = z_1 / (1 + \delta z_1)$$

一般に n 番目の振幅は次の如く與へられる。

$$(-1)^{n-1} y_n = y_1 / \{ 1 + (n-1) y_1 \} \dots\dots\dots(7)$$

次に第 3 近似値を求める方法として e<sup>±y</sup> の展開を 3 乗の項まで採れば

$$\dot{y} = \sqrt{2} \omega \sqrt{1 - y - C \left( 1 - y + \frac{1}{2} y^2 - \frac{1}{6} y^3 \right)} \dots\dots\dots(8)$$

最初の位置を y = -y<sub>1</sub> とすれば第 2 の最大落差が現れるまでの間の條件より

$$y_2 = \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{1}{3} y_1 \right) \left[ 1 \pm \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{3} y_1^2}{1 + \frac{1}{3} y_1^2 + \frac{4}{3} y_1}} \right] \dots\dots\dots(9)$$

y は y<sub>1</sub> より小さいのであるから ± は - の方を採るべきである。振幅の一般形は

$$\left. \begin{aligned} y_{2n} &= \frac{3}{2} \left[ 1 + \frac{1}{3} y_{2n-1} - \sqrt{\frac{\left( 1 + \frac{1}{3} y_{2n-1} \right) \left( 1 + \frac{1}{3} y_{2n-1}^2 \right)}{1 + y_{2n-1}}} \right] \\ y_{2n+1} &= \frac{3}{2} \left[ - \left( 1 + \frac{1}{3} y_{2n} \right) + \sqrt{\frac{\left( 1 + \frac{1}{3} y_{2n} \right) \left( 1 + \frac{1}{3} y_{2n}^2 \right)}{1 + y_{2n}}} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(10)$$

y の値は楕圓函數を用ひて次の形に解き得る。

$$y = \frac{g + k p \operatorname{Sn}(\omega' t + \eta)}{1 + k \operatorname{Sn}(\omega' t + \eta)} \dots\dots\dots(11)$$

(記號の説明は省略する)

第 1 圖の如き調壓水槽の場合基本方程式は次の形となる。

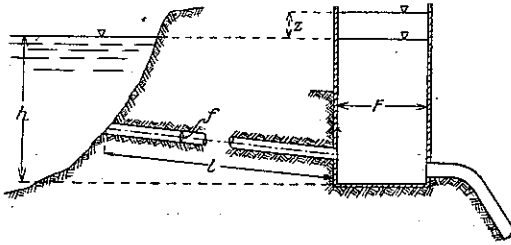
$$\alpha' \left( z + h + \frac{lF}{f} \right) \ddot{z} + \psi \frac{l}{r} \frac{FQ}{f^2} \dot{z} + \frac{1}{2} \left( 1 + \psi \frac{l}{r} \frac{F^2}{f^2} \right) \dot{z}^2 + g \left( r + \psi \frac{l}{r} \frac{Q^2}{2gf^2} \right) z = 0 \dots\dots(12)$$

1) 物部, 水理學又は Forchheimer, Hydraulik 参照。

但し  $\psi$ : 摩擦水頭を流速の 2 乗に比例するとせる時の摩擦係数,  $r$ : 管の平均径,  $\alpha$ : 1 に近き常數

水車を急に閉塞すれば  $Q=0$  である。この時  $z+h$  を  $lF/f$  に對して, 1 を  $\psi lF^2/(rf^2)$  に對して無視すれば

第 1 圖



$$\ddot{z} + \frac{1}{2} \psi \frac{1}{r} \frac{F}{f} \dot{z}^2 + \frac{gf}{lF} z = 0 \dots \dots \dots (13)$$

之は (1) 式と同じ形である。

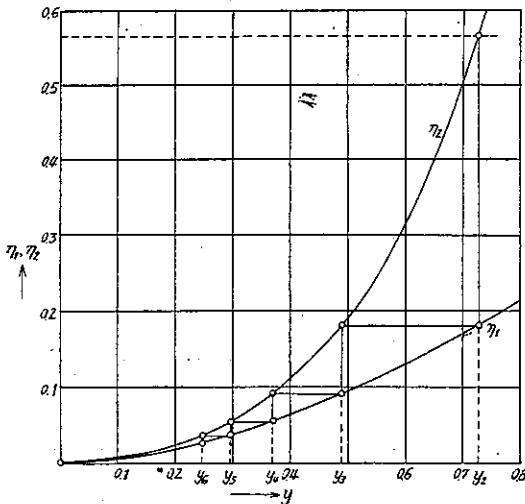
1 例として Bayern の Walchen 湖發電所の例を擧げる。

$$Q = 60 \text{ m}^3/\text{sec}, f = 18.7 \text{ m}^2, r = 1.22 \text{ m},$$

$$l = 1160.3 \text{ m}, F = 466.4 \text{ m}^2, \psi = 0.0075$$

$$\therefore \delta = 0.153 \text{ m}^{-1}, \omega^2 = 3.38 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-2}$$

第 2 圖



上述の近似解法と比較する爲に

$$\eta_1 = -y + \log(1+y), \eta_2 = y + \log(1-y)$$

の 2 曲線(第 2 圖)を畫きて, 圖上にて計算せるものを第 1 表に示した。

第 1 表

n	第 1 近似値	第 2 近似値		第 3 近似値		圖式解法	
		y	z(m)	y	z(m)	y	z(m)
1	$z=$ -7.9	-2.16	-14.1	-1.614	-10.55	—	—
2	+7.9	0.683	4.46	0.733	4.79	0.728	4.76
3		-0.406	-2.65	-0.487	-3.18	-0.49	-3.2
4		0.289	1.89	0.366	2.39	0.368	2.405
5		-0.224	-1.46	-0.294	-1.92	-0.296	-1.935
6		0.183	1.196	0.245	1.60	0.248	1.62
7		-0.155	-1.01	-0.213	-1.39	-0.214	-1.39

(本 間 仁 抄譯)

特殊の慣性能率に就て

1. 波形薄板の慣性能率

(H. B. Blodgett "Moment of Inertia of Corrugated Sheets." Civil Engineering, Sept. 1934. p. 492)

波形薄板が桁に用ひられる事はかなり多いが, 是に對しても普通の彎曲の理論が適用出来るものとするとその應力の計算は  $f=MC/I$  で求められる, ( $f$ : 縁維應力,  $C$ : 中立軸から縁維に至る距離,  $I$ : 慣性能率)。

式中  $I$  が問題で, この價を出すのが一番厄介である。慣性能率を求めるには, 先づ幾何學的の形を知る必要があるが, 實際に使用されてゐる波形薄板の斷面を簡單な幾何學的の形で正確に表はす事は困難で, 結局色々々に假定してゐる。即ちサイクロイド曲線, 拋物線, 圓, 直線或は以上のものゝ組合せ, 又は正弦曲線とか懸鏈曲線でも表はしてゐる。而して是等假定された斷面形の性質に就ては, 余り書かれてゐない爲, 筆者はこゝに次の 4 つの場合を提案して, 波形薄板の慣性能率を求める。

(1) 波形をサイクロイドとする場合

$$I = C_1 b d^3 t \dots \dots \dots (1)$$

$b$ : 波形薄板の幅(展開した幅にあらず)  $d$ : 波形の高さ,  $t$ : 板の厚さ,  $e$ : 波形のピッチ,

$$k = e/d$$

$$C_1 = \frac{2}{15} \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{1}{k} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (2)$$

この式は 1868 年, Rankine 教授によつて發表され, 爾來修正した形で使用されて來た, 式の誘導は多少近似的である。

(2) 波形を拋物線とする場合

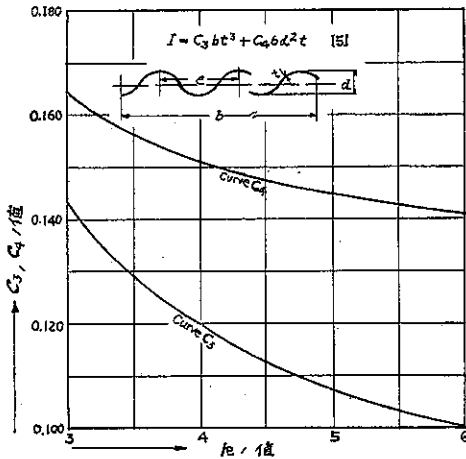
$$I = C_2 b d^3 t \dots\dots\dots(3)$$

$$C_2 = \frac{2}{105} \left( 6 + \sqrt{1 + \frac{16}{k^2}} \right) \dots\dots\dots(4)$$

$b, d, t, k$  の符號は前の通り, 以下も同じ, この式も近似解である。

(3) 波形を第 3 圖の如く圓形とする場合

第 3 圖 波形が圓よりなる場合



$$I = C_3 b t^3 + C_4 b d^2 t \dots\dots\dots(5)$$

式中  $C_3 = \frac{(6\alpha - \sin 2\alpha)}{48 \sin \alpha} \dots\dots\dots(6)$

$$C_4 = \frac{(4\alpha + 2\alpha \cos 2\alpha - 3 \sin 2\alpha)}{16 \sin \alpha \operatorname{vers}^2 \alpha} \dots\dots\dots(7)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{4k}{k^2 - 4} \right) \dots\dots\dots(8)$$

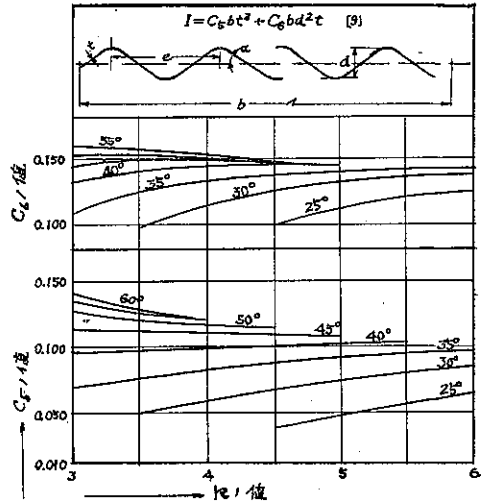
(5) 式は理論的に誘導可能で波形が正しく圓形なれば計算した慣性係率は全く正しい値である。

(4) 波形が第 4 圖の如く圓と是の切線とより成る場合

$$I = C_5 b t^3 + C_6 b d^2 t \dots\dots\dots(9)$$

$$C_5 = \frac{(6\alpha + 3 \sin 2\alpha - 8 \sin \alpha)q + 4 \sin \alpha}{12 k} \dots\dots\dots(10)$$

第 4 圖 波形が圓と切線とよりなる場合



$$C_6 = \left[ \left( 6\alpha + \sin 2\alpha - 8 \sin \alpha - 4 \frac{\tan^3 \alpha \sin^2 \alpha}{3} \right) q^2 + (4 \sin \alpha + k \tan^3 \alpha \sin \alpha - 4\alpha) q^2 + \left( \alpha - \frac{k^2 \tan^2 \alpha}{4} \right) q + \frac{k^3 \tan^2 \alpha}{48 \cos \alpha} \right] + k \dots\dots(11)$$

$$q = \frac{(k \tan \alpha - 2d)}{4e \times \sec \alpha} \dots\dots\dots(12)$$

$\alpha$  は第 4 圖に示す如く切線と中立軸とのなす鋭角, (9) 式も理論的に誘導可能で, 波形薄板の断面が假定通りであれば, 計算した慣性係率は正しい値である。

以上 4 つの場合の式の中 (2), (4) 式は簡単に計算出来るが, 6, 7, 8, 10, 11, 12 式は簡単には出来ぬ, 故に第 3 圖, 第 4 圖は計算せず  $C_3, C_4, C_5, C_6$  を圖上で求めるものである。

次に慣性係率計算後, 断面係数  $S = 2I/d + t \dots\dots(13)$  であるが近似的には  $S_1 = 2I/d$  である, 是は Rankine が用いたもので, 波高大なる時はよきも普通は (13) 式がよい。

現今最も普通に用ひられてゐる, 波形薄板は圓と是の切線よりなつてゐると云ふ假定によく適合してゐる故 (9) 式を用ふるのが當を得てゐると思はれる。

2. 螺旋筋柱の慣性係率

(E. T. Jensen. "Moment of Inertia of Spirally Reinforced-Concrete Columns." Eng. News-Record, 18, Oct. 1934. p. 504)

螺旋筋柱の慣性能率を求めるには一般に近似的に行つてゐる。即ち軸鐵筋と同じ面積を有し、且螺旋の直径に等しい圓筒に換算し是の慣性能率を求めてゐるのである。この方法も非常に正確な値は得られるが、計算が厄介で、極く僅か違つた直径の4乗の差を求めねばならぬ、是は計算尺では間に合はず全く計算器で無くては求められぬ。

故に筆者は計算尺で用が足せ、しかも正確なる公式を解析的に求めた。

螺旋筋柱の慣性能率は一般に次の如く表はされる。

$$I = I_c + (n-1)I_s \dots\dots\dots(1)$$

式中  $I_c$  は簡單で  $I_s$  が問題なのである。

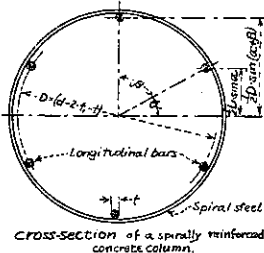
符號は次の如し、

$d$ : 螺旋の外徑,  $t_1$ : 螺旋筋の直径,  $t$ : 軸鐵筋直径,  
 $D$ : 公稱直径,  $m$ : 軸鐵筋數,  $\beta$ : 各軸鐵筋の挟む中心角,  $\alpha$ : 最小慣性能率に関する中心角,  $I$ : 全斷面の慣性能率,  $I_c$ : コン

第 5 圖

クリートの慣性能率,  
 $I_s$ : 鐵筋の慣性能率,  
 $n = E_s/E_c$

$I_s$ , 即ち第 5 圖に示す如き各軸鐵筋の斷面の中立軸に関する慣性能率の和は次の如し。



$$I_s = \left[ \frac{m\pi}{64} \right] t^4 + \frac{\pi}{16} D^2 t^2 \left[ \sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \beta) + \sin^2(\alpha + 2\beta) \dots + \sin^2 \{ \alpha + (m-1)\beta \} \right] \dots(2)$$

$\alpha$  の變化により  $I_s$  は變化するが  $I_s$  の最小値を求める。

$\beta = 2\pi/m$  を (2) 式に代入し、 $d(I_s)/d\alpha = 0$  より  $\alpha$  を求めると  $\alpha$  は鐵筋數に無關係に常に零となる。

従つて最小の  $I_s$  は

$$I_s = \left[ \frac{m\pi}{64} \right] t^4 + \frac{\pi}{16} D^2 t^2 \left[ \sin^2 \left( \frac{2\pi}{m} \right) + \sin^2 \left( \frac{4\pi}{m} \right) + \sin^2 \left( \frac{6\pi}{m} \right) \dots + \sin^2 (m-1) \left( \frac{2\pi}{m} \right) \right] \dots(3)$$

$\pi D^2 t^2 / 16$  の係数は級數で總和は  $m/2$  となる故に

$$I_s = \left[ \frac{m\pi}{64} \right] t^4 + \frac{\pi m}{32} D^2 t^2 = \frac{\pi m}{64} t^2 [t^2 + 2D^2] \dots(4)$$

(1) 式に (4) 式を代入して、

$$I = \frac{\pi}{64} d^4 + (n-1) \left( \frac{\pi m t^2}{64} \right) [t^2 + 2D^2] \dots\dots(5)$$

以上は丸鋼の場合であるが角鐵筋の場合も同様求められる。  $b$  を角鐵筋の厚さとする

$$I_s = \left( \frac{m b^3}{4} \right) \left[ \frac{b^2}{3} + \frac{D^2}{4} \right] \dots\dots\dots(6)$$

従つて

$$I = \frac{\pi}{64} d^4 + (n-1) \left( \frac{m b^3}{4} \right) \left[ \frac{b^2}{3} + \frac{D^2}{4} \right] \dots\dots(7)$$

(中路誠三 抄譯)

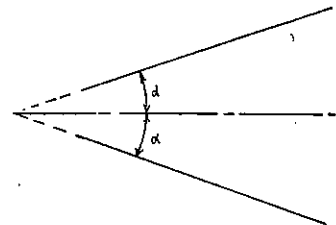
擴大する水路に於ける流れ

(Note on the Divergent Flow of Fluid)  
 by W. R. Dean. Phil. Mag. Nov. 1934.)

1. 擴大する流れ (divergent flow) は、よく知られてゐる如く大變不安定なものであるから僅かの攪亂 (disturbance) に依つても不安定である事がある場合に於ては證明出來ても良かったと思はれる。先づ準備として、擴大する流れとは僅かに異なる定流を此の論文の中で考へた。その譯は本論文の初めのいくつかの例は斯くの如き解は不安定の存在を言ひあらはせるからである。

2. 圓筒座標に依ると 2 次元の不壓縮定流の方程式は次の如くなる。

第 6 圖



$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots(1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{p}{\rho} \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \dots\dots\dots(2)$$

及び  $\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \dots\dots\dots(3)$

茲に  $p$  は壓力,  $\rho$  は密度,  $\nu$  は kinematic coefficient of viscosity,  $u, v, p$  は  $z$  に無関係とし, 速度の  $z$  成分はないと假定してある。  $v=0$  の場合には, G. Hamel の解いた様にこの方程式から

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) = 0$$

$\therefore u = U/r \dots\dots\dots(4)$

$U$  は  $\theta$  のみの函数である。(1), (2) 式は次の如くなる。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{p}{\rho} \right) = \frac{1}{r^3} (\nu U'' + U^2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{p}{\rho} \right) = \frac{2\nu}{r^2} U'$$

prime 記號 (') は  $\theta$  についての微分を示す。  $p/\rho$  を消去すれば

$$U''' + 4U' = -\frac{2}{\nu} U U'$$

すると  $U^2 = \frac{2}{3\nu} (e_1 - U)(e_2 - U)(e_3 - U) \dots\dots\dots(5)$

$e_1, e_2, e_3$  は

$$e_1 + e_2 + e_3 = -6\nu \dots\dots\dots(6)$$

の様な常数であり, 今それら全部が實数であると假定する。一般の場合には, これらの中2つまでは複素數で差支へない。故に次ぎの議論はある特殊な radial flow に限られてある。今  $e_1, e_2, e_3$  は實数と假定したから

$$e_1 \geq e_2 \geq e_3 \dots\dots\dots(7)$$

としても一般性を失はない。今

$$U = e_1 \cos^2 \psi + e_2 \sin^2 \psi \dots\dots\dots(8)$$

と書けば (5) 式は

$$\left( \frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 = \frac{e_1 - e_3}{6\nu} (1 - k^2 \sin^2 \psi) \dots\dots\dots(9)$$

$$k^2 = \frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_3} \dots\dots\dots(10)$$

それで  $\psi=0$  の時は  $\theta=0$  である。故に

$$U = e_1 - (e_1 - e_2) \operatorname{Sn}^2 \left[ \left( \frac{e_1 - e_3}{6\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \theta \right] \dots\dots\dots(11)$$

3. 次ぎに  $e_2=0$  とした場合のみを論じる。

$$U = e_1 \operatorname{Cn}^2 \left[ \left( \frac{e_1 - e_3}{6\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \theta \right] \dots\dots\dots(13)$$

$$k^2 = \frac{e_1}{e_1 - e_3} \dots\dots\dots(13)$$

及び  $e_1 + e_3 = -6\nu \dots\dots\dots(14)$

$e_2=0$  は (7) 式と共に  $e_1 \geq 0$  を示してゐるからこの radial motion は, 擴大的 (divergent) である。  $U$  の最大値は  $e_1$  である。又  $U$  は  $\theta = \pm\alpha$  で 0 になる。  $\alpha$  は次の式で與へられる。

$$\left( \frac{e_1 - e_3}{6\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \alpha = K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \psi)^{-\frac{1}{2}} d\psi$$

4. さて純粹の radial motion とは僅かに異なる2次元の定流を考へる。(1)~(3) 式の次にまづ上の様に

$$u = U/r, v = 0$$

とおき次いで

$$u = U/r + u', v = v' \dots\dots\dots(15)$$

とおいて 2 組の方程式の引き算をする。

そして  $p'$  を 2 つの壓力の差とし  $u', v', p'$  を  $r, \theta$  のみの函数とし, その 2 次以上の項を無視すれば

$$U \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} - \frac{u'}{r^2} \right) + U' \frac{v'}{r^2} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{p'}{\rho} \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial \theta^2} - \frac{u'}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \right)$$

$$U \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{v'}{r^2} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{p'}{\rho} \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 v'}{\partial r^2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v'}{\partial \theta^2} - \frac{v'}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u'}{\partial \theta} \right)$$

及び  $\frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{u'}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} = 0$

これ等の方程式は

$$u' = u_1 r^n, v' = v_1 r^n, p'/\rho = p_1 r^{n-1} \dots\dots\dots(16)$$

とおけば満足される。茲に  $n$  は常數である。  $u_1, v_1$  及び  $p_1$  は  $\theta$  のみの函数である。そして次の方程式を満足させる。

$$U(n-1)u_1 + U'v_1 = -(n-1)p_1 + \nu \left[ \frac{d^2 u_1}{d\theta^2} + (n^2-1)u_1 - 2 \frac{dv_1}{d\theta} \right] \dots\dots\dots(17)$$

$$U(n+1)v_1 = -\frac{dp_1}{d\theta} + \nu \left[ \frac{d^2 v_1}{d\theta^2} + (n^2-1)v_1 + 2 \frac{du_1}{d\theta} \right] \dots\dots\dots(18)$$

及び  $\frac{dv_1}{d\theta} + (n+1)u_1 = 0 \dots\dots\dots(19)$

(17), (18) 兩式から  $p_1$  を消去し (19) 式を用ふれば

$$\left[ \frac{d^2 u_1}{d\theta^2} + (n+1)^2 \right] \left[ \frac{du_1}{d\theta} - \frac{(n-1)^2}{n+1} v_1 \right] = \frac{1}{\nu} \left[ U'v_1 - 2U'u_1 + (n-1)U \left\{ \frac{dv_1}{d\theta} - (n+1)v_1 \right\} \right] \dots\dots(20)$$

又  $u_1, v_1$  は境界條件

$$0 = \pm \alpha \text{ の時 } u_1 = v_1 = 0 \dots\dots\dots(21)$$

を満足せねばならない。故に一般には  $u_1, v_1$  の 0 の値でしか、(19), (20) 及び (21) 式は満足出来ない。0でない解があると言ふ條件は、これ等の方程式の  $n$  のとりうる値を決定する周期方程式となる。

5, (20) 式に於て  $U$  は次の公式 (Whittaker and Watson "Modern Analysis" § 21.8, 22, 735. 原註) に依つて Fourier 級數に展開出来る。

$$(kK)^2 \text{Sn}^2 u = K(K-E) - 2\pi^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{mq^{2m}}{1-q^{2m}} \cos \frac{m\pi u}{K}$$

茲に

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-k^2 \sin^2 \psi)^{\frac{1}{2}} d\psi$$

$$\epsilon = \frac{q+q^3+q^{25}+\dots}{1+2q^4+2q^{16}+\dots}$$

$$1-k^2 = \left( \frac{1-2\epsilon}{1+2\epsilon} \right)^4$$

$$U \text{ に関する (12) 式で } \theta = -\alpha + \phi/\beta \dots\dots\dots(22)$$

と書く。β は  $\theta = \pm \alpha$  の時に  $\phi = 0, \pi$  となる様にえらぶ。しかる時は

$$\beta = \frac{\pi}{2K} \left( \frac{e_1 - e_3}{6\nu} \right)^{1/2} \dots\dots\dots(23)$$

((12) 式に (22) 式を入れ Jacobi の楕圓函數に関する加法定理を用ひ (12) 式の  $\theta = \pm \alpha$  の時の値を考へて β をきめれば容易に (23) 式を得る—譯者註) 處が  $U$  に關する級數は

$$U = e_1 \left[ 1 - \frac{K-E}{k^2 K} + \frac{2\pi^2}{k^2 K^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m}{1-q^{2m}} (-q)^m \cos 2m\phi \right] \dots\dots\dots(24)$$

之を次の様に書く。

$$U = \nu(d_0 + d_2 \cos 2\phi + d_4 \cos 4\phi + \dots) \dots\dots(25)$$

$\theta$  の代りに  $\phi$  を使ふと (19) 式と (20) 式は

$$\left[ \beta^2 \frac{d^2 u_1}{d\phi^2} + (n+1)^2 \right] \left[ \beta \frac{du_1}{d\phi} - \frac{(n-1)^2}{n+1} v_1 \right] = \frac{1}{\nu} \left[ \beta^2 \frac{d^2 U}{d\phi^2} v_1 - 2\beta \frac{dU}{d\phi} u_1 + (n-1)U \left\{ \beta \frac{dv_1}{d\phi} - (n+1)v_1 \right\} \right] \dots\dots(26)$$

及び  $\beta \frac{dv_1}{d\phi} + (n+1)u_1 = 0 \dots\dots\dots(27)$

境界條件は  $\phi = 0, \pi$  の時  $u_1 = v_1 = 0 \dots\dots(28)$

$du_1/d\phi$  を cosine 級數にあらはせば

$$\frac{du_1}{d\phi} = a_1 \cos \phi + a_2 \cos 2\phi + a_3 \cos 3\phi + \dots\dots(29)$$

$$u_1 = a_1 \sin \phi + \frac{a_2}{2} \sin 2\phi + \frac{a_3}{3} \sin 3\phi + \dots\dots(30)$$

次に (27) 式から

$$\frac{\beta v_1}{n+1} = a_0 + a_1 \cos \phi + \frac{a_2}{2} \cos 2\phi + \frac{a_3}{3} \cos 3\phi + \dots\dots\dots(31)$$

之等の級數と (25) 式を用ひて (26) 式の右邊を cosine 級數にかける。そして (26) 式の解に依つて

$$\beta \frac{du_1}{d\phi} - \frac{(n-1)^2}{n+1} v_1$$

を書きあらはし、それ等を比較すると、まづ

$$\frac{du_1}{d\phi} = a_2 \cos 2\phi + a_4 \cos 4\phi + a_6 \cos 6\phi + \dots\dots(32)$$

$$u_1 = \frac{a_3}{2} \sin 2\phi + \frac{a_4}{4} \sin 4\phi + \frac{a_6}{6} \sin 6\phi + \dots\dots(33)$$

$$\frac{\beta v_1}{n+1} = a_0 + \frac{a_2}{2} \cos 2\phi + \frac{a_4}{4} \cos 4\phi + \frac{a_6}{6} \cos 6\phi + \dots\dots\dots(34)$$

今 (26) 式の右邊が次の形とする。

$$b_0 + b_2 \cos 2\phi + b_4 \cos 4\phi + \dots\dots$$

しかる時は (26) 式を解いて

$$\beta \frac{du_1}{d\phi} - \frac{(n-1)^2}{n+1} v_1 = \frac{b_0}{(n+1)^2} + \frac{b_2 \cos 2\phi}{(n+1)^2 - (2\beta)^2}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{b_4 \cos 4\phi}{(n+1)^2 - (4\beta)^2} + \dots \\
 & + A \cos \left\{ \frac{n+1}{\beta} \phi \right\} + B \sin \left\{ \frac{n+1}{\beta} \phi \right\} \dots (35)
 \end{aligned}$$

complementary solution も他の解と同じく  $\phi = \pi/2$  に関して特殊でなければならぬから

$$C \cos \left\{ \frac{n+1}{\beta} \left( \phi - \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

の形でなければならぬ。又之を展開して

$$\begin{aligned}
 & C \cos \left\{ \frac{n+1}{\beta} \left( \phi - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \\
 & = C_0 + C_2 \cos 2\phi + C_4 \cos 4\phi + \dots
 \end{aligned}$$

定数  $C$  及び  $a_0, a_2, \dots$  は次の方程式を満足せねばならない。

$$a_0 + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_4}{4^2} + \dots = 0 \dots (36)$$

$$C_0 + \frac{b_0}{(n+1)^2} = -\frac{(n-1)^2}{\beta} a_0 \dots (37)$$

$$\begin{aligned}
 & C_{2r} + \frac{b_{2r}}{(n+1)^2 - (2r\beta)^2} = \beta a_{2r} \\
 & -\frac{(n-1)^2}{\beta} \frac{a_{2r}}{(2r)^2}, \quad r=1, 2, \dots (38)
 \end{aligned}$$

(36) 式は  $v_1$  に對する境界条件から (37), (38) 式は (32), (34) 及び (35) 式より出る。今便宜上

$$C' = \frac{4(n+1)}{\pi\beta^2} C \sin \left\{ \frac{(n+1)\pi}{2\beta} \right\}$$

の様に書けば

$\frac{1}{2} \beta^2,$	$\beta f_0' + (n^2 - 1)^2,$	$\beta g_0',$	0	= 0 \dots (39)
0,	1,	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{4^2}$	
$\frac{\beta^2}{(2\beta)^2 - (n+1)^2},$	$\frac{e_2'/\beta}{(2\beta)^2 - (n+1)^2},$	$1 - \frac{(n-1)^2}{(2\beta)^2},$	$\frac{g_2'/\beta}{(2\beta)^2 - (n+1)^2}$	
$\frac{\beta^2}{(4\beta)^2 - (n+1)^2},$	0,	$\frac{e_4'/\beta}{(4\beta)^2 - (n+1)^2},$	$1 - \frac{(n-1)^2}{(4\beta)^2} + \frac{f_4'/\beta}{(4\beta)^2 - (n+1)^2}$	

$$C_0 = \frac{\beta_0 C'}{2(n+1)^2}$$

及び  $C_{2r} = \frac{\beta^{2r} C'}{(n+1)^2 - (2r\beta)^2}, \quad r=1, 2, \dots$

今  $U$  を求める (25) 式の初めの 2 項を取つて計算すれば

$$b_0' = f_0' a_0 + g_0' a_2,$$

$$b_2' = e_2' a_0 + f_2' a_2 + g_2' a_4,$$

$$b_4' = e_4' a_2 + f_4' a_4 + g_4' a_6,$$

と書け、 $b_0, b_2, \dots$  の代りに  $b_0', b_2', \dots$  を書けば (25) 式の  $d_0$  及び  $d_2$  に關係する項は出て来る。(36), (37) 式及び (38) 式は次の如くなる。

$$\frac{C'}{2(n+1)^2} + \frac{(n-1)^2}{\beta^2} a_0 + \frac{1}{(n+1)^2 \beta^2} \{f_0' a_0 + g_0' a_2\} = 0,$$

$$a_0 + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_4}{4^2} + \dots = 0,$$

$$a_2 \left[ 1 - \frac{(n-1)^2}{(2\beta)^2} + \frac{1}{(2\beta)^2 - (n+1)^2} \left[ \beta^2 C' \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\beta} \{e_2' a_0 + f_2' a_2 + g_2' a_4\} \right] = 0,$$

$$a_4 \left[ 1 - \frac{(n-1)^2}{(4\beta)^2} \right] + \frac{1}{(4\beta)^2 - (n+1)^2} \left[ \beta^2 C' \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\beta} \{e_4' a_2 + f_4' a_4 + g_4' a_6\} \right] = 0$$

等。

$C', a_0, a_2, \dots$  に關する行列式が 0 に等しい時は 0 でない解が存在する。最初の 4 列及び 4 行を取れば充分精確であるから

$f'_0, g'_0, \dots$  等は次の式で與へられる。

$$\beta f'_0 = -(n-1)(n+1)^2 d_0,$$

$$\frac{f'_2}{\beta} = (n-1)d_0 \left[ 1 - \frac{(n+1)^2}{(2\beta)^2} \right],$$

$$\frac{f'_4}{\beta} = (n-1)d_0 \left[ 1 - \frac{(n+1)^2}{(4\beta)^2} \right],$$

$$\frac{e'_2}{\beta} = -(n+1)d_2 \left[ 4 + \frac{n^2-1}{\beta^2} \right],$$

$$\frac{e'_4}{\beta} = \frac{n-3}{2}d_2 - \frac{(n+1)d_2}{8} \left[ 4 + \frac{n^2-1}{\beta^2} \right],$$

$$\beta g'_0 = -\frac{1}{8}(n-1)(n+1)^2 d_2,$$

$$\frac{g'_2}{\beta} = \frac{nd_2}{2} - \frac{(n+1)d_2}{32} \left[ 4 + \frac{n^2-1}{\beta^2} \right].$$

これ等の式に依つて  $n$  の取り得る値が決定される。

それを決定して見ると大體  $n = -1, 1$  である。

この場合には正確な解が得られて、そして曾つて Hamel 氏に依つて求められたものが得られる。(Jahresb. d. deutschen math. Ver. XXV. pp. 34~60(1917) 一原註)

この論文にはあとに divergent flow の場合の壓力を求めてあるが餘り長くなるから、それを御注意するに止める。 (最上武雄 抄譯)

### 正弦曲線の断片からなる 曲線列の Fourier 解析

(R. Feinberg; "Fourier-Analyse von Kurvenzügen, die stückweise aus Ausschnitten von Sinuslinien zusammengesetzt sind"  
Z. A. M. M. Heft 5, 1934. (kleine Mitteilung))

$$\text{曲線 } y_m = Y_m \sin \lambda(\omega t - \psi_m) \dots (1)$$

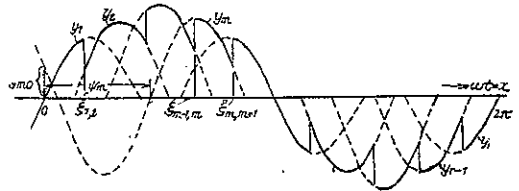
は一つの曲線列中の第  $m$  番目の曲線をあらはし、 $\lambda$  は基本のものとその曲線の周期 (Kreisfrequenz) との比である。Fourier 係数としては  $\omega t = x$  とおけば (1) 式より

$$a_n \pi = \int_0^{2\pi} y \cos nx dx \\ = \sum_{m=1}^r Y_m \int_{\xi_{m-1,m}}^{\xi_{m,m+1}} \sin \lambda(x - \psi_m) \cdot \cos nx dx \quad (2a)$$

及び

$$b_n \pi = \int_0^{2\pi} y \sin nx dx \\ = \sum_{m=1}^r Y_m \int_{\xi_{m-1,m}}^{\xi_{m,m+1}} \sin \lambda(x - \psi_m) \sin nx dx \quad (2b)$$

第 7 圖



但し  $\xi$  は次の如きものである。即ち第  $m-1$  番目の曲線の終りで第  $m$  番目の曲線の初まりの點 ( $x$  座標) を  $\xi_{m-1,m}$  と書く。故に  $\xi_0 = 0, \xi_r, r+1 = 2\pi$  である。

a)  $n \neq \lambda$  に對しては

$$\int \sin \lambda(x - \psi) \cdot \cos nx dx = \frac{\lambda}{n^2 - \lambda^2} \left\{ \cos \lambda(x - \psi) \cdot \cos nx + \frac{n}{\lambda} \sin \lambda(x - \psi) \cdot \sin nx \right\} \quad (3a)$$

$$\int \sin \lambda(x - \psi) \sin nx dx = \frac{\lambda}{n^2 - \lambda^2} \left\{ \cos \lambda(x - \psi) \cdot \sin nx - \frac{n}{\lambda} \sin \lambda(x - \psi) \cdot \cos nx \right\} \quad (3b)$$

$$\text{又 } Y_m \sin \lambda(\xi_{m-1,m} - \psi_m) - Y_{m-1} \sin \lambda \\ \times (\xi_{m-1,m} - \psi_{m-1}) = S_{m-1,m} \dots (4a)$$

$$Y_m \cos \lambda(\xi_{m-1,m} - \psi_m) - Y_{m-1} \cos \lambda \\ \times (\xi_{m-1,m} - \psi_{m-1}) = \frac{1}{\lambda} S'_{m-1,m} \dots (4b)$$

と置く。  $S_{m-1,m}$  は函数値  $y$  の飛び高であり、  $S'_{m-1,m}$  は  $\xi_{m-1,m}$  に於ける微係数  $y'$  の飛び高である。故に (3) 式を (2) 式に代入する事に依り

$$a_n \pi = \frac{1}{\lambda^2 - n^2} \sum_{m=2}^r \{ S'_{m-1,m} \cos n \xi_{m-1,m} \\ + n S_{m-1,m} \sin n \xi_{m-1,m} \} \dots (5a)$$

$$b_n \pi = \frac{1}{\lambda^2 - n^2} \sum_{m=2}^r \{ S'_{m-1,m} \sin n \xi_{m-1,m} \\ - n S_{m-1,m} \cos n \xi_{m-1,m} \} \dots (5b)$$

を得る。即ち (2) 式に於ける断片的な積分が、  $0$  と  $2\pi$  の間の飛んでゐる點に於ける函数値の飛び高とその微分係数の簡単な加へ算に直される。



b)  $n \neq \lambda$  の時

$$\int \sin \lambda(x-\psi) \cdot \cos \lambda x dx = \frac{1}{2\lambda} \{ \lambda x \cdot \sin \lambda \psi + \sin \lambda(x-\psi) \cdot \sin \lambda x \} \dots\dots\dots(6a)$$

$$\int \sin \lambda(x-\psi) \cdot \sin \lambda x dx = \frac{1}{2\lambda} \{ \lambda x \cdot \cos \lambda \psi - \cos \lambda(x-\psi) \cdot \sin \lambda x \} \dots\dots\dots(6b)$$

簡単にするために次の如くおく。

$$\left. \begin{aligned} \xi_{m,m+1} - \xi_{m-1,m} &= x_m \\ -Y_m \sin \lambda \psi_m &= y_{m0} \\ Y_m \cos \lambda \psi_m &= \frac{1}{\lambda} y'_{m0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

然る時は (2) 式より (4) 式を用ひて

$$a_{\lambda\pi} = \frac{1}{2\lambda} \left\{ \lambda \sum_{m=1}^r x_m \cdot y_{m0} - \sum_{m=2}^r S_{m-1,m} \sin \lambda \xi_{m-1,m} \right\} \dots\dots\dots(8a)$$

$$b_{\lambda\pi} = \frac{1}{2\lambda} \left\{ \sum_{m=1}^r x_m \cdot y'_{m0} + \frac{1}{\lambda} \sum_{m=2}^r S'_{m-1,m} \sin \lambda \xi_{m-1,m} \right\} \dots\dots\dots(8b)$$

$n=0$  の時には

$$a_0 \cdot 2\pi = \int_0^{2\pi} y dx \dots\dots\dots(9)$$

(5a) 式を導いたと同様にして

$$a_0 \cdot 2\pi = \frac{1}{\lambda^2} \sum_{m=2}^r S'_{m-1,m} \dots\dots\dots(10)$$

(最上武雄 抄譯)

### 肋拱の挫屈に就て

(E. Gaber; "Über die Knicksicherheit vollwandiger Bogen." Die Bautechnik, November 1934 Heft 49. S. 646~651.)

近來各國に益々大徑間の肋拱橋が架せられつゝある現状であるが、肋拱の挫屈強度に関する既知の理論式に満足せず、此の際各種の肋拱について、その挫屈強度の簡單確實なる方法を見出さんと試みたのである。従來の拱桁挫屈荷重の理論的計算はすべて等布荷重を有し一定の  $J$  を有するものとし、且完全な弾性反應をなし比例法が適用せらるゝものと假定したのである。

先づ 3 鉸拱の限界水平反力  $H_K$  は Engetzer 氏の式があり、偏平な拋物線拱又は圓形拱に對しては

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{1}{(0.586 l)^2} \dots\dots\dots(1)$$

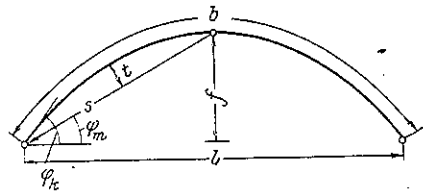
とし、尙非常に偏平な拱に對しては

$$H_K = \pi^2 EJ \cos \varphi_K \frac{1}{(0.64 b)^2} \dots\dots\dots(2)$$

を與へてゐる。こゝに、

$$\cos \varphi_K = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{l}\right)^2}}$$

第 8 圖



J. Fritsche 氏は偏平拱のみに對し

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot l}{2K}\right)^2} \dots\dots\dots(3)$$

を與へ、 $K$  の値は次式より求むるものとする。

$$\text{tg } K + \frac{3\theta[K^2(2K^2+1)+16(\sec K-1)]}{K[K^2(6-7\theta)-120\theta]} = 0 \dots\dots(3a)$$

$$\theta = 8 \left(\frac{f}{l}\right)^2$$

(DIN. 1 075) では次式を與へてゐる。

$$H_K = \pi^2 EJ \cos \varphi_m \frac{1}{l_K^2} \dots\dots\dots(4)$$

こゝに、

$$\frac{t}{s} < 0.186 \text{ のときは } l_K = 1.28 s \sqrt{\frac{1 - 2\left(\frac{t}{s}\right)^2}{1 + 8\left(\frac{t}{s}\right)^2}}$$

$$\frac{t}{s} > 0.186 \text{ のときは } l_K = \frac{1}{2} s \text{ とす。}$$

次に 2 鉸拱については偏平拱の場合は、

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{1}{s^2} \dots\dots\dots(5)$$

Rud. Mayer 氏は

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{(2\pi)^2 - \left(\frac{b}{r}\right)^2}{b^2 \left[ 1 + \left(\frac{2\pi i}{b}\right)^2 \right] \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{l}\right)^2}} \dots (6)$$

ここに  $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$

J. Fritsche 氏は

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2K} \cdot l\right)^2} \dots (7)$$

ここに  $K$  は次式より求むる。

$$\text{tg } K + \frac{\theta(2K^2 - 3)}{3K(4 - \theta)} = 0$$

$$\theta = 8 \left(\frac{f}{l}\right)^2$$

(DIN. 1075) によれば

$$H_K = \pi^2 EJ \cos \varphi_m \frac{1}{l_K^2} \dots (8)$$

ここに  $l_K = \frac{1}{2}b$

次に無鉸拱については

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{1}{\left(\frac{2}{3} \cdot s\right)^2} \dots (9)$$

Rud. Mayer 氏は

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{(3\pi)^2 - \left(\frac{b}{r}\right)^2}{b^2 \left[ 1 + \left(\frac{3\pi i}{b}\right)^2 \right] \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{l}\right)^2}} \dots (10)$$

J. Fritsche 氏は

$$H_K = \pi^2 EJ \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2K} \cdot l\right)^2} \dots (11)$$

$K$  は次式から求むるものとする。

$$\text{tg } K - \frac{K(12 + 7\theta)}{12 + \theta(6K^2 - 12)} = 0 \dots (11a)$$

$$\theta = 8 \left(\frac{f}{l}\right)^2$$

(DIN. 1075) によれば

$$H_K = \pi^2 EJ \cos \varphi_m \frac{1}{l_K^2} \dots (12)$$

$$l_K = \frac{1}{3}b$$

以上の各式により、異なる拱矢比  $\frac{f}{l}$  及び定数  $EJ_0 = 30\,000 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$  を用ひ、各拱について計算したものが第 22 圖及び第 23 圖に記載してある。いずれも  $\frac{f}{l}$  の増大と共に限界水平反力  $H_K$  の減少を示す。

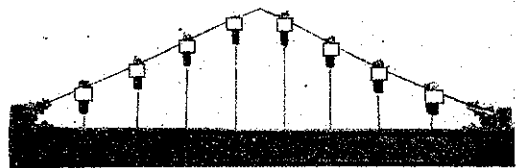
実験には肋拱材として St 80 よりなる鑄鉄 (30×4=120mm<sup>2</sup>) 弾性係数  $E = 2\,073\,500 \text{ kg/cm}^2$  を用ひ、徑間  $l = 180 \text{ cm}$  とし、3 鉸拱、2 鉸拱、單鉸拱及び無鉸拱の 4 種について對稱的な 2 次拋物線形をなさしめた。

隆起拱として  $\frac{f}{l} = \frac{1}{3}$  及び  $\frac{1}{5}$ 、中間のものとして  $\frac{f}{l} = \frac{1}{7}$ 、偏平拱として  $\frac{f}{l} = \frac{1}{9}$  及び  $\frac{1}{12}$  等を用ひたのである。拱頂に鉸を有するものは 9 個の等格間に分ち、然らざるものは 8 個の等格間とし、格點には吊棒を付して下端に鋼砂を以て載荷し、拱軸線と吊棒との交點は十字型交叉を有する望遠鏡により水平及び垂直の撓度を讀んだのである。

実験によりて見出せる挫屈形は 3 鉸拱にあつては 3 種類あり、 $\frac{f}{l} < \frac{1}{5}$  なる偏平拱では第 9 圖の挫屈形 (1)、及び第 10 圖の挫屈形 (2) の 2 つの對稱的形態をとるか、 $\frac{f}{l} > \frac{1}{5}$  となると 2 鉸拱に於ける如き非對稱の挫屈形

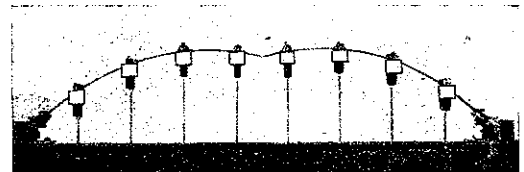
第 9 圖 3 鉸拱挫屈形 1.

$l = 180 \text{ cm}$ ,  $f = 36 \text{ cm}$ ,  $\frac{f}{l} = \frac{1}{5}$ ,  $F = 30 \times 3.95 \text{ mm}^2$ .



第 10 圖 2 鉸拱挫屈形 2.

$l = 180 \text{ cm}$ ,  $f = 36 \text{ cm}$ ,  $\frac{f}{l} = \frac{1}{5}$ ,  $F = 30 \times 3.95 \text{ mm}^2$ .



を現はし、一方は上方に一方は下方に曲り、拱頂鉸の作用は拱矢の大となると共に減退する。拱矢比  $\frac{1}{5}$  で

は之等 3 種の挫屈形を現はす傾向を有する。

2 鉸拱の場合にあつては第 11 圖より第 14 圖までに見る如き非對稱の挫屈形を、偏平、隆起拱共に現はしたのである。

單鉸拱は  $\frac{f}{l} < \frac{1}{4}$  の場合は第 15 圖、第 16 圖に見る如き對稱的挫屈形を現はし、 $\frac{f}{l} > \frac{1}{4}$  の場合は 2 鉸拱と同様な非對稱挫屈形を示す。 $\frac{f}{l} = \frac{1}{4}$  では 3 種の挫屈形を生ずる。隆起拱では 3 鉸拱の場合の如く拱頂鉸の作用は減退するのである。

無鉸拱に於ては 2 鉸拱と同様な挫屈形をとり、拱頂に定點を作るのである。

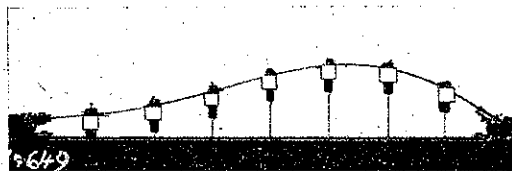
實驗より得られた水平反力  $H_w$  の計算に當り、先づ使用鋼材の  $(EJ)_w$  を決定したのであるが、眞直な自由桁として載荷したる場合の撓度測定をなし、 $(EJ)_w = 26\ 800 \sim 35\ 600\ \text{kg}\cdot\text{cm}^2$  を得たのである。 $H_w$

第 11 圖 偏平 2 鉸拱挫屈前

$l = 180\ \text{cm}, f = 23.2\ \text{cm}, \frac{f}{l} = \frac{1}{7.75}, F = 31 \times 3.7\ \text{mm}^2.$

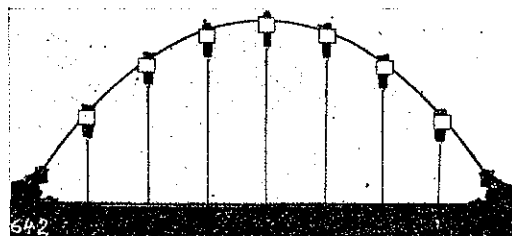


第 12 圖 第 11 圖の無鉸拱挫屈後

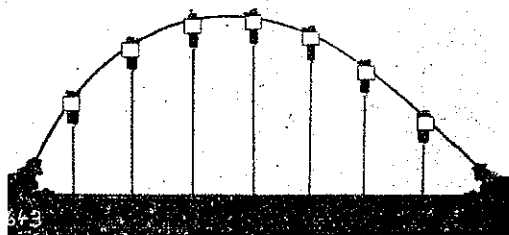


第 13 圖 隆起 2 鉸拱挫屈前

$l = 180\ \text{cm}, f = 65.4\ \text{cm}, \frac{f}{l} = \frac{1}{2.75}, F = 31.4 \times 4.05\ \text{mm}^2.$

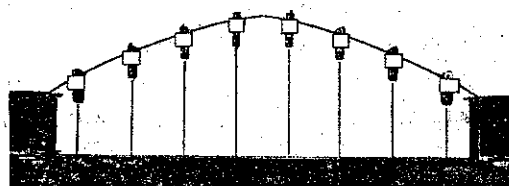


第 14 圖 第 13 圖の 2 鉸拱挫屈後



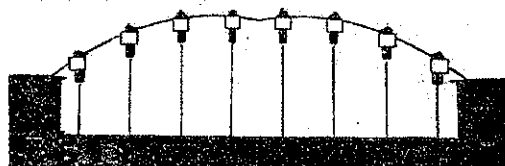
第 15 圖 挫屈後の單鉸拱の挫屈形 1.

$l = 160\ \text{cm}, f = 36\ \text{cm}, \frac{f}{l} = \frac{1}{5}, F = 3' \times 2.5\ \text{mm}^2.$



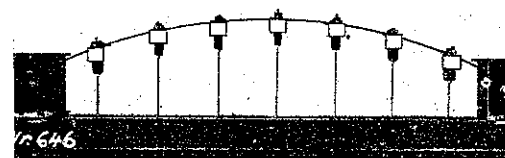
第 16 圖 挫屈後の單鉸拱挫屈形 2.

$l = 180\ \text{cm}, f = 36\ \text{cm}, \frac{f}{l} = \frac{1}{5}, F = 2' \times 3.8\ \text{mm}^2.$

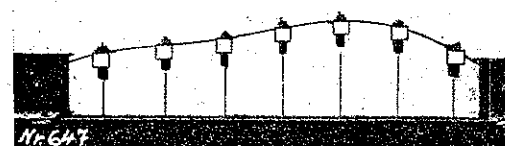


第 17 圖 偏平無鉸拱挫屈前

$l = 180\ \text{cm}, f = 23.2\ \text{cm}, \frac{f}{l} = \frac{1}{7.75}, F = 32 \times 3.75\ \text{mm}^2.$

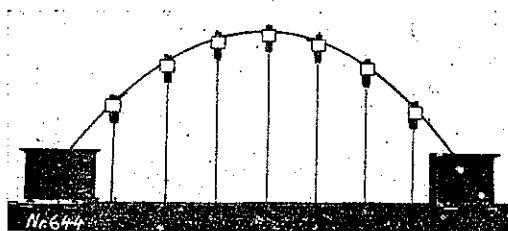


第 18 圖 第 17 圖の偏平無鉸拱挫屈後

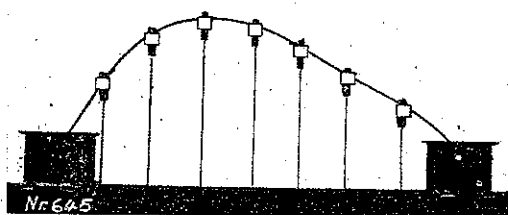


第 19 圖 隆起無鉸拱挫屈前

$$l=180\text{ cm}, f=60.75\text{ cm}, \frac{f}{l}=\frac{1}{2.96}, F=3.14 \times 4.05\text{ ton}^2.$$



第 20 圖 第 19 圖の隆起無鉸拱挫屈後



の計算には影響線の利用によつて其の都度計算し、各拱には夫々次の如き式を用いた。

3 鉸拱:  $H=H_w=\frac{10l}{9f} \cdot P$

但、 $P$  は吊棒にかゝる集中荷重。

2 鉸拱:  $H=\frac{5l}{8f} P \left[ \left(\frac{a}{l}\right)^4 - 2\left(\frac{a}{l}\right)^3 + \left(\frac{a}{l}\right) \right] \nu$

7 個の集中荷重については  $H_w=\frac{l}{f} P \times 0.9869$

8 個の集中荷重については  $H_w=\frac{l}{f} P \times 1.1108$

剛性値  $\nu$  は實際上 1 として差支ない。

単鉸拱:  $H=\frac{5l}{48f} \left\{ 3 - 8\left[\left(\frac{a}{l}\right) - 2\left(\frac{a}{l}\right)^4 \right] \right\} P \cdot \nu$

8 個の集中荷重については

$$H=H_w=1.1172 \times \frac{l}{f} P \cdot \nu$$

又こゝに  $\nu$  は 1 とし得る。

固定拱:  $H=\frac{15l}{4f} \left[ \left(\frac{a}{l}\right)^4 - 2\left(\frac{a}{l}\right)^3 + \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right] P \cdot \nu$

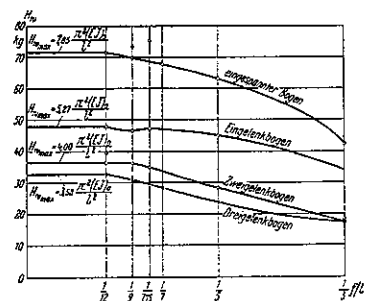
7 個の集中荷重については  $H=H_w=\frac{l}{f} \cdot \nu \cdot P$

8 個の集中荷重の場合は  $H_w=1.112 \times \frac{l}{f} \cdot \nu \cdot P$

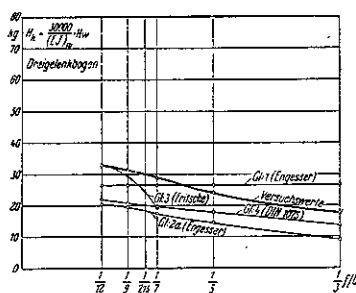
以上の諸式を利用して 4 種の拱の限界水平反力を計算すれば第 21 圖の如くなる。圖より看取し得らるゝ如く、4 種の拱は共に、拱矢比の増大は限界水平反力の減少を來す。

$\frac{f}{l}=\frac{1}{12}$  なる偏平拱の實驗は特に細心なるを要し、此の際の限界水平反力の値は第 2 表の如くである。

第 21 圖 各拱の拱矢比別に見たる  
限界水平反力實驗値



第 22 圖 3 鉸拱の實驗と理論値

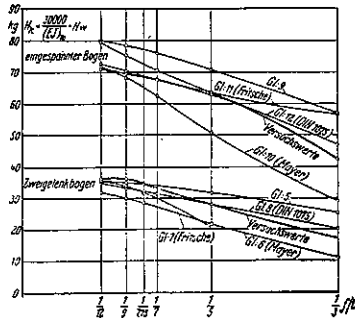


第 2 表

拱の鉸數	0	1	2	3
max $H_w$	$7.85 \frac{\pi^2(EJ)_0}{l}$	$5.27 \frac{\pi^2(EJ)_0}{l^2}$	$4.00 \frac{\pi^2(EJ)_0}{l^2}$	$3.58 \frac{\pi^2(EJ)_0}{l^2}$
	71.70 kg	48.10 kg	36.60 kg	32.75 kg

又同一の定數  $EJ$  を有する眞直な抗壓材に、最大水平反力に相當する限界荷重、 $P_k$  を加ふる時の自由挫屈長、 $S_k$  を計算すれば第 3 表の如くである。

第 23 圖 單鉸拱及び 2 鉸拱の實驗と理論値



第 3 表

鉸数	0	1	2	3
$S_K$	0.367	0.437	0.707	0.537

理論的諸公式より得られたる値と今回の實驗値とを比較すれば、第 22 圖及第 23 圖の様になる、即ち 3 鉸拱では、(1) 式は中間の値を與へるが拱矢比による傾斜がなく、(2) 式及び (4) 式は經過はよいが値が低すぎ、(3) 式は  $\frac{1}{9} \sim \frac{1}{12}$  の偏平拱にはよい値を與ふる。2 鉸拱では、(5) 式及び (7) 式は偏平拱により値を與ふるし、(8) 式は中間値となり、(6) 式は經過はよいが値が低すぎる。

無鉸拱では、(11) 式は  $\frac{1}{5}$  以上、(10) 式は  $\frac{1}{9}$  以上の偏平拱には共に正しい値であり、(12) 式は  $\frac{1}{5}$  以上の隆起拱にはよい値を與へてある事が分る。

尙危険な拱壓力を確める簡単な方法として、變化する  $J$  を有する拱に對しても、等しき撓度を示す一定の  $J$  を有する眞直な抗壓材を代用してその自由曲屈長  $S_K$  を徑間  $l$  の  $\alpha\%$  として各種の拱について實驗

第 4 表

拱種 \ 拱矢比	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
3 鉸 拱	53	54	55	57	67	72
2 鉸 拱	50	50	51	54	61	72
單 鉸 拱	44	44	44	45	47	52
無 鉸 拱	36	36	36	37	40	46

の結果により、拱矢比別に示せば第 4 表の如くなる。

(鈴木清一 抄譯)

滲透性地盤に堰堤を築く場合の

滲透水に對する安定

(E. W. Lane, "Security from Under-Seepage" Masonry Dams on Earth Foundations," Proc. of A. S. C. E. Sept, 1934.)

この論文は實在する 200 の滲透地盤を基礎とする masonry dam に就き調べて、滲透水に對し地盤の土壤が洗ひ去られない爲に必要な滲透距離を決めたものである。

Darcy に依れば、 $Q$  (流量)、 $H$  (水頭)、 $L$  (長さ)、 $C_1$  (土壤の性質による係數) に對し次の關係が成立する。

$$Q = C_1 \frac{HA}{L}, \quad Q = AV \text{ (斷面積} \times \text{流速)}$$

$$\text{故に } L = C_1 H / V$$

ある決つた土壤に對し、之が維持出来る最大の流速を  $V_m$  とすれば  $C_2 = C_1 / V_m$  なる新係數に對し  $L_n = C_2 H$  を得る。この  $L_n$  が土壤が流されない爲に必要な最小滲透距離である。上述の理論は既に一般に受入れられてゐる事であるが、こゝに (1) 如何にして  $L_n$  を測るべきか、(2)  $C_2$  なる係數は色々の地質に就き如何なる數値を採るべきか、の 2 點が問題となる。

滲透水が堰堤の底を潜る場合 如何なる経路をとるか云ふに、Bligh 氏は堰堤と基礎との接觸面を通ると考へた。

此の考へ方を line-of-creep method と云ふ。他の方法を short-path method と云ひ之は水は最短距離を通ると考へる方法である。兩者共一長一短があるが一般の堰堤設計には前者を用ひる。line-of-creep method では滲透水が接觸面を通る時、如何なる接觸面からも同じ抵抗を受けると假定してゐる。併し之は不合理で土壤地盤の上に堰堤を築造した場合地盤には不同沈下が起る。又實際堰堤を築造する所は多く地下水面以下

で施工上水を汲み出さねばならない。この時堤底の下の土壌は水に流され易く動もすると堰堤は地杭のみに支えられる様になり、そこに出来た隙を滲透水が通る。堤底の水平面又は水平に近い面ではこの様な現象が起るが、鉛直又は之に近い面では此の様なことは起らず土壌との接觸がよく保たれる。

滲透水がどんな経路を通るにせよ、滲透水の爲に地盤の土が流出されない爲に必要な経路の長さを決めることは出来る。Bligh氏は僅な data を基にしたので不完全には違ひないが、 $L/h$  の比を地質に應じ 18~5 に採るべしと云つた。Griffith氏は 16~4 とした。

著者がこゝに提唱する安定計算の方法は Bligh 氏の方法を改良した weighted-creep-head を用ふるもので、滲透水が堰堤底面を通る時水平又は之に近い面の下を通る時には少い抵抗をうけるが、鉛直又は之に近い面のそばを通るには大なる抵抗を受けると考えた。この2つの場合を分けるのに 45° の勾配を境とし之より急なのを鉛直面、緩なのを水平面とし、水平面下を通る時の抵抗は後者の 1/3 と考えた。即ち水平面の長さの 1/3 と鉛直面の長さとの加えた數値を滲透水の経路とし、之と head との比を安定を考へる場合の基準とした。例へば head 10 m、水平面に沿ふ滲透水の経路 60 m、鉛直面に沿ふ経路 10 m とすれば weighted-creep-head 比は  $(60 \times 1/3 + 10) \div 10 = 3.0$  となる。

今述べた方法に依り實在する 278 の土質を基礎とするコンクリート及び石堰堤に就き調べて、各地質毎に必要な weighted-creep-head 比を求めた。實際の分析に當つては垂直面や水平面の長さを決めるにも色々判断に迷ふ場合にぶつかつたし、地質を分類するにも困難な事があつたが、場合々々により適當に判断して決めた。278 の堰堤の中には 16 個の破壊したものも含まれてゐる。

以上の分析により、實在堰堤に就いて調べた結果、種々の土質に對し安全と認められる weighted-creep 比は第 5 表の如くでこれ以上の比を持つた堰堤では一つも破壊されたものはない。

第 5 表

(水平面の長は鉛直面の長の 1/3 として換算す)

材 料	安全なる weighted-creep 比
非常な細砂或は坭土	8.5
細 砂	7.0
中位の砂	6.0
粗 砂	5.0
細 砂 利	4.0
中位の砂利	3.5
砂利及び砂	—
栗石を含む粗砂利	3.0
栗石、砂利を含む漂石	2.5
砂利、砂を含む漂石	—
軟い粘土	3.0
普通の粘土	2.0
硬い粘土	1.8
非常に硬い粘土	1.6

此の表に擧げた數字は堰堤の切込みが完全に出来る時とか、シート・パイル等が打込まれ而もその頭部が堤體に喰込んでゐる場合に限り用ひられ、若し之等が不完全であればもつと大きな比を用ひなければならぬ。餘り重要でない堰堤では此の表の比の 80% 位で差支へなからう。又種々の排水設備等があれば 10% 位減じて良い。シート・パイルが 2 列に打つてある場合、若しその距離が weighted creep distance の 1/2 以下である時には滲透水は最短経路を通ると考えその weight を 2 に採るのが良いと思ふ。

(伊藤 剛 抄譯)

### 海岸潮流を利用する河口維持

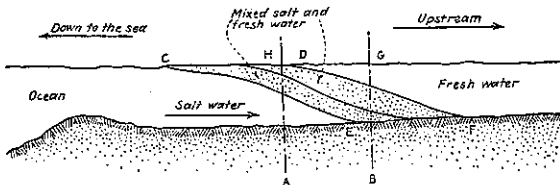
(Geert Blaauw "Tidal River Silt Movements from Rotterdam to the Sea," Eng. News Record, Nov. 15, 1934)

ロッテルダム港の面するのはライン河の主派流でマース河と稱せられる河であるが、深部が狭く又出入船舶が大きくなるにつれ深さも不充分となつたので現在では 30 呎の深さを保つ様浚渫されてゐる。併し幾度浚渫してもすぐ埋るし之では金がかかる許りなので河流や潮流を利用して深さを保たさしめる事を考え、之

等の現象の調査をし又土砂の沈澱作用も調べて見た。この仕事は主に和蘭ハーグの技術協會の Cremers 氏の多年の耐ゆまざる努力の結果成し遂げられたものである。

マース河の河口に於て浮游物の沈澱する程度は鹽水と淡水との混合比によつて異なる。土砂を含有する淡水が鹽水に會ふとその含有物を沈澱せしめるものである。此の2種の水の間には勿論第24圖に示す様なはつきりした限界はない。鹽度の違ふ2つの水が會ふと

第24圖 河水及び海水の混合と接觸の部分



兩者に比重の差が極く少い時にはその混合水は圖の A B C D の如き矩形をなした部分に含まれてゐる。比重が違ふと混合水は E C D F なる形をなして保たれこゝで含有物の沈澱が起るのである。入潮の時にはこの E C D F なる部分は 2~3 mile 上流に移り、退潮の時には下流に移る。之を繰返へして結局大部分の混合水や幾らかの河水は海に流れ込むのである。

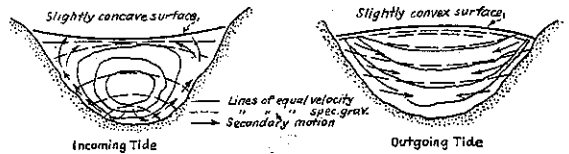
こゝに全部ではなく大部分の混合水と云つたがその理由は第24圖の面積 C D F E の下部は、比重の相違に依り海水の爲海に流入するのを妨げられる。

満潮の時には、C D F E の下にあたる楔状の海水は前の退潮の時の残りの混合水を再び上流に押し戻す。殊に逆風が吹いてゐる時には、退潮の時でも海水は河の底を匍つて侵入し淡水と混ざり浮游物を増す。この浮游物は機會があれば河底に沈澱し、殊に水流が靜な時には深部に沈澱し勝ちである。この作用が即ち浚渫作業を妨げるものであつて、ある種の組成を持つ silt は水流が一定方向に流れてゐる時は容易に沈澱し一旦沈澱すれば逆方向の前より強い水流に會つても容易に動かない。その理由は入潮の時には、前に海に流入した物許りでなく尙(少くともマース河に於ては)沿岸潮流

の運んで来る細砂をも河に持つて来る。この細砂は淡水に混ると少量のカルシウム鹽やマグネシウム鹽を含むが故に一層沈澱作用を助ける。尙悪い事には silt がこの様な細砂や、粘土や膠状の軟泥よりなる時は、沈澱すると砂粒の間に隙間を詰める。こう云ふもので出来た砂洲は非常にかたく、少し位の波や潮流では動かされない。多くの山の沿つてゐない河川では粘土質のものを多量に流すからそれがこの結合作用をするのである。以上の理由に依り退潮によつて河口の深部に出来た silt 層は、入潮の時出来る深部以外の砂洲よりずつと動きにくい。

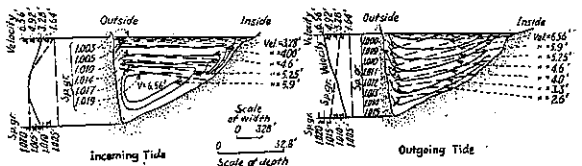
然らば何故退潮の時には深部に沈澱が起り入潮の時には淺部に起るかと云ふと第25圖を見ればわかる。混合水のある部分では入潮の時は流速は底の方が速く、退潮の時はこの反對である。従つて入潮の

第25圖 ロツテルダム地先の理想断面に於ける入退潮の流速及び方向



時は水流の洗刷作用は深部に行はれ、その掘つたものを淺部に沈澱せしめ退潮の時は前に沈澱せしめた淺部の土砂を再び深部に持つて来る。

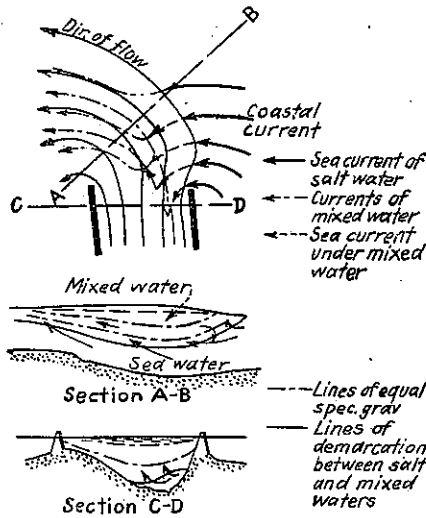
第26圖 ロツテルダム河口より2哩の地點の断面に於ける入退潮の流速及び比重分布



一般に退潮は沈澱し易い物質を含んでゐるから、前述の作用は一層盛んでその物質が粘土質である時は細砂の結合作用をする。尙第25圖及び第26圖を見ると流速の變化狀況が同一比重の水の流れと大部異つてゐるのがわかる。

扱前述の作用を知つてマース河口の改良方法を考へ

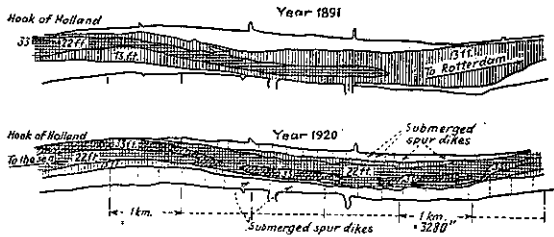
第 27 圖 ロツテルダム航路の河口に於ける潮流の性質



るに第 27 圖を見れば之を暗示してある様に思へる。

第 28 圖は一部を浚渫に依り、大部分を水制に依つて水路改良の成功した例である。潜水水制に依る水流

第 28 圖 ロツテルダム航路に於ける水制の効果

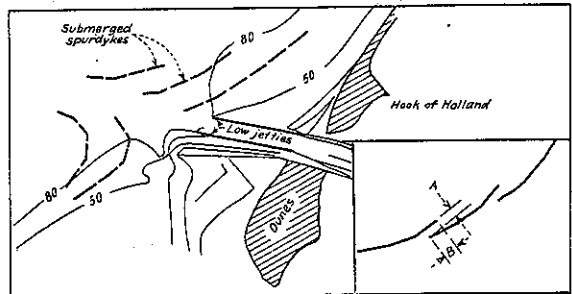


の改良は河川を航路に便にし曲りくねりを直す許りでなく、鹽水と含有物をもつ淡水との混合作用をすゝめ之による沈澱物を深海に持ち運ばしめた。併し一方入潮に際しマース河口に之等の沈澱するのを防ぐ迄には至らなかつた。

Cremer 氏の對案はよく實情に即し又經濟的であつた。殊に干満に際し起る河口に直角な方向の海岸潮流を利用する點は非常に効果的であつた。之に用ふる潮堤の適當な寸法や位置は之等の潮流を、稍もすれば沈澱しがちな浮游物をうまく處置せしむる様決めねばならない。その爲にはこの潮流の力を利用しその方向を

浮游物を遠く海中に追ひ拂はしめる様に曲げ、再び河口に土砂の押寄せて來ない様にしなければならぬ(第 27 圖参照)。マース河口では低潮時強い海岸潮流が海に流入する河水に直角に當る。故に第 29 圖の様な潮堤を設けて潮流に射出作用を爲さしめるのである。第 29 圖中の右側圖の A 及び B は實驗的に決める。

第 29 圖 海岸潮流を利用し silt を海中に運ばしめる潮堤



今迄河口を維持するには多く浚渫のみにより、この干満の時に起る海岸潮流を利用することは餘り考へられなかつた。未だ利用されない之等の自然力を有効に働かすことは非常に興味ある仕事ではないか。

(伊藤 剛抄譯)

堰堤の薄片断面模型による應力及び歪の研究

(J. L. Savage, "Dam Stresses and Strains studied by Slice Models" Eng. News-Record Dec. 6, 1934. p. 720.)

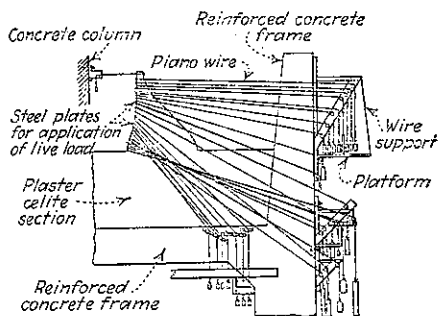
過去數年間コロラド州ブールダーのコロラド大學に於ける Bureau of Reclamation 實驗室で有名な Boulder, Grand Coulee 及び Norris 各堰堤の最大断面に對する薄片の模型試驗が行はれてゐる。此の試驗結果によると拱堰堤、拱形重力堰堤及び重力堰堤のプラスター・セライト(plaster-celite)模型は隅角部や監査孔の如き部分の撓度、一般の應力状態及び特殊應力状態などの調査上極めて有益なことが解つた。然し其の反面又此様な模型試驗には剛性基礎を必要とする關係上誤つた基礎應力曲線の現はれる恐れもあることが解つた。

Boulder 堰堤の模型試驗 Boulder 堰堤の立體的



プラスタ-セライト模型試験 (E.N.R. April 7, 1932 p. 494) の完了に次で堰堤頂部の突桁部断面模型を原模型と同様 1/240 の縮尺とし材料も同じプラスタ-セライトを用ひて造つたものゝ試験であるから弾性的には原模型と同様である。模型は鉄筋コンクリート枠の基礎上に載つてゐる。又立體的拱模型に水より 13.6 倍重い水銀荷重を使用して試験したもの故それとの比較上此の模型にも同様の荷重増加を必要とし模型の中に埋め込んで置いた鋼鉄ピンに錘りを吊り下げ死荷重を 150 封度/立方呎の 13.6 倍にした。活荷重は標高 1232 呎の水面に於ける載荷法の試みから考へ滑車を通り上流面の鋼鉄板に密着してゐる鐵線に幾つか錘りを吊り下げ其の大きさを加減した。其の装置は第 30 圖に示す通りである。突桁部模型の中心線より下流側の變位を測つて見ると拱模型の變位と良く適合し

第 30 圖



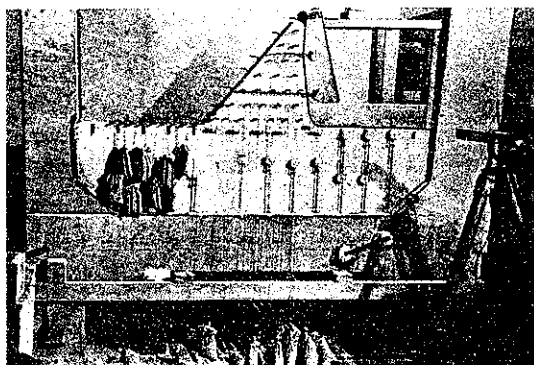
て居り、又下流側に於て 5 箇の應力を Huggenberger tensometer で測つて見ると拱模型の試験載荷法から得た計算の結果ともよく適合して居ることが解つた。堰堤の繼目及基礎に於ては歪が大であるが此の部分の研究には Huggenberger tensometer を用ひて行つた。又歪の測定の中標高 950, 700, 500, 400 及び 300 呎の如き部分には Tuckerman optical strain gage を用ひて測つた。此の場合水平と垂直の歪のみならず 2 方向に於ける對角線の歪をも測り、是等の資料から主應力の大きき及び方向を計算によつて求めた。

此の模型試験は未だ完了したものでなく拱作用の働かぬ重力堰堤断面の安定調査の際には全荷重による撓

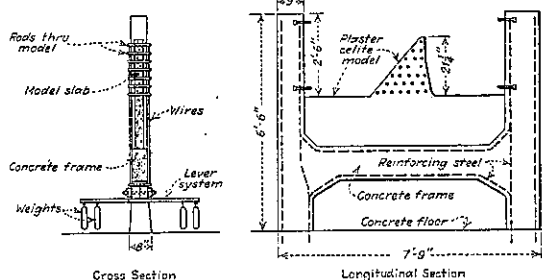
度や歪の測定も行はれる筈である。

Grand Coulee 堰堤模型試験 拱堰堤の模型試験によると基礎の弾性變形は構造物の應力分布に相當影響するものである。之は獨り拱堰堤のみならず直線形の重力堰堤にもあるのだが、模型試験の研究によつて此の影響も解決されるものと思ふ。故に此の試験に Grand Coulee 堰堤の最大断面を選んで行つて見た。第 32 圖は支持枠及び模型の配置を示し、第 31 圖は

第 31 圖



第 32 圖



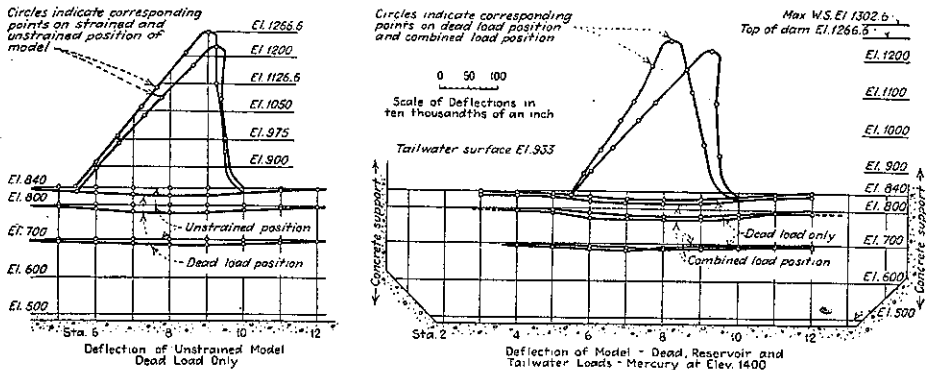
水平の歪を測る optical strain gage と撓度測定用の Last Word gage とである模型は鉄筋コンクリートの枠上に支持されて居り其の縮尺は 1 吋で 20 呎を示すやうになつて居る。活荷重として水銀を用ひゴム袋に入れて堰堤の断面や基礎に接するやうにして木枠に吊るした。此の袋と錘とをゴム管で連絡し錘を上下させることによつて袋の中の水銀面の高さを自由に加減し得る装置にした。水銀は水よりも 13.6 倍重いものであるから之を活荷重として用ひると堰堤の重さもコンク

リートの 13.6 倍になるやうにせねばならない。それ故コンクリート枠の底部にある挺子に鉛の錘を掛け死荷重を増大しその載荷量は各ピンの周囲の體積に比例する様にした。此の状態では模型が荷重を受けるとコンクリート構造物に水が作用するとき等しく模型に水銀が作用することになる。

るに過ぎない。といふのは實際の堰堤断面にあつては兩側から堰堤構造物自體の制限を受けてゐる。此の影響のため堰堤の撓度は模型に現はれたものより幾分小さい筈である。然し此の撓度試験では大體豫期した正しい撓度を得てゐた。

模型断面で測つた應力は此の兩側からの影響がない

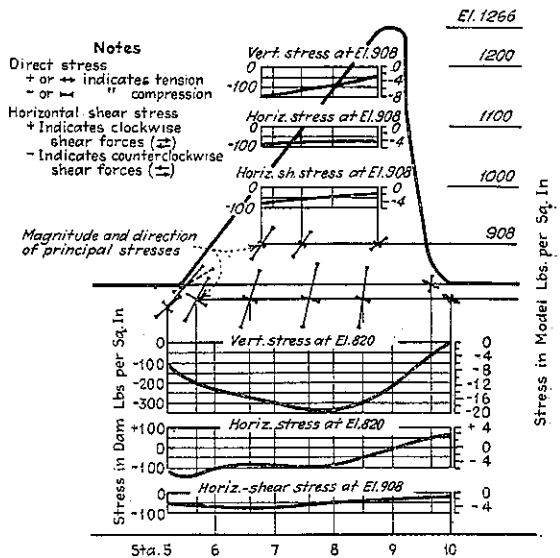
第 33 圖



高堰堤に於ては活荷重同様死荷重も重要であるから活荷重による應力と別に死荷重による應力状態を測る必要がある。それ故撓度及び歪みの測定には死荷重によるものと死荷重の外種々の貯水位に於て上下流面に働く活荷重を考慮したものに就いても行つた。第 33 圖左は歪を受けぬ模型の死荷重による撓度を示し圖中の丸印は歪を受けた時と受けぬ時との相対的位置を示してゐる。

から實際の堰堤の場合には其の應力状態がどうなるか比較して見る必要がある。第 34 圖は貯水面が標高 1 400 呎の時死荷重と上下流面の活荷重とによる模型及び堰堤自體の應力状態を示してゐる。模型の此荷重状態は堰堤の設計に自重、水壓、揚壓力及び地震力の影

第 34 圖



撓度の測定には 1/10 000 時讀みの Last Word gage を用ひ歪の測定には 2/1 000 000 時讀みの Tuckerman optical strain gage を用ひた。堰堤の實設計には自重、水壓、揚壓力及び地震力による影響を考慮したのであるが是等の合力の作用する位置と等しい位置に模型内の合力も来るやうに水銀の高さを標高 1 400 呎迄高めた。第 33 圖右は死荷重によるもの及び死荷重の外貯水面標高 1 400 呎の場合上下流より活荷重を受けた時の撓度を示す。丸印は死荷重及び死活兩荷重を受けた場合の相対的位置を示してゐる。

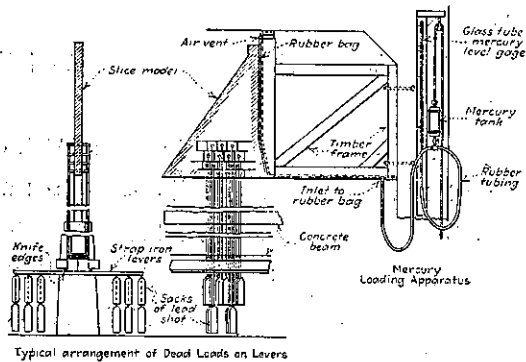
此の模型による撓度試験は唯特殊的结果を示してゐ

響を考慮した場合の合力の位置と互に一致してゐる。

試験の結果によると堰堤内の最大應力は350封度/平方吋で死活全荷重を受けた場合堤趾に張力を生じて居らぬ。尙底部の應力分布は明らかに直線状をなさず上に向つて凹形となつてゐる。然るに計算によると無限に延びてゐる弾性基礎盤上では下に向つて凹形となる。此の差異は勿論模型の基礎にコンクリートを用ひた故と考へられるが、之は更に實驗は計算等によつて研究することになつてゐる。

**Norris 堰堤の模型試験** Norris 堰堤の研究は Grand Coulee 堰堤の場合とよく似てをり唯模型の縮尺が異なるだけである。即ち其の縮尺を 1/60 としたもので深さ 48 吋、長 8 呎の基礎の上に高さ 52 吋の模型が載つてゐる。第 35 圖に其の模型と荷重状態が示されてゐる。

第 35 圖



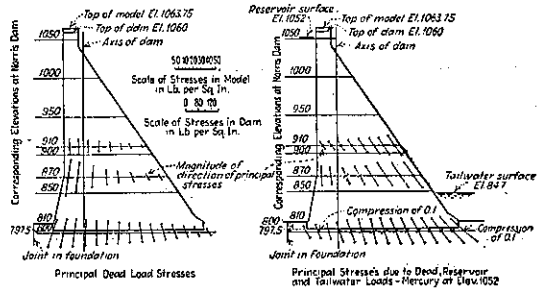
試験で第 1 に行はれるのは堰堤底部及びそれより上部 2 箇所に於ける歪の測定である。之に依つて主應力と其の歪が決定される。次に底部の隅角に於ける應力と歪の測定並に基礎及び堰堤上下流面に於ける撓度の水平垂直兩分力の測定である。更に底部監査孔周囲の歪や監査孔の存在による底部應力分布の影響並に揚壓力の影響を考慮した時の歪や撓度の測定も亦試みられてゐる。試験は何れも死荷重及び死活兩荷重を受けた場合を觀測することになつてゐる。

現在では歪の測定が終り撓度の測定も幾らか済んでゐる。底部や内部の歪測定には長 2 吋目盛盤附

2/100000 吋讀みの Tuckerman optical gage を用ひ隅角部の歪測定には長 1/2 吋或は 1 吋目盛盤附 1/100000 吋讀みの Huggenberger tensometer を用ひた。

第 36 圖は死荷重によるものと貯水面標高 1052 呎の死活兩荷重によるものとの主應力圖で應力の方向及び

第 36 圖



び大きい歪が記入されて居る。底部に沿ふ主應力の測定最大値は直線分布法 (linear distribution method) の計算値より 25% 小で隅角部に於ける測定値は計算値より 30% 大である。

理論上無限大の應力は隅角部に起るものであるが構成物質の弾性限度の關係上之は求められなかつた。模型の隅角部測定に誤謬がなかつたとは言ふものゝ幾分膠狀的移動のあつたことは否めない。底部より上方の主應力は底部より高くなる程應力の分布状態が直線的になつて来る。従つて堰堤の上部では突桁の如き作用が働くことになる。(岡崎三吉 抄譯)

彎曲率分配法の應用研究

(G. E. Large & C. T. Morris, "The Moment Distribution Method of Structural Analysis extended to Lateral Loads and Members of Variable Section," The Engineering Experiment Station Bulletin No. 66, The Ohio State University Columbus.)

彎曲率分配法は伊利ノイ大學の Cross 教授により米國土木學會誌 1930 年 5 月號<sup>1)</sup>に發表され、其の後多數會員によつて種々の應用方法が研究せられた。この

<sup>1)</sup> Hardy Cross, "Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed and Moments," Proc. of A. S. C. E., May 1930, p. 919.

方法の最も価値ある應用方面は連結桁及びラーメンの解法であつて、高等數學の使用を不必要とし、その結果は正確さに於て少しも他の理論に遜色なきものであり、應力計算に於ける時間の短縮に著しいものがある。クロス教授は均等断面を有する部材に就てのみ説明してゐるが實際問題に際しては断面が大抵様ではなく、殊に鉄筋コンクリート建築にありては一定の断面を有する部材は稀である。斯る部材にあつては節點に於ける曲げモーメントは一定の断面を有する部材の場合と餘程異つてゐる。

本報告書の目的は次の 2 項に分れてゐる。

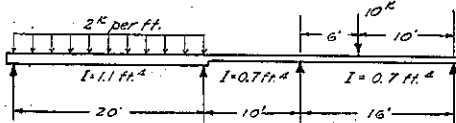
1. クロス氏の方法の垂直荷重を同様に横荷重の影響を含む彎曲率分配法に擴張し、高層建築物に対する風壓の解法に應用せしめんとすること。

2. 断面の一定せざる部材の剛性を速に正確に計算する事。

(1) 連続桁解法の例

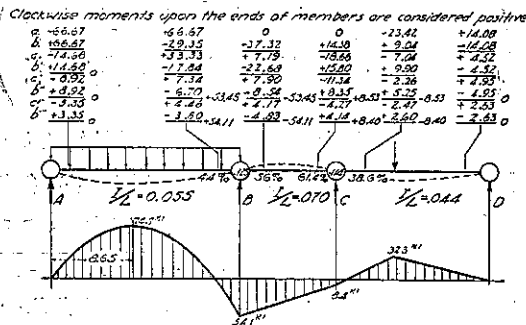
第 37 圖の連続桁をクロスの彎曲率分配法で解いて見る。

第 37 圖



(a) 先づ桁が固定支點よりなる 3 徑間の連続桁であるとする。各部材の端が皆固く固定されてゐると考へる。そして反對の側に中間荷重による固定端モーメントを記入する。時計の方向のモーメントを正と定める。

第 38 圖



(b) 若し B 點を自由にすれば此の點は時計と反對方向に廻轉し、支點には廻轉モーメントがなくなる。第 38 圖即ち、66.67 kip-ft のモーメントが點線によつて示した如く A-B と B-C の部材の中の撓みによつて支持される。これは其の剛性率の  $I/L$  に比例して各々に分配される。他の支點に關しても同様である。この計算は各支點に於けるモーメントの和は零になると云ふ事から試算出来る (b の下に線を引くのは、これより上は平衡であると云ふ事を示す)。

(c) 支點 B が自由に放たれた場合に A と C に於ける最初の固定端の状態及び支點で連結してゐる部材の他の端の状態が變調を來す。例へば B-C の部材に於て廻轉した端 B に 37.32 kip-ft の負のモーメントが加へられると固定の状態を保つ爲には C に於て 18.66 kip-ft の負のモーメントを要する、此の支點廻轉の連續部材の他端に對する影響は傳達モーメントとして知られてゐる。

この比は均等断面部材では 1/2 であつて、その傳達の方法は C として記してある。

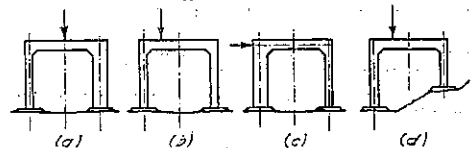
(b) 傳達モーメントの計算によつて前に保たれてゐた支點の平衡が又變化して、之等のモーメントが又々 b の如くに分配されなければならぬ。例へば B 點にあつては、 $33.33 + 7.19 = 40.52$ 、この數字は  $0.055/0.125$  と  $0.07/0.125$ 、即ち 44% と 56% 或は 17.84 と 22.68 kip-ft のモーメントを各々の端に符號を反對にして分配すると新しい平衡を保つ。

何れの部材に於ても端のモーメントは其の段階に到る全項の代數和であつて、多くの場合上記の方法を 3 回繰り返せば充分である。

(2) ラーメンの場合

對稱的構造物であればその解法は桁の場合と同じ。非對稱的のラーメンに就いて説明して見やう。

第 39 圖



第 39 圖の如き各種の場合の中 (c) を例に取るとする。即ち横荷重を上部隅點に受くるものである。

(a) 節點を他の方法により廻轉しない様に固定したもとする時この架構を力の方向に撓ませる爲固定端モーメントを見出す。斯る作用は桁を變形せしめないから其の端モーメントは零である。平衡なる爲に全柱の上下端に於けるモーメントの和はその高さにその總剪力を乗じたもの、即ち 144 kip-ft に等しくなければならぬ。斯く制限された柱の撓度は相等しく、そして其の端に於て生じたモーメントは  $I/L^2$  に比例する。この場合  $L$  は相等しいから  $I$  のみに比例する。

(b) 節點をして同じ位置にて回轉せしめ、この點に於けるモーメントを垂直荷重と同様にして分配する。

(c) この分配せられたモーメントを 1/2 の割合で垂直荷重の場合の如く傳達する。

(d) すると柱の端に於けるモーメントの和は剪力に高さを乗じたものには等しくなくなる。この場合には 106.2 kip-ft に對する 144 kip-ft となる。節點が廻轉不能であつて唯横に動き得るものと考へ((a)の如く) 柱の端にその剛性率の割合に 37.8 kip-ft を加へて平衡ならしめる。

(b') 再び節點をして回轉を可能ならしめ各節點の (c) と (d) の和を分配して平衡とならしめる。此の方法を充分になる迄續行する。求められた柱のモーメントから其の下端に於ける反力を計算して加へられ荷重と比較して檢算する。

第 6 表はこの方法と撓角撓度法によつた結果とを比べて示したものである。

第 6 表

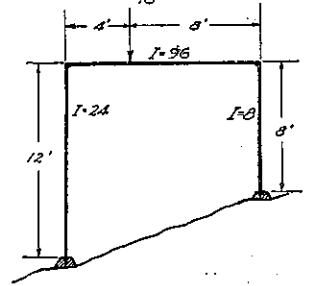
方 法	$M_A$	$M_B$	$M_A'$	$M_B'$
弾 性 理 論	49.72	38.57	28.71	27.00
モーメント分配法	49.84	38.97	28.53	26.68

(3) 非對稱架構の横運動

第 40 圖に示す様な非對稱架構が綫構を有しない場合には垂直荷重によつて横に移動する。精密なる解法

には横荷重の時の如く節點は廻轉及び位置に對して平衡を有しなければならない。その方法は全然同一である。故に柱のモーメントを横運動をも含めて平衡とならしめるのはこの場合柱の長さが異なる爲少し複雑して来る。

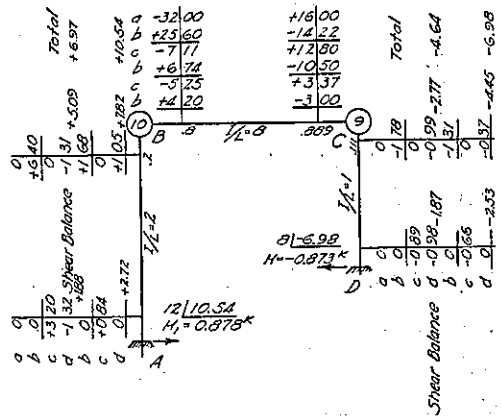
第 40 圖 非對稱架構



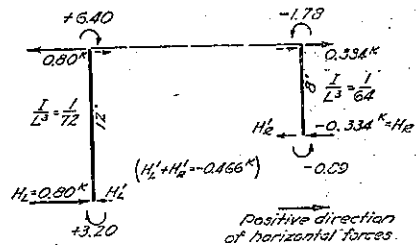
最初の傳達 c の後の第 41 圖の解法を檢すると柱のモーメントは第 42 圖中の曲矢で示されてゐる様であつて左柱には 9.6 kip-ft. 右柱には 2.67 kip-ft である。その横反力は

$$H_L = \frac{9.6}{12} = 0.8 \text{ kips}, H_R = \frac{-2.67}{8} = -0.334 \text{ kips}$$

第 41 圖



第 42 圖



これ等の力の和は零ではないから  $H_L'$  と  $H_R'$  (その和 = -0.466 kips) が各柱の下に加へられる。

此の反力による固定柱の各々に起るモーメントは  $I/L^2$  に比例しなければならない。

$$H'L/2 = M' = C \frac{I}{L^2}, \quad H'R = C \frac{I}{L^2}, \quad C \text{ は或る常数である。}$$

$$\frac{H'L'}{H'R'} = \frac{I_L L R^2}{I_L^2 I_R} = \frac{24 \times 8^2}{12^2 \times 8} = \frac{8}{9}$$

故に,  $H'L' = \frac{8}{17}(-0.466) = -0.219 \text{ kips}$

$$H'R' = \frac{9}{17}(-0.466) = -0.249 \text{ kips}$$

兩柱の各端に於ける  $d$  として記入すべきモーメントは

$$(-0.219) \left(\frac{12}{2}\right) = -1.315 \text{ kip-ft} \dots \text{左柱}$$

$$(-0.249) \left(\frac{8}{2}\right) = -0.988 \text{ kip-ft} \dots \text{右柱}$$

モーメントの平衡  $b$  を次に定める。そして更に之の方法を續ける。横動を無視したクロス法によつても此の架構を解いて見たがこの方法の結果を第 7 表に比較してある。

第 7 表

回数	方法	$M_A$	$M_B$	$M_C$	$M_D$	$H_L$	$H_R$
3	横動考慮	2.72	7.82	-4.45	-2.53	0.878	-0.873
5	横動無視	4.60	9.40	-3.82	-1.88	1.167	-0.712

(4) 断面一定ならざる連続構造物の解法

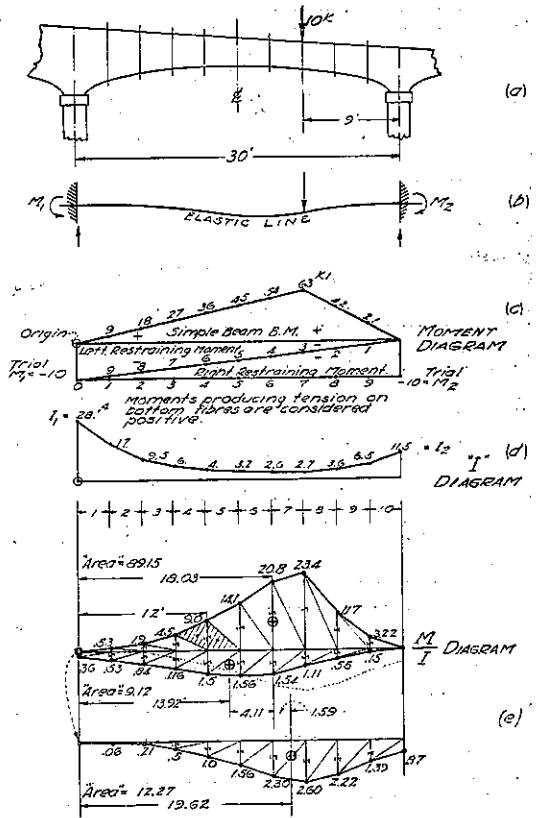
桁の断面は実際には節點からの距離に従つて變化するのが多いが、その變化の割合は千差萬別である。部材が徑間の中心に對して對稱的でない時は剛性率も傳達率も又各端の固定モーメントも各々異なる。第 43 圖 (a) に示す如き連続桁の解法例を示さう。

此の彎曲率圖に荷重による單桁の曲げモーメントを正の値として書き入れると任意の點に於ける縦座標の代數和は荷重と抑制による實際のその點に於けるモーメントを與へる。

慣性率 (1) の變化を第 43 圖の (d) の如しとすれば  $M/I$  圖は (e) に示す如くなる。之を彎曲率圖として (e) に示してある。

$M/I$  圖の中の各曲線内の面積は一つ一つの梯形の和として得る。此の圖に於ては各梯形の幅を相等しく採

第 43 圖  $M/I$  面積の決定



つた爲、縦座標を面積と假定すれば便利である。左端に對する各面積のモーメントを計算して、3つの質量中心を算出した(第 8 表参照)。

彎曲率面積定理 (1) により實際の  $M/I$  面積の代數和は零である。

$$89.15 - \frac{9.12}{10} M_1 - \frac{12.27}{10} M_2 = 0 \dots \dots (1)$$

定理 (2) により實際の  $M/I$  面積の部材の左端に對するモーメントの代數和は零であるから

$$1607.8 - \frac{126.96}{10} M_1 - \frac{240.79}{10} M_2 = 0 \dots \dots (2)$$

(1) 式と (2) 式を解けば固定端モーメントが見出される。

$$M_1 = 27.25 \text{ kip-ft}, \quad M_2 = 52.41 \text{ kip-ft}$$

又第 43 圖 (e) より次式を得る事も出来る。即ち正のモーメントの質量中心と負のモーメントを合したも

の、質量中心を含む次の式を得る。

$$\frac{9.12}{10}(4.11)M_1 = \frac{12.27}{10}1.59M_2, M_1 = 0.52M_2 \dots (3)$$

(5) 断面一定せざる部材の傳達率の計算

一定の断面部材ではその値は 1/2 であることは前述の通りである。固定端は廻轉端の反対側であり、廻轉端とはモーメント分配のため自由にされた節點を云ひ断面一定ならざる部材は 2 つの傳達率を有する。第 44 圖 (a) の如きに於て左端に 10 kip-ft のモーメントで廻轉する時右端に於ける固定端モーメントを求めて見る。今試みに  $M_B = -10$  と假定すれば  $M/I$  圖表を第 8 表の固定端モーメント計算中の面積と質量中心より直に畫くことが出来る。モーメント面積定理

(2) から

$$9.12 \times 13.92 - \frac{12.27 \times 19.62}{10} M_B = 0, M_B = 5.29 \text{ kip-ft}$$

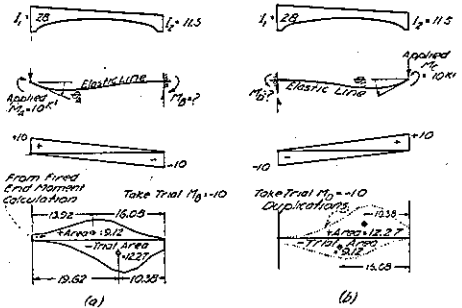
傳達率(左端より右端へ) = 0.529

同様に右端を廻轉して(第 44 圖 (b)),

$$12.27 \times 10.38 - \frac{9.12 \times 16.08}{10} M_D = 0, M_D = 8.67 \text{ kip-ft}$$

第 44 圖

傳達率 (carry-over factor) の決定



傳達率 (右端より左端へ) = 0.867

(6) 一定ならざる剛性率

分配さるべき全モーメントの中各部材によつて支えらるべき部分はその剛性率に比例する。断面一定なる部材では既に説明せる如く、

$$E\theta_A = \frac{M_A L}{4I} \text{ 又は } M_A = \frac{4EI\theta_A}{L}$$

何れの節點に於ても  $E$  と  $\theta_A$  とは一定であるから各々に對するモーメントは其の  $I/L$  に比例する。故

に  $I/L$  は断面一定せる部材にあつては剛性率として用ひられる。然し乍ら部材は必ずしも断面が一定でないから一定ならざる断面の剛性率を  $I/L$  の式で表す必要がある。

剛性率 =  $k \frac{I}{L}$ ,  $k$  は部材の常數,  $I_0$  は慣性能率

$$E\theta_A = \frac{M_A L}{4kI_0} \text{ 第 44 圖 (a) 参照, これより, } E\theta_A = 3[9.12 - (0.529 \times 12.27)] = \frac{10 \times 50}{k_1 \times 4 \times 28} \text{ 最大 } I_1 = 28, \text{ 上式より } k_1 = 0.34.$$

$$\text{剛性率(左端)} = 0.34 \frac{I_1}{L}$$

右端に於ても同様に  $E\theta_C = 3[12.27 - (0.867 \times 9.12)] =$

$$\frac{10 \times 30}{k_2 \times 4 \times 28} k_2 = 0.205$$

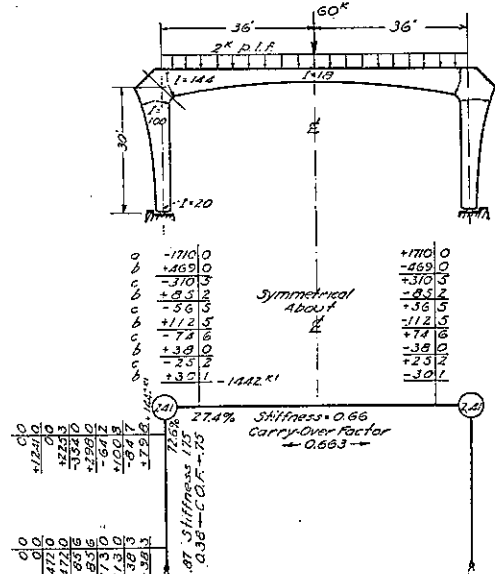
$$\text{剛性率(右端)} = 0.205 \frac{I}{L}$$

(7) 断面一定せざる固定端モーメント、傳達率、剛性率圖表

彎曲率分配法を一層便ならしめる爲、固定端モーメント、傳達率及び剛性率を  $I_{min}$  から  $I_{max}$  の比例に示した。圖表は  $\frac{I}{I_0}$  の比になつてゐる。これ等曲線の實際應用法を第 45 圖の例題によつて説明する。

(a) 固定端モーメント

第 45 圖



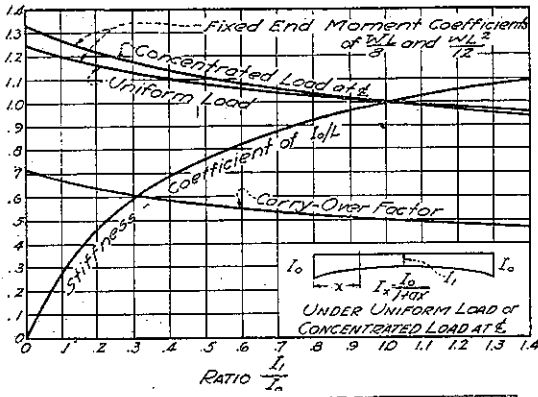
(1) 等布荷重  $\frac{I_1}{I_0} = \frac{18}{144} = 0.125$

第 46 圖より  $C \frac{wL^2}{12} = 1.19 \left( \frac{2 \times 72^2}{12} \right) = 1030 \text{ kip-ft}$

(2) 點荷重,

第 46 圖より  $C \frac{wL}{8} = 1.26 \left( \frac{60 \times 72}{8} \right) = 680 \text{ kip-ft}$

第 46 圖



總固定端モーメント = 1710 kip-ft

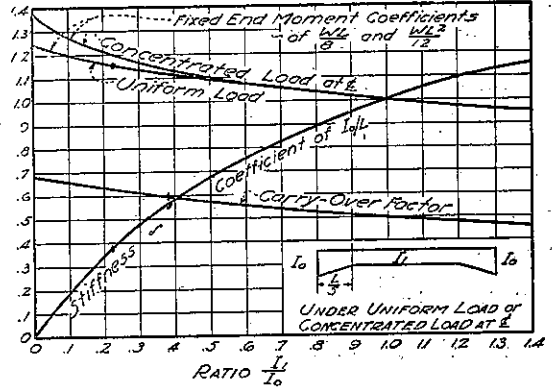
(b) 剛性率

(1) 柱 (非對稱)  $I_0 = 100, \frac{I_1}{I_0} = 0.2$

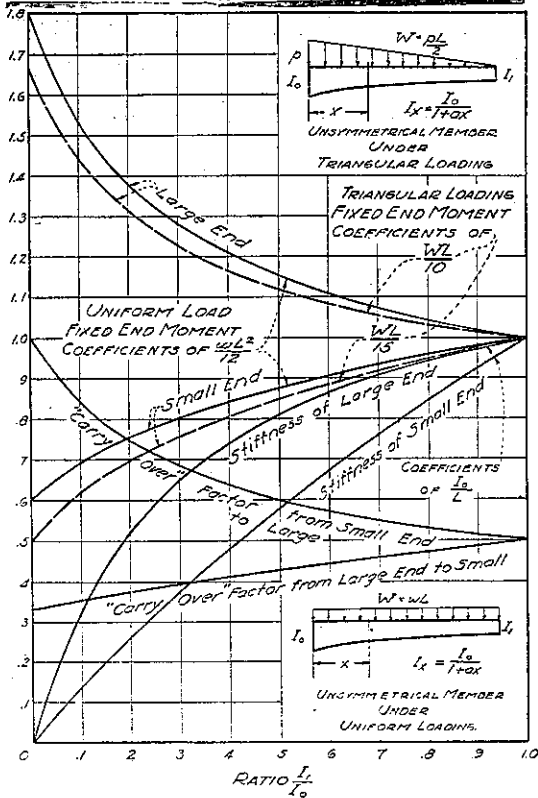
第 47 圖より  $C \frac{I_0}{L} = 0.525 \left( \frac{100}{30} \right) = 1.75$  (太端)

$= 0.26 \left( \frac{100}{20} \right) = 0.87$  (細端)

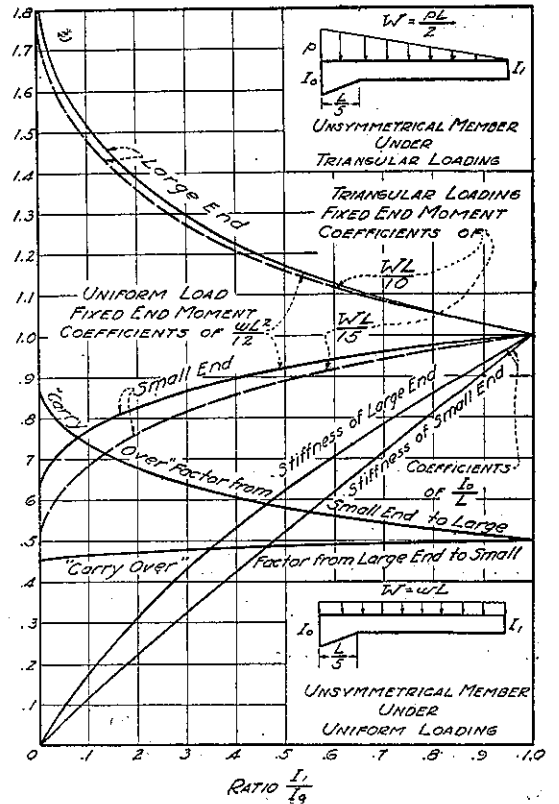
第 47 圖



第 48 圖



第 49 圖





(3) 桁 (對稱的)  $I_0=144$ ,  $\frac{I_1}{I_0}=0.125$

(2) 柱  $\frac{I_1}{I_0}=0.2$  第 48 圖より傳達率=0.72 (細→太)  
=0.38 (太→細)

第 47 圖より

$$C \frac{I_0}{L} = 0.33 \left( \frac{144}{72} \right) = 0.66 \text{ (兩端)}$$

以上の各値から第 49 圖の如く彎曲率分配を行ふ。上  
隅節點の曲げモーメントは 1442 kip-ft である。

(c) 傳達率

(糸川一郎 抄譯)

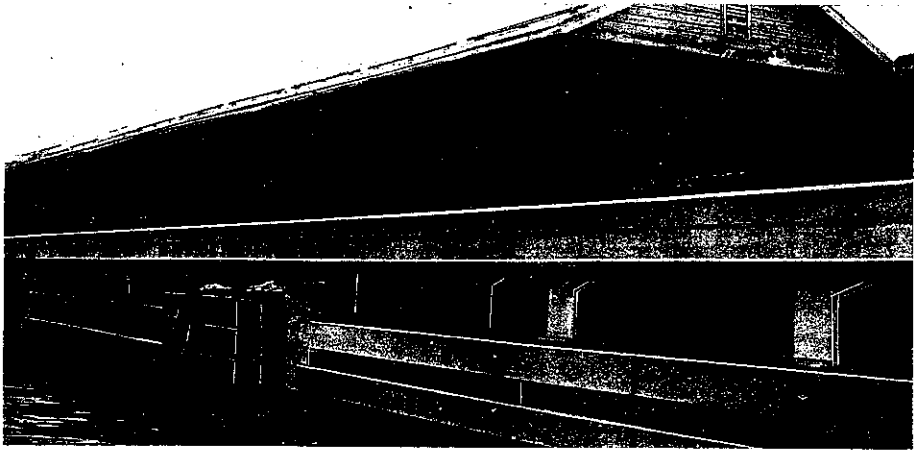
(1) 桁  $\frac{I_1}{I_0}=0.125$  第 46 圖より傳達率=0.66(兩端へ)

Arm from Large End to Centroid of Each Area (feet)	Positive $M/I$		Trial $M_1/I$		Trial $M_2/I$	
	Ordinate	Moment About Large End	Ordinate	Moment About Large End	Ordinate	Moment About Large End
1	.....	.....	0.18	0.18	.....	.....
3	0.53	1.59	0.53	1.59	0.06	0.18
6	1.90	11.40	0.84	5.04	0.21	1.26
9	4.50	40.50	1.16	10.45	0.50	4.50
12	9.00	108.00	1.50	18.00	1.00	12.00
15	14.10	211.60	1.56	23.40	1.56	23.40
18	20.80	375.00	1.54	27.72	2.30	41.45
21	28.40	491.70	1.11	23.32	2.60	54.62
24	11.70	281.00	0.55	13.21	2.22	53.34
27	3.22	87.00	0.15	4.05	1.39	37.56
29	.....	.....	.....	.....	0.43	12.48
Area*.....	89.15		9.12		12.27	
Moment..		1607.79		126.96		240.79
Distance of Centroid from Large End	$\frac{1607.79}{89.15} = 18.03 \text{ ft.}$		$\frac{126.96}{9.12} = 13.92 \text{ ft.}$		$\frac{240.79}{12.27} = 19.62 \text{ ft.}$	

# 敦賀港鐵道省棧橋

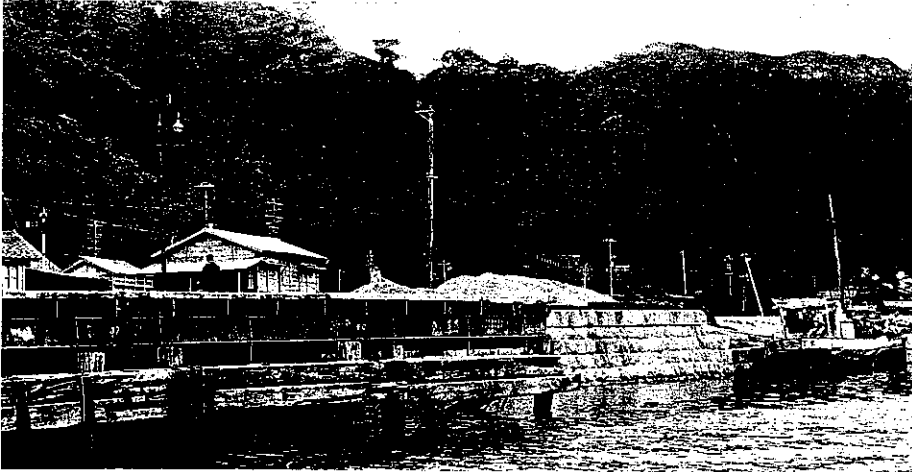
寫眞第1 竣工せる棧橋

(昭 10・1・29)



寫眞第2 改増築前棧橋及石垣

(昭 10・6・21)

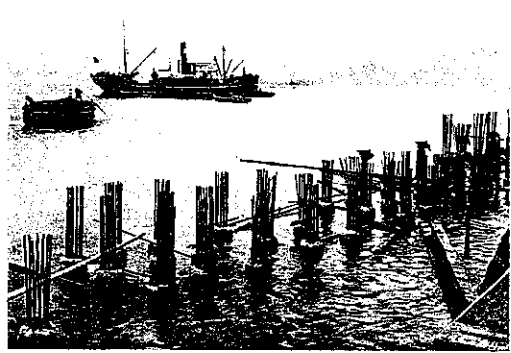
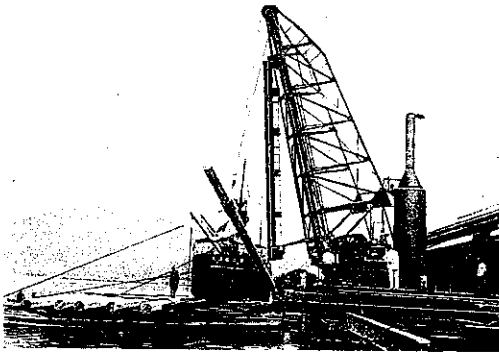


寫眞第3 杭建込

(昭 9・8・4)

寫眞第4 杭頭部取毀

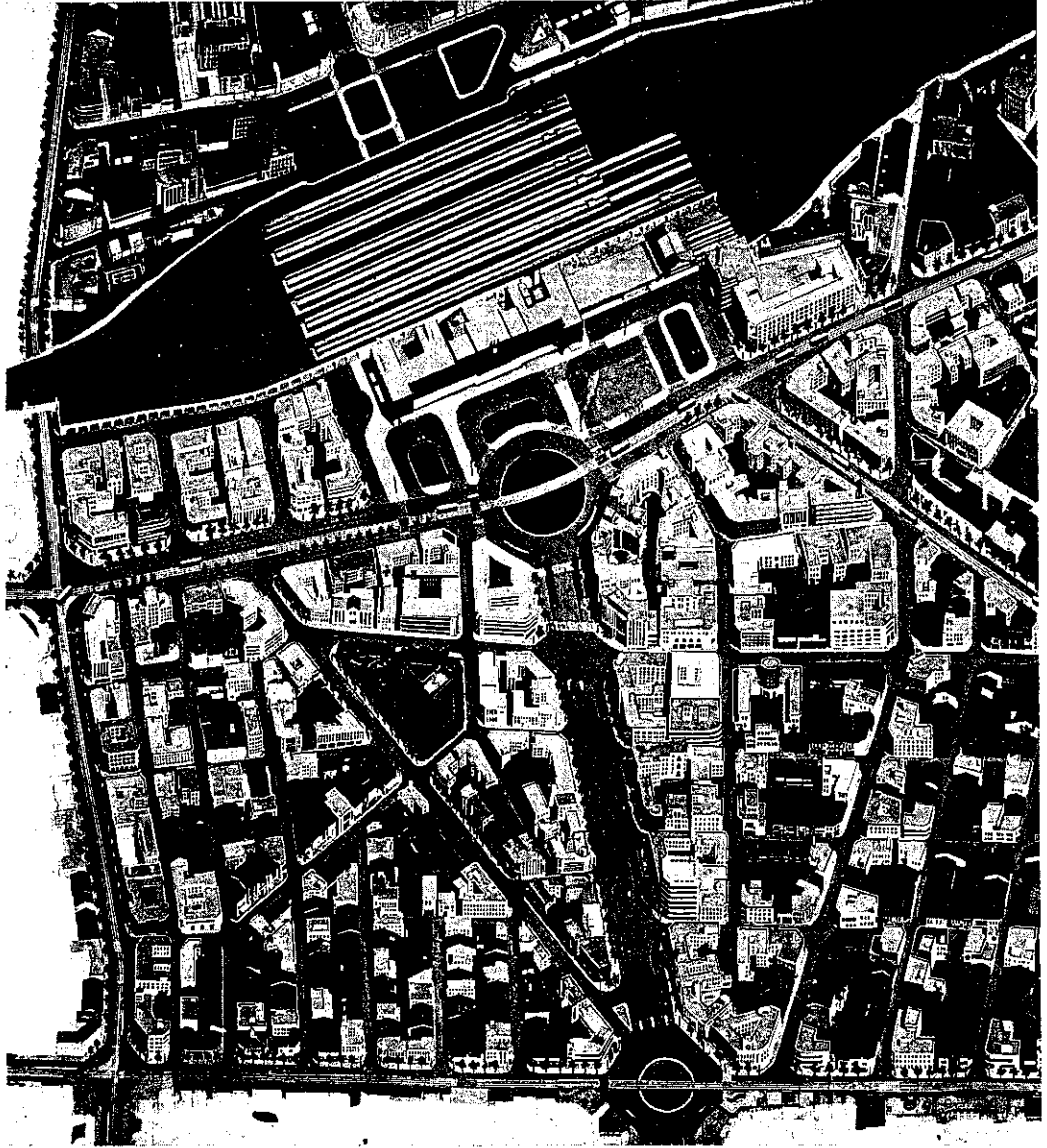
(昭 9・12・17)



この上にスラブを打込む

棧橋延長：206 m、幅：7.65 m  
 脚柱：鉄筋コンクリート杭長 15 m、径 450 mm 8 角  
 上部：2 段スラブ、後部：連続コンクリート擁壁  
 使用セメント：高級 12 828 袋、普通 4 685 袋、計 17 508 袋  
 作業延人員：22 126 人、総工費：150 860 圓  
 昭和 9 年 6 月 15 日起工、同 10 年 1 月 30 日竣工

## 新名古屋驛前改良計畫豫想圖



現在の名古屋驛の北方に改築中の新名古屋驛(第 20 卷第 4 號工事寫眞参照) 驛前の改良計畫は目下關係當局間で事業實施を急いでゐるが、圖はその改良後の豫想圖である。驛前廣場面積約 20 000 m<sup>2</sup>、驛前廣路は幅員 44 m にして都市計畫事業として決定されたもの、廣場並に之に接續する道路の交通は一方交通並に循環交通を採用す。中央島の直徑は 60 m である。