

参 考 資 料

第 21 卷 第 1 号 昭和 10 年 1 月

拱 橋 の 擴 張 と 補 強

„Verbreiterung und Verstärkung einer Bogenbrücke“. Der Bauingenieur, 15. Jahrgang, Heft 33/34 S. 337~338.

南アフリカのアルジェリヤのコンスタンチンとボネ間の國道の Heliopolis の近くに支間約 54 m の拱橋がある。約 70 年前架設せられ、部材は總て鑄鐵からなつて居る。長さ約 4 m の鑄鐵片を拱石同様に組立て、結合して出來た、拱矢 1/10 の拱が約 5 m の間隔に 2 本並んで居る。橋床は練瓦積のアーチであり、對風構は拱に取付けられて居る。

此の種の道路橋は一般に鐵道橋よりも耐久力が長く、その補強を必要とするものは、活荷重の増大に依つて振動に對して危険となるからである。又此の橋に於ては對風構の取付箇所が錆びて構造物全體が危険になつた爲と、車道が 4.50 m で最早今日の交通の要求と 6 m 以上を必要とする規定に合致しなくなつたからである。

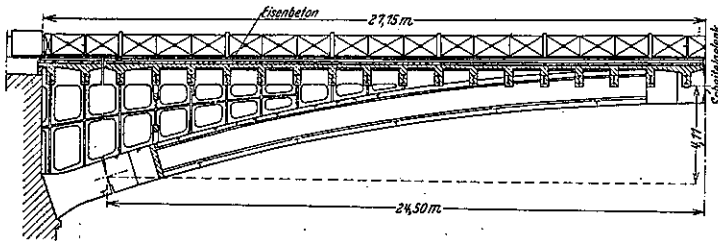
様考慮した。又交通の一部を制限し、又車道の一部を取り壊し一時的の歩道を設けて自重を軽くし、施工を容易ならしめた。

拱の補強は鐵筋コンクリートに依つて行ひ、古い拱をつまむでおるが、その鑄鐵の拱の應力はないものと考へた。I 形コンクリートの斷面は兩部分に主鐵筋を有し、桁高は古い拱と同じである(第 1 圖)。横鐵筋及びスターラップは拱の腹部を過り、斷面の兩部分の結合を安全ならしめて居る(第 2 圖)。

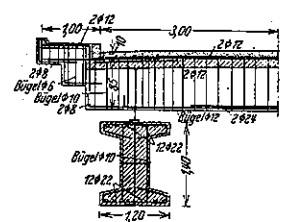
以前の主桁は無鉸拱であつたが、今度は 3 鉸拱としたから靜力學作用が全く變つた譯である。無鉸拱の場合には、熱應力大で應力の大部分を占めて居た。然るに架設當時これに考慮を拂はなかつた爲、橋臺の埋込み箇々の部材の結合等弛緩し補強を要するに至つたのである。

鉸の設置はコンクリート硬化後直ちに行つた。拱頂に幅 80 cm の空隙を設け、4 個の水壓機に依つて、

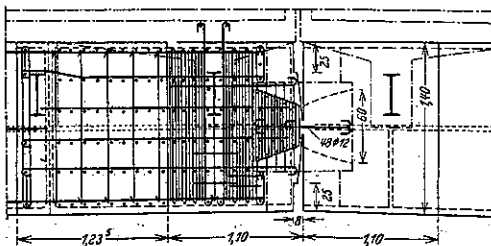
第 1 圖 縱 斷 圖



第 2 圖 斷 面



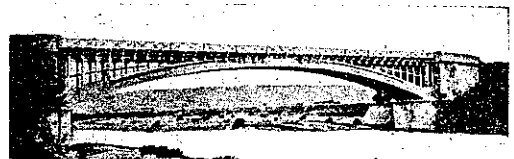
第 3 圖 頂 鉸



此の補強を爲すに當つて、特に高價な足場を避ける

ンクリートの自重及び車道の擴張に依る荷重増大の爲に生じた撓度を引上げた。これに要した壓力は 1 本の

第 4 圖 外 觀



拱に付 340 t-m に及んだ、第 3 圖に拱の構造を示した。

鐵筋コンクリートの轉接鉸である。水壓機の餘地は後にコンクリートでつめた。

起拱點の鉸を設けた箇所は車道の支壁も切離した。

第 1 圖に依つて其處に生じた繼目を知る事が出来る。拱の補強を終つてから、車道の擴張を行つた。即ち横桁を鐵筋コンクリート桁に改造し、更に丸鐵筋で補強し、長さを長くして、橋梁の幅を規定通りの 8 m (車道; 6m, 歩道; 1m) にした。第 4 圖は完成せる處を示す。(奥田 秋夫 抄譯)

偏心鉸結に關する 2,3 の解法

(Proceedings of A. S. C. E. August 1934, Eng. News-Record, August 1934 and March 1934.)

偏心荷重を受ける鉸結の問題は實際上屢々起る問題であるに拘らず、其の設計方法は「試算的方法」に過ぎぬ状態にある。次に述ぶる解法は之等の點に就いて圖式的算法、又はノモグラムに依る解法等の中、主なるものを擧げたものである。

1. Eugene A. Dubin 氏の法

(“Eccentric riveted connections,” Proceedings of A. S. C. E. August 1934 P. 833.)

一般公式は直接に荷重、偏心率、最遠端鉸の應力、鉸間隔及鉸數間の關係を示すが、此れが代數的解は困難である爲、次に示す如き圖式解法を取つた。第 5 圖は鋼鉸桁腹鉸添接の場合の鉸結の關係を示す。同様にして第 5 圖は、他の圖表にない 1 列以上の鉸結に對する豫備設計に使用される。

公式及誘導

圖表を使用するには 2 つの既知數を結ぶ直線を圖表の 3 縮尺を横切りて引く。然らば直線が 3 番目の縮尺と交る點が、求むる値である。

a = 鉸數とすれば $a(a+1)$, $(2a+1)$ 等となる

d = 鉸徑

e = 鉸群重心に對する荷重偏心率

n = 鉸群の總鉸數

p = 鉸間隔

r = 鉸群重心よりの距離, r_0 は最遠端鉸迄の距離, r_1, r_2

……は鉸 1, 2, …… に對する距離, 然して $\sum r^2 =$

鉸群の極能率

s = 最遠端鉸の總應力, 或は許容應力

w = 添接鉸の幅若しくは部材中立線に平行する鉸列間距離

x = 未知變數

$$A = \frac{P}{s}$$

P = 鉸列に平行作用線を有する荷重

S = 鉸群の斷面係數

θ = ベクトル間の交角(第 6 圖 (d) 参照)

Σ = 合計符號

$\sum r^2$ = 鉸群の極二次率

ϕ = 鉸群重心と任意鉸を結ぶ直線と水平線の挟む角度(第 6 圖 (d) 参照)

例題 1. 1 列の鉸

最遠端鉸の應力は(第 5 圖 (a)) 剪力及彎曲率の合成力である。然して 1 列の場合は其の各々は直角をなす。

故に

$$s^2 = \left(\frac{P}{n}\right)^2 + \left(\frac{Per_0}{\sum r^2}\right)^2 \text{ 或は } \left(\frac{s}{P}\right)^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{er_0}{\sum r^2}\right)^2 \dots\dots\dots(1)$$

上式中

$$r_0 = p \frac{(n-1)}{2} \dots\dots\dots(2)$$

且つ $\sum r^2 = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_0^2$

列中奇數鉸數を持つ場合は

$$r_1 = p, r_2 = 2p, \dots$$

然して, $\sum r^2 = 2 \sum_1^{0.5(n-1)} (px)^2 = 2p^2 \sum_1^{0.5(n-1)} x^2$

1~a 圏内に於ける x^2 級數の總和は次式で示される。

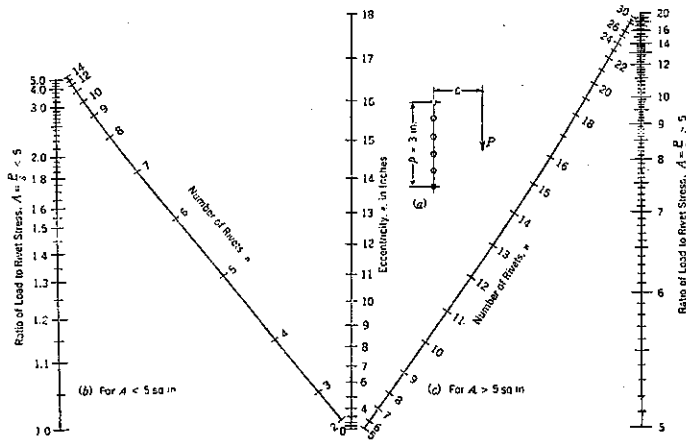
$$\sum_1^a x^2 = \frac{a(a+1)(2a+1)}{6}$$

故に

$$\sum r^2 = \frac{2p^2}{6} \left[\left(\frac{n-1}{2}\right) \left(\frac{n-1}{2} + 1\right) (n-1+1) \right] = \frac{p^2}{12} (n-1)n(n+1) \dots\dots\dots(3)$$

又鉸群の極能率式(第 3 式)は偶數鉸を有する列に對して求められ、奇數鉸を有する列に對し、それが真

第 5 圖 3 時間隔を有する 1 列の鉄



實である事が證明される。

(2) 式及 (3) 式を (1) 式に代入すれば、

$$\left(\frac{1}{A}\right)^2 - e^2 \left[\frac{6}{pn(n+1)}\right]^2 = \frac{1}{n^2} \dots (4)$$

上式に於て $A = \frac{P}{s}$, 定数 p に對し此の方程式は

$$f_1(A) + f_2(e) f_3(n) = f_4(n) \dots (5)$$

標準方程式は、圖表作製に依り解き得る。

任意鉄群の斷面係數 S は、

$$S = \frac{\sum r^2}{r_0} = \frac{pn}{6}(n+1) \dots (6)$$

故に (4) 式は又次の如く書かれる。

$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{e^2 r_0^2}{(\sum r^2)^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{e^2}{S^2} \dots (7)$$

圖表第 5 圖は上式解法の資料である。

求める鉄斷面、鉄數、偏心率の 3 つの中何れか 2 つを知れば、偏心鉄結の未知指數を決定し得る。

$$A = \frac{P}{s} (< 5) = 1.23, \text{ 及 } e = 10 \text{ 吋}$$

とすれば

第 5 圖に於て $A = 1.23$ より $e = 10$ に引いた破線と斜線との交點は、この繼手に於ては 5 鉄より成る 1 列を要する事を示す。

例題 2. 2 列の鉄群

第 6 圖 (a) に於て、最遠端鉄の應力は第 6 圖 (d) に示される如く、剪力及彎曲による應力の合成力である。

而して

$$s^2 = \left(\frac{P}{n}\right)^2 + \left(\frac{Per_n}{\sum r^2}\right)^2 - 2\left(\frac{P}{n}\right)\left(\frac{Per_n}{\sum r^2}\right)\cos\theta$$

$$\text{且つ } \cos\theta = -\cos\phi = -\frac{w}{2r_0}$$

$$\text{故に } s^2 = \left(\frac{P}{n}\right)^2 + \left(\frac{Per_n}{\sum r^2}\right)^2 + \frac{P^2 ew}{n \sum r^2}$$

或は

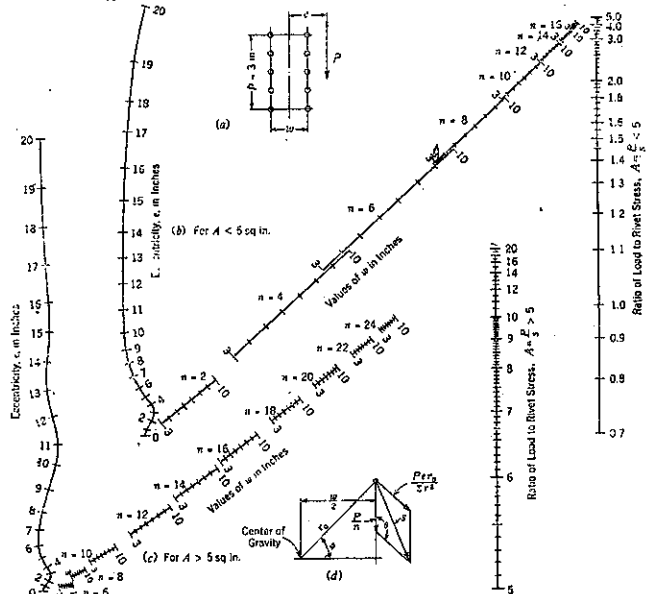
$$\left(\frac{s}{P}\right)^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{er_0}{\sum r^2}\right)^2 + \frac{ew}{n \sum r^2} \dots (8)$$

r_0 の垂直分力は (2) 式より得られる。而して水平分力はベクトル上でそれに合され、

$$r_0 = \left[p^2 \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + \frac{w^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{p^2}{16}(n-2)^2 + \frac{w^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \dots (9)$$

1 列の鉄に對する $\sum r^2$ の垂直分力は、第 (3) 式よ

第 6 圖 3 時間隔を持つ 2 列の鉄



り n を $0.5n$ と置き換へて求められる。然して、2列の鉄に對しては其の結果を2倍すれば良い。 $\sum r^2$ の水平分力は $n\left(\frac{w}{2}\right)^2$ である。

故に

$$\begin{aligned} \sum r^2 &= \frac{2p^2}{12} \left(\frac{n}{2}\right) \left(\frac{n}{2} - 1\right) \left(\frac{n}{2} + 1\right) + \frac{nw^2}{4} \\ &= \frac{p^2 n}{48} (n-2)(n+2) + \frac{nw^2}{4} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

(9) 式及 (10) 式を (8) 式に代入しても、求められた函数は圖表を作製する様な如何なる標準型にも變化し得ない。然し、亞米利加合衆國海軍省 (The Bureau of Ordnance, United States Navy Department) の A. Wertheimer 氏案の方法に依り圖式解法が可能となる。其の結果は、漸近算法に依り任意の精度に迄持ち來す事が出来る。この方法に依り2列、3列及4列の鉄に對する圖表が作られる。如何なる場合にも、其の圖表の誤差は5%を超過しない。

第6圖を参照し方程式(7)式と同じ公式が得られる。

$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{e^2 r_0^2}{(\sum r^2)^2} + \frac{ew}{n \sum r^2} \dots(11)$$

此の場合

$$r_0 = \left[\frac{p^2}{16} (n-2)^2 + \frac{w^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \dots(12)$$

而して

$$\sum r^2 = \frac{p^2 n}{48} (n-2)(n+2) + \frac{nw^2}{4} \dots(13)$$

第6圖の n 曲線は n の定數及3時から10時間を變化する w の變化値に對する曲線の列である。此の n 曲線は $w=1$ 時の單位で目盛りされて居る。

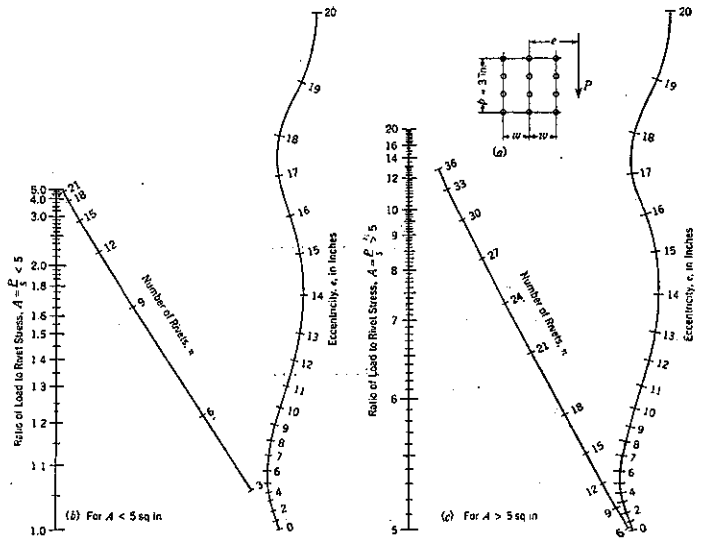
第6圖は第5圖と全く同じく

用ひられる。破線に示す如く例題1に於ける數字基準を第6圖(b)に入れる。圖は軸に沿ふ間隔8吋、鉄間3吋の4本の鉄を示す。若し A が5より大なる時は問題は第6圖(c)で解かれる。

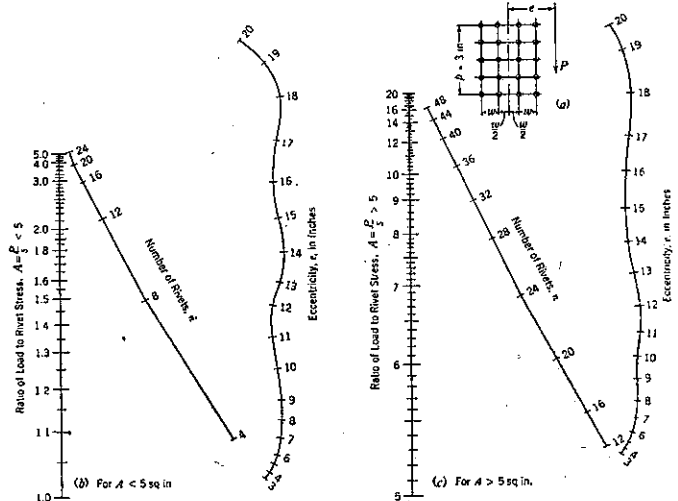
例題 3. 3列の鉄群

第7圖(a)に示されて居る場合は、方程式(11)と同じである。

第7圖 3列の鉄群 ($p=3$ 吋, $w=3$ 吋)



第8圖 4列の鉄群 ($p=3$ 吋, $w=3$ 吋)



$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{e^2 r_0^2}{(\sum r^2)^2} + \frac{2ew}{n \sum r^2} \dots (14)$$

上式に於て

$$r_0 = \left\{ \left[\frac{p}{6}(n-3) \right]^2 + w^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots (15)$$

而して

$$\sum r^2 = \frac{p^2 n}{108}(n-3)(n+3) + \frac{2nw^2}{3} \dots (16)$$

前同様第 7 圖 (b) に $A=1.23$, $e=10$ の値で $n=6$ より値が大なる點で斜線と交る破線を畫く。然らば求むる n は 9 となる。

例題 4.4 列の銀群

若し w_1 : 内側銀列間隔

w_2 : 内側と外側銀列間隔

とすれば

$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{e^2 r_0^2}{(\sum r^2)^2} + \frac{2e \left(\frac{w_1}{2} + w_2 \right)}{n \sum r^2} \dots (17)$$

上式に於て

$$r_0 = \left\{ \left[\frac{p}{8}(n-4) \right]^2 + \left(\frac{w_1}{2} + w_2 \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots (18)$$

且つ

$$\sum r^2 = \frac{p^2 n}{192}(n-4)(n+4) + \frac{n}{2} \left[\frac{w_1^2}{4} + \left(\frac{w_1}{2} + w_2 \right)^2 \right] \dots (19)$$

$w_1 = w_2 = w$ の場合は

$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{e^2 r_0^2}{(\sum r^2)^2} + \frac{3ew}{n \sum r^2} \dots (20)$$

上式に於て

$$r_0 = \left\{ \left[\frac{p}{8}(n-4) \right]^2 + \left(\frac{3w}{2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \dots (21)$$

且つ

$$\sum r^2 = \frac{p^2 n}{192}(n-4)(n+4) + \frac{5nw^2}{4} \dots (22)$$

第 8 圖 (b) に $A=1.23$, $e=10$ の値で、約 $n=5$ で斜線と交る波線を畫く。然らば $n=8$ となる。

例題 3 及 4 に對する式は例題 2 に於けると同様にして得られる。

結 語

偏心銀結の問題は、銀應力の 函數として求められる銀數、銀間隔、荷重及び其の偏心率を表はす式に依り簡

單にし得る。この項に表はされて居る方法及圖表は、此處に例證せるもの以外の場合にも應用され得る。

2. Odd Albert 氏の法

(“Eccentric Rivet Connections” Eng. News-Record, August 2, 1934.)

本解法は今より 20 年前, Eng. News-Record, November 7, 1914 p. 518 に於て “Eccentric Rivet Connection” なる題目の下に發表されたものより誘導せるものであつて、次の如き圖式解法に依るものである。

N =銀應力

R =任意の方向及大きさを有する荷重の合力(封度)

r =荷重 R に對する臂長(吋)

I =銀群の慣性モーメント

u =應力を求める點 C より銀迄の距離

x_0 = C 點に對する銀群の重心よりの座標

斯の如き假定により次の實例に應用してみる。

實 例

第 9 圖

銀群の對稱軸に對する極慣

性モーメントは簡単に計算出来る。

x_0, u, N 等の値を決定する軸

は荷重 R に對し、 $x-x$ 軸

を直角に、 $y-y$ 軸を平行に

引き、其の交點を銀群の重心

と一致せしめる。

$$x_0 = -\frac{1}{nr} \dots (1)$$

$$N = \frac{Rru}{I} \dots (2)$$

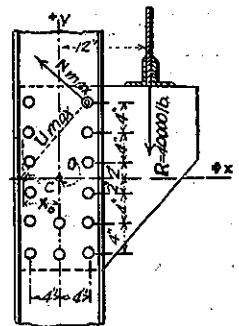
例へば第 9 圖の如き場合に於ては

$$\begin{aligned} I &= \sum x^2 + \sum y^2 \\ &= 12 \times 4^2 + 6 \times 10^2 + 6 \times 6^2 + 4 \times 2^2 \\ &= 1024''^2 \end{aligned}$$

$$n=16, \quad r=12'' \dots$$

$$\therefore X_0 = -\frac{1}{nr} = -\frac{1024}{16 \times 12} = -5.34''$$

C 點より最も遠い銀が最大の荷重を取る。

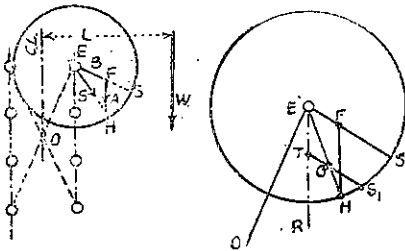


$$U_{max} = \sqrt{10^2 + (5.34 + 4)^2} = 13.7''$$

$$N_{n,max} = \frac{Rr_{u,max}}{I} = \frac{40\,000 \times 12 \times 13.7}{1\,024}$$

$$= 6\,420^*$$

第 10 圖 圖 解 圖



鉄結合の強度を簡式で求める方法は次の如くなる。
 今偏心荷重を受けた鉄群中の E 鉄を吟味して見る。
 E 鉄は直剪力による應力 A と、偏心彎曲率より来る
 應力 B を受ける。此の合成應力は、其の鉄の許容應力
 S より大きくなつては不可ない (第 10 圖参照)。

先づ最初に鉄 E を中心とし、S を半徑として圓弧
 を畫く。

許容應力一杯迄鉄に應力を働かせるとすれば、作用
 合成應力は、E より圓弧線上の H 點に至る EH の
 大きさとなる。

今 O を鉄群の重心點とすれば、應力 B は EO に
 直角となる。故に EO に直角に ES 線が引かれる。
 荷重の方向を垂直と假定すれば、A 剪力の方向は垂
 直であつて、垂直線に依つて表はされる。

問題は H を圓弧線上に

$$FH/EF = A/B$$

となる關係に求むれば良い。此の場合 FH は垂直
 線である。

扱て

$$P = \text{鉄の断面係数}$$

とすれば

$$A = W/N, \quad B = \frac{W \times L}{P}$$

であるから次の關係が求められる。

$$A/B = P/L \times N \quad \dots \quad FH/EF = P/L \times N$$

次に ER 線上に任意の縮尺で $ET = P/N$ と取り、
 ES に平行線 TS_1 を引き、其の線上に同一縮尺で TG
 $= L$ と取れば、

HG の延長が圓弧と交はる點 H が求める點とな
 る。

EH が鉄 E の合成應力を表はす。故に FH は P
 個の鉄の剪力となる。

今 N: 鉄の總數

W: 偏荷重

A: 圓上で計つた FH の値

とすれば

$$W = N \times A$$

である。

若しも半徑 ES を $N \times S$ に等しく取れば、長 FH
 は全鉄に對する總剪力となり $W = A$ となる。

斯くの如くにして、異つた偏心荷重に對しても同一
 の圖解が畫かれる。距離 TG は偏心距離に相當する。

斯くて異なる偏心荷重に對する鉄結の強度は、ES
 上の F 及圓弧 SR 上の H とを結ぶ長 FH に従つ
 て變化することになる。

3. Abraham Frank 氏の法

(“Design Simplification for Eccentric Rivet
 Connections” Eng. News-Record March 22
 1934)

偏心鉄結の問題中の 1 項目は鉄群の慣性能率の算定
 にある。第 11 圖 (a) に示す如き 1 列の群に對して
 は、其の重心を通る X 軸に關する慣性能率は $I_x = \sum d^2$
 であり、第 11 圖 (b) に示す如き鉄群に於ては $I_p =$
 $\sum d^2 = \sum x^2 + \sum y^2$ である。

確に上述の如き式にて表はされる慣性能率は實驗
 上、満足なるものである事は認められる。

第 11 圖 (a) に於て p=鉄距、N=鉄數 とし、各
 鉄を中心として 1 邊 p なる正方形を畫けば、幅 p の
 高さ NP なる矩形を得る。即ち各正方形の X 軸に
 就いての慣性能率は各々の重心を通る平行線に就いて

の慣性能率に軸間の距離の自乗に面積を乗じたものを加へたものである。

この矩形の慣性能率は、

$$I_{ax} = \frac{p(Np)^2}{12} = \sum \left(\frac{p^4}{12} + p^2 d^2 \right) = \frac{Np^4}{12} + p^2 \sum d^2$$

となり、 $\sum d^2$ に就いて解けば

$$I_x = \sum u^2 = \frac{p^2(N-1)N(N+1)}{12} \dots\dots(1)$$

此の1列の鉄群の断面係数は

$$S_x = \frac{2I_x}{(N-1)p} = \frac{nN(N+1)}{6} \dots\dots(2)$$

斯の如くして通常の N 個の 2 列の鉄群に對しては、

$$S_x = \frac{pN(N+2)}{12} \dots\dots(3)$$

N 箇の鉄より成る 1 列の鉄群の端鉄に就いての慣性能率は (1) 式より直に誘導される。

$$I_x = \frac{p^2(N-1)N(2N-1)}{6} \dots\dots(4)$$

第 11 圖 (b) に示す如き鉄群の極二次率は $I_p = \sum x^2 + \sum y^2$ より次の如くに求められる。

7 箇 3 列の鉄群の $I_x = \frac{(3)(9)^2(6)(7)(8)}{(12)(4)^2} = 425\frac{1}{4}$

6 箇 3 列の " $I_x = \frac{(2)(9)^2(5)(6)(7)}{(12)(4)^2} = 177\frac{7}{16}$

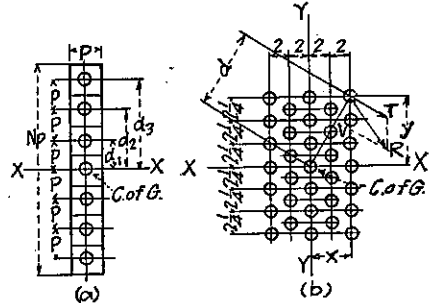
3 箇 7 列の " $I_y = \frac{(7)(4)^2(2)(3)(4)}{(12)} = 224$

2 箇 6 列の " $I_y = \frac{(6)(4)^2(1)(2)(3)}{12} = 48$
 $I_p = 874\frac{7}{16}$

今第 11 圖 (b) に示す如き N 箇の鉄群が P なる荷重、及び彎曲率 M を受ける場合、總べての鉄は何れも $V = P/N$ なる剪力及び扭剪力 $T = Md/I$ を受ける。合成剪力 R は力の平行四邊形より V 及び T から求められる。重心より最遠端にある鉄は常に最大の T の値を取る。第 12 圖は P なる荷重が X 軸及び Y

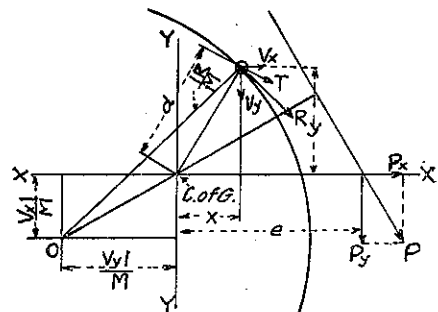
軸に對して斜角をなしてある場合の一般的の解法である。

第 11 圖



P はそれが X 軸を切る點に於て、 P_x 及 P_y なる力に分解される。

第 12 圖



距離 e 及び彎曲能率 $M = Pyc$ は之れより決定される。總べての鉄は何れも相等しき剪力 $V_x = \frac{P_x}{N}$ 及 $V_y = \frac{P_y}{N}$ 及び異なる扭剪力 $T = \frac{Md}{I}$ を受ける故に任意の鉄

の合成剪力 R は

$$R = \sqrt{\left(V_y + \frac{Mx}{I} \right)^2 + \left(V_x + \frac{My}{I} \right)^2} \dots\dots(5)$$

(5) 式に於て x 及 y のみが變數になる。

$$\frac{IR}{M} = \sqrt{\left(\frac{V_y I}{M} + x \right)^2 + \left(\frac{V_x I}{M} + y \right)^2} \dots\dots(6)$$

(6) 式は明かに圓の方程式であり、其の中心は

$$\left(-\frac{V_y I}{M}, -\frac{V_x I}{M} \right) \text{ で半径は } \frac{IR}{M} \text{ である。}$$

即ち作圖は明かに次の如くなる。鉄群の上に中心 O を畫き、この中心より最も遠き鉄を見出せば、このも

のが最大應力の鉄になる。Oは常にPに対して重心を通るPの垂直線に在る事は作図上注意さるべきであつて、最大應力の鉄を畫いた場合には(5)式を用ひねばならぬ。更に F_x, F_y 又はMの何れか第12圖に示すものと反對の方向を有する場合には(5)式に於て負號を取らなければならぬ。この結論は鉄群の周邊が矩形をなしてゐる場合にはその隅角にある鉄の一つが最大應力を受くるものである事を示してゐる。

(糸川一郎 抄譯)

鉄結接手を荷重作用の儘溶接にて補強した場合の強度

(Dr. Ing. O. Kommerel und Prof. Dr. Ing. G. Bierett. „Über die statische Festigkeit und die Dauerfestigkeit genieteter, vorbelasteter und unter Vorlast durch Schweissung verstärkter Stabanschlüsse“ Die Bautechnik, 25. Mai 1934. Beilage S. 81.)

A. 溶接補強を爲した鉄接手の力の分布及び強度を決定する要素

従來の試験に依れば、鉄接手が既に荷重を受けて其の爲に鉄の附近に於て弾性的な僅少な滑動を生じたものであれば、其の鉄接手を溶接で補強した場合に鉄と溶接隅肉とが協同に働いて力の傳達には充分な結果が得られて居る。尙ほ今迄の静荷重試験に依ると、溶接補強が死荷重應力の作用のもので爲されたか或は死荷重應力を除いて爲されたかと云ふ事は、次の協同作用に関しては餘り重大な影響を及ぼさないやうである。併し實際の構造物では死荷重應力が作用して居る處で

補強を爲すから、鉄の協同作用に關してもこの實際の状態に近いやうにして試験した方が妥當である。

溶接補強を爲した鉄接手が活荷重を受ける場合の複雑な力の傳達及び應力状態は、靜力學的な考へのみでは説明出來ない。又静荷重の場合に鉄と溶接隅肉とが協同に働いて良好な力の傳達を爲すやうな接手でも、それが活荷重を受ける場合には前と同様に満足な結果が得られるかどうかは疑問である。

活荷重を受ける場合の強度に最も影響を及ぼすものは、鉄の支壓應力及び摩擦係数である。靜力學的な見地から見れば、第13圖3c, 3dの如く接手の最も前方の鉄の存する断面よりも更に前方まで隅肉を出せば、鉄孔の爲に強度を減じて居た dangerous section に於ける應力を軽減する事が出来る。併し動力學的には隅肉の始めの處に局部的な應力が起つて不都合な作用を生ずるから、計算上は利用し得る断面積が相當に残つて居ても此の型式の補強は考慮を要する。第13圖3a, 3b, の如く溶接隅肉を最前方の鉄の後方まで後退させた型式のものでは、計算上の利用し得る断面積は減少して居る。併し此の場合は最前方の鉄の直ぐ前

第 13 圖

試験片		構造
溶接	$a=7\text{ mm}$ $F_{schw}=17.1\text{ cm}^2$	1 リベットのみ
		2 溶接のみ、但し鉄孔あり
	$a=7\text{ mm}$ $F_{schw}=17.2\text{ cm}^2$	3a 鉄と溶接併用
		3b " "
	$a=5\text{ mm}$ $F_{schw}=17.2\text{ cm}^2$	3c " "
		3d " "
	$a=7\text{ mm}$ $F_{schw}=24.1\text{ cm}^2$	3e " "
		3f " "
	$a=5\text{ mm}$ $F_{schw}=17.2\text{ cm}^2$ $l=172\text{ mm}$	4 リベットのみ
		5 溶接のみ、但し鉄孔あり
	$a=8.5\text{ mm}$ $F_{schw}=27.2\text{ cm}^2$	6 鉄と溶接併用
		7 " "
	$a=7.1\text{ mm}$ $F_{schw}=27.2\text{ cm}^2$ $l=192\text{ mm}$	

・移動測定場所

の断面としては平均した應力が得られる。又最前方の銲を通る断面に於ては、銲孔に作用する支壓應力が低下して動力學的には好都合になつて居るから、銲接補強施行前よりも危険性は減じて居るやうである。銲接に依つて補強した銲接手では、活荷重強度に關係ある色々の影響があるが、其の總括した作用に就ては未だ實驗されたものがないので推斷出来ない。

以下静荷重及び活荷重試験の結果を表示して、銲接補強の型式に就ての基礎概念を得やうと試みた。試験は1931年のDin 4100の示方書に示す許容應力に基礎を置いてなした。

B. 試験片

試験片は第13圖3の如く繼目の兩側に各々2個の銲を1列に配列したものと6,7の如く幅の廣い添銲に各々4個の銲を3列に配列したものと2種類とした。而して此の2種類の試験片に色々に銲接隅肉を配列して試験した。尚ほ此の他に、銲を打たずに銲孔を穿つた儘のものを銲接して是を試験した。又銲接を施さずに銲結のみのものに就ても試験を爲した。

各型式の接手を第13圖に示して置いた。接手の銲及び補強隅肉は次に示す假定に基いて計算した。

接手 1 乃至 3

死荷重應力 $S_D = 6.0 \text{ ton}$

補強前の最大活荷重應力 $\varphi S_D = 6.3 \text{ ton}$

max. $S = 12.3 \text{ ton}$

添銲 2@60×15, rivet hole ϕ 17 mm, 鋼材 St 37,

純斷面積 $F_n = 12.9 \text{ cm}^2$, $\sigma_n = \frac{12\ 300}{12.9} = 955 \text{ kg/cm}^2$

2 rivet ϕ 17 mm, double shear, rivet steel St 34.

$F_s = 9.1 \text{ cm}^2$, $\tau = \frac{12\ 300}{9.1} = 1\ 352 \approx 0.8 \times 1\ 700 \text{ kg/cm}^2$

此の接手を次の荷重に對して補強した。

$\varphi S_D = 12 \text{ ton}$, max. $S = 18 \text{ ton}$

$\sigma_n = \frac{18\ 000}{12.9} = 1\ 395 \text{ kg/cm}^2 < \sigma_{zul}$

補強の状態は第13圖に示すやうに銲接隅肉を着

けた。

3a, 3b, 3cの繼目の兩側に於ける隅肉の斷面積は17.1~17.2 cm^2 である。

Din 4100の示方書に依つて荷重の反復を考へに入れて計算して次の應力を得る。

(a) 活荷重全部が隅肉に依つて受持たれた場合

$$\rho = \frac{12\ 000}{17.1} \approx 700 \text{ kg/cm}^2$$

$$= \rho_{zul} \text{ (Din 4100, Ausgabe 1931)}$$

$$\tau = \frac{6\ 000}{9.1} = 600 \text{ kg/cm}^2$$

(b) 活荷重の2/3を隅肉が受持つとした場合

$$\rho = \frac{8\ 000}{17.1} \approx 470 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau = \frac{6\ 000 + 4\ 000}{9.1} = 1\ 100 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{zul}$$

厚い隅肉を有する3dでは計算から出した應力は尙ほ小さい。

接手 4, 6 及び 7

死荷重應力 $S_D = 9.9 \text{ ton}$

補強前の最大活荷重應力 $\varphi S_D = 14.8 \text{ ton}$

max. $S = 24.7 \text{ ton}$

添銲 2@120×12, rivet hole ϕ 17 mm, 鋼材 St 37,

$F_n = 20.64 \text{ cm}^2$

$$\sigma_n = \frac{24\ 700}{20.64} = 1\ 195 \text{ kg/cm}^2$$

4 rivet ϕ 17 mm, double shear, rivet Steel St 34,

$F_s = 18.16 \text{ cm}^2$

$$\tau = \frac{24\ 700}{18.16} = 1\ 360 = 0.8 \times 1\ 700 \text{ kg/cm}^2$$

この銲接を次の荷重に對して補強した、

$\varphi S_D = 19 \text{ ton}$, max. $S = 28.9 \text{ ton}$

$$\sigma_n = \frac{28\ 900}{20.64} = 1\ 400 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_{zul}$$

補強の状態は第13圖に示す通りで、6,7の繼目の兩側にある隅肉の斷面積は27.2 cm^2 である。

小さい試験片の場合と同様に計算して次の應力を得る。

$$(a) \quad \rho = \frac{19\,000}{27.2} \approx 700 \text{ kg/cm}^2 = \rho_{zul}$$

$$\tau = \frac{9\,900}{18.16} = 545 \text{ kg/cm}^2$$

$$(b) \quad \rho = \frac{2/3 \times 19\,000}{27.2} = 470 \text{ kg/cm}^2 < \rho_{zul}$$

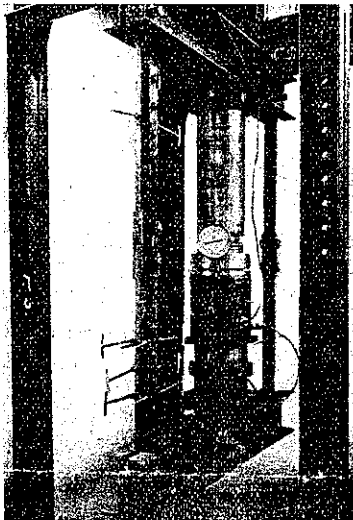
$$\tau = \frac{9\,900 + 1/3 \times 19\,000}{18.16} = 890 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{zul}$$

是等の試験片は、其の鉄を温めて古い構造物に於ける状態と同様な状態を表はすやうに處理した。試験片は Derne の Johannes Doernen 製なり。

C. 試験片の補強前の載荷及び銲接施行

未だ補強を爲さない鉄結の儘の試験片に、小さい方では 12.3 ton、大きい方では 24.7 ton の荷重を繰り返し載荷する。然る時は弾性的な滑動を伴つた移動が生ずる。此の状態は古い構造物に於ては通則として想像される處のものである。第 14 圖に示すのは補強前の載荷を爲す loading machine である。此の loading machine に小さい方の試験片では各 4 個の試験片を圖示のやうに一緒に取り付けて前述の補強前の載荷をなし、大きい方の試験片では各 2 個を一緒に載荷する。而して銲接手の中に生じた移動を測定し、純粋な弾性變形が現はれるやうになるまで數回此の載荷を繰返す。凡そ 10 回位繰返すのである。然る後に計算

第 14 圖



から求めた死荷重應力即ち小さい試験片では 6.0 ton、大きい方では 9.9 ton の荷重まで載荷を減ずる。但し 3b のみは之と反對に繰り返し荷重機に掛けて、6 ton と 12.3 ton との間の繰り返し荷重を 1×10^6 回だけ掛けた。此の目的は斯かる操作を爲した 3b と、同様に製作された 3a とを比較して、繰り返し荷重を受けた回數が多くなれば夫れを補強した場合に強度の減少を來すか否かを確かめる爲である。

次に死荷重應力即ち 6 ton 及び 9.9 ton の力が作用して居る状態で銲接を爲す、而して此の荷重は銲接作業を爲す間及び作業後冷却を爲す間は一定に保つて置く。尚ほ 2 と 5 のみは荷重を掛けずに銲接を爲した。

5 mm の隅肉は直径 4 mm の銲接棒で 1 回盛りとし、7 mm の隅肉は 2 回盛りとして、第 1 回目目のビードは 4 mm の銲接棒で盛り、第 2 回目目のビードは 5 mm の銲接棒で盛つた。試験片 3e, 7 の如く或る部分が上向銲接になつて居る前面隅肉ではビードの數を増さねばならない。電源は直流 170 A. 18~19 V. で、銲接棒は裸銲接棒 E. V. 2 を用ひた。

D. 強度試験

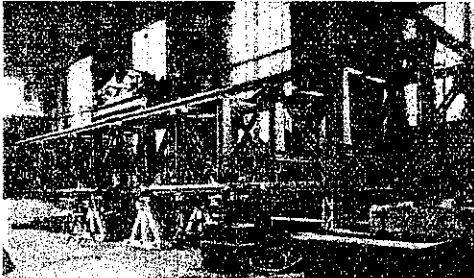
試験は静荷重引張試験及び繰り返し荷重引張試験を爲した静荷重試験の場合は、接手に於ける移動に依つて鉄及び隅肉の上に分布せる力を推測した。statical breaking test は 3b, 3c, 7 を除いた各型式の試験片に就て爲した。

試験片 1~3 の繰り返し荷重試験は、Düsseldorf-Grafenberg の Losenhausen の繰り返し荷重試験機を用ひた。大きな試験片では、獨逸鋼構造物協會で規定して居る第 15 圖に示す swing bridge を用ひて荷重を掛けた。第 16 圖は swing bridge に試験片 6 が掛けられて居る有様である。

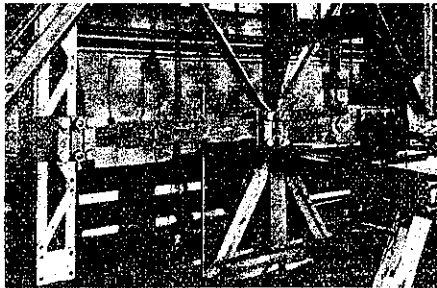
Swing bridge の中央格間の下弦材として試験片を取付ける。bridge の自重及び bridge の上に存する Losenhausen の travelling wagon に依つて静荷重が働くやうになつて居る。尚ほ必要な時は更らに

bridge の上に追加荷重を加へる事が出来る。活荷重は偏心率のある 2 つの質量の廻轉に依つて働くやうになつて居る。この場合、水平方向の荷重が起らないや

第 15 圖



第 16 圖



うに装置してある。偏心率及び廻轉速度を變へれば活荷重が變化するやうになつて居る。

繰り返し荷重の下の方の荷重限界は小さい試験片では $P_u=6$ ton, 大きい方では $P_u=9.9$ ton で計算から求めた死荷重應力と同一である。

繰り返し荷重の週期は、繰り返し荷重試験機及び swing bridge の振動系統の自己振動週期を考へに入れて適當に選んだ。試験に用ひた週期は swing bridge では 1 分間に 210~230 回、繰り返し荷重試験機では 500 回位であつた。

E. 静荷重及び繰り返し荷重試験の結果

1. 静荷重試験 試験片の寸法及び試験の結果は第 1 表に示した。

試験片 1, 2, 3 鉄結のみの接手は 29.7 ton で破壊し此の耐荷力は鉄に依つて左右される。銲接のみの接手即ち試験片 2.1 は 49.0 ton で隅肉の shear でこわれた。銲接鉄結併用の試験片 3a は少し高くなり 52.2 ton で破壊し、添鉄の強度が耐荷力を左右して居る。静荷重試験を爲さなかつた 3b, 3e の強度も同様だと見て差支へない。3c, 3d の如く最前方の鉄の前方で隅肉を出したものは其の耐荷力をもつと増加 (56.7 ton 及び 60.8 ton) して居る。是迄の型式は静荷重に對しては最良の結果を與へて居る。3c よりも 3d の強度が高いのは、3d では厚い隅肉に依つて添鉄の横方向の収縮が妨げられ、其の爲に強度が増したのであらう。

試験片 4, 5, 6, 7 鉄結のみの接手の破壊荷重は 63.0 ton で其の破壊状態は小さい試験片 1 と同様である。銲接のみの試験片 5.1 は鉄接のものと同程度強さである (添鉄の鉄孔に依つて強度が減じて居るから)。此の 2 つの接手の耐荷力は各々鉄或は隅肉の強度で左右される。鉄と銲接と併用の試験片 6 は 91.5 ton で添鉄が破壊した。7 は静荷重試験は爲さなかつたが、試験片の強度は材料の性質が同一であるから同程度の強度を有すると見てよい。

第 1 表

試験片	接手種類	添鉄寸法 寸法 mm	断面積 鉄 cm ²	断面積 鋼 cm ²	破壊 荷重 P _u t	破壊 荷重 P _u t	F _m に關する 破壊應力 σ _t kg/cm ²	破壊 荷重 P _u t	破壊 荷重 P _u t	破壊状態
1, 1	鉄接	2 = 12.27 602.142	3.08	0	29.7	(σ _n =2 420)	σ _t =3 270	—	—	18.6°で引ひき、引ひき212.7°で引ひき、2層の鉄を剪断し、添鉄は破壊せず。
2, 1	銲接	2 = 12.27 602.142	0	172	49.0	(σ _n =3 300)	σ _t =2 850	—	—	隅肉の引ひき、鉄孔を引ひき、添鉄は引ひき、引ひきせず。
3a, 1	鉄結併用	2 = 12.18 602.141	3.00	172	52.2	—	—	—	—	鉄孔の引ひき、隅肉を引ひき、添鉄は破壊せず。
3b*)	同上	2 = 12.18 602.141	—	—	—	—	—	—	—	—
3c, 1	—	2 = 12.18 602.141	3.08	172	56.7	—	—	—	—	50°で鉄結の鉄孔を引ひき、隅肉を引ひき、鉄孔を引ひき、添鉄は破壊せず。
3d, 1	—	2 = 12.27 602.141	3.08	241	60.8	—	—	—	—	56°で引ひき、隅肉を引ひき、鉄孔を引ひき、添鉄は引ひき、添鉄は破壊せず。
3e, 1	—	2 = 12.27 602.142	—	—	—	—	—	—	—	—
4, 1	鉄接	2 = 23.37 204.113	18.16	0	63.0	(σ _n =2 700)	σ _t =3 470	—	—	4個の引ひき、破壊せず。
5, 1	銲接	2 = 23.85 2207.115	0	272	64.0	(σ _n =2 680)	σ _t =2 350	—	—	隅肉を破壊せず。
6, 1	鉄結併用	2 = 23.04 2208.114	18.16	272	91.5	—	—	—	—	70°で鉄結の鉄孔を引ひき、隅肉を引ひき、鉄孔を引ひき、添鉄は破壊せず。
7*)	同上	2 = 24.72 2260.120	—	—	—	—	—	—	—	—

*) 静荷重試験を行はず

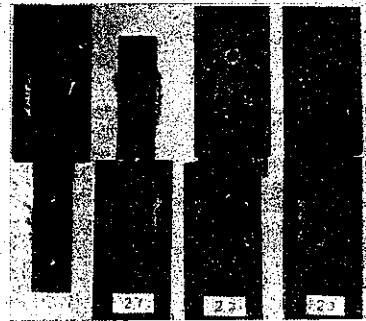
各型式の接手を比較するに當つては最前方の鉄の存する龜裂の入つた断面の純断面積に就て破壊應力を算出し、各型式毎に此の破壊應力の平均値を求めて是に依つて比較した。此の破壊應力は今の場合は假想の値と見られるが、各接手型式を静荷重に對する適合性に從つて順位づけるには適して居る。

鉄孔を穿ち鉄を打つた場合の材料の強度は、3a 及び 6 から推定すれば、添鉄の純断面積で破壊荷重を割つた値と考へる事が出来る。此の値は 3a では 4290 kg/cm^2 、6 では 3970 kg/cm^2 である。單に鉄結のみ或は單に銲接のみの場合は此の強度を充分利用出来ないが、3a, 3b, 3e, 6, 7 の如く補強する事に依つて充分利用出来るやうになる。

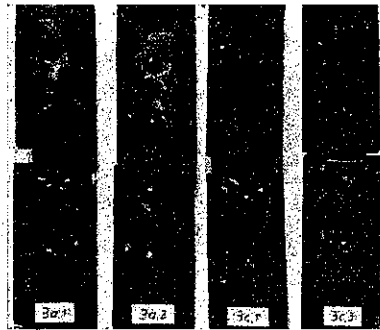
3c, 3d の型では隅肉に相當の負荷が移つて居るから最前方の鉄孔に接近した断面は危険ではない。3c は 56.7 ton, 3d は 60.8 ton まで耐えて居る。隅肉の始まりの方では大きな剪力と同時に、添鉄の横方向の收縮に依つて生ずる部材の軸に直角な方向の張力を受けて隅肉は剥脱せんとし、破壊の際の最高荷重に達してから鉄孔の處の断面が悉切斷するのである。鉄孔を差引かない添鉄の全断面積について計算すれば 3340 及び 3560 kg/cm^2 の平均應力を示して居る。此の型のものに於ても、前述の 3a, 3b, 3e, 6, 7 の型のものに於ても、試験片の破壊状態を見るに、鉄孔を差引かない断面に就ての全強度は未だ静力學的には利用し盡されて居ない。

静荷重で破壊した試験片の破壊状態は第 17 圖乃至第 19 圖に示した。第 18 圖の 3c, 1 では今述べた隅肉の剥脱が明かに認められる。第 19 圖は 6.1 がこわれる直前の状態なり。第 17 圖は 2.1 の隅肉の剪斷を示して居る。隅肉の破壊應力 ρ_B は 2.1 の場合は 2850 kg/cm^2 で 5.1 の場合は 2350 kg/cm^2 である。5.1 に於て値が小さいのは、隅肉の平均應力と添鉄の平均應力との比が 2.1 に於けるものよりもずつと大であるのが一つの原因をなして居る。

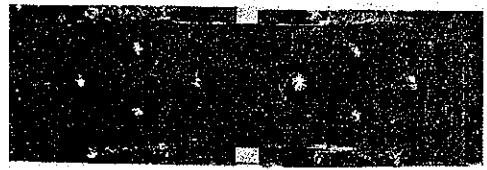
第 17 圖



第 18 圖



第 19 圖



2. 繰り返し荷重試験

繰り返し荷重試験の結果に依れば強い活荷重の働きを受ける場合には、各型式とも各々異つた力の傳達を爲して居る。試験の結果は第 2 表、第 20 圖及び第 21 圖に示して置いた。第 20 及び 21 圖に示す如く試験の結果を記入して曲線を作り、 2×10^6 回繰り返し荷重を掛けた場合の荷重又は應力を曲線より求めて、此の値を繰り返し荷重の強度とした。應力はやはり純断面積 F_n に就いて算出した。繰り返し荷重の場合の鉄の平均剪應力強度は小さい試験片では 2200 kg/cm^2 、大

第 2 表

試験片型式	階数	荷重 \$P_1\$	荷重 \$P_2\$	試験種別 \$F_0\$ の開き \$F_0\$ の開き \$F_0\$ の開き	荷重 試験種別 \$N \times 10^4\$	破壊状態	\$N = 2 \times 10^4\$ 荷重 \$P_1\$	\$N = 2 \times 10^4\$ 荷重 \$P_2\$	\$N = 2 \times 10^4\$ 荷重 \$P_3\$
1	2	6.0	22.0	430	1,700	4階の鉄骨静置破壊。	20.0		
	3		20.0		1,630	1階の2層の鉄骨破壊。			
2	2	6.0	24.0	430	1,360	1階の鉄骨静置破壊。	20.0	1,700	1,210
	3		21.0		1,710	1階の鉄骨静置破壊。			
3a	2	6.0	28.0	430	2,300	鉄骨の鉄骨静置破壊。	24.2	2,150	1,660
	3		26.0		2,130	1階の鉄骨静置破壊。			
3b	1	6.0	28.0	430	2,300	3aの破壊状態。	25.8	2,120	1,630
	3		27.0		2,220	1階の鉄骨静置破壊。			
	4		25.0		2,050	1階の鉄骨静置破壊。			
3c	2	6.0	26.0	430	2,130	1階の鉄骨静置破壊。	22.8	1,870	1,380
	3		24.0		1,970	1階の鉄骨静置破壊。			
3d	2	6.0	26.0	430	2,130	3aの破壊状態。	22.8	1,860	1,370
	3		24.0		1,980	1階の鉄骨静置破壊。			
3e	2	6.0	30.0	430	2,440	鉄骨の鉄骨静置破壊。	27.7	2,260	1,770
	3		28.0		2,280	1階の鉄骨静置破壊。			
4	2	9.9	44.9	420	1,920	片側の4階の鉄骨破壊。	34.5		
	3		38.0		1,630	1階の鉄骨静置破壊。			
6	2	9.9	56.7	430	2,460	鉄骨の鉄骨静置破壊。	36.5	1,580	1,150
	3		47.9		2,080	1階の鉄骨静置破壊。			
	4		39.4		1,710	1階の鉄骨静置破壊。			
7	1	9.9	44.9	400	1,820	1階の鉄骨静置破壊。	33.0	1,580	1,180
	2		39.4		1,530	1階の鉄骨静置破壊。			

Operational Calculus を用ひて振動問題を取扱つてゐる。土木関係の人々に餘り知られてゐない方法である様であるから最後に、この方法の概観を附け加へる事にする。

— 譯者 —

1. 減衰の項 (damping factor)

を無視して行ふ この解析は、弾性不減衰振動はいかなるものであつても、倍音 (harmonics) の重なつたものと常に考へ得ると言ふ事から出發する。運動の如何なる型式に對しても例へば、剪力に依るもの、曲

げに依るもの、振りに依るものなどいづれでも明らかであるが、今の場合は、只だ建物の水平振動のみを考へる。

建物は、いかなる弾性體とでも同じく振動の“normal modes”と言ふものがありそれに就いて、ある振動数が對應して存在する。

建物が normal modes で振動してゐる場合には、すべての變位が同じ位相を有する。振動の型は定常波の型と同じで、振動数が大きければ大きい程定常波の位数は高い。

質量 \$m_i\$ の第 \$i\$ 番目の階を考へる。\$k\$ 次の振動に於てこの階の振動の振幅は \$A_{kij}\$ である。これらの量は振幅の大きさが任意であることによる常數 \$A_k\$ を有してゐる。

今一次元連続的弾性體を考へる。この系の自由振動は次の同次積分方程式の解に依つて與へられる。

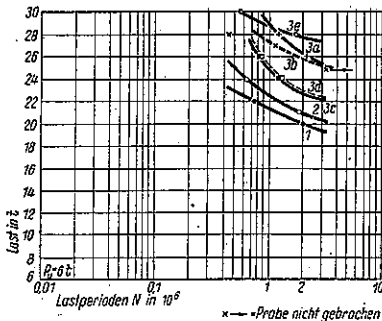
$$y = \omega^2 \int_a^b f(\xi) a(x, \xi) y(\xi) d\xi$$

核の性質によりこの方程式の解である固有函數と固有値 \$y_i\$ と \$\omega_i\$ が無限にある。今それを法化して振幅をきめて了ふ。

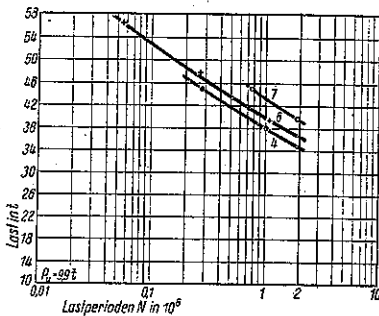
$$\int_a^b \rho(\xi) y_i^2(\xi) d\xi = 1$$

外力 \$f(x)\$ を考へる。これ等の力は \$y\$ と \$f(x)\$ の積が

第 20 圖



第 21 圖



きい試験片では 1900 kg/cm² であつた。
(富田惠吉 抄譯)

地震時に於ける建造物の振動理論

(M. Biot, "Theory of Vibration of Buildings" during Earthquake." Z.A.M.M. Aug. 1934.)

本文は電氣工學に於て屢々用ひられる Heaviside の

それ等に依る仕事に等しくなる様に $f(x)$ と定める事が出来今かくの如くしたと考へる。

静力學的撓みは次の如くである事は容易に分かる。(核を固有函数で展開し, $f(x)$ をかけ a から b まで積分する——譯者)

$$y = \sum \frac{C_i}{\omega_i^2} y_i \dots\dots\dots(1)$$

$$C_i = \int_a^b f(\xi) y_i(\xi) d\xi$$

今力が時間につき變化する場合之れを $f(x)e^{i\omega t}$ とすれば

$$y = \sum \frac{C_i y_i}{\omega_i^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2} e^{i\omega t} \dots\dots\dots(2)$$

(Schmidt の定理参照 ——譯者)

即ちこの振幅は静力學的變形の項に “Resonance factor” をかけたものである。

力を急激に加へた時の運動は同じ型であり, 上述の調和解 (harmonic solution) から直ちに導びかれる。

Heaviside の展開定理を用ひると

$$y_a = \sum \frac{C_i y_i}{\omega_i^2} [1 - \cos \omega_i t] \dots\dots\dots(3)$$

即ち急激に加へられた力 $f(x)$ に依る振幅は, 静力學的變形 (1) の2倍の振幅を有する振動の列で合成されてゐる。

今 $f(x)\psi(x)$ の形の變化する力の作用を考へやう。これ等の力は, その作用を時間の原點に於て開始し, 有限な時間 T の間だけ續くものと考へられる。Heaviside の方法を用ひて, (3) 式より衝撃が消えた後の運動は次の形で與へられる。

$$y_b = \int_0^T \frac{d}{dt} y_a(t-\tau) \psi(\tau) d\tau, \\ y_b = \sum \frac{C_i y_i}{\omega_i^2} \left\{ \sin \omega_i t \left[\omega_i \int_0^T \psi(\tau) \cos \omega_i \tau d\tau \right] - \cos \omega_i t \left[\omega_i \int_0^T \psi(\tau) \sin \omega_i \tau d\tau \right] \right\}$$

この運動は自由振動の重なり合ひである。この各々の振幅は次の如くに物理的に解釋される。

$$f_1(v) = \int_0^T \psi(\tau) \cos 2\pi v \tau d\tau,$$

$$f_2(v) = \int_0^T \psi(\tau) \sin 2\pi v \tau d\tau, \quad v = \frac{\omega}{2\pi}$$

とおくと, この合成する自由振動の夫々の振幅は

$$\frac{C_i y_i}{\omega_i^2} 2\pi v_i \sqrt{f_1^2(v_i) + f_2^2(v_i)}$$

と書ける。

Fourier 積分に依り

$$\psi(t) = 2 \int_0^\infty f_1(v) \cos 2\pi v t dv + 2 \int_0^\infty f_2(v) \sin 2\pi v t dv \dots\dots\dots(4)$$

これに依ると

$$F(v) = \sqrt{f_1^2(v) + f_2^2(v)}$$

は, 衝撃の曲線の “spectral intensity” と考へる事が出来る。短期間の衝撃に依る各自由振動の振幅は

$$\frac{C_i y_i}{\omega_i^2} 2\pi v_i F(v_i) \dots\dots\dots(5)$$

である。依つて次の定理を得る。

若し任意の水平の有限時間續く $j_0 \psi(t)$ なる加速度が建物に加はる時は, その衝撃の終りに於ける振動は j_0 に依る静力學的變形の $\frac{C_k y_k}{\omega_k^2}$ に相對應する振動數に對する $\psi(t)$ なる spectral distribution の $2\pi v_k F(v_k)$ の値を掛けたものに等しい振幅の自由振動の列から成立されてゐる。

地震時に於ける振幅を知りたい時には, 我々の考へてゐる瞬間に於ける衝撃に對應する $F(v)$ なる函数を用ひねばならぬ。自由振動の振幅のみを考へれば良いので真相を考へなくても良いと言ふ事は注目に値する。我々は建物の運動其の物に興味を感ずるのではなくてその最大振幅にのみ興味を有するのであると言ふ事實から此の事は正しい事が判る。この最大は各々個々の自由振動の振幅の和である。これは常に到達せられると言ふのではない。其の譯は, この結論は各々の自由振動に對して同時に最大値を與へる瞬間のある事を指示するからである。だがこの最大値は, 短かい時間には, 大體に到達される事が多い。そしてどの場合

にも、これが到達されうべき最大の値である。

地震計測に於ての多くのスペクトラを有する場合には建物に対するあり得べき最大効果の計算に對して其のスペクトラの包絡線を計算に對する標準の spectral curve に選ぶ來が出来る。

2. 弾性的 1 階の有効な事 (elastic first floor)

耐震構造に於て所謂 elastic first floor に依る應力の減少を計算するのにこの方法を應用して見やう。建物を直方形のものと假定し、變形は水平の剪的とする。

剪力に對する剛度と各々の階の質量は 2 階から上方まで一定とする。第 1 階のみが異つた剛度を有する。

解析を簡單にするために第 2 階以上を剪的變形のみを有する連續桁と假定する。

x: 頂上を原點として下に向け測つた座標

u: 水平の變形

h: 建物の上方部の高さ

M: 建物の上方部の質量

n: " " 階數

h₁=h/n: 1 階 (one story) の高さ

K: 相隣る 2 つの階を相對的に單位長さだけ動かすに要する力

m=M/n: 同等な桁 (equivalent beam) の質量密度 (mass density)

μ=kh₁: 同等な桁の剛性係數

G: 第 2 階を地面に對して單位長さ動かすに要する力

c=√μ/m: 桁中を傳はる剪斷波 (shear wave) の傳達速度

t₀=h/c: この様な波の桁の下から上まで到達するに要する時間

t/t₀=τ, x/h=ξ, u/gt₀²=y

とすれば

normal modes 又は同等な桁 (equivalent beam) の自由振動を考へねばならぬがそれは次の式で與へられる。

μ ∂²u / ∂x² = m ∂²u / ∂t²

無次元變數にかけば

∂²y / ∂ξ² = ∂²y / ∂τ²

となり、境界條件

x=0 で ∂u / ∂x = 0, x=h で μ ∂u / ∂x = -Gu

を考へ R=Gh/μ を第 1 階の剛性と他の階のそれとの比とし α=Rn とすれば境界條件は

ξ=0 で dZ / dξ = 0 (1)

ξ=1 で dZ / dξ + αZ = 0 (2)

となる。茲に y=Z(ξ)e^{iλτ}

(1) より z = A cos λξ

(2) より λtgλ = α

この式の根入は建物の自由振動の振動數に對應する。第 2 階以上は完全に剛で第 1 階のみが弾性に關係する場合の基本週期 T₀' と前の λ による基本週期 T^o を比較すると面白い。

M d²u / dt² + Gu = 0 T' = 2π √(M/G)

振動數の比

f/f' = T₀' / T₀ = λ₀ / √α

で α の函數である。

normal mode の形は

u_k(x) = A_k cos λ_kξ

A_k を法化の條件で定めれば

A_k = 1 / √(M/2 [1 + α cos²λ_k / λ_k²])

水平加速度 g に依る靜力學的變形は

ū(x) = Σ (C_k / α_k²) u_k(x)

茲に

C_k = gm ∫₀ᵇ u_k(x) dx = (α gm h) / (λ_k² √(M/2 [1 + α cos²λ_k / λ_k²]))

$\omega_k = \lambda_k/t_0$ であるから

$$\ddot{u}(x) = 2gt_0^2 a \sum_k \frac{\cos \lambda_k}{\lambda_k^4 \left[1 + \frac{\alpha \cos^2 \lambda_k}{\lambda_k^2} \right]} \cos \lambda_k \xi$$

今
$$\frac{2a \cos \lambda_k}{\lambda_k^4 \left[1 + \frac{\alpha \cos^2 \lambda_k}{\lambda_k^2} \right]} = Bk$$

とおけば
$$\ddot{u}(x) = gt_0^2 \sum_k Bk \cos \lambda_k \xi$$

この結果を用いて加速度 $g \psi(t)$ に依り生ずる振動の振幅を見出す事が出来る。 $\psi(t)$ の “reduced spectral intensity” $2\pi\nu F(\nu)$ を作る。桁の各々の自由振動の振幅は

$$F_k(x) = gt_0^2 Bk \cos \lambda_k \xi \cdot 2\pi\nu_k F(\nu_k)$$

である。各々の型 (mode) に於て生ずる剪力は

$$S_k = \mu \frac{\partial u_k}{\partial x} = \frac{\mu}{h} \frac{\partial u_k}{\partial \xi}$$

$$S_k = gMB\lambda_k \sin \lambda_k \xi \cdot 2\pi\nu_k F(\nu_k)$$

$2\pi\nu_k$ を λ_k/t_0 で置きかへて

$$S_k = +gMB\lambda_k^3 \sin \lambda_k \xi \frac{F(\nu_k)}{t_0}$$

基本振動に對しては、剪力最大は底 ($\xi=1$) に於て生じ

$$S = gMB_0 \lambda_0^3 \sin \lambda_0 \frac{F(\nu_0)}{t_0}$$

である高い位數のものに對しては最大値は

$$S_k = gMB_0 \lambda_k^3 \frac{F(\nu_k)}{t_0}$$

$$B_0 \lambda_0^3 \sin \lambda_0 = C_0(a), \quad B_k \lambda_k^3 = C_k(a)$$

とおくと、各々の自由振動に對する最大剪力は

$$S_k = gMC_k(a) \frac{F(\nu_k)}{t_0}$$

で與えられる。

基本振動は飛びはなれて一番危険な事が判る。そして與へられた ν_k/S の値に對して、elastic first floor の影響は、 a が 3 以下の値に對してのみ重要である事が判る。例へば 7 階の建物に對しては、他階に比して 50% のみの剛性を有する elastic first floor を建てる事は、一般に大きな利益はないであらう。

3. Heaviside operation に對する譯者註

Heaviside の operator 計算法はその名の如く Oliver Heaviside に依つて考へ出された記號計算で

$$\frac{d^n u}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + a_n u = f(t)$$

の様な微分方程式を

$$u(0) = 0, \quad \frac{du(0)}{dt} = 0, \dots, \quad \frac{d^{n-1} u(0)}{dt^{n-1}} = 0,$$

の條件の下に解く事を代數的に解く方法である。その規約は

(1)
$$\frac{\partial u}{\partial t} = pu$$

(2)
$$\int u dt = \frac{u}{p}$$

(3)
$$p^a \left(\frac{t^m}{m!} \right) = \frac{t^{m-a}}{(m-a)!}$$

(4) 求める函数が $\tau h(t) = \frac{1}{H(p)}$ の如き形で與へられる時は

$$h(t) = \frac{1}{H(0)} + \sum_i \frac{e^{p_i t}}{p_i H'(p_i)}$$

(heaviside expansion theorem)

$$p_i \text{ は } H(p) \text{ の根で } H'(p_i) = \left[\frac{d}{dp} H(p) \right]_{p=p_i}$$

例へば

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 1$$

を $t=0$ の時 $i=0$ で解くには、上の規約を適用して

$$Lpi + Ri = 1$$

$$i = \frac{1}{pL + R} = \frac{1}{pL \left(1 + \frac{R}{pL} \right)}$$

今 $T = L/R$ とおく。

$$i = \frac{1}{pL \left(1 + \frac{1}{pT} \right)} = \frac{1}{L} \left[\frac{1}{pT} - \left(\frac{1}{pT} \right)^2 + \dots \right]$$

$$= \frac{1}{R} \left[\left(\frac{t}{T} \right) - \frac{1}{2!} \left(\frac{t}{T} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{t}{T} \right)^3 - \dots \right]$$

故に
$$i = \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

次に
$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{c} Q = 1$$

を $t=0$ で $Q=0, \frac{dQ}{dt}=0$ で解くには上の規約を適用

して
$$Lp^2Q + RpQ + \frac{1}{c}Q = 1$$

$$Q = \frac{1}{Lp^2 + Rp + \frac{1}{c}}$$

$H(p) = Lp^2 + Rp + 1/c$ の形であるから

$$p_1 = -\frac{1}{2T} + \sqrt{\left(\frac{1}{2T}\right)^2 - \omega^2} = -\frac{1}{2T} + \beta$$

$$p_2 = -\frac{1}{2T} - \sqrt{\left(\frac{1}{2T}\right)^2 - \omega^2} = -\frac{1}{2T} - \beta$$

$$H'(p) = 2L\left(p + \frac{1}{2T}\right)$$

であるから

$$H'(p_1) = 2\beta L, \quad H'(p_2) = -2\beta L,$$

$$1/H(0) = \frac{1}{L\omega^2} = C$$

故に

$$Q = C \frac{e^{-\frac{t}{2T}}}{2\beta L} \left(\frac{e^{2\beta t}}{\frac{1}{2T} - \beta} - \frac{e^{-\beta t}}{\frac{1}{2T} + \beta} \right)$$

又1つの現象がある偏微分方程式ではされてゐるとし $x=0, t=0$ で一つの衝撃 E_0 が其の考へてゐる系統に與へられそれがある點 x_1 に $E_0 A(t)$ の影響を與へるとすれば、 E による全系に及ぼす全影響は

$$I(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t E(t-\tau) A(\tau) d\tau$$

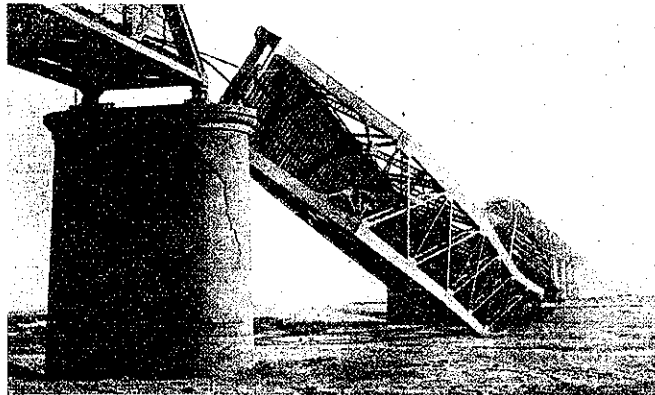
である。

(最上武雄 抄譯)

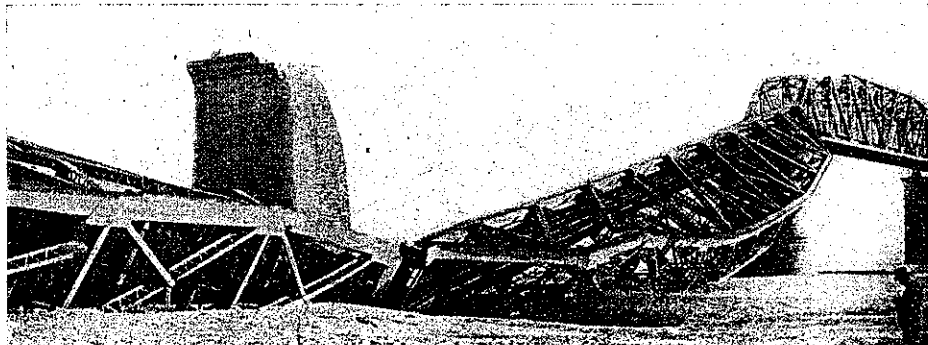
印度地方の地震による Bengal, North Western 及 Tirhut State Railway に於ける災害状況

(“Indian Earthquake Effects on the Bengal and North Western Railway” The Railway Gazette. June 29, 1934.)

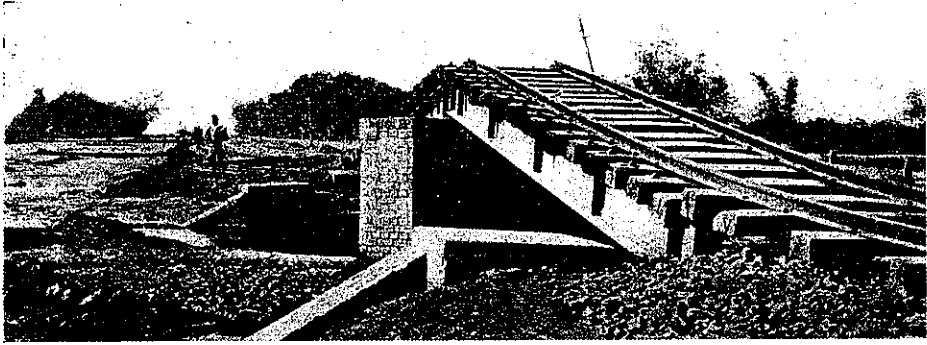
第 22 圖 Gogra 河上 Inchcape 橋梁の被害



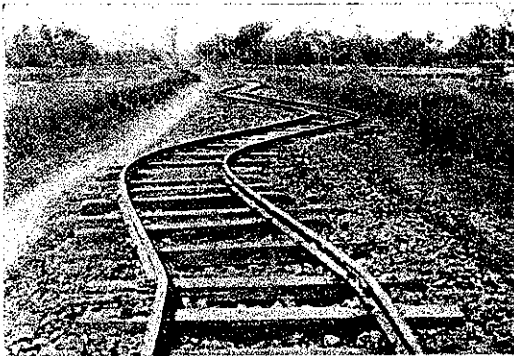
第 23 圖 同橋に於ける破壊されたる橋脚と轉落せるガーダー



第 24 圖 Darbanga 区域第 59 號橋梁(20 呎ガーダー 2 連)の被害、
橋脚は施工基面上 5 呎 9 吋隆起した



第 25 圖 Darbanga 区域に於ける線路蛇行
の状況、線路上圖に見る如く、一定の蛇行
區間に區分され、各繼手箇所で相互に
4~12 呎切離された



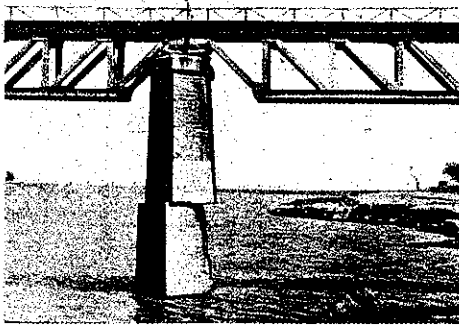
第 26 圖 地表面の龜裂



第 27 圖 Lakandai 橋梁、橋脚は剪斷されて線路方向に押された。従つて
ガーダーは一部其の儘河中に墜落又は橋臺上に押し上げられた



第 28 圖 Boor Gandak 橋梁の剪断された橋脚



第 29 圖 Mazaffarpur-Bettiah 區間に於ける Motihari 附近の Dhanaty 橋梁の四散せるガーダー



(内 山 實 抄 譯)

穀倉 (Silo) 内及び地盤内に於ける壓力分布

(Fröhlich, „Die Druckverteilung in der Silozelle und im Baugrunde.“
Beton u. Eisen. Sept. 1934.)

穀倉内の壓力を最初に數量的且實用的に示したのは Janssen (1894) で、彼の公式は其中に含まるゝ常數を適當に選べば、實測値と良く一致するので 40 年來穀倉設計に用ひられた。地盤内の壓力分布も同時代から研究されたが、目的が互に異なつてゐた爲に兩者間の密接な關係は知られなかつた。本文はこの關係を求むる事によつて、從來理論的には近づき難かつた穀倉の壓力分布を任意の斷面形について解決せしめたものである。

圓形穀倉の壓力分布は平衡條件と Coulomb の摩擦則から得られる。 γ を穀物の密度、 r を穀倉の半径、 φ_1 を穀物と穀倉の間の摩擦角 (實驗によると $22^\circ \sim 32^\circ$ で $\cot. \varphi_1 = 2.0$ と置き得) p_v を穀倉内の 1 點の垂直々壓力、 p_{vm} を水平斷面についての p_v の平均値、 p_s を壁に及ぼす横壓力、 τ を壁に副へる剪力とすれば

$$\int_0^t p_v dF + \int_0^t 2\pi r \tau dt = \pi r^2 \gamma t, \quad t: \text{深さ} \dots (1)$$

$$\therefore \frac{dp_{vm}}{dt} = \gamma - \frac{2}{r} \tau \dots (2)$$

τ と p_s の間には Coulomb の摩擦則の成立を假定して

$$p_s = \tau \cot \varphi_1 \dots (3)$$

Janssen は τ と p_{vm} の間に正比例關係 $\tau = K p_{vm}$ を假定して次式を得た。

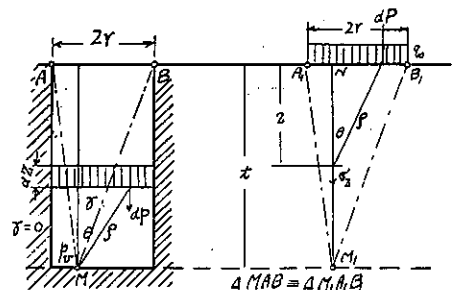
$$\left. \begin{aligned} p_{vm} &= \frac{1}{2} \cdot r \gamma \cdot \frac{1}{K} \left(1 - e^{-\frac{2}{r} K t} \right) \\ p_s &= \frac{1}{2} r \gamma \cot \varphi_1 \left(1 - e^{-\frac{2}{r} K t} \right) \\ \frac{p_s}{p_{vm}} &= K \cot \varphi_1 = \text{一定} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

弾性力學によれば地盤上に 1 集中荷重がある時の壓力分布は、 P を原點 O に働く集中荷重、 ρ, θ を M 點の極座標、 σ_ρ 式を M に於ける軸方向の主應力とすれば

$$\sigma_\rho = \frac{3P}{2\pi \rho^2} \cos \theta \dots (5)$$

穀倉の壁と底を質量なき半無限に擴れる物質で置換へたと考へ之に (5) を適用すると (第 30 圖) M 點の壓力 p_v は

第 30 圖 第 31 圖



$$dp_v = d\sigma_p \cos^2 \theta = \frac{3dP}{2\pi\rho^2} \cos^2 \theta$$

$$\therefore p_v = \frac{3}{2\pi} \gamma \int_0^t \int_0^F \frac{\cos^2 \theta}{\rho^2} dF dz \dots\dots\dots(6)$$

次に(第 31 圖)等方性半無限弾性體表面に穀倉断面と同形に q_0 なる等布荷重が作用する時 M_1 点における弾性沈下は、ポアソン係数 $m = \infty$ なる時

$$\sigma_z = \int_0^F q_0 dF \cdot \frac{3 \cos^2 \theta}{2\pi\rho^2}$$

$$\Delta t = \int_{z=0}^{z=t} \frac{\sigma_z dz}{E} = \frac{3q_0}{2\pi E} \int_{z=0}^t \int_0^F \frac{1}{\rho^2} \cos^2 \theta \cdot dF dz \dots\dots\dots(7)$$

(6) 式と (7) 式から次式を得

$$p_v = \Delta t \cdot \frac{1}{q_0} \gamma E \dots\dots\dots(8)$$

換言すれば、穀倉内の 1 点 M に於ける鉛直々壓力は、等方性半無限弾性體表面に穀倉断面と同形同大の面積に作用する γE なる等布荷重による M_1 点に於ける沈下に等しい。之が求むる兩者の関係である。

非常に深い所における壓力を求める。圓形穀倉に於て地盤上の圓形荷重による深い點の沈下は Bous-sinesq により

$$w_A = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{Q}{rE} \quad (\text{中心軸に於ける沈下})$$

$$w_R = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{Q}{rE} \quad (\text{縁邊上の沈下})$$

$$w_m = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{16}{3\pi^2} \cdot \frac{Q}{rE} \quad (\text{平均値})$$

で與へられるから $m = \infty$, $Q = \pi r^2 \gamma E$ とおきて壓力を得る。

$$\left. \begin{aligned} p_{v.A. \max} &= 2r\gamma \\ p_{v.R. \max} &= \frac{4}{\pi} r\mu \\ p_{v.m. \max} &= \frac{16}{3\pi} r\gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

一邊 s の正方形の穀倉では、地盤上の角柱荷重による深い點の沈下は Schleicher により

$$w_A = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{4}{\pi} \ln(\sqrt{2} + 1) \frac{q_0 s}{E} \quad (\text{中央})$$

$$w_s = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{1}{\pi} \left[2 \ln \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right]$$

$$- \ln(\sqrt{5} + 2) \left] \frac{q_0 s}{E} \quad (\text{上邊の中央})$$

$$w_E = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{2}{\pi} \ln(\sqrt{2} + 1) \frac{q_0 s}{E} \quad (\text{隅})$$

$$w_m = \frac{m^2 - 1}{m^2} \cdot \frac{4}{\pi} \left[\ln(\sqrt{2} + 1) - \frac{1}{3}(\sqrt{2} - 1) \right] \frac{q_0 s}{E} \quad (\text{平均値})$$

で與へられるから $m = \infty$, $q_0 = \gamma E$ とおくと壓力を得る。

$$\left. \begin{aligned} p_{v.A. \max} &= 1.130 r\gamma \\ p_{v.s. \max} &= 0.765 r\gamma \\ p_{v.E. \max} &= 0.560 r\gamma \\ p_{v.m. \max} &= 0.945 r\gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

p_{vm} 曲線は t が増すと一定値になるから

$$\left(\frac{dp_{vm}}{dt} \right)_{t=0} = 0$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{1}{2} r\gamma$$

$$p_s \max = \frac{1}{2} r\gamma \cot \varphi_1 \dots\dots\dots(11)$$

正方形の穀倉では $r = s/\sqrt{\pi}$ とおいて上式を準用し得。

深さと共に應力が如何に變化するかを近似的に求める。 p_{vm} の微係数は $t=0$ の時 γ で $t=\infty$ の時 0 であるから次式を假定す。

$$\frac{dp_{vm}}{dt} = \gamma \left(\frac{a}{a+t} \right)^\mu \quad (a, \mu \text{ は常數}) \dots\dots\dots(12)$$

(12) 式を前記境の條件と $r = \infty$ の時穀倉の壁は擁壁とみなされると云ふ條件から積分すると次の結果を得

$$\mu = 13.2 \approx 13 \quad a = \frac{16}{3\pi} (\mu - 1)r = \frac{64}{\pi} r$$

$$\left. \begin{aligned} p_{vm} &= \frac{16}{3\pi} r\gamma \left[1 - \left(\frac{a}{a+t} \right)^{13} \right] \\ p_s &= \frac{1}{2} r\gamma \left[1 - \left(\frac{a}{a+t} \right)^{13} \right] \cot \varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

Janssen の常數 K は常數にあらずして

$$K = \frac{3\pi}{32} \frac{1 - (a/(a+t))^{13}}{1 - (a/(a+t))^{12}}$$

にて與へられ 0.2945 と 0.3183 の間に變化する。

穀倉内の穀物の壓力を實測する事は仲々困難である

上に、積込む時の壓力は、吾々が問題にしたやうな穀物が落付いた状態の壓力より大である。第3表は底壓力を第4表は深さによる壓力變化を實測値と計算値と比較したものであるが、かなり満足な結果が得られてゐる（著者は數多の實測値を比較してゐるが長くなるので、その中の數例のみ掲げた、一譯者）。

第3表 底 壓 力

般倉断面	密度 (kg/m ³)	P_{om} max	P_{om} max	實測者	摘要
		計算値 (kg/m ²)	實測値 (kg/m ²)		
0.30×0.30 m	800	227	250	Janssen	模型
0.60×0.60 "	800	454	514	Janssen	模型
3.66×4.12 "	780	2887	2900	Jamieson	木製般倉

第4表 Jamieson の實測との比較

深さ h (呎)	P_{om} (* / 〇 ²)		P_s (* / 〇 ²)	
	計算値	實測値	計算値	實測値
	7.5	1.885	1.948	1.118
15.0	2.878	2.927	1.766	1.615
30.0	3.785	3.752	2.243	2.201
45.0	4.020	4.041	2.390	2.417
60.0	4.122	4.129	2.436	2.453
67.5	4.145	4.129	2.449	2.462

(岡本 舜三 抄譯)

模 型 の 相 似 條 件

(Roy W. Carlson, "Similitude requirements in model design." Eng. News-Record, Aug. 23, 1934. p. 235.)

1. 緒 論

模型と原型との間の相似は廣義に解釋すると、兩者の行狀に或組織的な關係が存在すれば成立するものであるが、併し工學上の目的に對しては、一般に相應する力、撓度、變形及時間等の間に或直接的な比例が存在する時に於てのみ成立するものと見做してよい。今日迄に本問題に就いては幾多の文獻が發表されて居るが、何れも特殊の模型に就いてはあつて、筆者は此處に模型の全視野に於て、唯次の2法則のみが動力學的並に靜力學的相似のために必要にして充分なる條件であると云ふ事を指摘せんとするものである。

法則(1) 模型は原型に對して幾何學的相似でなければならない。但し其の行狀に關與しない寸法はこの限りに非ず。

法則(2) 力の縮小率は其の力の原因の如何に關せず、常に同一でなければならない。

本法則は嚴格なる相似を保證すると同時に、幾つかの縮小率の自由選擇を許し(例へば長さ、時間及彈性係數等に就いて)、又他の物に對する縮小率算定の基礎を與へるものである。

法則(1)は理想的な模型とは、即ち原型のすべての寸法を全く一定の縮小率で縮小したものであると云ふ事を表して居る。法則(2)は模型を作成すべき材料の性質を決定し、又模型に對する測定方法を原型に關聯させて解説して居る。構造物の受けるすべての影響は同一比例を以て縮小されねばならないから、影響が多ければ多程、法則(2)の要求を完全に満足さす事は明かに至難である。幾多の場合に於て法則(2)の要求は、實際問題として之を完全に充たす事は出来ないのので、設計者は適宜判斷して正確さを犠牲にするか、又は模型の間接使用法に轉向する等の必要があるが、之に就いては後章に於て述べる事にする。

2. 本法則による設計の誘導

模型設計者は上記の2法則に準據して、數學的誘導によつて容易に縮小率を求める事が出来る。即ち原型と模型に於ける相應する力の比は一般力の比に於けると同様に寸法、時間及物理的性質等の單位で表す事が出来る。斯様に一般物理的單位で表されたる力の比が法則(2)に従つて同一に置かれた時に縮小率間の數學的關係が成立し、此の關係は幾何學的相似と聯繫せられて、相似に對する必要にして充分なる條件を發生するものである。一般には縮小率の數は力の比を示す方程式の數より多く、設計者は此の過剩數だけの縮小率は自由に之を選定するの特權を有し、然る後に他の縮小率に就いては關係方程式から逐次算定する事が出来る。

3. 記 號

以下使用せられる記號は次の様である(下記の m は

模型關係を示す)。

- $w(w_m)$: 材料の密度 (必ずしも均一たるを要しないが、模型中に於ける密度變化の相對的様式は原型と同様なる事を要す)
- $L(L_m)$: 長さ (原型模型各の全體若しくは相應部分の長さであつて、 L/L_m の縮小率は n とする)
- $F(F_m)$: 相應する力
- $V(V_m)$: 相應點の速度
- $t(t_m)$: 時間間隔(周期的運動に對し、各相等しき位相の變化を表すものとす。)
- $E(E_m)$: 彈性係數
- $e(e_m)$: 單位彈性變形
- $X(X_m)$: 重力、彈性及慣性以外の原因による力
- $R(R_m)$: 圍繞媒質の密度
- $N(N_m)$: 粘性係數

4. 法則 (2) の表現

法則 (2) を算式の形で表す前に、先づ構造物の受ける各影響による力が將來模型に於て觀測さるべき物理的單位で表される必要がある。例へば重力の影響は各部材の重心に下向きの力を喚起する事になり、其の大きさは密度と容積の積で、即ち長さの立方に比例する (一般使用には幾何學的相似が存在する以上長さ、幅及厚さは區別する必要はない)。斯くて重力の比は

$$\frac{F}{F_m} = \frac{wL^3}{w_m L_m^3} \dots\dots\dots (1)$$

である。

若し重力のみが構造物の受ける唯一の影響であるならば、法則 (2) を満足すべき方程式は (1) 式のみで、決定すべき縮小率は 3 個であるから、模型の密度と寸法は全く自由に之を選定する事が出来、又力の縮小率も (1) 式で算定する事が出来る。斯様な模型は硬盤上に於ける剛節構造物の基礎壓力を決定する様な場合に属するものである。併しながら最も簡単な構造物と雖も重量のみが其行狀を律するものと考へ得る場合は全く稀で、すべての材料は多少なりとも彈性的で、其の影響の到底無視し得ない事は衆人の認める所である。一般部材に於ける彈性力は彈性係數、單位長の撓度及面積に比例し、面積は長さの平方であるから、彈性力の比は

$$\frac{F}{F_m} = \frac{EeL^2}{E_m e_m L_m^2} \dots\dots\dots (2)$$

で表される。

構造物が運動に従事するか、若しくは運動中の物體によつて影響せられて、其の速度に變化を生ずる場合には、慣性の影響を考慮せねばならない。慣性力は質量と加速度の積であるから、構造物各部の密度、容積及加速度に比例する。容積は長さの立方、加速度は速度と時間によつて變化するので、慣性力の比は

$$\frac{F}{F_m} = \frac{wL^3 V t_m}{w_m L_m^3 V_m t} \dots\dots\dots (3)$$

である。

重力、慣性及慣性力以外に起因する力の比も幾つかある筈であるが、すべては次の (4) 式に包含せられる。

$$\frac{F}{F_m} = \frac{X}{X_m} \dots\dots\dots (4)$$

以上の關係式を以て法則 (2) の數學的表現を與へる事は便利であつて、(1) 式から (4) 式迄の比を相等しきものと置けば、(5) 式を得。

$$\begin{aligned} \frac{F}{F_m} &= \frac{wL^3}{w_m L_m^3} = \frac{wL^3 V t_m}{w_m L_m^3 V_m t} \\ &= \frac{EeL^2}{E_m e_m L_m^2} = \frac{X}{X_m} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

(5) 式は此の儘の型で便利に使用せられるが、併し模型の設計者が縮小率の自由選擇をしすぎない様に、法則 (1) は上式の範圍縮小を要求する。運動のあらゆる位相の元に又すべての載荷状態に於て、嚴正な幾何學的相似を保たしめる爲には、原型と模型の變形が相等しくなければならない。同様に i 及 t_m と共に V 及 V_m を作る長さの單位は L 及 L_m に比例せねばならない。故に V 及 V_m を其等の値 L/t 及 L_m/t_m と置換へ、相等しき變形 e 及 e_m を消去すれば縮小せられた方程式は

$$\begin{aligned} \frac{F}{F_m} &= \frac{wL^3}{w_m L_m^3} = \frac{wL^4 t_m^2}{w_m L_m^4 t^2} \\ &= \frac{EL^2}{E_m L_m^2} = \frac{X}{X_m} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

となる。

若し此の方程式が満足されるならば、模型中の應力

は單に原型中の相應する應力に關係あるにとどまらず全く相等しいものとなる。

此の際設計者に残された問題は、模型中の應力及變形を原型中のそれに一定率を乗じた物として使用する事の幾何學的相似を亂すものと見做すかどうかであつて、若し變形の等量たるを要しない物と判定するならば、前に戻つて(5)式を使用する事が出来、更に餘分の縮小率の自由選定をなす事が出来る。(6)式の窮屈なる要求のために此の自由選定は多くの場合非常に望ましい特權である。

5. 其の他の力の影響

重力、弾性及慣性以外の影響による力も同様な様式で考へられて良い。例へば速度と部材の面積に比例する力があれば、此の場合の力の比は(6)式の X/X_m の代りに(7)式を置けば

$$\frac{F}{F_m} = \frac{L^3 v_m}{L_m^3 v} \dots \dots \dots (7)$$

此の方程式は直ちに相似のために必要にして充分なる条件を與へる事になる。

ポアソン比の影響は模型及原型に對し相等しくなければならぬ。併し横膨脹の影響は普通極微小なものであるから、設計者は必要に應じ精密さを犠牲にして、此の相違に對する修正をしない事もある。

浮力の影響は部材の容積と圍繞媒質の密度による。今媒質の密度を R 及 R_m とすれば、(6)式の X/X_m に換ふべき浮力の比は(8)式で表され之は重力の影響と同形である。

$$\frac{F}{F_m} = \frac{L^3 R}{L_m^3 R_m} \dots \dots \dots (8)$$

上記の如く追加の力の影響に對する處理は力の原因の如何を問はず一律である。

6. 模型設計への適用

鋼橋 先づ硬盤上に於ける一般鋼橋の如く、重力と弾性力にのみ影響される構造の簡単な模型設計を考へて見ると、(6)式に於ける第1,2及4項が満足されねばならぬ。即ち2方程式と4縮小率があり、其の縮小率は力、密度、長さ及弾性係數に對するものであ

る(後章に於て述べる如く、之等所謂縮小率なるものは其の文字の示す如く、必ずしも其の大きさの低減を意味するものではなく、或場合の如きは模型に於ける其の物理的單位は却つて原型に於けるそれよりも大きい場合がある)。數學的に云ふと、此處に2方程式と4未知數がある事になり、先づ2個の未知數は自由に選定する事が出来て、然る後他の2個は方程式によつて算定される事になる。

普通の状態に於ては、設計者は先づ長さに對する縮小率を選定する。之は長さの縮小率は經濟的見地及測定の容易さ等によつて支配されるからである。今之を $1/n$ と決定して、次に他の縮小率として原型と同一材料を使用する事が出来る様に E/E_m を1とすれば、方程式によつて力の縮小率は $n^2:1$ 、模型の密度は原型の n 倍と云ふ事になる。此の密度の條件は原型と同一材料が使用せられる場合には、満足させ難きものである。即ち今使用さるべき模型が原型の $1/100$ 、材料が500封度(1立方呎)とすれば、模型材料は50000封度(1立方呎)でなければならない事となり、斯様な材料は到底使用出来ない事は明かであるから、次の3方法を撰擇して此の問題を解決せねばならぬ。

(1) 密度の不足を補正するために模型に荷重を載荷する事。此の載荷が時間的に極接近して行はれれば、部材の寸法に支障される事なく、恰も材料がより稠密であるかの如き影響を與へる事が出来る。此の方法によつて原型と同一材料が使用されたならば、模型は原型に比して決して安全な物ではない。故に本方法によれば構造物の安全度を驗するための過重載荷試験を行ひ得る便宜がある。

(2) 此の方法は載荷状態に於ける變形及撓度は、幾何學的形態を著しく變化さす程度のものでないと假定して、原型と模型に於ける同一變形を固執しないものであつて、従つて(5)式の適用を可能ならしめ、若し密度が相等しく選ばれるならば原型に於ける變形は模型のその n 倍となる。此の方法は模型中の變形が小さくて測定難に陥る恐れがある。

(3) 模型の 間接使用をなすのも賢明な方法であらう。模型を相似の條件に成可く接近して作り、之と相似の條件に完全に適合する模型とに對し、行狀の平行計算をなす。次に製作されたる模型に就いて必要なる観測をなしたる後、簡単な比較をする事によつて、實物に對する計算の間接的な検討をなす事が出来る。

本模型をして動力學的實驗に適合せしむるには、如何なる修正を必要とするかを考へる時は、始めて(6)式第3項が導入せられる。此の際模型密度を大にする目的は何等かの方法で達せられた物として、更に時間に對する縮小率と1方程式が入つて來るから、重力及彈性力の影響に對し正當に作られたる模型は、又同時に動力學的實驗にも完全な適合性を有する事が解る。方程式より算出せられた時間の縮小率によれば、原型に於ける1秒間は模型に於ける $1/\sqrt{n}$ 秒に當る事になる。今橋梁の模型が1/100縮尺で作られたとすれば、橋梁に對する1秒間の基礎振動の影響は、模型には1/10秒間の振動影響となり、又1/100大の振幅となる。此の際模型は實物材料の100倍の密度を有する物と假定しての事で、さもなければ荷重載荷によつて密度不足の修正をする必要がある。

コンクリート堰堤 水荷重を受けたコンクリート堰堤の模型設計に際しては、(5)式が使用せられて良い。普通の場合の様に實物に對して比例的な撓度と相等しき變形が、模型中の観測を困難ならしむる状態では、完全な精密さを實現さす事は實際問題として困難である。故に測定を容易にするため、セルロイド又は護謄等が用ひられる。

一般に模型に使用される水と模型の密度との割合は、實物に於けるそれと相等しくなければならない。併し若し完全な弾性が假定せられ、口を開ける様な接合が皆無で、又載荷々重の影響のみが實驗せられる様な場合には、堰堤の重量は實驗中何等變化しないから、何の役割も演じないものである。斯様な場合には載荷される水の密度のみが考慮されれば良い。今載荷水の重力の影響を(6)式の第1及2項を満足さす事によ

つて完全に包含さすならば(w を水の密度として)、液體の水平壓力の影響は自づつ包含せられる事は興味ある事實である。此の際模型中の變形は原型中のそれよりも大であるから、(6)式の適用は不可能であつて、(5)式の第1,2及4項は本問題に對する相似の條件を呈供する事となる。先づ長さの縮小率は前同様の理由により選定され、載荷水の密度と彈性係数は模型に使用される水によつて決定されるから、残りの變形と力の縮小率は(5)式から算定される。

此のコンクリート堰堤の模型を動力學的實驗に使用せんとする場合には、(5)式の第3項を包含せしめ、1式と2物理的單位を追加せねばならない。併し實際に於て速度は長さ時間との函數だから、時間のみが此の際新單位となり、之は追加式から算定する事が出来るので、彈性と重力に對し正確に設計された模型は堰堤自身が懸念せられる限り、動力學的影響を考慮した場合にも依然として正當であり得る事が判る。

流水載荷による動力學的實驗に際しては、更に新なる影響が入つて來て、此處では論議し兼ねる。併し動力學的影響の元に於ては、一定量の水が一體をなして堰堤に働くものと考へて良いと云ふ事がWesterggardによつて數學的に證明されたから、模型は川上に更に荷重を追加する事によつて實驗されて良い(此の追加荷重はWesterggardの式から算出せられ既に數學表達の手によつて確證された物である)。即ち模型は振動の固有周期及強制振動の振幅の決定に使用す可く、堰堤をして振動の定状態に陥らしめない程度ならば、短時間の地震の影響を測定するために用ひられて良い。

7. 水理學的構造物

水理學上の問題に於ては、液體の粘性は重要な役割をなすものである。粘性の力は粘性係數、長さ及速度に正比例する。 τ を L/t で表せば、次の式が(6)式から誘導せられる。

$$\frac{l}{F_m} = \frac{wL^3}{w_m L_m^3} = \frac{wL^4 t_m^2}{w_m L_m^4 t^2} = \frac{NL^4 t_m}{N_m L_m^4 t}$$