

論 說 報 告

第二十卷第二號 昭和九年二月

道路曲線部の片勾配に関する理論

會員 工學博士 久野重一郎*

Superelevation for Curves of Road.

By Juichiro Kuño, Dr. Eng., Member.

内 容 梗 概

自動車の高速運轉に備へて、道路曲線部は、片勾配にする。理論上、その値は、遠心力から決まる。在來、これに2種の解式があつた。第一によれば、半徑 80 m 位以上は、横勾配不要になる。第二に従ふと、急すぎて使へない勾配が出る。兩者、緩急宜しきを得ず、經驗の要求と一致しないのであつた。

本文は、まづ、「自動車を横切りさせやうとする力」が、「タイヤ路面間の横切り最大摩擦力」の $1/n$ に相等しいと置き、一聯の解式を導いた。 n を「横切り安全率」といひ、2以上にとるが望ましい。例として、内務省指示の片勾配値の安全率を吟味した。半徑、横勾配、許容速度、安全率の中、任意3個を興へれば、残り1個は容易に算出される。實用に供し得る解式である。

新解式に $n = 1$ とおけば、在來の第一種式を得る。 $n = \infty$ とすれば、第二種式が出る。すなはち、個別的に存在した前2式は、ここに新解式の兩翼を形成し、前者が實用的數字を興へ得なかつた理由も、説明し得ることになる。

I. ま へ が き

内務省の道路構造に関する細則といふ半公式の規則に、次の1條がある。

道路屈曲部に於ける横斷勾配は、街路その他特殊な箇所を除くの外、中心線の半徑 300 m 以下の場合に限り、次の標準に依る片勾配とすべし。

半徑	勾配
100 m 未満	1/12
100 m ~ 150 m	1/15
150 m ~ 240 m	1/20
240 m ~ 300 m	1/25

この勾配量は、一たい、どうして決めたものであらうか。外國のどこかの例を、そのまま真似たのか、常識豊かな立案者が目見當で定めたものか、それとも何か、確固不動の基礎があるか。この條項を見るたびに、いつも、さういつた疑念が浮ぶのである。該草案が、もし本會會員の方の筆になつたものであるならば、是非、その起稿當時の御事情を、本文に對する討議の形式で、御教示賜はると、誠にありがたい。

道路屈曲部では、自動車の速度を制限すべきである、といふ話を聞くことがある。結構だと思ふ。だがしかし、どういふ標準から、制限速度を割出したらよいであらうか。

力をうける事に使ふ土木材料は、決して、破壊強度いつぱいでは用ひない。安全率を必ずとる。しかもその値は、2より小さい事は殆どない。3, 4, 多いものでは5にとることさへある。道路曲線部に於ける片勾配の理論、すなはち半徑と横勾配との關係は、從來、自動車の横切りしやうとする瞬間を捕へて論ぜられたものである。高速車輛に對し、安全率抜きの考へ方であつた。又半徑 150 m のとき、1/15 の片勾配にせよといはれても、それが、どの位の安全さをもつか、判斷の基準がなかつた。いはれるからやる、やつて見たが別に不都合もなささう

* 九州帝國大學助教授

だ、といったやうな點が、絶無とはいへぬであらう。一種あいまいさが、殘存し居るを、いなみ難い。

道路曲線の設計にも、他の構造物と同様、安全率の導入が可能ではあるまいか。設計そのものに對し、設計者自ら或る程度の信頼を、明確に把握することが出来たらどうであらう。國道曲線部には、その半徑と横勾配とに對し、適當な安全率から通行速度を割出して、これを標識に記しておいたら、交通事故の防止に役立ちほしまいか。本文は、さういふ考から出發したもので、「横切り安全率」の提唱によつて、道路設計に一の標識を加へやうとするものである。道路問題に、興味と關心をもたれる諸賢の、御批判を得れば幸である。

II. 遠心力

曲線部を自動車が高速で走ると、遠心力が作用する。

$$F = \frac{wv^2}{gR} \dots\dots\dots(1)$$

或は
$$\frac{F}{w} = \frac{V^2}{127R} \dots\dots\dots(2)$$

ここで F = 遠心力、自動車の重心に水平に働く。

w = 自動車の重さ、kg。

R = 曲線部の半徑、m。

g = 重力による加速度⁽¹⁾、9.80 m/sec²。

v = m/sec で表はした自動車速度。

V = km/sec で表はした自動車速度。

$$v = 1000 V / 60 \times 60$$

遠心力のため車輛は、外方へ投げ出されやうとする。従て車輪は、横切りする (skid) 傾向をもつ。これに伴ひ、タイヤと路面との間に横向きの摩擦力が生じて、横への迂りに抵抗する。摩擦係数を f とすれば、最大抵抗力は、路面が水平のとき、 fw に相等しい。ここで、遠心力が fw より小さい間は、安全である。遠心力が fw を超過すると、タイヤが横切りして、「ハンドルが切れない」、「ハンドルが迂る」。この状態で事故を起しやうい。すなはち水平路では、次の關係が成立すればよい。

$$F < fw, \text{ 或は } F/w < f.$$

これへ (2) を代入すれば、安全限度に於て、

$$\frac{V^2}{127R} = f \dots\dots\dots(3)$$

横切り摩擦係数 f は實驗から決まる。Iowa 州實驗所報告からとして Agg の記してある數字を⁽²⁾、全部平均して見ると 0.33 すなはち 1/3 になる。該表の最小値は 0.245 であつて、その他には 0.25 (1/4) を下るものがない。(因に日本ではこの表が、種々形をかへて、引用されてあることがある。) Agg はその計算例に於て $f=0.3$ を使つた⁽³⁾。Royal-Dawson は、推算の基礎としては、 $f=1/4$ (0.25) を使ふがよいと述べてある⁽⁴⁾。藤井博士は、路

(1) 正確には東京で 9.79301 m/sec² (天文年鑑)。歐洲の高緯度の所では、9.81 にとり、式 (2) の分母の係数は 128 にするやうである。

(2) Agg, Construction of roads and pavements, 1924, p. 78.

(3) 同上, p. 92.

(4) Royal-Dawson, Curve design, 1932, p. 22.

面が雨水、氷雪で被はれた場合として、 $f=0.1$ をとられた⁽⁵⁾。著者は、正常の状態得起り得る最低限を選べばよい、と考へるものである。なぜかといへば、

- (1) 雨水、氷雪で被はれる如き正常でない場合は、最高速度で走することは、めつたにないであらう。
- (2) 非常の状態に對しては、横送り安全率により、別の方から安全さを見込めばよい。

以下本文では $f=1/4$ を採用する。

次に轉倒 (overturn) を考へやう。自重 w と遠心力 F との合力は、普通、轍間距離の内に落ちる。速度を増すに従て、合力方向線は外輪へ近づく。合力線が外輪の外へ出ると、内輪が浮いて、車が轉倒する。重心の高さを h 、轍間距離を b とすれば、水平路で、まさに轉倒しやうとするとき、次の関係がある。

$$\frac{F}{w} = \left(\frac{b}{2}\right) / h$$

合力線が外輪の接地點を通る條件である。自動車取締令第六條によれば、車輛の重心の高さは、空車の場合に於て、最大轍間距離の 7 割以内たるを要する。 $h > 0.7 b$ 、従て $b/h > 1.4$ また同令第五條によれば、車輛の高さは 3 m を超えることを得ない。重いエンジンは下方に位する故、載荷した場合と雖も、重心の高さが 1.5 m が出るのは稀であらう。 b を 1.5m にとれば、 $b/h = 1$ となる。これらの關係及 (2) を、上式へ代入すれば、轉倒の條件が次のやうになる。

$$\frac{V^2}{127 R} = 0.5 \sim 0.7 \dots\dots\dots (4)$$

これと (3) とを比較せよ。(3) の右邊の f は前記文獻を信頼する限り、大きくとも 0.5 を超えることがない。故に同じ V, R に對しては、(4) の轉倒限界に達する前に、(3) の横送り限界を超える。すなほち道路曲線の設計には、横送りだけを考へればよい。以上は、横勾配のない場合であるが、横勾配を附けたときでも、轉倒と横送りとの關係は、變りない筈である。

III. 横送り安全率及著者の解法

路面に片勾配をつけた場合には、遠心力、自重、その合力の方向は、夫々、路面に平行若しくは垂直にならないのが、一般である。よつて次のやうに置かう。

H = 横送りさせやうとする力 (force of skidding), 即ち自動車重心に於て路面に平行に働く力、遠心力が大部分で自重の幾分が影響する。

W = 自動車重心に於て、路面に垂直に働く力、自重が大部分で遠心力が僅か加はる。

f = 横送り摩擦係數。

fW = 横送りに對する最大摩擦抵抗, 路面に平行。

H が fW より小さい間は、自動車は横送りしない。すなほち、

$$H < fW$$

この關係を、次のやうに記して見やう。

$$H = \frac{1}{n} (fW) \dots\dots\dots (5)$$

「横送りさせやうとする力」が「最大摩擦力」の $1/n$ に相等しい、と置くわけである。この n を「横送り安全率」(factor of safety for skidding) と名づける。

⁽⁵⁾ 雜誌土木工學, 昭和 8 年 4 月, 70 頁。

半徑 R , 横勾配 s (水平との傾き α) といふ路面では, H 及 W は次のやうである。(第一圖参照)。

$$H = F \cos \alpha - w \sin \alpha = F \cos \alpha \left(1 - \tan \alpha \frac{w}{F} \right)$$

$$W = F \sin \alpha + w \cos \alpha = F \cos \alpha \left(\tan \alpha + \frac{w}{F} \right)$$

これを安全率で結付け, 且つ $\tan \alpha = s$ とおけば, 次式がある。

$$1 - \frac{sw}{F} = \frac{f}{n} \left(s + \frac{w}{F} \right) \dots\dots\dots (5a)$$

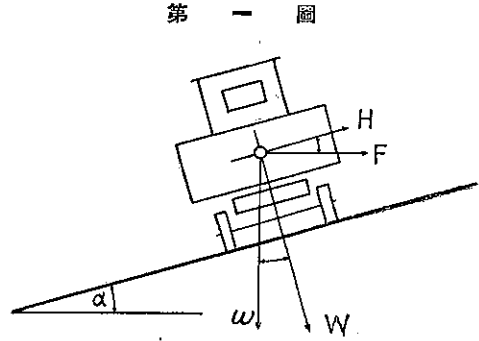
これへ遠心力 F の値を代入して, 種々の形に整理すれば, 夫々, 次の各式がでる。

$$\text{半 徑: } R = \frac{V^2}{127} \frac{n - fs}{f + ns} \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{安 全 率: } n = f \frac{s + 127R/V^2}{1 - 127sR/V^2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{横 勾 配: } s = \frac{n - 127fR/V^2}{f + 127nR/V^2} \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{許 容 速 度: } V = \sqrt{\frac{127R(f + ns)}{n - fs}} \dots\dots\dots (9)$$



第 一 圖

これら 4 式は何れも (5a) から出て, 本質は同じである。摩擦係数 f のほかに n, s, R, V 中の任意 3 個が與へられれば, 残りの量が求められる。

特別の場合 f は前項の理由から $1/4$ にとる。速度 V は, 自動車取締令第五十一條の最高速度 50 km/h を選ぶとしやう。すると,

$$V^2/127 = 19.7 = \sim 20$$

この近似値を用ひて次式がでる。

$$\text{半 徑: } R = \frac{20n - 5s}{0.25 + ns} \dots\dots\dots (6a)$$

$$\text{安 全 率: } n = \frac{5s + 0.25R}{20 - sR} \dots\dots\dots (7a)$$

$$\text{横 勾 配: } s = \frac{20n - 0.25R}{5 + nR} \dots\dots\dots (8a)$$

比較的簡単な計算で, 安全率 n , 横勾配 s , 半徑 R が夫々求められるわけである。

例 1. 内務省の細則 (本文冒頭に記す) について横切り安全率を吟味しやう。但し $V=50, f=1/4$ にとる。まづ半徑 R を種々に選び, それに對應する指定横勾配をとつて (7a) へ代入すれば, 次の如き n が出る。

横勾配	1/12				1/15			1/20			1/25		
半 徑	40	60	90	100	100	120	150	150	200	240	240	275	300
安全率	0.6	1.0	1.8	2.2	1.9	2.5	3.8	3.0	5.0	7.5	5.8	7.6	9.4

安全率に不同のあることが目立つ。半徑 100 m 以上に對しては, 安全率が大概 2 以上である。60 m になると, $1/12$ では安全率が 1 で, 横切りのクリティカル・ポイントになる。 $1/12$ を固守する限り, 半徑 100 m 以下の場所では, 速度制限の交通標識を立てる必要がある。他の土木構造物に於けると同様, 安全率は, 少なくとも, 2 を下らない數がよいと思はれる。

例 2. 半 60 徑 m の場合、横切り安全率が 2 を下らないためには、通行速度をいくりに制限すればよいか。
 $s=1/12, f=1/4$ とす。指定の値を (9) へ代入すれば、

$$V = \sqrt{\frac{127 \times 60(0.25 + 2/12)}{2 - 0.25 \times 1/12}} = 40$$

答。「速度 40 km/h 以下」といふ標識を立てるとよい。

例 3. 横勾配は 1/20 より急にしたくない。安全率を 2 に保つためには、最小半徑いくらになるか。但し
 $V=50, f=1/4$ とす。(6a) を使つて計算する。

$$R = \frac{20 \times 2 - 5/20}{0.25 + 2/20} = 114$$

答。114 m より小さい半徑は、使へない。

例 4. 半徑 150 m, 安全率 2 の場合、横勾配はいくらが適當か。(V=50, f=1/4)。式 (8a) から、

$$s = \frac{20 \times 2 - 0.25 \times 150}{5 + 2 \times 150} = \frac{2.5}{305} = \frac{1}{122}$$

答。高速運轉の側だけからいへば、横勾配は殆ど不要。排水上要する適當な勾配をつけ、それによつて併せて自動車運轉の安全さを増す。安全率 3 ならば、横勾配 1/20。

IV. 近 似 式

(6) 及 (9) に於て fs は n に比べて小さい。また、(7) の分子の s はその第 2 項に比べて小さい。これらを省略すれば、次の諸式が得る。實用上これで差支ない。

$$R = \frac{V^2}{127} \frac{1}{s + f/n} \dots\dots\dots (10)$$

$$n = \frac{f}{V^2/127R - r} \dots\dots\dots (11)$$

$$V = \sqrt{127R(s + f/n)} \dots\dots\dots (12)$$

横切り摩擦係数を 1/4 にとり、尙 (10) 及 (11) に對し許容速度を 50 km/h にとれば、次のやうになる。

$$R = \frac{20}{s + 1/4n} \dots\dots\dots (10a)$$

$$n = \frac{1}{80/R - 4s} \dots\dots\dots (11a)$$

$$V = \sqrt{127R(s + 1/4n)} \dots\dots\dots (12a)$$

例 5. 半徑 160 m, 横勾配 1/30 ならば、V=50 に對し安全率いくらか。(11a) から

$$n = \frac{1}{80/160 - 4/30} = 2.7$$

例 6. 半徑 100 m, 横勾配 1/15, 安全率 3 の場合、許容速度如何。(12a) から

$$V^2 = 127 \times 100 \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{12} \right), \quad V = 44$$

例 7. 半徑 250 m, 横勾配 4% (1/25), 速度 60 km/h の場合⁽⁶⁾, 安全率はいくらか。

⁽⁶⁾ これは曲線に對する Reiner の標準である。Reiner, Handbuch der neuen Strassenbauwei

數値を (11) へ代入すれば ($f=1/4$),

$$n = \frac{0.25}{60^2/(127 \times 250) - 0.04} = 3.4$$

妥當な安全率であると思はれる。

Y. 在來の解式 (第 1 種)

既に述べたやうに、安全率が 1 を下ると、横切りが起る。故に現實には、他の構造物設計に於けると同様、安全率の下限 (lower limit) は 1 である。(6) に於て $n=1$ とおき、尙 $V^2/127$ を元へ戻して v^2/g とすれば、次式になる。

$$R = \frac{v^2}{g} \frac{1-fs}{f+s} \dots\dots\dots(18)$$

從て $v^2 = gR \frac{f+s}{1-fs} \dots\dots\dots(13a)$

これら 2 式は、Neumann が獨立に出してゐるものと同じである⁽⁷⁾。(13a) に於て、分母の fs を 1 に對し省略すれば、次式がある。

$$f+s = \frac{v^2}{gR} \dots\dots\dots(13b)$$

これ、藤井博士の記すものと同じである⁽⁸⁾。 R を m、速度を 50 km/h、 $f=1/4$ にとれば、上式は

$$s = \frac{20}{R} - \frac{1}{4} \dots\dots\dots(13c)$$

となる。數個の R について、 s を計算すれば、次値が出る。

R	60	80	100	200	300
s	0.08	0	-0.05	-0.15	-0.20

半徑 80 m のとき、横勾配がいらない。80 m 以上では却て逆方向に勾配をつけて然るべきことになる。理論に誤りないに拘らず、何故かくまで現實の經驗に添はない結果が出るか。その理由は姑くおき、とにかく、 f に正常値 (normal value) を當てたのでは、(13) 系公式の非實用性を如何ともなし得ないのは、事實である。藤井博士は、 f の値として 0.10 及 0.04 を採用されてゐる⁽⁹⁾。これ正常状態には殆どあり得ないと思はれる値である。然かも強いてこれを採られた理由の一半は、恐らく、(13b) を、實用化されやうとしたためではあるまいかと想像する。同種の試みは、また Agg によつて記されてゐる⁽¹⁰⁾。

Agg の式の誤謬 R を呎、 v を哩/時、横勾配を 1 呎に對し e 吋として表はすとき、Agg の記す式は次の形に等しい。

$$\frac{e}{12} = \frac{v^2}{15R} - Kf \dots\dots\dots(14)$$

K は、後輪へかかる重さと、全重量の比で、Agg は 0.6 にとつた。この式は、自動車は、後輪から先きに横切り

(7) Neumann, Neuzeitlicher Strassenbau, 1927, S 53.

(8) 土木工學, 昭和 8 年 4 月, 69 頁。

(9) 土木工學, 前出, 70 頁。

(10) Agg, Construction of roads and pavements, 1924, p. 92.

するとの考へに基づくものであるらしい。その眞目的は、 f の調整によつて、(13) 系の理論の非現實性を掩はんとする點にあることは、疑を容れたい。然るに、著者の (5a) で明かなやうに、この種公式中の f は、路面に垂直な力から、最大摩擦力を求める際に入り来る。尙、摩擦係數たる f は、前輪と後輪とによつて、差異あらう筈はない。故に後輪の安定を考へるならば、後輪を通じて路面に傳はる垂直力へ、 f を乗すべきである。具體的には、(5a) すなはち、($n=1$)

$$\left(1 - \frac{sw}{F}\right) = f \left(s + \frac{w}{F}\right) \dots\dots\dots (5b)$$

に於て、自重 w を、まづ Kw で置換すべきである。同時に、遠心力もまた、後輪へかかるべき重さ Kw に基づくものを使はねばならぬ。すなはちその値は、(1) から

$$F_1 = \frac{Kwv^2}{gR} = KF$$

従て、結局、(5b) の w/F の分子子へ K を掛けただけのことに終る。式形に變りない。前輪と後輪を分離してみても、別な結論にはならぬのである。

$n=1$ とした (5)、すなはち $H=fW$ の代りに、

$$H=f(KW) \dots\dots\dots (14a)$$

として出發すれば、Agg の示す結果になる。しかし、これでは、「自動車全重量に基づく横り力」 H が、「後輪だけの最大摩擦力」に相等しい、としたわけである。従て、この自動車の前輪へは、「横り力」が少しも働かない。ハンドルの迂ることが絶対にない。これ、後輪軸上に重心のあるときにのみ、可能である。然かも、後軸上に重心あらんか、 $K=1$ となつて、 f の調整不能に歸す。矛盾撞着、無理と誤謬を認めざるを得ない。Agg の式を、我國の文獻に散見するは、遺憾である。

さて、(13) 系解式の非實用性、すなはち經驗的要求との不一致は、何に基づくか。これ、安全率 1 なる状態を取扱つてゐるからに外ならない。構造物部材の設計に、破壊強度を使用した場合と同様で、實用にならないのは、明かである。

VI. 在來の解式 (第 2 種)

(5) に於て $n=\infty$ とすれば、 $H=0$ になる。また (5a) からは

$$s = F/w \dots\dots\dots (15)$$

が出る。こゝで $s = \tan \alpha$ とおけば、(15) から $F \cos \alpha = w \sin \alpha$ 、従て

$$F \cos \alpha - w \sin \alpha = 0$$

となる。この左邊は、横りさせやうとする力 H に外ならない。よつて知る。安全率無限大の場合に、横りさせやうとする力が消える。そのとき、路面に垂直な力 W は、 w と F との合力に相等しい。

(15) の F を (1) で置換すれば、次式がある。

$$s = \frac{v^2}{gR} \dots\dots\dots (15a)$$

半徑を m 、速度を km/h で表はせば、

$$s = V^2/127R \dots\dots\dots (15b)$$

R を呎、速度を 哩/時 で表せば、

$$s = v^2/15R \dots\dots\dots(15c)$$

これらの式は、所々に記されてゐる⁽¹¹⁾。鐵道で cant の計算に使ふのも、これである。

(15) 系の式によつて、 s を求めると、とても實用にならないほどの急勾配が出る。例へば、 $V=50$ km/h に對して次値がある。

R, m	60	100	120	200	300
s	1/3	1/5	1/6	1/10	1/15

理論の正しいに拘らず、かゝる非實用的數字が、何故出るか。これ、安全率を無限大に選んだからである、と解することによつて、一切の疑惑が避けられる。

VII 要 結

本文は、道路曲線部の理論に關して、次の點を明かにした。

1. 曲線部設計に當り、自動車の轉倒條件は考へるに及ばない。
2. 自動車を横切りさせやうとする力が、タイヤと路面間の横切り最大摩擦力の $1/n$ に等しいと置き、解式を導いた。 n を「横切り安全率」と名づけた。
3. 許容速度、曲率半徑、横勾配、安全率のうちの任意 3 個を與へれば、残り 1 個が求められる。計算に使ふ横切り摩擦係数は、正常値の下限 $1/4$ をとる。
4. 横勾配に關する解式は、在來 2 種あつて、兩者の間に、密接な關係は認められてゐなかつた。著者の解式に従へば、在來の第 1 種式は、横切り安全率を 1 とした特別の場合である。第 2 種式は、安全率無限大の場合に相當する。在來の各式が、實用に供され得なかつた理由は、兩極端の安全率に對するものだつたからである。
5. 郊外の自動車専用道路等の如く、高速交通を主とする所では、危險防止のため、横切り安全率をなるべく大きく選ぶがよいと思はれる。緩行車の多い所でも、2 以下の安全率は好ましくない。

⁽¹¹⁾ Royal-Dawson, Curve design; 1932, p. 26; Bateman, Highway engineering, 1928, p. 74; 邦語の道路書には大抵書いてある。