

講

義

堆積砂の底部に於ける壓力分布

(昭和六年十一月一日應用力學聯合大會に於て)

會員 工學士 安 藏 善 之 輔

Pressure Distribution at the Bottom of Sand Mound

By Zennosuke Anzo, C. E., Member.

内 容 梗 概

二つの平面(交線は水平)を表面とする堆積砂(從つて横断面は三角形)の内部の壓力を求め、更に其の底部に及ぼす壓力の大き及び方向を理論的に求めたものである。

目 次

緒 論	1
第一章 砂の内部の壓力	2
第一節 無限に擴がれる一平面を表面とする場合	2
第二節 二つの平面(交線は水平)を表面とする場合	3
第二章 堆積砂の底部に於ける壓力分布	7
第一節 ω が最小なる場合の底部壓力分布	7
第二節 ω が最大なる場合の底部壓力分布	9
第三章 計算の精度	10
第四章 結 言	10

緒 論

堆積砂の底部に於ける壓力に就ては、E. Exner 氏は断面二等邊三角形の場合の垂直壓力のみを實驗的に求めたが(Sitz. Ber. der Akad. der Wiss. in Wien, Heft 8, 1924 參照)、其の實驗方法では、砂の arch action の影響が可成り實測値に加はるので、正確な結果は得難いのである。次で M. Buchwald 氏は主に理論的に垂直並に切面力を求めたが(Bauingenieur, Heft 47, 1930 參照)、同氏の論ずる處を見ると、砂の壓力は一通りしかないものと誤信して居るやうである。今日迄の土壓論で求められたものは、最小及び最大壓力の意味であつて、其の中間の大きさの壓力は數多あり得るのである。又 Krey 氏は其の著に次の様な事を述べて居る。即ち堆積砂の底部に於ける壓力分布は理論的にも實驗的にも未だ充分な解決がついて居ない。之れは將來の研究に俟たねばならぬと(Krey: Erddruck, Erdwiderstand, 1926, S. 171 參照)。

此の様な簡單な問題が、今日迄確なる解法がついて居ないのは、次の様な二つの理由に依

る事と著者は考へる。即ち其の一つは砂の静壓力を正確に測定する方法のない事、其の二は静止せる砂の内部の壓力は、平衡條件の如何により、後述の如く幾通りにも變り得るものであるから、實驗的に得た結果は區々で、纏りがつき兼ねる事である。

其處で著者は先づ砂を、多くの土壓論者がなした如く、凝集力なく單に其の分子間の摩擦力によつて静止状態を保つ一つの彈性體と考へ、本問題を理論的に解決せんと試みたのである。本論に入るに先き立ち、説明を容易ならしめる爲めに、一平面及び二平面を表面とする砂の内部の壓力を求めて見る。

第一章 砂の内部の壓力

第一節 無限に擴がれる一平面を表面とする場合

Rankine の土壓論や、Carthers 氏の解いたもの (Engg. 1924, p. 1. 参照) は共に特別解法である。著者は此の問題を plane strain と考へ、砂の表面上に座標原點を置き、此の點を過ぎ表面と直交する鉛直面上、水平及び鉛直の方向に、夫れ夫れ x 及び y 軸をとり、

$$F = w \left(\frac{Ax^3}{6} + \frac{Bx^2y}{2} + \frac{Cxy^2}{2} + \frac{Dy^3}{6} \right)$$

なる應力函数を用ひて、一般解法を求め、更に之れ等の係数を定める條件式の立て方に依つて Rankine 氏解法も、Carthers 氏の解法も導き出す事が出来た (拙著、土壓理論、九州帝大工學叢報第六卷第三號参照)。

其の一般解法は次の様なものである。即ち今砂の表面では垂直並に切面力は零であるとし又内部應力の最大傾斜角は砂の内部摩擦角 ϕ を超過せぬと云ふ條件から、 A, B, C, D の係数を決定すれば、

$$A = -D \tan^2 \theta + \tan \theta, \quad B = D \tan^2 \theta.$$

$$C = -D \tan \theta, \quad D \leq -\frac{\cos^2 \theta (\cos \theta \mp \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi})}{\cos \theta \pm \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}}$$

となる。但し θ は表面が x 軸と爲す角で、時針の進む方向に測れば正の符號をとるものとする。

従つて砂の内部の應力は次の如くに示される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - wy = w \{ Ax + (B-1)y \} = w(D \tan^2 \theta - 1)(y - x \tan \theta) \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -w(Bx + Cy) = wD \tan \theta (y - x \tan \theta) \\ \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = w(Cx + Dy) = wD(y - x \tan \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

但し w は砂の單位容積の重量である。

之れ等の式中 D の値は上の不等式を満足するものであるから、一般に、一平面を表面とする砂の内部の壓力の状態は幾通りも考へられるのである。今若し D が最大或は最小の極限值をとる時の應力を $(\sigma_v)_R, (\tau_{zv})_R, (\sigma_z)_R$ とすれば、之れ等は Rankine 氏土壓論で求めたものと全く同じものである事が容易に證明される。故に Rankine 氏の土壓論は砂の内部何れの部分でも應力の最大傾斜角が砂の内部摩擦角に等しい特別な場合の壓力を求めたものである。

扱て次に $y=h$ に於ける σ_v の x に對する變化を見ると

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial x} = w(-D \tan^2 \theta + 1) \tan \theta \dots\dots\dots (2)$$

となる。之れを $w \tan \omega$ と置けば、 $\tan \omega$ は σ_v の變化の割合を示すものである。而して (2) 式中の括弧内の値は明かに 1 よりも大であるから

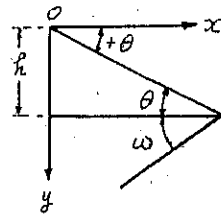
$$\omega > \theta \dots\dots\dots (3)$$

然して尙

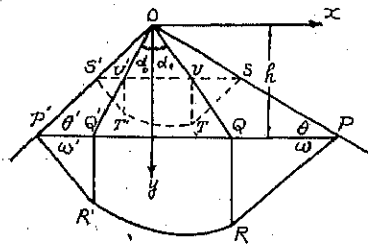
$$D = - \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi})}{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}} \text{ の時 } \omega \text{ は最小}$$

$$D = - \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi})}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}} \text{ の時 } \omega \text{ は最大}$$

第一圖



第二圖



第二節 二つの平面(交線は水平)を表面とする場合

此の場合にも應力の状態は幾通りもあり得る筈であるが、此處では、砂の内部何れの部分でも應力の最大傾斜角が砂の内部摩擦角に等しいと云ふ特別な場合のみに就て研究する。今 $y=h$ の水平断面 PP' をとつて考へるに (第二圖参照)、第一節に述べた通り其の断面に働く垂直壓力の變化は、先づ二つの表面を別々に考へれば、 $\theta; \theta'$ よりも大きな $\omega; \omega'$ の角度を以て中央に向つて増加する。然し二つの表面を併せて考へれば、

$$w \times \Delta POP' = (\text{断面 } PP' \text{ に働く垂直壓力の和})$$

なる關係は常に成立しなければならぬから、 σ_v の増加率は R, R' の點から漸次減少して大體第二圖に示す様な壓力の分布を爲すものと想像される。従つて R, R' 間の壓力は二つの表面の影響を受けるものと考へられる。

若し此の R, R' の點の位置及び R, R' 間の壓力變化の模様が判明すれば、本問題は全體解決される筈であるが、さうするには次の様な假定を爲す必要がある。即ち断面の三角形が相似なる堆積砂の底部に於ける壓力分布(垂直並に切面力)は矢張り相似であると

假定する。之れを圖に就て説明すれば、 PP' に平行に SS' を引けば、 SS' に働く壓力分布の模様は、 PP' に働くものと相似であると云ふのである。其處で今 R, R' 及び夫れに對應する T, T' から夫れ夫れ PP', SS' に引いた垂線の足を Q, Q' 及び U, U' とすれば、 U, U' は夫れ夫れ直線 OQ, OQ' 上にある事は明かである。従つて二表面の影響を受ける砂の範圍は OQ, OQ' の二直線で夾まれた部分であると云ふ事が出来る。著者は此の部分に影響圏と名付け、又 OQ, OQ' が y 軸となす角 α_0, α_0' を影響角と名付ける。

此の影響圏外の砂の部分では只一方の表面のみを表面とする砂の應力と同じものが存在するが、影響圏内では、二つの表面の影響を受けて右から左へ連続的に變る應力が存在すると考へるのが至當である。此の影響圏内の應力を求める爲に、圏内を數多の細かい部分に區分する（第三圖参照）。其の區分を充分細かくすれば、區分された各影響圏分内では、應力の變化は直線的と見做す事が出来、且つ上述の假定を用ふれば、應力は x 及び y の一次式で表はす事が出来る。

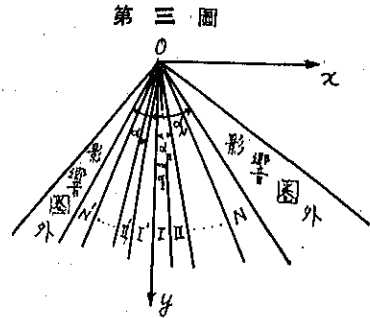
其處で各影響圏分に夫れ夫れ

$$F_I = w \left(\frac{A_I x^2}{6} + \frac{B_I x^2 y}{2} + \frac{C_I x y^2}{2} + \frac{D_I y^3}{6} \right)$$

$$F_{II} = w \left(\frac{A_{II} x^2}{6} + \frac{B_{II} x^2 y}{2} + \frac{C_{II} x y^2}{2} + \frac{D_{II} y^3}{6} \right)$$

.....

$$F_N = w \left(\frac{A_N x^2}{6} + \frac{B_N x^2 y}{2} + \frac{C_N x y^2}{2} + \frac{D_N y^3}{6} \right)$$



を與へれば、(1) 式を用ひて

第一影響圏分では $(\sigma_y)_I = w \{ A_I x + (B_I - 1)y \}$, $(\tau_{xy})_I = -w(B_I x + C_I y)$, $(\sigma_x)_I = w(C_I x + D_I y)$
 第二影響圏分では $(\sigma_y)_{II} = w \{ A_{II} x + (B_{II} - 1)y \}$, $(\tau_{xy})_{II} = -w(B_{II} x + C_{II} y)$, $(\sigma_x)_{II} = w(C_{II} x + D_{II} y)$

 第 N 影響圏分では $(\sigma_y)_N = w \{ A_N x + (B_N - 1)y \}$, $(\tau_{xy})_N = -w(B_N x + C_N y)$, $(\sigma_x)_N = w(C_N x + D_N y)$
 なる式で應力が表はされる。之れ等の式中にある係数は、影響圏内の應力は連続的に變化すると言ふ考へのもとに成立する次の條件式から決定出来る。

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha_N,$$

$$(\sigma_y)_{N'} = (\sigma_y)_{N''} \dots \dots \dots (1)^\circ$$

$$(\tau_{xy})_{N'} = (\tau_{xy})_{N''} \dots \dots \dots (2)^\circ$$

$$(\sigma_x)_{N'} = (\sigma_x)_{N''} \dots \dots \dots (3)^\circ$$

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha_{(N-1)'}$$

$$(\sigma_y)_{N'} = (\sigma_y)_{(N-1)'} \dots \dots \dots (4)^\circ$$

$$(\tau_{xy})_{N'} = (\tau_{xy})_{(N-1)'} \dots \dots \dots (5)^\circ$$

$$(\sigma_x)_{N'} = (\sigma_x)_{(N-1)'} \dots \dots \dots (6^\circ)$$

$$\frac{\{(\sigma_y)_{(N-1)'} - (\sigma_x)_{(N-1)'}\}^2 + 4(\tau_{xy})_{(N-1)'}^2}{\{(\sigma_y)_{(N-1)'} + (\sigma_x)_{(N-1)'}\}^2} = \sin^2 \varphi \dots \dots \dots (7^\circ)$$

$$\frac{x}{y} = 0$$

$$(\sigma_y)_{(N-1)'} = (\sigma_y)_I \dots \dots \dots (4N'+1)^\circ$$

$$(\tau_{xy})_{(N-1)'} = (\tau_{xy})_I \dots \dots \dots (4N'+1)^\circ$$

$$(\sigma_x)_{(N-1)'} = (\sigma_x)_I \dots \dots \dots (4N'+2)^\circ$$

$$\frac{\{(\sigma_y)_I - (\sigma_x)_I\}^2 + 4(\tau_{xy})_I^2}{\{(\sigma_y)_I + (\sigma_x)_I\}^2} = \sin^2 \varphi \dots \dots \dots (4N'+3)^\circ$$

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha_{(N-1)}$$

$$(\sigma_y)_{(N-1)} = (\sigma_y)_N \dots \dots \dots (4N'+4N-4)^\circ$$

$$(\tau_{xy})_{(N-1)} = (\tau_{xy})_N \dots \dots \dots (4N'+4N-3)^\circ$$

$$(\sigma_x)_{(N-1)} = (\sigma_x)_N \dots \dots \dots (4N'+4N-2)^\circ$$

$$\frac{\{(\sigma_y)_N - (\sigma_x)_N\}^2 + 4(\tau_{xy})_N^2}{\{(\sigma_y)_N + (\sigma_x)_N\}^2} = \sin^2 \varphi \dots \dots \dots (4N'+4N-1)^\circ$$

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha_N$$

$$(\sigma_y)_N = (\sigma_y)_R \dots \dots \dots (4N'+4N)^\circ$$

$$(\tau_{xy})_N = (\tau_{xy})_R \dots \dots \dots (4N'+4N+1)^\circ$$

$$(\sigma_x)_N = (\sigma_x)_R \dots \dots \dots (4N'+4N+2)^\circ$$

之れ等 $(4N'+4N+2)$ 箇の條件方程式に對し、未知數は $\alpha_{N'}, \alpha_N, A_I, B_I, C_I, \dots, A_N, B_N, C_N, D_N$ 等 $(4N'+4N+2)$ 箇なれば、之れ等の未知數は上の聯立方程式を解くことに依て完全に決定出来る。斯くして得た解法は嚴密に云へば區分された影響圏内では應力の最大傾斜角が砂の内部摩擦角に等しいと云ふ條件は満足されて居ないかも知れぬが、其の左右の境界線上では満足されて居る筈であるから、之れ等の境界線を相接近させれば（言換へれば N 及び N' を極めて大にする）、影響圏内何れの部分でも上の條件が満足されるものと見做す事が出来る。實際の計算には N 及び N' を 2 か 3 位にすれば充分であるから（後述計算の精度の項参照）、上の聯立方程式の解法もさほど面倒ではない。

以上の方法で、二平面を表面とする砂の内部の壓力（但し應力の最大傾斜角が砂の内部摩擦角に等しいと云ふ特別な場合）を求める事が出来た。尙此處に注意すべき事は、影響角 α_N 及び $\alpha_{N'}$ は N, N' を限りなく大きくとれば、遂には一定の値となる事である。何んとなれば今上記の聯立方程式中、最後の四つをとつて A_N, B_N, C_N を消去すれば、

$$D_N - D = (\cot \alpha_{N-1} - \tan \theta) \sin^2 \varphi (1 + \cot^2 \alpha_N) \{ D (\tan^2 \theta + 1) - 1 \}$$

$+ (1 - \cot^2 \alpha_N) \{ D(\tan^2 \theta - 1) - 1 \} - 4D \tan \theta \cot \alpha_N \} / \cos^2 \Phi (1 + \cot^2 \alpha_N) (\cot \alpha_{N-1} - \cot \alpha_N)$
 $n \rightarrow \infty$ となれば明かに $\alpha_{N-1} \rightarrow \alpha_N$ となり、又同時に $(D_N - D) \rightarrow 0$ となる可きだから、其の爲には上式の分子中

$$\begin{aligned} & \sin^2 \Phi (1 + \cot^2 \alpha_N) \{ D(\tan^2 \theta + 1) - 1 \} \\ & + (1 - \cot^2 \alpha_N) \{ D(\tan^2 \theta - 1) - 1 \} - 4D \tan \theta \cot \alpha_N = 0 \end{aligned}$$

従つて

$$\cot(\alpha_N)_{N \rightarrow \infty} = \cot \alpha_0$$

$$= \frac{2D \tan \theta \mp \sqrt{4D^2 \tan^2 \theta + \{ D(\tan^2 \theta - 1) - 1 \}^2 - \sin^2 \Phi \{ D(\tan^2 \theta + 1) - 1 \}^2}}{- \{ D(\tan^2 \theta - 1) - 1 \} + \sin^2 \Phi \{ D(\tan^2 \theta + 1) - 1 \}} \dots \dots (5)$$

或は

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \mp \frac{\Phi}{2} \pm \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \Phi} \right) \dots \dots (5')$$

備考： 上式中上の符號は ω が最小、即ち $D = \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi})}{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi}}$ の場合

下の符號は ω が最大、即ち $D = \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi})}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi}}$ の場合である。

之れを以て見れば、影響角 α_0 は表面の傾斜角 θ 及び摩擦角 Φ のみの函數である事が解かる。

今 $\Phi = 30^\circ$ とし、 θ の種々の値に對して α_0 を計算すれば、次の通りになる。

第 一 表

$\theta =$	-30°	-25°	-20°	-15°	-10°	-5°	0°
$\alpha_0 =$	0°	$18^\circ 39'$	$18^\circ 25'$	$21^\circ 55'$	$24^\circ 50'$	$27^\circ 29'$	30°
$\theta =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	
$\alpha_0 =$	$32^\circ 31'$	$35^\circ 10'$	$38^\circ 35'$	$41^\circ 35'$	$46^\circ 21'$	60°	

(ω 最小或は $D = \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi})}{\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi}}$ の場合)

$\theta =$	-30°	-25°	-20°	-15°	-10°	-5°	0°
$\alpha_0 =$	120°	$101^\circ 21'$	$91^\circ 35'$	$83^\circ 05'$	$75^\circ 10'$	$67^\circ 31'$	60°
$\theta =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	
$\alpha_0 =$	$52^\circ 29'$	$44^\circ 50'$	$36^\circ 55'$	$28^\circ 23'$	$18^\circ 39'$	$0^\circ 00'$	

(ω 最大或は $D = \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi})}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \Phi}}$ の場合)

斯くの如く影響角を一定の値のものとするならば、前の聯立方程式中 (7)° 及び (4N'+4N-1)° の 2 式は自然消滅して、未知數の數も方程式の數も共に 4 (N+N') となり、解法は益々容易になるわけである。殊に兩表面左右の傾斜等しい時は更に簡單になり方程式の數は半分で足りる。

第二章 堆積砂の底部に於ける壓力分布

前述の方法で、二つの平衡状態の限度にある、二平面を表面とする砂の内部の壓力は解かる。従つて任意の断面をとれば其の断面に及ぼす垂直並に切面應力は容易に見出される。今其の断面を堆積砂の底面と見做せば、底面に働く壓力の分布が二通り求められるわけである。即ち其の一つは ω が最大な場合或は言換へれば最も平に分布された場合、他の一つは之れと全く反對の場合である。故に假令堆積砂の底部に於ける壓力分布は、底部の沈下の程度其の他に依つて千差萬別であらうとも、以上求めた二つの限界分布の外に出ないであらう。斯くして實驗的に今日迄纏りが付かなかつた問題を理論的に、二つの限界分布と云ふものを見出し、其の中に收める事が出来たわけである。

第一節 ω が最小なる場合の底部壓力分布

此の場合は (4) 式から

$$D = -\frac{\cos^2\theta(\cos\theta - \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\phi})}{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta - \cos^2\phi}} \dots\dots\dots(6)$$

又 (5)' 式から

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} - \frac{\phi}{2} + \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\sin\theta}{\sin\phi} \right) \dots\dots\dots(7)$$

とし、上に述べた解法を用ふればよろしい。

計算例其の一

$\theta = \theta' = 15^\circ$ の二平面を表面とする堆積砂の水平底部に及ぼす壓力分布を求む。但し砂の内部摩擦角を 30° とす。

(6) 式及び (7) 式或は第一表から $D = -0.36024$, $\alpha_0 = 38^\circ 35'$

従つて

$$(\sigma_y)_R = w(0.27488x - 1.02587y),$$

$$(\tau_{xy})_R = w(0.02587x - 0.09653y),$$

$$(\sigma_x)_R = w(0.09653x - 0.36024y)$$

今 $N+N'=4$ とし便宜上 $\tan\alpha_1 = -\tan\alpha_1' = 0.4$ とすれば、影響圏は四つに區分されるが、左右對稱的であるから、八つの聯立方程式を解けばよろしい。結果のみを記せば、

$$A_I = -A_{I'} = 0.02247, \quad B_I = B_{I'} = 0.12253, \quad C_I = -C_{I'} = 0, \quad D_I = D_{I'} = -0.29249$$

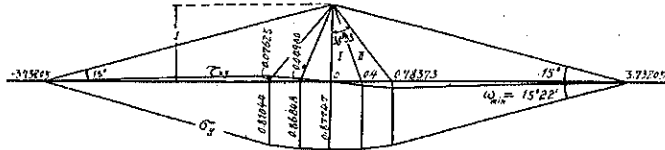
$$A_{II} = -A_{II'} = 0.15127, \quad B_{II} = B_{II'} = 0.07101, \quad C_{II} = -C_{II'} = 0.02060, \quad D_{II} = D_{II'} = -0.30073$$

依つて底部に於ける垂直並に切面力は次の通りになる。

$\frac{x}{y} =$	0	0.4	0.78973	3.73205
$\sigma_y =$	$-0.87747 wy$	$-0.86348 wy$	$-0.81044 wy$	0
$\tau_{xy} =$	0	$-0.04900 wy$	$-0.07625 wy$	0

之れを圖示すれば第四圖の如くなる。

第四圖

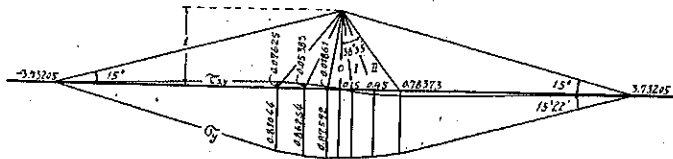


次に同じ問題で、影響圏の區分を 5 及び 6 とした場合の壓力分布は第五圖及び第六圖の様に表示される。

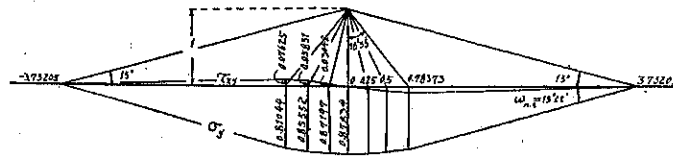
計算例其の二

$\theta = 20^\circ, \theta' = 15^\circ$ の場合

第五圖



第六圖



(6) 式から $D = -0.57726, D' = -0.36024$ となる。

従つて左右の影響圏外の應力は次の如く表はされる。

$$(\sigma_y)_R = w(0.65263x - 1.17737y), \quad (\tau_{xy})_R = w(0.17737x - 0.31998y)$$

$$(\sigma_x)_R = w(0.31998x - 0.57726y)$$

$$(\sigma_y)_{R'} = w(-0.27468x - 1.02587y), \quad (\tau_{xy})_{R'} = -w(0.02587x + 0.09653y),$$

$$(\sigma_x)_{R'} = -w(0.09653x + 0.36024y)$$

今 N 及び N' を 2 とし、計算を簡単にする爲めに $\tan \alpha_1 = 0.6, \tan \alpha_2 = -0.4$ とすれば、影響圏は四つに區分され、16 の聯立方程式を解く事になる。結果のみを記せば、

$$A_{II} = 0.56430, \quad B_{II} = -0.05834, \quad C_{II} = 0.15950, \quad D_{II} = -0.36113$$

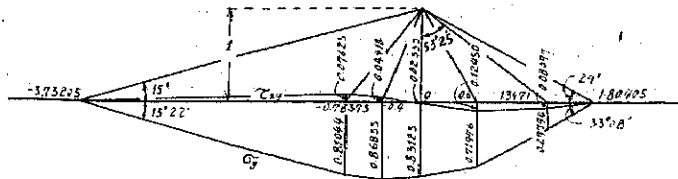
$$\begin{aligned}
 A_{II} &= 0.18578, & B_{II} &= 0.16877, & C_{II} &= 0.02332, & D_{II} &= -0.27937 \\
 A_{IV} &= 0.07775, & B_{IV} &= 0.16877, & C_{IV} &= 0.02332, & D_{IV} &= -0.27937 \\
 A_{IIV} &= -0.13523, & B_{IIV} &= 0.08358, & C_{IIV} &= -0.01075, & D_{IIV} &= -0.29301
 \end{aligned}$$

之れから底部壓力分布を計算すれば、次の通りになる。

$\frac{x}{y}$	1.80405	1.34751	0.6	0	-0.4	-0.78378	-3.79205
σ_y	0	-0.29704 wy	-0.71976 wy	-0.83123 wy	-0.86233 wy	-0.81044 wy	0
τ_{xy}	0	-0.08097 wy	-0.12450 wy	-0.02333 wy	+0.04418 wy	+0.07625 wy	0

尙之れを圖示すれば第七圖の如くなる。

第七圖



第二節 ω が最大なる場合の底部壓力分布

之れは砂の重さが一番左右に擴げられて分布された場合であつて、砂の arch action が最も著しく働いてる場合と考へてよろしい。扱て前と同じく (4) 式及び (5) 式から

$$D = \frac{\cos^2 \theta (\cos \theta + \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi})}{\cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \phi}} \dots (8)$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} + \frac{\phi}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \phi} \right) \dots (9)$$

と置き、前と全く同じ方法で解く事が出来る。

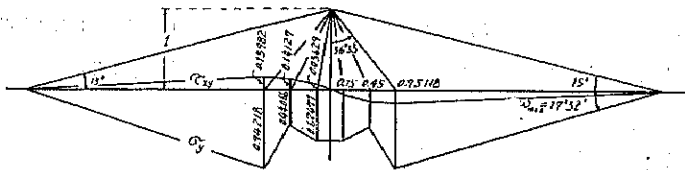
計算例

$\theta = \theta' = 15^\circ$, $\phi = 30^\circ$ の場合

影響圏の區分を 5 とし、計算し圖示すれば第八圖の如くなる。

此處で注意すべき事は、砂の重さが左右に分布された爲に、中央部では垂直壓力は著しく小さくなつて

第八圖



る事である。然しいくら小さくなくても、應張力は砂には存在し得ないから、應張力が生ずるか否かを一應吟味する必要がある。今説明を簡単にする爲に、断面二等邊三角形の場合を考へる (第九圖参照)。

若し

$$\Delta PQR \cong \Delta POM$$

或は

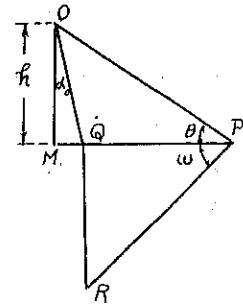
$$(\cot \theta - \tan \alpha_0)^2 (-D \tan^2 \theta + 1) \geq 1$$

であれば、QM の部分には必ず應張力が生ず。然るに (9) 式から

$$\frac{d\alpha_0}{d\theta} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \theta - \cos^2 \bar{\varphi}}} \right)$$

で、 θ が大なる程 α_0 は小となるから、 θ が或る値以上に達すれば、前記の不等式は成立して、必ず應張力が生ずる事になる。然しながら、前記の不等式が成立しない場合でも QM 間の壓力分布の仕方に依つては應張力が生じないとも限らないから、應張力の生ずるか否かを確かめるにはどうしても上述の計算を試みて、壓力分布を調べなければならない。そして若し其の結果應張力が生ずるものとなれば、最早 (8) 式は適用出来ない。何人となれば、假令應力の最大傾斜角が砂の内部摩擦角よりも小なる平衡状態を考へても、却つて前記不等式を成立せしめる傾向があるからである。そして此の場合 ω の最大となるのは、(6) 式を用ひ $\theta = \bar{\varphi}$ 、即ち應力の最大傾斜角が表面の傾斜角に等しい平衡状態の時である。

第九圖



第三章 計算の精度

以上の解法は、既に述べた通り、影響圏内の區分を細かくすればする程精密な結果を得る筈であるが、實際の計算では其の區分を 4~6 位にするから、求めたものは當然近似的のものに相違ない。其處で其の精度を見る爲に、區分された各影響圏分内の應力の最大傾斜角中、最大或は最小のものを求め、之れを φ' とすれば、 $\varphi - \varphi'$ は以て精度を表はす事が出来る。即ち $\varphi - \varphi'$ の絶対値が小さい程精度の高いものと見てよろしい。

計算例

$\theta = \theta' = 15^\circ$, $\bar{\varphi} = 30^\circ$ で ω 最小なる場合の壓力の分布を求める爲に、影響圏内の區分を 4, 5 及び 6 とした 3 計算の結果 (第四圖、第五圖 及び第六圖参照) の精度を比較して見ると次の通りになる。

(N+N')	中央影響圏分		I 及び I' 影響圏分		II 及び II' 影響圏分		III 及び III' 影響圏分	
	$\bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi} - \bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi} - \bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi} - \bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi}'$	$\bar{\varphi} - \bar{\varphi}'$
4	—	—	29°57'55"	2'05"	30°13'00"	-13'00"	—	—
5	29°56'00"	4'00"	29°59'30"	0'30"	30°10'00"	-10'00"	—	—
6	—	—	29°57'20"	2'40"	29°59'30"	0'30"	30°05'05"	-5'05"

上表を見れば、細かく區分すればする程精密な結果が得られる事が大體解かる。

第四章 結 言

(1) 堆積砂の底部に及ぼす壓力の分布は、内部の砂の平衡状態の如何に依つて幾通りも考へられる。従て實驗の結果が區々なのは當然である。

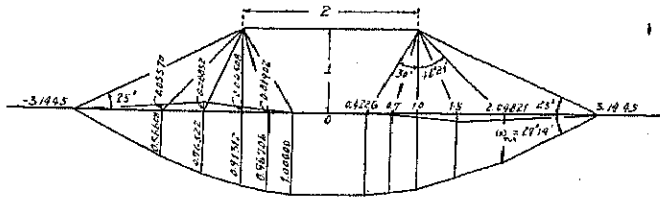
(2) 上述の理論では、其の最も左右に擡げられて分布された場合 (即ち arch action の最も著しく働いてる場合) と其の反對の場合との二つの限界の分布を調べたのであるから、

其の限界外の分布は決して起り得ないものと考へられる。

(3) 斯くして實驗的に纏め兼ねる問題を、理論的に上述の程度迄纏める事が出来た。

(4) 上述の計算例では、單に水平底部に働く壓力分布のみを求めたが、砂の内部の應力が全部わかるのであるから、傾斜せる底部の場合でも、勿論同じ様にして解く事が出来る。

第十圖



(5) 上述の解法を二つ以上の平面を表面とする堆積砂（従つて断面多角形）の場合にも推し擴めて適用する事が出来る（第十圖参照）。但し若し二つ以上の表面の影響を受ける砂の部分が生ずる場合の解法は、他日の研究に俟つ事とする。

（以 上）