論説報告

第十九卷 第四號 昭和八年四月

捩モーメントを受ける鐵筋コンクリート圓形斷面部材の解法に就て

會員 工學博士 福 田 武 雄

Some Notes on Reinforced Concrete Members with Circular Cross-section and Acted upon by Torsion Moment

By Takeo Fukuda, Dr. Eng., Member.

內容梗概

捩モーメントを受ける鐵筋コンクリート部材の理論に於ては從來鐵筋の位置が無關心に取扱はれて居た。本文は，桁又は版等に於ける腹鐵筋の理論と同樣に部材に生ずる主張應力は之を全部鐵筋に依つて有效に受けねばならないと言ふ見地から，捩モーメントを受ける圓形斷面の部材に於ける鐵筋の計算法を述べたものである。從來の理論に於ては鐵筋の位置が任意であつたが，本文の理論に於ては鐵筋の位置は任意であり得ない。

1. 序 說

鐵筋コンクリート部材或はコンクリート部材が第一義的に捩モーメント（捩偶力）を受けることは甚だ稀であるが，第二義的に，卽ち副應力若くは二次應力の問題として捩モーメントを受ける場合は可成り多い。均等質の彈性材料より成る部材に對する捩モーメントの理論は既に古くから Saint-Venant 或は Föppl 等に依つて確立せられたのであるが，之を其儘鐵筋コンクリート部材或はコンクリート部材に應用し得るや否や，或は之に關する理論的根據を求めるために，古來捩モーメントを受ける鐵筋コンクリート部材及コンクリート部材に就て多くの實驗が行はれた。[1] 之等多くの實驗結果より捩モーメントを受ける鐵筋コンクリート及コンクリート部材の特性及其の理論的計算の根據として次の事項が歸納される。

(1) 捩モーメントを受けた場合，無筋コンクリート部材の破壞及鐵筋コンクリート部材の龜裂は，例外なく軸の方向と 45° の角度を有する螺旋狀の面に於て起る。之は卽ち部材破壞若くは龜裂が部材の橫斷面中に作用する剪應力に依つてではなく，軸と 45° の方向に作用する主張應力に依つて生ずることを意味し，更にコンクリート

---

[1] 之等の實驗のうち其主要なるものは次の如し。

Mörsch, "Schub-und Scherfestigkeit des Betons" (Schw. Bauztg. Bd. XLIV, 1904),

Föppl, "Verdrehungsversuche mit Wellen aus Eisenbeton" (Mitt. a. d. mech.-tech. Lab. d. technischen Hochschüle München, Heft 32, 1912),

Bach. u. Graf, "Versuche über die Widerstandfähigkeit von Beton und Eisenbeton" (Deutsch. Aussch. f. Eisenbeton, Heft 16, 1912),

宮本武之輔, "Verdrehungsversuche mit unbewehrten und bewehrten Betonkörpern" (土木學會誌第 13 卷第 1 號, 1927) 等。

尙，宮本氏の論文「捩力論」(土木學會誌第 11 卷第 4 號及第 6 號所載) には上記の實驗結果のみならず，其他の實驗結果，捩モーメントに關する一般理論，コンクリート又は鐵筋コンクリートに關する諸種の理論及之に對する氏の見解が廣汎に且つ詳細に記述されて居るから，簡單に捩モーメントに關する概念を得んとするには絕好の資料である。

の質の抗剪強度が其抗張強度より遙かに大なることを意味する。

(2)　コンクリート部材の捩モーメントに對する抵抗力は，軸と平行の方向に挿入された鐵筋，即ち軸鐵筋に依つては殆んど增加しない。軸鐵筋は單に螺旋筋の位置を保つ上に於て有效である。

(3)　軸と直角の方向に，即ち横斷面中に挿入せられた環狀鐵筋と軸鐵筋とを併用すれば，軸鐵筋のみの場合より遙かに有效であるが，然し螺旋筋には及ばない。

(4)　等量の鐵筋を使用した場合には軸と 45° の方向に挿入せられた螺旋筋が最も有效であり，其效果は一般に螺旋筋量の大なる程著しい。

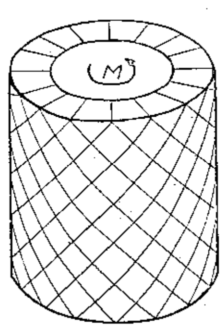
(5)　無筋コンクリート部材の破壞は最初の龜裂と殆んど同時に起るが，上記 45° の螺旋筋を有する場合には龜裂が生じた後に於ても，尙更に大なる捩モーメントに抵抗することが出來る。此最大捩モーメントは普通は螺旋筋の張應力が其屈伏點に達した時に於て起る。

(6)　無筋コンクリート部材の破壞若くは鐵筋コンクリート部材の龜裂は，コンクリートのみに對し普通の彈性體公式に依つて算出された軸横斷面の最大剪應力 τ が $\tau=20\sim40\ \mathrm{kg/cm^2}$ に達したときに於て起り，充分に補強された場合の破壞は大體計算上 $\tau=60\sim80\ \mathrm{kg/cm^2}$ のときに於て起る。

(7)　コンクリートに龜裂が生ずる迄は，部材の捩角は鐵筋の挿入に依つて殆んど變化しない。

之等の結果から見れば捩モーメントを受ける鐵筋コンクリート及無筋コンクリート部材の死命を制するものは，其横斷面中に生ずる剪應力ではなく，之と 45° の傾きに作用する主張應力である。然るに A. Föppl は軸鐵筋のみを有する鐵筋コンクリート部材に於て，軸鐵筋は單に部材横斷面に作用する剪應力にのみ抵抗すると言ふ假定に基く理論を發表したが[2]，之に依れば軸鐵筋はコンクリート部材の捩モーメントに對する强度を高め，且つ其捩角を輕減する上に於て可成り著しき效果を發揮することになつて，前記の實驗結果と相矛盾することになる。Föppl の理論が實驗結果と一致しないことは，第一には部材の横斷面が變形後も平面であると言ふ假定が此場合に不適當であることにも起因するが，其主なる理由は軸鐵筋が剪應力に抵抗することのみを考へて，主張應力のことを度外視せることに依る。即ちコンクリートの抗剪强度は抗張强度に比して大であるから，コンクリート部材及鐵筋コンクリート部材の捩モーメントに依る破壞は常に軸方向と 45° の傾きを有する主張應力に依つて生じ，此主張應力が鐵筋に依つて補强されないならば其鐵筋の效果が皆無であるからである。

第一圖

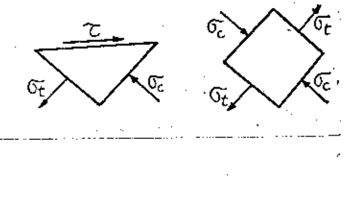


第一圖は捩モーメントを受ける圓形斷面部材の壕面上の主應力線であつて，主壓應力線と主張應力線とは常に直交する。そして主壓應力 σ_c，主張應力 σ_t 及剪應力 τ との關係は第二圖に示すが如く，其絕對値に就て考へれば

$$\tau=\sigma_c=\sigma_t \qquad (1)$$

である。扨て上記の主張應力がコンクリートの抗張强度を超過しない間は，即ちコンクリートに龜裂が生じない間は，コンクリートに彈性を假定する限り上記の如き應力分布に依つて平衡狀態が保たれる。然し一旦コンクリートに龜裂が生じてコンクリートに張應力が作用しなくなつた場合には，上記の主張應力は全部鐵筋に依つて受けられねばならない。故に鐵筋が此張應力に

第二圖



---

[2] 前出，註 (1) 參照。

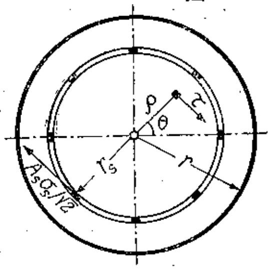
抵抗し得ないならば，鐵筋コンクリート部材とコンクリート部材との捩モーメントに對する强度の間に全然相違がないことになる。從つて鐵筋の效果を發揮する爲には上記の張應力に抵抗し得る樣なものを適當なる位置に配置しなければならない。

捩モーメントに對する鐵筋としては上述の理由に依り，軸の方向と 45° 或は之に近い角度を有する螺旋筋か，或は軸鐵筋と環狀鐵筋との併用に依るのが普通である。之等に對する計算方法は旣に普通の教科書等に於て記載され，また宮本武之輔博士の「挫力論」中にも其詳細が論じられて居て，今更玆に改めて論議する要もないのであるが，たゞ之等普通の理論に於てはすべて鐵筋の位置が無關心に取扱はれて居る，即ち鐵筋の位置が任意でよいことになつて居る。此點が玆に拙文を草する第一の理由であつて，著者は，桁又は版に於ける腹鐵筋を設計すると全く同樣なる意味で，捩モーメントを受ける鐵筋コンクリート部材の鐵筋の計算法を求めたのである。此理論から見れば上記普通の理論は 2 個の平衡條件のうち單に其一つのみを考慮したものと言へる。著者は特に問題を斷面が圓形である場合に限定した。此問題は實に簡單な問題であるに拘はらず，著者の見聞の範圍では殆んど看過せられて來た樣に思はれる。若し拙文と同樣なことが旣に發表せられて居つたならば，著者は著者の不明を謝すると共に本文全部の存在理由が失はれるであらうことを附言する。

2. 螺旋筋のみを有する圓形斷面部材

軸の方向と 45° の角度を有する螺旋筋を主張應力の方向に配置すれば，コンクリートに龜裂が生じた後に於てもコンクリートの主張應力と同樣の效果を發揮することが出來て，理論上また實驗上最も有效である。今第三圖に示すが如く 1 本の横斷面積が A_s なる螺旋筋を m 本使用し，螺旋筋に作用する張應力を σ_s とし，螺旋筋を含む圓壔面の半徑を r_s とする。

第　三　圖



部材の横斷面と 45° の角度を有する任意の微分面積 dA に作用する主張應力を σ_t とすれば，先づ螺旋筋は此主張應力全部をとらねばならない。即ち螺旋筋の張力の總和と主張應力の總和とは相等しくなければならないから

$$\int \sigma_t\, dA = m\,\sigma_s\, A_s \quad\text{.......(2)}$$

でなければならない。次に第二の平衡條件としては螺旋筋に作用する張力の横斷面に平行なる分力の力率の總和と，σ_t の横斷面に平行なる分力の力率の總和と相等しくなければならないから

$$\cos 45^\circ \int \sigma_t\, \rho\, dA = \cos 45^\circ\, m\,\sigma_s\, A_s\, r_s \quad\text{.......(3)}$$

でなければならない。

然るに主張應力 σ_t は横斷面の剪應力 τ に等しく，半徑 r なる圓形斷面の部材に捩モーメント M が作用する場合に中心より ρ なる距離に於て

$$\sigma_t = \tau = \frac{2M}{\pi r^4}\rho \quad\text{.......(4)}$$

であり，また dA は第二圖に示すが如く

$$dA = \cos 45^\circ \cdot \rho\, d\theta\, d\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}\rho\, d\theta\, d\rho \quad\text{.......(5)}$$

であつて，(4) 及 (5) 式を (2) 及 (3) 式に代入すれば

$$m\,\sigma_s\, A_s = \frac{\sqrt{2}\,M}{\pi r^4}\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r \rho^2\, d\rho = \frac{2\sqrt{2}\,M}{3r}, \quad\text{.......(2a)}$$

$$m\,\sigma_s\,A_s\,r_s = \frac{\sqrt{2}\,M}{\pi r^4}\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{r} \rho^3\,d\rho = \frac{M}{\sqrt{2}} \quad \cdots\cdots\cdots(3a)$$

を得，此兩式より

$$\left.\begin{aligned} r_s &= \frac{3}{4}\,r, \\ m\,\sigma_s\,A_s &= \frac{2\sqrt{2}\,M}{3\,r} = 0.9423\,\frac{M}{r} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots(6)$$

となる。即ち此結果より見れば r_s は任意たることを得ず，r の 3/4 でなければならない。而して螺旋筋に就ては m, σ_s 及 A_s のうち何れか一つを (6) 式の第二式で求めることが出來る。

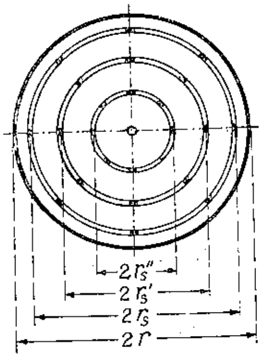
また $r_s = 3r/4$ とすれば (6) 式の第二式は

$$m\,\sigma_s\,A_s = \frac{M}{\sqrt{2}\,r_s} = 0.7071\,\frac{M}{r_s} \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

となり，普通の教科書に記載されて居る式と全く同一になる。然し普通の教科書に於ては r_s の大小如何に拘はらず單に力率の平衡條件，即ち (3) 或は (3a) 式のみを考慮したものであつて，(2) 或は (2a) 式の關係に就ては全然考慮されて居ない。即ち螺旋筋の位置如何に拘はらず常に (7) 式が成立するものとしたのであるが，前述の理論に依れば (7) 式が適用されるためには r_s が r の 3/4 であることを必要條件とする。勿論部材の中央部分に於ける剪應力 τ，從つて主張應力 σ_t の値は零に近く之を鐵筋に依つて受ける必要はないから，r_s は r の 3/4 より大となつてもかまはないが，少くとも理論的には r_s を r の 3/4 とするのが正當であると信ずる。之は從來殆んど顧みられなかつた問題である。

次に第四圖の如く大なる振モーメントに抵抗する爲に螺旋筋を半徑 $r_s, r_s', r_s''\ldots\ldots$ なる圓壔面上に配置する場合に，最外周の螺旋筋の員數，横斷面積及張應力を夫々 m, A_s, σ_s とし，夫より内方にある螺旋筋に對しては同様に $m', A_s', \sigma_s', m'', A_s'', \sigma_s'', \ldots\ldots\ldots$ とすれば，コンクリートに生ずる主張應力を全部螺旋筋に依つて受ける爲には (2a) 式と同様に

第 四 圖



$$m\,\sigma_s\,A_s + m'\,\sigma_s'\,A_s' + m''\,\sigma_s''\,A_s'' + \ldots\ldots = \frac{2\sqrt{2}\,M}{3\,r} \quad \cdots\cdots(8)$$

でなければならない。また力率の平衡條件よりは (3a) 式と同様に

$$m\,\sigma_s\,A_s\,r_s + m'\,\sigma_s'\,A_s'\,r_s' + m''\,\sigma_s''\,A_s''\,r_s'' + \ldots\ldots = \frac{M}{\sqrt{2}} \quad \cdots(9)$$

を得る。然るに螺旋筋の張應力は中心からの距離に正比例するから

$$\sigma_s' = \frac{r_s'}{r_s}\,\sigma_s, \qquad \sigma_s'' = \frac{r_s''}{r_s}\,\sigma_s \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

であつて，從つて (9) 及 (10) 式より

$$\frac{1}{r_s}\left[m\,A_s\,r_s + m'\,A_s'\,r_s' + \ldots\ldots\ldots\ldots\right] = \frac{2\sqrt{2}\,M}{3\,\sigma_s\,r}, \quad \cdots\cdots\cdots(8a)$$

$$\frac{1}{r_s}\left[m\,A_s\,r_s^2 + m'\,A_s\,r_s'^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\right] = \frac{M}{\sqrt{2}\,\sigma_s} \quad \cdots\cdots\cdots(9a)$$

を得る。

故に此場合に螺旋筋を設計するには $m, A_s, r_s, m', A_s', r_s', \ldots\ldots\ldots$ のうち何れか 2 個を除くの他は之を全部任意に決定し，殘りの 2 個を未知數とし，之を (8a) 及 (9a) の兩式より求むればよい。然し場合に依つては求むる

未知數の値が負數或は虚數となることがあつて，此時には試算を繰返へす必要がある。

また各螺旋筋の群に同員數，等斷面積のものを用ふる場合には

$$A_s = A_s' = A_s'' = \cdots\cdots, \qquad m = m' = m'' = \cdots\cdots$$

であるから，(8a) 及 (9a) 式の 2 條件は

$$r_s + r_s' + r_s'' + \cdots\cdots = \frac{2\sqrt{2}\,M\,r_s}{3\,m\,A_s\,\sigma_s\,r} \qquad \cdots\cdots(8b)$$

$$r_s^2 + r_s'^2 + r_s''^2 + \cdots\cdots = \frac{M\,r_s}{\sqrt{2}\,m\,A_s\,\sigma_s} \qquad \cdots\cdots(9b)$$

となる。

特に半徑 r_s 及 r_s' なる圓壔面上に 2 群の螺旋筋を配置する場合には (8a) 及 (9a) 式より

$$\left.\begin{aligned} m\,A_s\,r_s + m'\,A_s'\,r_s' &= \frac{2\sqrt{2}\,M\,r_s}{3\,\sigma_s\,r}, \\ m\,A_s\,r_s^2 + m'\,A_s'\,r_s'^2 &= \frac{M\,r_s}{\sqrt{2}\,\sigma_s} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(11)$$

の兩式を滿足する樣に鐵筋を設計する必要がある。尙，宮本武之輔博士が其「扭力論」中に於て之と同じ場合に對して揭げられた式[3]は，上記 (11) 式の第二式のみを考慮して第一式の關係は之を無視せられた結果に基くものと考へられる。

此場合に於て $m = m'$, $A_s = A_s'$ とすれば

$$r_s + r_s' = \frac{2\sqrt{2}\,M\,r_s}{3\,m\,A_s\sigma_s\,r}, \qquad r_s^2 + r_s'^2 = \frac{M\,r_s}{\sqrt{2}\,m\,A_s\,\sigma_s} \qquad \cdots\cdots(11a)$$

を得，之より M の項を消去すれば鐵筋の位置に關する條件として

$$\frac{r_s^2 + r_s'^2}{r_s + r_s'} = \frac{3}{4}\,r \qquad \cdots\cdots(12)$$

を得，此條件を滿足する樣に鐵筋の位置が決定されゝば，鐵筋の數量に關しては

$$m\,\sigma_s\,A_s = \frac{2\sqrt{2}\,M\,r_s}{3\,r\,(r_s + r_s')} = \frac{M\,r_s}{\sqrt{2}\,(r_s^2 + r_s'^2)} \qquad \cdots\cdots(13)$$

が成立する。

尙 (12) 式に於て

$$r_s = \mu\,r, \quad r_s' = \mu'\,r$$

と置けば

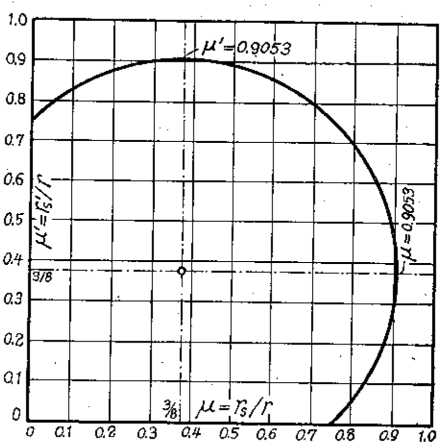
$$\frac{\mu^2 + \mu'^2}{\mu + \mu'} = \frac{3}{4} \qquad \cdots\cdots(12a)$$

となり，μ 或は μ' のうち何れか一つが與へられたる場合に殘りのものが虚數とならない爲には，簡單なる計算に依つて

$$\mu\,(\text{或は}\ \mu') \leqq \frac{3}{8}\,(\sqrt{2} + 1) = 0.9053$$

でなければならないことがわかる。即ち如何なる場合でも r_s を $0.9053\,r$ より大にすることは出來ない。**第五圖**は (12a) 式を圖示したものであつて，之は $\mu = \mu' = 3/8$ の點を中心とし，半徑が

第 五 圖



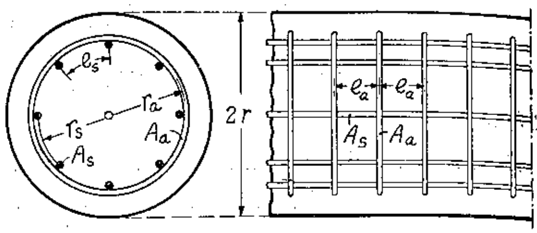
(3) 扭力論，後編，(土木學會誌第 11 卷第 6 號, 1416 頁)。

$3\sqrt{2}/8 = 0.5303$ なる圓である。

3. 軸鐵筋及環狀鐵筋を有する圓形斷面部材

第六圖に示すが如く斷面積 A_s なる軸鐵筋を半徑 r_s なる圓壔面上に m 本，等間隔 $e_s = 2\pi r_s/m$ に配置し，直徑 $2r_a$ なる圓形環狀鐵筋（斷面積 A_a）を等間隔 e_a に配置して捩モーメント M に對抗する場合，軸鐵筋及環狀鐵筋に作用する張應力を夫々 σ_s 及 σ_a とする。

第　六　圖



軸鐵筋と環狀鐵筋との併用に依つてコンクリートの主張應力 σ_t を受けるために，先づ軸鐵筋に就て考慮すれば，軸鐵筋に作用する張力の總和は σ の軸の方向の分力の總和に相等しく，且つ軸鐵筋は σ 全部の所謂重心の位置にあらねばならない。故に dA を σ_t の作用する微分面積とすれば

$$\left.\begin{aligned} m\sigma_s A_s &= \frac{2\pi r_s}{e_s}\sigma_s A_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \sigma_t\, dA\,, \\ m\sigma_s A_s r_s &= \frac{2\pi r_s^2}{e_s}\sigma_s A_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \sigma_t\,\rho\, dA \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(14)$$

でなければならない。玆に於て σ_t 及 dA に對して夫々 (4) 及 (5) 式を代入すれば

$$r_s = \frac{3}{4}r \quad \cdots\cdots(15)$$

及

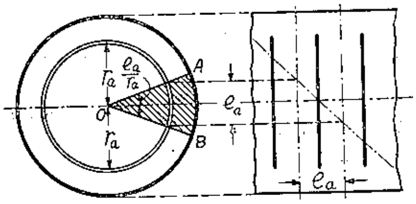
$$m\sigma_s A_s = \frac{M}{2r_s} = \frac{2M}{3r},$$

或は

$$\sigma_s A_s = \frac{Me_s}{4\pi r_s^2} = \frac{4Me_s}{9\pi r^2} \quad \cdots\cdots(16)$$

を得る。

第　七　圖



次に環狀鐵筋に就て考ふるに，環狀鐵筋 1 本の張力は第七圖に於て橫斷面中 OAB に相當する部分の主張應力 σ_t の軸に直角なる分力の總和に等しく，且つ環狀鐵筋は此 σ_t の分力の所謂重心を通過しなければならない。故に

$$\left.\begin{aligned} \sigma_a A_a &= \frac{1}{\sqrt{2}}\int_{OAB}\sigma_t\, dA, \\ \sigma_a A_a r_a &= \frac{1}{\sqrt{2}}\int_{OAB}\sigma_t\,\rho\, dA \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(17)$$

であつて，σ_t 及 dA に (4) 及 (5) 式を代入して積分を行へば

$$\sigma_a A_a = \frac{Me_a}{3\pi r_a r}, \qquad \sigma_a A_a r_a = \frac{Me_a}{4\pi r_a} \quad \cdots\cdots(17a)$$

となり，此兩式より

$$r_a = \frac{3}{4}r \quad \cdots\cdots(18)$$

及

$$\sigma_a A_a = \frac{Me_a}{4\pi r_a^2} = \frac{4Me_a}{9\pi r^2} \quad \cdots\cdots(19)$$

を得る。

上式の結果より見れば軸鐵筋及環狀鐵筋は共に半徑が r の 3/4 なる圓壔面上になければならないことになるが，之は鐵筋の鎔接でも行はない限り實行不可能であるから，實際的には環狀鐵筋を軸鐵筋の外側に密接して配置すればよい。

鐵筋を設計するには (16) 及 (19) 式に依ればよいのであるが，軸鐵筋と環狀鐵筋との間には常に

$$\frac{A_s\sigma_s}{A_a\sigma_a}=\frac{e_s}{e_a} \qquad (20)$$

なる關係がある。故に軸鐵筋及環狀鐵筋に生ずる張應力を相等しくするためには

$$A_s:e_s=A_a:e_a \qquad (21)$$

とすればよい。從つて $A_s=A_a$ の場合，即ち軸鐵筋及環狀鐵筋に同一の鐵筋を使用する場合には $e_s=e_a$，即ち其間隔を相等しくしなければならない。

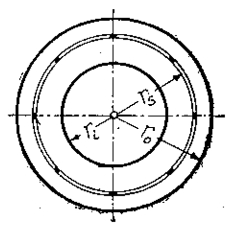
4.　中空圓形斷面部材に於ける鐵筋の計算

第八圖及**第九圖**の如き中空の圓形斷面部材に於ける鐵筋の計算方法は，其根本に於ては前記の圓形斷面部材に於けるものと異なる所はない。たゞ中空の場合には (4) 式の代りに

$$\sigma_t=\tau=\frac{2M}{\pi(r_0^4-r_i^4)}\rho \qquad (22)$$

とし，積分を $\rho=r_i$ から $\rho=r_0$ の間に就て行へばよい丈である。

第　八　圖



(1)　螺旋筋（第八圖）

軸の方向と 45° の角度を有する螺旋筋を使用する場合に，A_s を螺旋筋 1 本の横斷面積，m を其員數とすれば (2) 及 (3) 式の 2 個の平衡條件より

$$\left.\begin{aligned} m\sigma_s A_s&=\frac{2\sqrt{2}\,M}{3}\,\frac{r_0^3-r_i^3}{r_0^4-r_i^4},\\ m\sigma_s A_s r_s&=\frac{M}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

を得，此兩式より鐵筋を配置すべき位置として

$$r_s=\frac{3}{4}\,\frac{r_0^4-r_i^4}{r_0^3-r_i^3} \qquad (24)$$

を得るが，若し厚さ r_0-r_i が充分に小である場合には，充分近似的に

$$r_s=\frac{1}{2}(r_0+r_i) \qquad (24a)$$

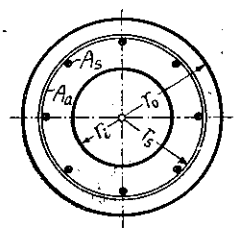
となり，鐵筋を中空斷面の平均直徑の位置に配置してよいことになる。

螺旋筋が上述の如き位置にあるものとすれば，其斷面積，員數及張應力の計算は

$$m\sigma_s A_s=\frac{2\sqrt{2}\,M}{3}\,\frac{r_0^3-r_i^3}{r_0^4-r_i^4}\fallingdotseq\frac{M}{\sqrt{2}\,r_s} \qquad (25)$$

に依つて行ふことが出來る。

第　九　圖



(2)　軸鐵筋及環狀鐵筋

第九圖に示すが如く環狀鐵筋 A_a 及軸鐵筋 A_s を併用する場合に，軸鐵筋の員數を m，其間隔を e_s，環狀鐵筋の間隔を e_a，之等の鐵筋を含む圓壔の平均半徑を r_s とすれ

ば (14) 式の平衡條件より軸鐵筋に對し

$$\left.\begin{aligned} m\sigma_s A_s &= \frac{2M}{3}\cdot\frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{M}{2r_s}, \\ \sigma_s A_s &= \frac{Me_s}{3\pi r_s}\cdot\frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{Me_s}{4\pi r_s^2} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(26)$$

を得，環狀鐵筋に對しては (17) 式の平衡條件より

$$\sigma_a A_a = \frac{Me_a}{3\pi r_s}\cdot\frac{r_0^3 - r_i^3}{r_0^4 - r_i^4} = \frac{Me_s}{4\pi r_s^2} \qquad \cdots\cdots(27)$$

を得る。

尙，此場合にも r_s に關しては (24) 或は (24a) 式の關係が成立し，且つ圓形斷面に於ける (20) 或は (21) 式の關係も同樣に成立する。