

討 議

第十九卷第六號 昭和八年六月

高架式架構に於ける應力性質の二三に就て

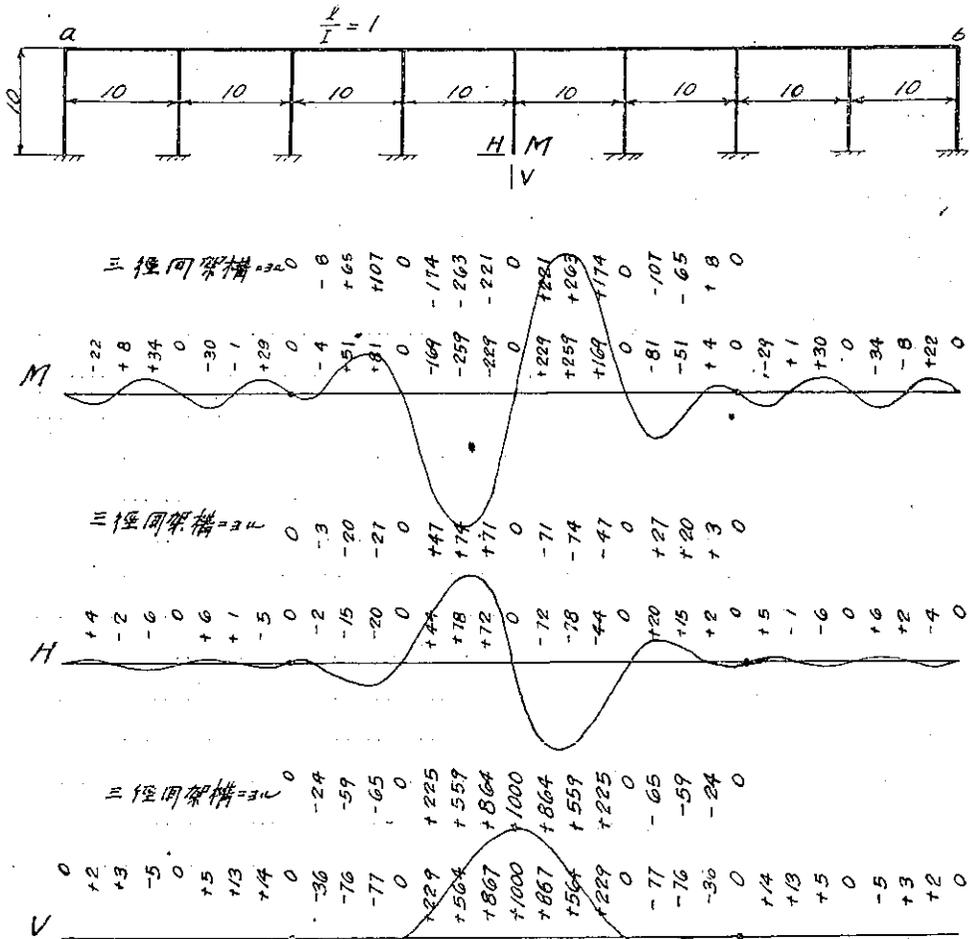
(第十八卷第十號所載)

准員 御 厨 忠 文

本會誌第十八卷第十號に登載せられたる三澤芳雄氏の論文に就て筆者が茲に發表せる“Influence Equation of Statically Indeterminate Structures”の理論を應用して之を觀察して見たいと思ふ。之か我々技術者御互の爲多少裨益する所あらば筆者の幸甚とする所である。

此問題を次の諸點より攻究したいと思ふ。

第 一 圖



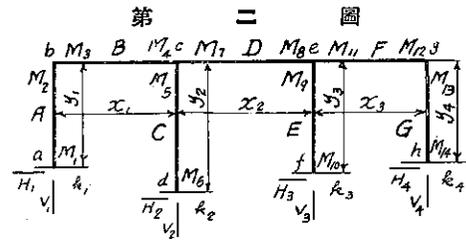
- (1) 動荷重が架構の一端より他端迄移動して行きたる場合各點に及ぼす影響
- (2) 地震が及ぼす影響
- (3) 温度の變化によりて及ぼす影響
- (4) 各脚の percentage of fixity (固定率) が變化したる場合

(1) 動荷重が架構の一端より他端迄移動して行きたる場合各點に及ぼす影響：此種構造物は往々にして1連に長く續いた場合が多くあり、例へば第一圖に示す如く8連のものもあり、其時には計算上常に多くの未知數を取扱はねばならぬ、然し實際の設計には全徑間を考へに入れてやる必要はないと思ふ。假令多くの時間と勞力を費しても實際問題を取扱ふ場合には結果に於て益は少いのである。然らば何徑間を取りて設計すべきかと云ふ事になるが、3徑間を取りてやれば充分其目的を達する事が出来ると思ふ。されど此様に抽象的に云つても判然せざる故、著者が全體の徑間を考へに入れて解いた結果と3徑間を取つて同問題を解いた結果を示し參考に供したい。

第一圖は固定脚連續架構に單位荷重が a より b 迄移動したる時の1脚のモーメント、水平、垂直反力の影響線を示すものであり、他の各點は之等のモーメント、水平、垂直反力の function なる故、其結果を推定する事が出来る。

又一面構築上 expansion joint と云ふ事も考へに入れねばならざる故、3徑間を取りて斯くの如き連續架構を解けば満足なる値を實際的に得らるゝ事を知る。次に3徑間を取りて問題を攻究して見ん。

第二圖に示す如き固定脚3徑間架構を考ふ前に此處に一寸御斷りす。今後此問題を解くに當り、筆者が第十八卷第九號及第十一號に發表したる理論を應用して解くものなるを以て同理論の御参照を願ふ次第である。



解方をするに當り先づ根本の方程式支脚の percentage of fixity を含むものを設定す。

- 第一 $A M_1^{k_1} = -(2 \varphi_1 k_1 + k_1 m_1) - A \alpha_{ab} k_1 \dots \dots \dots (1)$
- $A M_2 = - \left[\frac{m_2}{2} (3 + k_1) + k_1 \varphi_1 \right] + A \beta_{aw} + A \frac{\alpha_{ab}}{2} (1 - k_1) \dots \dots \dots (2)$
- $B M_3 = -(2 m_2 + m_1) - B \alpha_{bw} \dots \dots \dots (3)$
- $B M_4 = -(2 m_4 + m_3) + B \beta_{bc} \dots \dots \dots (4)$
- $C M_5 = - \left[\frac{m_6}{2} (3 + k_2) + k_2 \varphi_2 \right] + C \beta_{ca} + C \frac{\alpha_{cd}}{2} (1 - k_2) \dots \dots \dots (5)$
- $C M_6^{k_2} = -(2 \varphi_2 k_2 + k_2 m_3) - C \alpha_{ca} k_2 \dots \dots \dots (6)$
- $D M_7 = -(2 m_7 + m_6) - D \alpha_{ce} \dots \dots \dots (7)$
- $D M_8 = -(2 m_8 + m_7) + D \beta_{ce} \dots \dots \dots (8)$
- $E M_9 = - \left[\frac{m_8}{2} (3 + k_3) + k_3 \varphi_3 \right] + E \beta_{ef} + E \frac{\alpha_{ef}}{2} (1 - k_3) \dots \dots \dots (9)$
- $E M_{10}^{k_3} = -(2 \varphi_3 k_3 + k_3 m_6) - E \alpha_{ef} k_3 \dots \dots \dots (10)$
- $F M_{11} = -(2 m_{11} + m_{10}) - F \alpha_{ef} \dots \dots \dots (11)$
- $F M_{12} = -(2 m_{12} + m_{11}) + F \beta_{ef} \dots \dots \dots (12)$
- $G M_{13} = - \left[\frac{m_{12}}{2} (3 + k_4) + k_4 \varphi_4 \right] + G \beta_{gh} + G \frac{\alpha_{gh}}{2} (1 - k_4) \dots \dots \dots (13)$
- $G M_{14}^{k_4} = -(2 \varphi_4 k_4 + k_4 m_{12}) - G \alpha_{gh} k_4 \dots \dots \dots (14)$

第二 angular relation より

$$m_2 = m_2 - \varphi_1 + \varphi_2, \quad m_4 = m_6 - \varphi_3 + \varphi_2$$

$$m_7 = m_6 - \varphi_3 + \varphi_4, \quad m_8 = m_5 - \varphi_6 + \varphi_4$$

$$m_{11} = m_9 - \varphi_3 + \varphi_6, \quad m_{12} = m_{13} - \varphi_7 + \varphi_6$$

上の角の關係を deflection moment の式に代入して, (3) 式及 (4) 式より,

$$B M_3 = -(2 m_2 + m_5 - 2 \varphi_1 + 3 \varphi_2 - \varphi_3) - B \alpha_{bc} \dots\dots\dots(15)$$

$$B M_4 = -(2 m_5 + m_2 - \varphi_1 - 3 \varphi_2 - 2 \varphi_3) + B \beta_{bc} \dots\dots\dots(16)$$

(7) 式及 (8) 式より

$$D M_7 = -(2 m_5 + m_6 - 2 \varphi_3 + 3 \varphi_4 - \varphi_5) - D \alpha_{22} \dots\dots\dots(17)$$

$$D M_8 = -(2 m_9 + m_5 - \varphi_3 + 3 \varphi_4 - 2 \varphi_5) + D \beta_{22} \dots\dots\dots(18)$$

(11) 式及 (12) 式より

$$F M_{11} = -(2 m_9 + m_{13} - 2 \varphi_5 + 3 \varphi_6 - \varphi_7) - F \alpha_{ey} \dots\dots\dots(19)$$

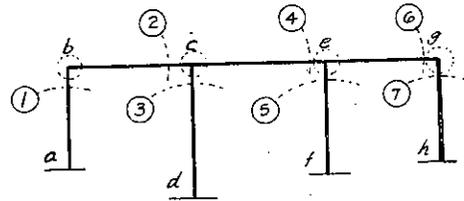
$$F M_{12} = -(2 m_{13} + m_9 - \varphi_5 + 3 \varphi_6 - 2 \varphi_7) + F \beta_{ey} \dots\dots\dots(20)$$

次に (1), (2), (5), (6), (9), (10), (13), (14), (15), (16), (17), (18), (19) 及 (20) 式より第一に m の項を消去し次に $\sum \Delta H = \Delta x$ 及 $\sum \Delta V = \Delta y$ の條件を加へて φ の項を消去す。

第二に b, c, e 及 g 點に於て $\sum M = 0$ の條件により M_3, M_4, M_{11}, M_{12} の項を消去す。

第三に各點に斷面を通して之より左側のモーメント式を設定し, 第四に $\sum H = 0$ の條件を加へ次の第一表の如き influence equations を得。

第三圖



第一表

	M_1^k	M_6^k	M_{10}^k	M_{14}^k	H_1	H_2	H_3	H_4	H_0	α_{bc}	β_{bc}	α_{ce}	β_{ce}	α_{eg}	β_{eg}	$\sum \Delta H$	$\sum \Delta V$
1	$\frac{A(3k_1+1)}{2k_1}$	$\frac{C(1+k_2)}{k_2}$			$y_1(2A+B)$	Cy_2				B							$F3X_1$
2	$\frac{3A(3k_1+1)}{2k_1}$	$\frac{-3CR_1(1+k_2)}{2k_2}$			y_1A	$-CR_1y_2$											$F5Y_1$
3		$\frac{C(1+k_2)}{Dk_2}$	$\frac{E(1+k_3)(2+F)}{k_3(D+F)}$	$\frac{-G(3k_4+1)}{2Fk_4}$		$y_2 \frac{C}{D}$	$y_3 \frac{E(F+2G)}{D(D+F)}$	$-y_4 \frac{G(F+1)}{D}$					-1	1	1		$F3X_2$
4		$\frac{3C(1+k_2)}{2k_2}$	$\frac{-3ER_2(1+k_3)}{2k_3}$			Cy_2	$-ER_2y_3$										$F3Y_2$
5	$\frac{-A(3k_1+1)}{2Bk_1}$	$\frac{C(1+k_2)(B+1)}{k_2}$	$\frac{E(1+k_3)}{Dk_3}$		$-y_1 \frac{A}{B}$	$y_2 \frac{2C}{D}$	$y_3 \frac{E}{D}$			-1	-1	1					$F3Y_2$
6			$\frac{3E(k_3+1)}{2k_3}$	$\frac{-3GR_3(k_4+1)}{2k_4}$			Ey_3	$-GR_3y_4$									$F5Y_3$
7			$\frac{E(k_3+1)}{k_3}$	$\frac{G(3k_4+1)+F}{k_4}$			Fy_3	$y_4(2G+H)$							$-F$		$F5X_3$
8					1	1	1	1	-1								

$$R_1 = \frac{y_2}{y_1}, \quad R_2 = \frac{y_3}{y_2}, \quad R_3 = \frac{y_4}{y_3}, \quad Y_1 = \frac{1}{y_1}, \quad Y_2 = \frac{1}{y_2}, \quad Y_3 = \frac{1}{y_3}, \quad X_1 = \frac{1}{x_1}, \quad X_2 = \frac{1}{x_2}, \quad X_3 = \frac{1}{x_3}$$

此 influence equations は構造物の各部材の變化, 之に加へられたる外力の變化, 各支脚の移動, 又は支脚の fixity の變化等がありし時に如何に各部の moment, shear 及 thrust が變化するものなるかを物語る式なり。

此 influence equations より得たる支脚のモーメント, 水平, 垂直反力の値を斷面を通して作つた諸式に代入すれば他の點の moment を得, 之等の條件式は次の如し。

但し式中の M_0, H_0 及 V_0 は他より加へられたる外力の各點に於けるモーメント, 水平力及垂直力を示す。

第三

$$M_1 + H_1 y_1 + M_2 + M_0 = 0$$

$$M_1 + H_1 y_1 + V_1 x_1 + M_4 + M_{0c} = 0$$

$$M_6 + H_2 y_2 + M_5 + M_{0c} = 0$$

$$M_1 + H_1 y_1 + V_1(x_1 + x_2) + M_6 + H_2 y_2 + V_2 x_2 + M_8 + M_{0c} = 0$$

$$M_{10} + H_3 y_3 + M_9 + M_{0c} = 0$$

$$M_{14} + H_4 y_4 + M_{13} + M_{0g} = 0$$

を設定し、

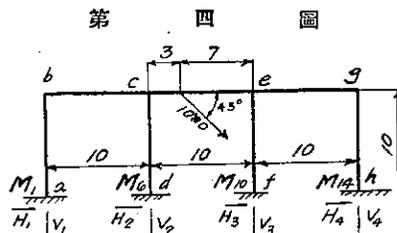
第四に $\Sigma H = 0, \quad H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_0 = 0$

應用

第四圖に示す如き寸法を持つ架構を取りて説明す。此場合各支脚は固定した場合を考ふ。

第一に單位荷重が b 點より g 點迄動いて行きたる場合の例は既に第十八卷第九號にて説明なしたる故に他例を以て示さん。

1925 年 Princeton University の Prof. Geo. E. Beggs が彼の deformer の發明の初期に當り第四圖の如き架構のセルロイド模



型を作り、彼の deformer にて各部の移動を顕微鏡下に測定し、各部の moment, shear, thrust を出し、又一方 Wilson 及 Monay の slope deflection method にて之を計算し、之を著者に示され、著者も當時 influence equations の理論を發見せし當時なりし故、早速之等の數量を式に入れ解きし所、結果は Prof. Beggs の實驗及計算の結果とよく一致し、彼の計算より非常に短時間にて之を成し彼も喜びを共にせり。

Influence equation に數量を代入して解けば次の如し。

但し member ratio $A = B = C = D = E = F = G = 1 \quad R_1 = R_2 = R_3 = 1$

第二表

El.	M_1	M_6	M_{10}	M_{14}	H_1	H_2	H_3	H_4	H_0	α_{ce}	β_{ce}	ΔH_{bd}	ΔV_{ad}	ΔH_{df}	ΔV_{df}	ΔH_{th}	ΔV_{th}	
1	5	2			30	10							-1					
2	3	-3			10	-10						-1						
3		2	7	-3		10	40	-20			-1				-1			
4		3	-3			10	-10							-1				
5	-3	7	2		-20	40	10			1					-1			
6			3	-3			10	-10								-1		
7			2	5			10	30									-1	
8					1	1	1	1	-1									
9	1									+1.29630	+0.8801	-0.3540	-5.6596	+0.8674	-3.9474	-1.2345	-1.7089	-1.2378
10		1								+1.48148	-1.3000	-0.8057	+1.5267	-0.1365	+2.105	+0.4938	-7.0533	-1.7154
11			1							+1.48148	+0.8057	+1.3000	+2.0533	-1.7154	+2.105	+0.4938	-1.5267	-0.1365
12				1						+1.29630	+0.3540	-0.8843	+1.1708	-1.2378	+3.9474	-1.2345	+5.6595	+0.8675
13					1					-2.2222	-0.2085	+0.0507	+0.9201	-0.4269	+0.6842	+0.2592	+0.2905	+0.2047
14						1				-2.7778	+0.4457	+0.1862	-0.2359	-0.1257	+0.7632	-0.2593	+0.2938	+0.3440
15							1			-2.7778	-0.1860	-0.4455	-0.3938	+0.3480	-0.7632	-0.2593	+0.2359	-0.1258
16								1		-2.2222	-0.0504	+0.2047	-0.2904	+0.2047	-0.6842	+0.2593	-0.2902	-0.4269

$H_0 = 1000 \cos 45^\circ = 707.11 \quad P = 1000 \sin 45^\circ = 707.11 \quad \alpha_{ce} = \frac{707.11 \times 3(10-3)^2}{10^2} = 103.95 \quad \beta = \frac{707.11 \times 3^2(10-3)}{10^2} = 4.455$

第二表の式を解きて得たる結果は

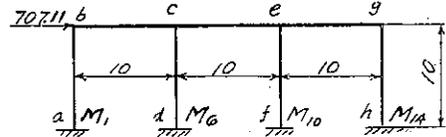
第三表の如く、よく Prof. Beggs の結果と一致せり、此結果は架橋支脚の移動は考へに入れざるものなり。

第 三 表

結果比較	M_1	M_6	M_{10}	M_{14}	H_1	H_2	H_3	H_4
著者	-991	-876	-1187	-915	+175	+142	+237	+153
Prof. Beggs	-992	-877	-1189	-914	+176	+142	+237	+152

(2) 架橋が地震による影響：水平動の場合を考ふ。此場合に色々の状態が架橋に加はるものと考へらる。されど大體に於て水平荷重が加はる、尙此他に支點 a, d, f 及 h が絶對的にも相對的にも移動するものと考ふか至當と思ふ。殊に河川の兩岸に於て地盤が異なる場合又は基礎が異なる地盤上にある場合等に就ては此相對的移動の傾向が充分にある故に此移動は如何なる影響を與へるかを考へに入れた結果を求む。

第 五 圖



若し架橋に第五圖に示す如き荷重が加へられし時各支點が夫々動いたと假定して計算す。

此場合垂直外力 $P = \sin 45^\circ$ はなき故に α_0, β_2 の項は零となり、 H_0 の項と ΔH 及 ΔV の項となる。

$H_0 = 707.11$ のみによる結果は第二表より次の如し。

$M_1 = -707.11 \times 1.2963 = -916.63$	$H_1 = 707.11 \times 0.22222 = +157.13$
$M_6 = -707.11 \times 1.48148 = -1047.57$	$H_2 = 707.11 \times 0.27778 = +196.42$
$M_{10} = -707.11 \times 1.48148 = -1047.57$	$H_3 = 707.11 \times 0.27778 = +196.42$
$M_{14} = -707.11 \times 1.2963 = -916.63$	$H_4 = 707.11 \times 0.22222 = +157.13$

若し ah 間の相對的移動の差を次の如くに假定すれば、

相對的水平移動 $\left\{ \begin{array}{l} ad \text{ 間} = 0.0002 \text{ 呎} \\ df \text{ 間} = 0.0002 \text{ 〃} \\ fh \text{ 間} = 0.0002 \text{ 〃} \end{array} \right.$	相對的上下移動 $\left\{ \begin{array}{l} ad \text{ 間} = 0.0001 \text{ 呎} \\ df \text{ 間} = 0.0001 \text{ 〃} \\ fh \text{ 間} = 0.0001 \text{ 〃} \end{array} \right.$
--	--

第二表の ΔH 及 ΔV の係數に或る數量を掛けねばならぬ、夫等の値は次の如し。

$$3Y \times 2E = 6EY, \quad Y = \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$$

$$3X \times 2E = 6EX, \quad X = \frac{1}{x} = \frac{1}{10}$$

若し單位を呎及呎の單位にて表はし、架橋が鐵筋コンクリート造とすれば、 $E = 288000000$ 呎/呎²

$$\frac{6E}{y} = \frac{6E}{x} = \frac{6 \times 288000000}{10} = 172800000$$

$$\frac{6E}{y} \times 0.0002 = \frac{6E}{x} \times 0.0002 = 34560 \quad (\text{水平移動})$$

$$\frac{6E}{y} \times 0.0001 = \frac{6E}{x} \times 0.0001 = 17280 \quad (\text{上下移動})$$

之等を第二表の ΔH 及 ΔV の係數に掛け、 $H_0 = 707.11$ の水平力による影響と共に表に示せば第四表の如し。

第 四 表

	水平外力	水平移動	上下移動	水平上下同時移動
M_1	-916	39108	2773	41881
M_6	-1048	16371	2348	18718
M_{10}	-1048	-16371	2348	-14024
M_{14}	-916	-39108	2773	-36335
H_1	+157	-6548	-64	-6612
H_2	+196	-3183	+64	-3119
H_3	+196	+3183	+64	+3247
H_4	+157	+6548	-64	+6484

(3) 架橋が温度の變化による影響：之は支脚の移動の場合と同じ考へ方にて行はるべく、此場合温度の上下に

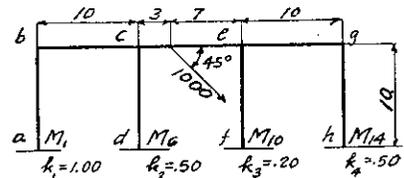
よる伸長縮少を ΔH 及 ΔV の項に掛け、前同様にして求むれば可なり。故に此處には數量的結果は略す。

(4) 架構の各支脚が異なる Percentage of fixity(固定率)を持つ場合：第十八卷第十一號に示す處に依り固定したるものを固定率 100% とし、完全にヒンジになつて居るものを固定率 0% とす。

實際には支脚は固定し或は完全なヒンジでもない。其間どこかにあると考へた方が至當と思ふ。著者は残念ながらどの位に固定率を撰ぶべきだと云ふ實驗の結果を提供出来ざるを遺憾とす。ヒンジの場合はピンの面に起る friction に依り大體の見當は得らる。之もピンの面の粗雜の度により異なる、此率の研究は他日に譲るとして次の如く支脚の固定率を第六圖の如く假定し前と同じ荷重を加へたる場合を取りて考ふ。

之等の數値を第二表の influence equations に代入して解けば第五表の如くなり、第六表の如き結果を得。

第六圖



第五表

Eq.	M_1^k	M_6^k	M_{10}^k	M_{14}^k	H_1^k	H_2^k	H_3^k	H_4^k	H_0	α_{ce}	β_{ce}
1	5	3			30	10					
2	3	-4.5			10	-10					
3		3	19	-3.5		10	40	-20			-1
4		4.5	-9			10	-10				
5	-3	10	6		-20	40	10			1	
6			9	-4.5			10	-10			
7			6	6			10	30			
8					1	1	1	1	-1		
9	1								1.50298	.08973	-.04235
10		1							1.09104	-.07796	-.05310
11			1						.50546	.02478	.03700
12				1					-.81736	.02234	-.04799
13					1				-.25969	-.02087	.00648
14						1			-.29975	.04113	.01766
15							1		-.26375	-.01625	-.03953
16								1	-.17665	-.00401	.01537

$H_0 = 707.11 \quad \alpha_{ce} = 1039.5 \quad \beta_{ce} = 445.5$

第六表

M_1^k	M_6^k	M_{10}^k	M_{14}^k	H_1^k	H_2^k	H_3^k	H_4^k
-1134.4	-667.0	-399.3	-577.8	+202.5	+161.4	+221.0	+122.2

第七表は支脚の固定の場合と固定率を第六圖の如く取りて解いた場合の結果の比較を示す。

第七表

	M_1	M_6	M_{10}	M_{14}	H_1	H_2	H_3	H_4
支脚固定の場合	-991	-876	-1187	-915	+175	+142	+237	+153
固定率ヲ考へ場合	-1134.4	-667.0	-399.3	-577.8	+202.5	+161.4	+221.0	+122.2