$$c=\frac{dy}{dx}(0)\cdot\frac{dl}{dt}=\alpha(C_1+C_2)\cdot\frac{dl}{dt}=\frac{2\sigma_1\alpha^3l^3}{k}\cdot\frac{1+\frac{2}{3}\alpha l}{1+\alpha l}\cdot\frac{dl}{dt}$$

であつて，一般に $c=\frac{\alpha\sigma_1}{k}\varphi(\alpha l)\cdot\frac{dl}{dt}$ とすることが出來る。故に (6) 式より

$$\sigma_0=A+B\ln\left\{\frac{\alpha\sigma_1}{k}\varphi(\alpha l)\cdot\frac{dl}{dt}\right\}\quad\cdots\cdots(7)$$

となる。また (5) 式に依つて

$$\sigma_0=\sigma_1\cdot\frac{1+2\alpha l+2\alpha^2l^2+\frac{2}{3}\alpha^3l^3}{1+\alpha l}\quad\cdots\cdots(8)$$

であつて，之は一般に $\sigma_0=\sigma_1 f(\alpha l)$ とすることが出來，$f(\alpha l)$ に對して Griffith の解を代入しても何等差支へない。要するに之と (7) 式とより σ_0 を消去すれば

$$e^{\frac{\sigma_1 f(\alpha l)}{B}}=e^{\frac{A}{B}}\cdot\frac{\alpha\sigma_1}{k}\varphi(\alpha l)\cdot\frac{dl}{dt}$$

を得，之より

$$t=\int_{l_0}^{l}\frac{\alpha\sigma_1}{k}\varphi(\alpha l)\cdot e^{\frac{A-\sigma_1 f(\alpha l)}{B}}dl\quad\cdots\cdots(9)$$

を得る。此の式の右邊は常に有限値であるから，$l=\infty$ の場合の t を求むれば，$t=0$ に於て σ が σ_1 に等しくなり，其後 $\sigma=\sigma_1$ が持續する場合に裂目が物體全部に擴大して物體が破壞するまでの時間を求めることが出來る。此の時間を t_1 とすれば，(9) 式の指數函數を Taylor 級數に展開して其の最初の 2 項のみをとることに依つて，近似的に

$$t_1\cong\frac{\alpha B}{k}\cdot\frac{\varphi(\alpha l_0)}{f'(\alpha l_0)}\cdot e^{\frac{A-\sigma_1 f(\alpha l_0)}{B}}\quad\cdots\cdots(10)$$

とすることが出來る。但し $2l_0$ は $t=0$ に於ける裂目の長さである。

(福田武雄抄譯)

四邊固定矩形版の挫屈荷重の嚴密解法

(G. I. Taylor, *Cambridge*, The Buckling Load for a rectangular Plate with four Clamped Edges. Zeitschr. f. angew. Math. und Mech., Bd. 13, Heft 2, April 1933.)

矩形版の邊に，之と直角の方向に推力が作用する場合の矩形版の安定，即ち其の挫屈に就ては，既に

(a) 四邊が單純に支持せられる場合[1]，

(b) 對向二邊が單純に支持せられ，之と直角なる對向二邊が固定せられる場合[2]，

の嚴密解が求められて居る。また兩邊に，方向が互に反對であつて其の大さの等しい剪應力を受ける無限帶

1) Bryan, Lond. Math. Soc. Proc. Vol. 22, 1891, p. 54.

2) Reissner, Zentralbl. d. Bauverw. 1909, p. 93.

(Infinite strip) の安定問題も，既に完全に解かれて居る[3]。

之等の場合の解法は比較的に簡單である。即ち之等の場合の版の撓みが一軸的の simple harmonic function となり，之を，多くとも，4 項の簡單な式で表はし得るからである。然し四邊が固定される矩形版の安定問題は，未だ完全には解かれて居ない。それで妹澤克惟博士[4]，Timoshenko 等は，版の撓みに對して，版の邊緣條件を滿足する任意の函數を與へ，之に依つて問題を解いたが，之等の解法は版の微分方程式を滿足しない。即ち此の任意の撓みに依る版の歪エネルギーを計算し，之に依つて版に挫屈が生ずる場合の四邊の推力の近似値を求めたのである。また最近妹澤博士は此の問題に對して別の解法を試みた[5]。即ち版の撓みに對して，版の微分方程式を嚴密に滿足するが，邊緣條件は單に版の四隅及び四邊の中點に於てのみ之を滿足する形を與へたのである。

本論文は，四邊固定版の挫屈に對する嚴密解を與へ，其の解は邊緣條件のみならず，版の微分方程式をも嚴密に滿足する。そして挫折荷重は無限行列式を零にする樣な値として與へられる。

此の解法に依る實際の數値計算は一般に極めて厄介である。然し正方形版で其の四邊に同じ推力を作用する場合の計算は，對稱條件に依つて，比較的に簡單である。上記の無限行列式の收斂は極めて速かであつて，正方形版の四邊に等分布荷重が作用する場合には，無限行列式の最初の 5 行及び 5 列に就て考慮すれば充分である。斯くして此の場合にはは

$$\frac{4\,P\,a^2}{D\,\pi^2} = X = 5.30$$

となる。但し P は正方形版の一邊に作用する單位長當りの等分布推力，a は邊長，$D = Eh^3/12(1-\sigma^2)$ である。之に對して妹澤博士の解法に依れば $X = 5.61$ であり，Ritz の歪エネルギーの方法に依る解法では $X = 5.33$ である。此の後者の近似値が前記の嚴密解と可成り良く一致することは，恐らく偶然的の事實であらう。尚，上記の場合に對し，四邊が單純支持の場合には $X = 2.0$ であり，對向二邊が固定，他の二邊が單純支持の場合には $X = 3.86$ である。

（福田武雄抄譯）

---

3) Southwell and Skan, Lond. Roy. Soc. Proc. A 1924, p. 582.

4) Sezawa, On the Buckling under edge thrusts of a rectangular Plate clamped at four Edges, Report, Aeron. Research Inst. Tokyo Imp. Univ., No. 69.

5) Sezawa, Das Ausknicken von allseitig befestigten und gedrückten rechteckigen Platten, Ztschr. f. angew. Math. u. Mech. Bd. 12, Heft 4, 1932.