

論 說 報 告

第十九卷第七號 昭和八年七月

偏心壓力と剪力を受けるコンクリート部材の
剪應力及附着應力

會員 工 學 士 加 藤 順 吉

Shearing Stress of Reinforced Concrete Member subjected
under Eccentric Compression and Shear.

By Junkichi Katoh, C.E., Member.

内 容 梗 概

本文は偏心壓力と剪力を受ける 鐵筋コンクリート部材の 剪應力及附着應力を算定すべき公
式を求めたものである。

記 號

本文の主なる記號は次の様である。

N : 偏心壓力

S : 剪 力

A_0' : 部材斷面内に又任意に區切つた斷面

$\left\{ \begin{array}{l} A_0' \\ \text{内} \\ \text{の} \end{array} \right.$	A_c' : 壓應側斷面積	$a_c' = A_c' / A_0$
	A_s' : 鐵筋全斷面積	$a_s' = A_s' / A_0$
	A' : 等値有效斷面積 = $A_c' + nA_s'$	$a' = A' / A_0 = a_c' + na_s'$
	G_c' : 中立軸に關するコンクリート有效斷面の一次率	$g_c' = G_c' / A_0 h$
	G_s' : " 鐵筋有效斷面の一次率	$g_s' = G_s' / A_0 h$
	G' : " 等値有效斷面の一次率	$g' = G' / A_0 h = g_c' + ng_s' = G_c' + nG_s'$

s' : 鐵筋層數

b' : 斷面 A_0' の考ふる層の幅

τ : 斷面 A_0' の周邊に働く切面應力

t : 斷面 A_0' の周邊に働く切面應力の合力

$\rho' h$: コンクリート纖維より斷面 A_0' の等値有效斷面の重心迄の距離

U_μ : μ 層目鐵筋の周邊長

τ_μ : μ 層目鐵筋の附着應力

其他は、特に斷つてない限り、本誌第10卷第1號、拙著“鐵筋コンクリート部材の合理的斷面の設計方法に關する研究”の記號及符號に據る。尙此中から引證する時は〔前〕なる頭字を附する事とする。

序

鐵筋コンクリート部材が偏心壓力と俱に剪力を受ける場合は、實際の設計の時にも屢々出て來るが、此場合の剪

應力を算定すべき公式は、Mörsch¹⁾ が近似的に出して居る丈であつて、其他には取扱はれてない様に思はれる。簡単な事柄ではあるが、よく遭遇する問題であるから、此場合の公式を誘導する次第である。

1. 任意の境界線の剪應力

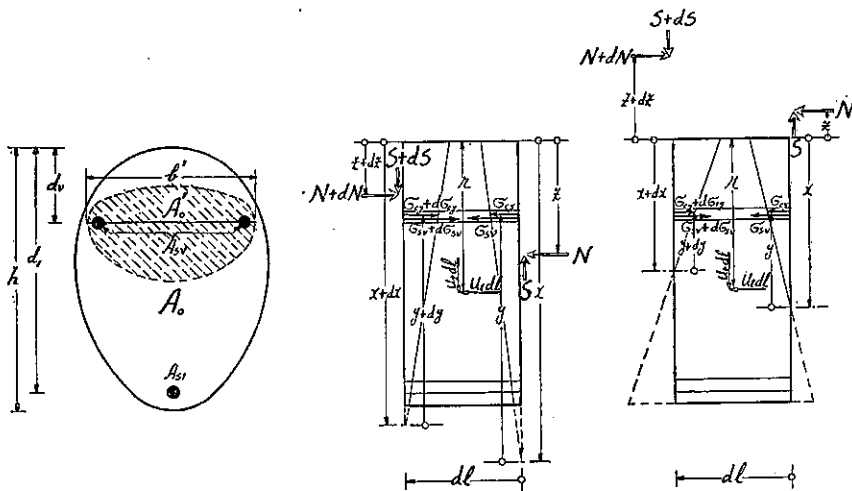
(1) 任意の境界線の剪應力

部材の断面の中に、別に又任意の閉曲線で區切つた断面 A_0' をとり、 A_0' の周邊に働く切面應力 τ を考へるものとする。 τ の合力 (部材單位長さに対する) を t 、周邊の長さ c とすると

$$t = \int_c \tau ds \dots\dots\dots (1)$$

である。今断面 A_0' 内に存在する壓應面積は A_0' 、鐵筋層は $(\mu+1)$ から $(\mu+s')$ 番目迄であるとすると、平衡の條件から

第一圖



$$dt = dl \int_c \tau ds = \int_0^{A_0'} d\sigma_{cy} dA - \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} d\sigma_{sv} A_{sv}$$

即ち
$$t = \int_0^{A_0'} \frac{d\sigma_{cy}}{dl} dA - \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} \frac{d\sigma_{sv}}{dl} A_{sv} \dots\dots\dots (2)$$

を得る。然るに [前]-(ア), (キ) 式により

$$\sigma_{cy} = \frac{N(l)}{G(l)} y(l), \quad -\sigma_{sv} = n\sigma_{cy}$$

であるから次の關係を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_{cy}}{dl} &= \frac{d}{dl} \left(\frac{N}{G} y \right) = \frac{y}{G} \cdot \frac{dN}{dl} + \frac{N}{G} \cdot \frac{dy}{dl} - \frac{Ny}{G^2} \cdot \frac{dG}{dl} \\ -\frac{d\sigma_{sv}}{dl} &= n \frac{d\sigma_{cy}}{dl} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

今 U_i 及 U_e を夫々部材の表面に働く外力の、部材軸方向及之と直角の方向の分力度とし、 r を此表面力の合力のコンクリート縁維からの距離とすると、平衡の條件から

¹⁾ E. Mörsch—Der Eisenbetonbau I. Bd., II. Hälfte, S. 283 usw.

$$U_i \cdot dl - dN = 0$$

$$S \cdot dl - N \cdot dz - U_i \cdot dl \frac{dl}{2} - U_i dl(r+z+dz) = 0$$

即ち

$$\frac{dN}{dl} = U_i \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{dz}{dl} = \frac{S - U_i(r+z)}{N} \dots\dots\dots (5)$$

又圖から

$$\frac{dy}{dl} = \frac{dx}{dl} \dots\dots\dots (6)$$

なる関係があり、又〔前〕(6), (23), (24) 及 (ス) 式により

$$\frac{dG}{dx} = A, \quad \frac{dI}{dx} = 2G, \quad z = \frac{1}{G} - x$$

であるから

$$\frac{dG}{dl} = \frac{dG}{dx} \frac{dx}{dl} = A \frac{dx}{dl} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{dz}{dl} = \frac{d(I/G)}{dl} = \frac{d(I/G)}{dx} \frac{dx}{dl} = \left(\frac{1}{G} \frac{dI}{dx} - \frac{I}{G^2} \frac{dG}{dx} - 1 \right) \frac{dx}{dl} = \frac{G^2 - AI}{G^2} \frac{dx}{dl} \dots\dots\dots (8)$$

なる関係がある。従つて (5) 及 (8) 式から

$$\frac{dx}{dl} = \frac{G^2}{G^2 - AI} \cdot \frac{S - U_i(r+z)}{N} \dots\dots\dots (9)$$

を得る。(4), (6), (7) 及 (9) 式の関係を (3) 式に代入すると

$$\frac{d\sigma_{cy}}{dl} = \frac{U_i}{G} y + \frac{G - Ay}{G^2 - AI} \{ S - U_i(r+z) \} \dots\dots\dots (10)$$

となる。今

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{A_c'} dA &\equiv A_c', & \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} A_{sv} &\equiv A_s', & A_c' + nA_s' &\equiv A' \\ \int_0^{A_c'} y dA &\equiv G_c', & \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} A_{sv}(x-d_v) &\equiv G_s', & G_c' + nG_s' &\equiv G' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

と置くと (10) 式から

$$\begin{aligned} \int_0^{A_c'} \frac{d\sigma_{cy}}{dl} dA &= \frac{G_c'}{G} U_i + \frac{A_c'G - AG_c'}{G^2 - AI} \{ S - U_i(r+z) \} \\ - \frac{1}{n} \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} \frac{d\sigma_{sv}}{dl} A_{sv} &= \frac{G_s'}{G} U_i + \frac{A_s'G - AG_s'}{G^2 - AI} \{ S - U_i(r+z) \} \end{aligned}$$

となるから、此上下兩式を加へ合せれば (2) 及 (11) 式により

$$t = \frac{G'}{G} U_i + \frac{AG' - A'G}{AI - G^2} \{ S - U_i(r+z) \} \dots\dots\dots (12)$$

を得る。

若し部材の表面に働く外力がない時、即ち $U_i = 0$ の時は

$$t = \frac{AG' - A'G}{AI - G^2} S \dots\dots\dots (13)$$

彎曲率と剪力のみの場合は〔前〕(4)式により $G=0$ であるから、(13)式から

$$t = \frac{G'}{I} S$$

となり、既に知られて居る通りである。

(2) 同上関係の變換

(1) で求めた関係を、もう少し簡單化する事にする。〔前〕第一節 2. の様に

$$A_{sv} \equiv p_v A_c, \quad b_0 \equiv \frac{A_0}{h}, \quad \delta_v \equiv \delta_v h, \quad x \equiv \kappa h, \quad y \equiv \eta h, \quad v' \equiv \beta' b_0$$

と置くと

$$dA = v' dy = \beta' b_0 h d\eta = A_0 \beta' d\eta$$

となるから (11) 式で定義したものは

$$\left. \begin{aligned} A_c' &\equiv A_0 \int_0^\kappa \beta' d\eta \equiv A_0 a_c', & A_s' &= A_0 \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} p_v \equiv A_0 a_s', \\ A' &= A_0 (a_c' + n a_s') \equiv A_0 a', & G_c' &= A_0 h \int_0^\kappa \beta' y d\eta \equiv A_0 h g_c', \\ G_s' &= A_0 h \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} p_v (\kappa - \delta_v) \equiv A_0 h g_s', & G' &= A_0 h (g_c' + n g_s') \equiv A_0 h g' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

のようになる。爰に

$$\left. \begin{aligned} a_c' &\equiv \int_0^\kappa \beta' d\eta, & a_s' &\equiv \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} p_v, & a' &\equiv a_c' + n a_s' \\ g_c' &\equiv \int_0^\kappa \beta' \eta d\eta, & g_s' &\equiv \sum_{v=\mu+1}^{\mu+s'} p_v (\kappa - \delta_v), & g' &\equiv g_c' + n g_s' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

とする。

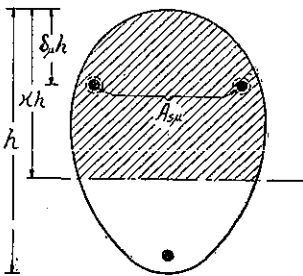
之等の関係を (13) 式に代入すると

$$t = \frac{a g' - a' g}{a i - g^2} \cdot \frac{S}{h} \dots\dots\dots (16)$$

となる。

此関係は又次の様に引き直す事も出来る。今 A_0' の等値有效断面の重心は、コンクリート縦維から $\rho' h$ の距離にあるものとする。すると〔前〕(18)式と同様に

第二圖



$$\rho' = x - \frac{g'}{a'} \quad \text{即ち} \quad g' = (\kappa - \rho') a'$$

なる関係があり、又〔前〕(29)及(33)式により

$$g = (\kappa - \rho) a, \quad i = (\kappa - \rho)^2 a + i_0$$

であるから、之等の関係を (16) 式に代入すると

$$t = \frac{(\rho - \rho') a'}{i_0} \cdot \frac{S}{h} \dots\dots\dots (17)$$

となる。

此式から判る様に t は

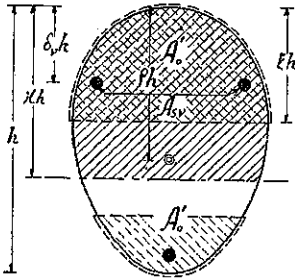
$$t = \left(\frac{A_0 \text{ の等値有效断面の}}{\text{重心軸に関する}} \right) \dots\dots\dots \frac{A_0' \text{ の等値有效断面の一次率}}{A_0 \text{ の等値有效断面の二次率}} \times S$$

である。²⁾

2. 任意の層剪應力

(1) 中立軸以上

第三圖



A_0' を圖の點線の様を選び、上端から ξh の距離にある層の剪應力 t を考へて見る。

此場合には (15) 式に於て

$$\beta' = \beta, \quad \mu + s' = s$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} a_c' &= \int_{\kappa-\xi}^{\kappa} \beta d\eta, & a_s' &= \sum_{\nu=\mu+1}^s p_\nu, & a' &= a_c' + n a_s' \\ g_c' &= \int_{\kappa-\xi}^{\kappa} \beta \eta d\eta, & g_s' &= \sum_{\nu=\mu+1}^s p_\nu (\kappa - \delta_\nu), & g' &= g_c' + n g_s' \end{aligned} \right\} \dots\dots(18)$$

となる。此關係を (16) 式に代入する事により t を求める事が出来る。

(2) 中立軸以下

A_0' を圖の様を選ぶと (15) 式に於て

$$\left. \begin{aligned} a_c' &= 0, & a_s' &= \sum_{\nu=1}^{s'} p_\nu, & a' &= n \sum_{\nu=1}^{s'} p_\nu \\ g_c' &= 0, & g_s' &= \sum_{\nu=1}^{s'} p_\nu (\kappa - \delta_\nu), & g' &= n \sum_{\nu=1}^{s'} p_\nu (\kappa - \delta_\nu) \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

となるから、之等を (16) 式に代入すると

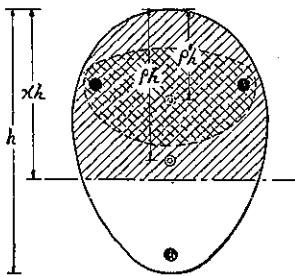
$$t = n \frac{a \sum_{\nu=1}^{s'} p_\nu (\kappa - \delta_\nu) - g \sum_{\nu=1}^{s'} p_\nu}{a i - g^2} \cdot \frac{S}{h} \dots\dots(20)$$

となる。

(3) t の極大

(17) 式により、 t の極大の層は、 A_0 の等値有効断面の重心軸の層である事が分る。即ち $\xi = \rho$ の層に於て t は極大である。

第四圖



3. 附着應力

$A_{s\mu}$ なる鉄筋の周邊の長さを U_μ 、附着應力を τ_μ とする ($\mu=1, 2, \dots, s'$)。断面 A_0' を點線の様と撰ぶと (15) 式に於て

$$\left. \begin{aligned} a_c' &= 0, & a_s' &= p_\mu, & a' &= n p_\mu \\ g_c' &= 0, & g_s' &= p_\mu (\kappa - \delta_\mu), & g' &= n p_\mu (\kappa - \delta_\mu) \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

となるから、之を (16) 式に代入すると

²⁾ 隣接した二つの断面の中立軸の位置は變らないと言ふ假定の下に、Mörsch が近似式として出した公式と一致する。従つて、同教授は其著書の中で近似式なりと斷つて居られるが、夫は近似式ではない事が分る。寧ろ、同書に書いてある、偏心度が少い時には近似式では少しく誤差が出ると云ふ事が何かの誤の様に思はれる。

$$t = \tau_{\mu} U_{\mu} = n p_{\mu} \frac{a(\kappa - \delta_{\mu}) - g}{ai - g^2} \cdot \frac{S}{h}$$

即ち
$$\tau_{\mu} = n p_{\mu} \frac{a(\kappa - \delta_{\mu}) - g}{ai - g^2} \cdot \frac{S}{U_{\mu} h} \dots\dots\dots (22)$$

又は (17) 式から

$$\tau_{\mu} = n p_{\mu} \frac{\rho - \delta_{\mu}}{i_0} \cdot \frac{S}{U_{\mu} h} \dots\dots\dots (23)$$

を得る。