

講

演

邊に平行なる線荷重の作用を受くる 矩形平版の解法

(昭和六年十月三十一日應用力學聯合大會に於て)

會員 工學博士 稻 田 隆

Solution of a Rectangular Plate under Linear
Loading parallel to its Sides

By Takashi Inada, Dr. Eng., Member.

内 容 梗 概

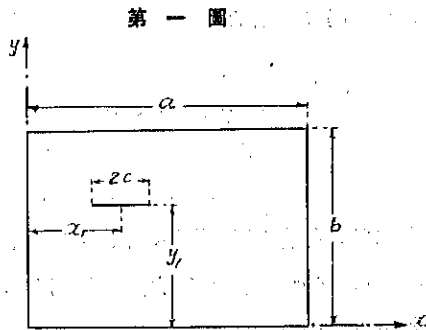
Roller の如きものより直接傳はる荷重は、之れを一直線上に作用する荷重即ち線荷重と稱し、本文は矩形平版が種々なる周邊條件の下に於て、任意の位置に邊に平行なる線荷重の作用を受くる場合の應力解法を與へたものである。

目 次

第一章	基本解	1
第二章	平版が四邊に於て自由に支持せらるゝ場合	2
第三章	平版が線荷重の方向に平行なる二邊に於て固定せられ、他の二邊に於て自由に支持せらるゝ場合	4
第四章	平版が線荷重の方向に平行なる二邊に於て自由に支持せられ、他の二邊に於て固定せらるゝ場合	6
第五章	平版が四邊に於て固定せらるゝ場合	8
第六章	應用例、四邊に於て自由に支持せらるゝ矩形平版の線荷重に依る最大撓曲率	11

第一章 基本解

邊長 a, b なる矩形平版上の任意の位置に於て、邊に平行なる線分 $2c$ 上に一様に分布せらるゝ線荷重の密度を p とすれば、此の線荷重は次の Fourier 級數にて表はすことが出来る。但し、直交座標軸 x, y は夫々邊 a, b に平行にして、其の原點は平版の一隅におかれ、線荷重



中心の座標を x_1, y_1 とする (第一圖参照)。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4p_0}{n\pi} \sin \frac{n\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi y_1}{a} \\ (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

今簡単な爲に

$$S_n = \sin \frac{n\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi y_1}{a} \dots \dots \dots (2)$$

と置けば、此の場合成立すべき同次平板方程式 $N\nabla^2 \nabla^2 w = 0$ (N は平板の彎曲剛度, w は平板の撓み) の基本解は次の形に置くことが出来る。

$$w^I = \frac{p_0 a^3}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 \pi^4} e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} \left\{ 1 \mp \frac{n\pi(y-y_1)}{a} \right\} S_n \sin \frac{n\pi x}{a} \dots \dots \dots (3)$$

但し此の式中の重符號に就ては $y \leqq y_1$ の領域に於ては上の符號を, $y \geqq y_1$ の領域に於ては下の符號を用ふるものとする (以下同様)。

第二章 平板が四邊に於て自由に支持せらるゝ場合

此の場合の周邊條件は、

- (i) 四邊に於て平板の撓みが消滅すること
- (ii) 四邊に於て平板の曲りが消滅すること

(i) の條件より、次の補助解が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} w^{II} = \frac{p_0 a^3}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^4 \pi^4 \sin n\pi\varphi} \left\{ A_n^{II} \sin \frac{n\pi(y-b)}{a} + B_n^{II} \sin \frac{n\pi y}{a} \right\} \sin \frac{n\pi x}{a}, \\ A_n^{II} = e^{-n\pi\eta} (1 + n\pi\eta), \quad B_n^{II} = -e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{1 + n\pi(\varphi-\eta)\}, \\ \text{但し} \quad \varphi = b/a, \quad \eta = y_1/a. \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

次に (ii) の條件より、次の補助解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} w^{III} = \frac{p_0 a^3}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2 \sin n\pi\varphi} \left\{ A_n^{III} \frac{y}{a} \sin \frac{n\pi(y-b)}{a} + B_n^{III} \frac{y-b}{a} \sin \frac{n\pi y}{a} \right\} \sin \frac{n\pi x}{a}, \\ A_n^{III} = e^{-n\pi\eta} \{ \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \}, \quad B_n^{III} = e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi\eta} \}. \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

故に此の場合の周邊條件の下に於ける平板の應力は、之れ等の基本解及び補助解の和即ち $w = w^I + w^{II} + w^{III}$ を平板應力公式中に用ひることに依つて求められる。

今鉛直剪力を求むれば、

$$\begin{aligned}
 V_x &= -N \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right) \\
 &= 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} \left[\pm e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} - \cos \frac{n\pi(y-b)}{a} \frac{e^{-n\pi\eta} \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin^2 n\pi\varphi} \right. \\
 &\quad \left. - \cos \frac{n\pi y}{a} \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi\eta}}{\sin^2 n\pi\varphi} \right] \cos \frac{n\pi x}{a}, \\
 V_y &= -N \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} \right) \\
 &= 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} \left[\pm e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} - \sin \frac{n\pi(y-b)}{a} \frac{e^{-n\pi\eta} \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin^2 n\pi\varphi} \right. \\
 &\quad \left. - \sin \frac{n\pi y}{a} \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi\eta}}{\sin^2 n\pi\varphi} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

邊 $y=0$ に於ける鉛直剪力は (6) 式中の V_y 式に於て $y=0$ と置くことによりて得られる。即ち

$$V_{y_{y=0}} = 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} \left[\pm e^{\mp n\pi\eta} + \frac{e^{-n\pi\eta} \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin^2 n\pi\varphi} \right] \sin \frac{n\pi x}{a} \dots\dots\dots (7)$$

茲に於て、更に $y_1=0, \eta=0$, 即ち線荷重が邊 $y=0$ の上にある場合を考ふれば

$$V_{y_{y=0, \eta=0}} = 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} [\pm 1 + 1] \sin \frac{n\pi x}{a} \dots\dots\dots (8)$$

此の式に於て上の符號を用ふれば、

$$V_{y_{y=0, \eta=0}} = 4p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (y \leq y_1)$$

又下の符號を用ふれば、

$$V_{y_{y=0, \eta=0}} = 0 \quad (y \geq y_1).$$

之れは線荷重が邊 $y=0$ の上にある場合には邊 $y=0$ の上の支持力が全く荷重と同一なること、又邊を僅かにても離るれば最早鉛直剪力なきことを示す。

又 (6) 式の V_y 式に於て $y=y_1 = \frac{1}{2}b$, 従つて $\eta = \frac{1}{2}\varphi$ と置けば、

$$V_{y_{y=y_1 = \frac{1}{2}b}} = 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} [\pm 1] \sin \frac{n\pi x}{a} \dots\dots\dots (9)$$

となる。之れは線荷重が平板の對稱線上にある場合、其の對稱線に沿ふ断面の兩側に於て、剪力は正負符號を異にし、其の大きは何れも線荷重の半分に等しきこと恰も中央に集中荷重を有する單桁の中央断面に於けると同様なることを示し、實は最初基本解を定むる際の一着眼點であつたのである。

次にポアソン比を m にて表はせば、彎曲率は

$$\begin{aligned}
 M_x &= -N \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} = p_0 a \left(M' + \frac{1}{m} M'' \right), \\
 M_y &= -N \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} = p_0 a \left(M'' + \frac{1}{m} M' \right), \\
 M' &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} \left\{ 1 \mp \frac{n\pi(y-y_1)}{a} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\sin \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta} (1+n\pi\eta) + \frac{n\pi y}{a} \left(\frac{e^{-n\pi\eta}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin n\pi\varphi} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\sin \frac{n\pi y}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{1+n\pi(\varphi-\eta)\} - \frac{n\pi(y-b)}{a} \left(\frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi\eta}}{\sin n\pi\varphi} \right) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a} \\
 M'' &= -M' + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} - \frac{\cos \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ \frac{e^{-n\pi\eta}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin n\pi\varphi} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\cos \frac{n\pi y}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi\eta}}{\sin n\pi\varphi} \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}
 \end{aligned} \tag{10}$$

特別の場合として $y=y_1=\frac{1}{2}b$ ($\eta=\frac{1}{2}\varphi$)、即ち線荷重が對稱線上にある場合、其の對稱線上に於ては、

$$\begin{aligned}
 M'_{y=y_1=\frac{1}{2}b} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[1 - \frac{e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}}}{\cos \frac{n\pi\varphi}{2}} \left\{ 1 + \frac{n\pi\varphi}{2} \left(1 + \tan \frac{n\pi\varphi}{2} \right) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}, \\
 M''_{y=y_1=\frac{1}{2}b} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[1 - \frac{e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}}}{\cos \frac{n\pi\varphi}{2}} \left\{ 1 - \frac{n\pi\varphi}{2} \left(1 + \tan \frac{n\pi\varphi}{2} \right) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

而して此の場合の鉛直剪力は (6) 式に於て $y_1=\frac{1}{2}b$ と置くことにより次の通となる。

$$\begin{aligned}
 V_{x_{y_1=\frac{1}{2}b}} &= 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} \left[e^{\pm \frac{n\pi(y-\frac{1}{2}b)}{a}} - e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}} \frac{\cos \frac{n\pi(y-\frac{1}{2}b)}{a}}{\cos \frac{n\pi\varphi}{2}} \right] \cos \frac{n\pi x}{a}, \\
 V_{y_{y_1=\frac{1}{2}b}} &= 2p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n\pi} \left[\pm e^{\pm \frac{n\pi(y-\frac{1}{2}b)}{a}} - e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}} \frac{\sin \frac{n\pi(y-\frac{1}{2}b)}{a}}{\cos \frac{n\pi\varphi}{2}} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}.
 \end{aligned} \tag{12}$$

第三章 平板が線荷重の方向に平行なる二邊に於て固定せられ、他の二邊に於て自由に支持せらるゝ場合

此の場合固定邊及び線荷重の方向を x 軸に平行にとれば、次の周邊條件がある。

- (i) 四邊に於て平版の撓みが消滅すること
 - (ii) $y=0, y=b$ に於て $\partial w/\partial y=0$ なること
 - (iii) $x=0, x=a$ に於て $\partial^2 w/\partial x^2=0$ なること
- (i) の條件は前章に於けると同様である。従つて前章の補助解 (4) が其の儘此處にも役立つ。

(ii) の條件に對しては次の補助解が導かれる。

$$w^{III} = \frac{p_0 a^4}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2 (\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2)} \left[A_n^{III} \frac{y}{a} \frac{\sin n\pi(y-b)}{a} + B_n^{III} \frac{y-b}{a} \frac{\sin n\pi y}{a} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}$$

$$\left. \begin{aligned} A_n^{III} &= e^{-n\pi\eta} \{ n\pi\eta e^{n\pi\varphi} + \cos n\pi\varphi \} - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta)(1+n\pi\varphi) \} \\ &\quad + \frac{n\pi\varphi}{\sin n\pi\varphi} \left[e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta) \} \cos n\pi\varphi \right], \\ B_n^{III} &= e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ n\pi(\varphi-\eta) e^{n\pi\varphi} + \cos n\pi\varphi \} - e^{-n\pi\eta} \{ 1+n\pi\eta(1+n\pi\varphi) \} \\ &\quad - \frac{n\pi\varphi}{\sin n\pi\varphi} \left[e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta) \} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

而して (iii) の條件は之れ等の基本解及び補助解によつて自ら満足せられて居る。故に本章の場合は前節に比し、補助解 w^{III} の係数が異なるのみにて、其の他は全く同一である。

今彎曲率の算出に必要な M', M'' を求むれば次の通りである。

$$M' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} \left(1 \mp \frac{n\pi(y-y_1)}{a} \right) \right.$$

$$+ \frac{\sin \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) + \frac{n^2 \pi^2 \varphi y}{a} \frac{e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta) \} \cos n\pi\varphi}{\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2} \right\}$$

$$- \frac{\sin \frac{n\pi y}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta) \} + \frac{n^2 \pi^2 \varphi (y-b)}{a} \frac{e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta) \} }{\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2} \right\}$$

$$+ \frac{n\pi y}{a} \frac{\sin \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2} \left\{ e^{-n\pi\eta} (n\pi\eta e^{n\pi\varphi} + \cos n\pi\varphi) - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ 1+n\pi(\varphi-\eta)(1+n\pi\varphi) \} \right\}$$

$$+ \frac{n\pi(y-b)}{a} \frac{\sin \frac{n\pi y}{a}}{\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2} \left\{ e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{ n\pi(\varphi-\eta) e^{n\pi\varphi} + \cos n\pi\varphi \} - e^{-n\pi\eta} \{ 1+n\pi\eta(1+n\pi\varphi) \} \right\} \left. \right] \sin \frac{n\pi x}{a},$$

$$M'' = -M' + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} \right.$$

$$- \frac{\cos \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2} \left\{ e^{-n\pi\eta} \left(n\pi\eta e^{n\pi\varphi} + \cos n\pi\varphi + n\pi\varphi \frac{1+n\pi\eta}{\sin n\pi\varphi} \right) \right.$$

$$\left. \left. - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \left(1+n\pi(\varphi-\eta)(1+n\pi\varphi) + n\pi\varphi \frac{1+n\pi(\varphi-\eta)}{\tan n\pi\varphi} \right) \right\} \right]$$

$$-\frac{\cos \frac{n\pi y}{b}}{\sin^2 n\pi\varphi - n^2\pi^2\varphi^2} \left\{ e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \left(n\pi(\varphi-\eta)e^{2n\pi\varphi} + \cos n\pi\varphi + n\pi\varphi \frac{1+n\pi(\varphi-\eta)}{\sin n\pi\varphi} \right) - e^{-n\pi\eta} \left(1+n\pi\eta(1+n\pi\varphi) + n\pi\varphi \frac{1+n\pi\eta}{\sin n\pi\varphi} \right) \right\} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (14)$$

荷重が對稱線上にある場合は、(14)式に於て $y_1 = \frac{1}{2}b$, $\eta = \frac{1}{2}\varphi$ と置くことにより次の値が得られる。

$$M'_{y_1 = \frac{1}{2}b} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2\pi^2} \left[1 - \frac{e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}}}{\cos \frac{n\pi\varphi}{2}} \left\{ 1 + \frac{n\pi\varphi}{2} \left(1 + \sin n\pi\varphi \frac{\frac{n\pi\varphi}{2} + \left(1 + \frac{n\pi\varphi}{2}\right) \sin \frac{n\pi\varphi}{2}}{\sin n\pi\varphi + n\pi\varphi} \right) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}$$

$$M''_{y_1 = \frac{1}{2}b} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2\pi^2} \left[1 + \frac{e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}}}{\cos \frac{n\pi\varphi}{2}} \left\{ \left(1 + \frac{n\pi\varphi}{2}\right) \left(\frac{n\pi\varphi}{2} \frac{3 + \cos n\pi\varphi}{\sin n\pi\varphi + n\pi\varphi} - 1 \right) + \frac{n\pi\varphi}{2} \cos \frac{n\pi\varphi}{2} \left(\frac{n\pi\varphi}{2} \frac{3 + \cos n\pi\varphi}{\sin n\pi\varphi + n\pi\varphi} - 2 \right) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}$$

$$M'_{y=0} = M'_{y=b} = 0,$$

$$M''_{y_1 = \frac{1}{2}b} = M''_{y_1 = \frac{1}{2}b}$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2\pi^2} e^{-\frac{n\pi\varphi}{2}} \left[1 + \left\{ \frac{n\pi\varphi}{2} + \left(1 + \frac{n\pi\varphi}{2}\right) \sin \frac{n\pi\varphi}{2} \right\} \frac{\cos n\pi\varphi + 1}{\sin n\pi\varphi + n\pi\varphi} \right] \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (15)$$

第四章 平板が線荷重の方向に平行なる二邊に於て自由に支持せられ、他の二邊に於て固定せらるゝ場合

自由支持邊及び線荷重の方向を w 軸に平行にとれば、周邊條件は

- (i) 四邊に於て $w=0$ なること
- (ii) $y=0, y=b$ に於て $\partial^2 w / \partial y^2 = 0$ なること
- (iii) $x=0, x=a$ に於て $\partial w / \partial x = 0$ なること

此の内 (i), (ii) の條件は第二章の補助解 w 及び w^{III} [(4) 式及び (5) 式] に依つて満足せしめらるゝこと明かである。次に

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (w^I + w^{II}) \right\}_{x=0} &= \frac{p_0 a^2}{N} \sum_{n=1}^{\infty} T_n^I \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (w^I + w^{II}) \right\}_{x=a} &= \frac{p_0 a^2}{N} \sum_{n=1}^{\infty} T_n^{II} \sin \frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

$$T_n^I = \frac{2}{b} \int_0^b \frac{N}{na^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (w^I + w^{II}) \right\}_{x=0} \sin \frac{n\pi y}{b} dy$$

$$= \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\varphi^2 S_\rho}{\rho^2 (\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \left[2\rho\varphi \sin \frac{n\pi\eta}{\varphi} + n \left\{ e^{-\rho n\eta} - e^{-\rho n(\varphi-\eta)} \cos n\pi \right\} \right]$$

$$T_n^{II} = T_n^I \cos \rho\pi.$$

なる展開を用ふることにより, (iii) の條件は次の補助解を導く。

$$w^{IV} = \frac{P_0 a^3}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n^{IV} \frac{x}{a} \sin \frac{n\pi(x-a)}{b} + B_n^{IV} \frac{x-a}{a} \sin \frac{n\pi x}{b} \right] \sin \frac{n\pi y}{b},$$

$$A_n^{IV} = \frac{8\varphi^3}{\pi^4} \sin \frac{n\pi\eta}{\varphi} \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{S_\rho}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} - \frac{n\pi}{\varphi} \cos \rho\pi}, \quad B_n^{IV} = -\frac{8\varphi^3}{\pi^4} \sin \frac{n\pi\eta}{\varphi} \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{S_\rho \cos \rho\pi}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} - \frac{n\pi}{\varphi} \cos \rho\pi},$$

($\rho=1, 2, 3, \dots$)

.....(17)

即ち第二章の場合の解に此の (17) 式を加へたるものが本章の場合となる。故に次の M' , M'' が得られる。

$$M' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a} e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} \right.$$

$$+ \frac{\sin \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta} (1+n\pi\eta) + \frac{n\pi y}{a} \left(\frac{e^{-n\pi\eta}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin n\pi\varphi} \right) \right\}$$

$$- \frac{\sin \frac{n\pi y}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi(\varphi-\eta)} \{1+n\pi(\varphi-\eta)\} - \frac{n\pi(y-b)}{a} \left(\frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi\eta}}{\sin n\pi\varphi} \right) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{b}$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{8n\varphi^2 S_\rho}{\pi^2 (\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \sin \frac{n\pi\eta}{\varphi}$$

$$\times \left[\frac{2\cos \frac{n\pi(x-a)}{b} + \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{n\pi(x-a)}{b} - \cos \rho\pi \left\{ 2\cos \frac{n\pi x}{b} + \frac{n\pi(x-a)}{b} \sin \frac{n\pi x}{b} \right\}}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} - \frac{n\pi}{\varphi} \cos \rho\pi} \right] \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$M'' = -M' + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n}{n^2 \pi^2} \left[e^{\pm \frac{n\pi(y-y_1)}{a}} \frac{\cos \frac{n\pi(y-b)}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ \frac{e^{-n\pi\eta}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\sin n\pi\varphi} \right\} \right.$$

$$- \frac{\cos \frac{n\pi y}{a}}{\sin n\pi\varphi} \left\{ \frac{e^{-n\pi(\varphi-\eta)}}{\tan n\pi\varphi} - \frac{e^{-n\pi\eta}}{\sin n\pi\varphi} \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}$$

$$- 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{8n\varphi^2 S_\rho}{\pi^2 (\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \sin \frac{n\pi\eta}{\varphi} \frac{\cos \frac{n\pi(x-a)}{b} - \cos \frac{n\pi x}{b} \cos \rho\pi}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} - \frac{n\pi}{\varphi} \cos \rho\pi} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

.....(18)

特別の場合として、分布長 $2c$ なる 1 個の線荷重が平板の中央に作用する場合の M' , M'' を
 求めれば ($\eta = \frac{1}{2} \varphi$ の場合),

$$\begin{aligned}
 M'_{x=\frac{1}{2}a} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \pi^2} \left[1 - \frac{e^{-\frac{n\varphi}{2}}}{\cos \frac{n\varphi}{2}} \left\{ 1 + \frac{n\varphi}{2} \left(1 + \tan \frac{n\varphi}{2} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. - 2 \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{8n^3 \varphi^3}{\pi(\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \frac{\sin \frac{\rho\pi}{2} \sin \frac{\rho\pi c}{a}}{\sin \frac{n\pi c}{a}} \frac{2 \cos \frac{n\pi}{2\varphi} \frac{n\pi}{2\varphi} \sin \frac{n\pi}{2\varphi}}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} + \frac{n\pi}{\varphi}} \right] \sin \frac{n\pi c}{a}, \\
 M''_{x=\frac{1}{2}a} &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \pi^2} \left[1 - \frac{e^{-\frac{n\varphi}{2}}}{\cos \frac{n\varphi}{2}} \left\{ 1 - \frac{n\varphi}{2} \left(1 + \tan \frac{n\varphi}{2} \right) \right\} \right. \\
 &\quad \left. - 2 \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{8n^3 \varphi^3}{\pi(\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \frac{\sin \frac{\rho\pi}{2} \sin \frac{\rho\pi c}{a}}{\sin \frac{n\pi c}{a}} \frac{2 \cos \frac{n\pi}{2\varphi} \frac{n\pi}{2\varphi} \sin \frac{n\pi}{2\varphi}}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} + \frac{n\pi}{\varphi}} \right] \sin \frac{n\pi c}{a}, \\
 M'_{x=0} &= M'_{x=a} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{8n^3 \varphi^3}{\pi^2(\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \sin \frac{\rho\pi}{2} \sin \frac{\rho\pi c}{a} \frac{\cos \frac{n\pi}{\varphi} + 1}{\sin \frac{n\pi}{\varphi} + \frac{n\pi}{\varphi}}, \\
 M''_{x=0} &= M''_{x=a} = 0, \\
 &\text{但し } n=1, 3, 5, \dots, \quad \rho=1, 3, 5, \dots
 \end{aligned} \tag{19}$$

第五章 平板が四邊に於て固定せらるゝ場合

此の場合の周邊條件は

- (i) 四邊に於て平板の撓みなきこと,
- (ii) 四邊に於て平板の傾きが消滅すること。

にして、(i) の條件より第二章の補助解 w^{II} [(5)式] が成立つこと明かである。

(ii) の條件を満足せしむる爲には、次の補助解を用ひる。

$$\begin{aligned}
 w^{\text{III}} &= \frac{p_0 a^3}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin^2 n\pi\varphi - n^2 \pi^2 \varphi^2} \\
 &\quad \times \left[A_n^{\text{III}} \left\{ \frac{y}{a} \sin n\pi\varphi \sin \frac{n\pi(y-b)}{a} - n\pi\varphi \frac{y-b}{a} \sin \frac{n\pi y}{a} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + B_n^{\text{III}} \left\{ \frac{y-b}{a} \sin n\pi\varphi \sin \frac{n\pi y}{a} - n\pi\varphi \frac{y}{a} \sin \frac{n\pi(y-b)}{a} \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{a}, \\
 w^{\text{IV}} &= \frac{p_0 a^3}{N} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin^2 \frac{n\pi}{\varphi} - \frac{n^2 \pi^2}{\varphi^2}}
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\times \left[A_n^{IV} \left\{ \frac{x}{a} \sin \frac{n\pi}{\varphi} \sin \frac{n\pi(x-a)}{b} - \frac{n\pi}{\varphi} \frac{x-a}{a} \sin \frac{n\pi x}{b} \right\} + B_n^{IV} \left\{ \frac{x-a}{a} \sin \frac{n\pi}{\varphi} \sin \frac{n\pi x}{b} - \frac{n\pi}{\varphi} \frac{x}{a} \sin \frac{n\pi(x-a)}{b} \right\} \right] \sin \frac{n\pi y}{b}$$

然れば、先づ $y=0, y=b$ に於て $\partial w/\partial y=0$ なる条件より

$$\left. \begin{aligned} A_n^{III} + \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2}{\pi(\rho^2 + n^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \frac{\rho\pi}{\varphi} - \cos n\pi}{\sin \frac{\rho\pi}{\varphi} - \frac{\rho\pi}{\varphi} \cos n\pi} (A_{\rho}^{IV} - B_{\rho}^{IV} \cos n\pi) \\ = \frac{S_n}{n^3 \pi^3} \left[e^{-n\pi\eta} n\pi\eta + \frac{1}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} [1+n\pi(\varphi-\eta)] \right\} \right], \\ B_n^{III} - \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2 \cos n\pi}{\pi(\rho^2 + n^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \frac{\rho\pi}{\varphi} - \cos n\pi}{\sin \frac{\rho\pi}{\varphi} - \frac{\rho\pi}{\varphi} \cos n\pi} (A_{\rho}^{IV} - B_{\rho}^{IV} \cos n\pi) \\ = \frac{S_n}{n^3 \pi^3} \left[e^{-n\pi(\varphi-\eta)} n\pi(\varphi-\eta) - \frac{1}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta}(1+n\pi\eta) - e^{-n\pi(\varphi-\eta)} [1+n\pi(\varphi-\eta)] \cos n\pi\varphi \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

又 $x=0, x=a$ に於て $\partial w/\partial x=0$ なる条件は前章の展開式 (16) を用ふることにより、次の条件方程式をを導く。

$$\left. \begin{aligned} A_n^{IV} + \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2}{\pi(\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \frac{\cos \rho\pi\varphi - \cos n\pi}{\sin \rho\pi\varphi - \rho\pi\varphi \cos n\pi} (A_{\rho}^{III} - B_{\rho}^{III} \cos n\pi) = T_n^I, \\ B_n^{IV} - \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2 \cos \rho\pi}{\pi(\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \frac{\cos \rho\pi\varphi - \cos n\pi}{\sin \rho\pi\varphi - \rho\pi\varphi \cos n\pi} (A_{\rho}^{III} - B_{\rho}^{III} \cos n\pi) = -T_n^I \cos \rho\pi \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

之れ等の条件方程式 (21), (22) は四系の未知数を含む聯立方程式にして、之れを解くことによつて $A_n^{III}, B_n^{III}, A_n^{IV}, B_n^{IV}$ が定められるのであるが、其の計算は可なり面倒である。

然るに (21), (22) 式より

$$\left. \begin{aligned} A_{\rho}^{III} - B_{\rho}^{III} \cos n\pi = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4k^2 \rho \varphi^2}{\pi(k^2 + \rho^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \frac{k\pi}{\varphi} - \cos \rho\pi}{\sin \frac{k\pi}{\varphi} - \frac{k\pi}{\varphi} \cos \rho\pi} (A_k^{IV} - B_k^{IV} \cos \rho\pi) (1 + \cos k\pi \cos n\pi) \\ + \frac{S_{\rho}}{\rho^3 \pi^3} \left[e^{-\rho\pi\eta} \rho\pi\eta - e^{-\rho\pi(\varphi-\eta)} \rho\pi(\varphi-\eta) \cos n\pi \right. \\ \left. + \frac{\cos \rho\pi\varphi + \cos n\pi}{\sin \rho\pi\varphi} \left\{ e^{-\rho\pi\eta}(1+\rho\pi\eta) - e^{-\rho\pi(\varphi-\eta)} [1+\rho\pi(\varphi-\eta)] \cos n\pi \right\} \right], \\ A_{\rho}^{IV} - B_{\rho}^{IV} \cos n\pi = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4k^2 \rho \varphi^2}{\pi(k^2 \varphi^2 + \rho^2)^2} \frac{\cos k\pi\varphi - \cos \rho\pi}{\sin k\pi\varphi - k\pi\varphi \cos \rho\pi} (A_k^{III} - B_k^{III} \cos \rho\pi) \\ \times (1 + \cos k\pi \cos n\pi) + T_{\rho}^I (1 + \cos k\pi \cos n\pi), \\ (k=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

を導き、之れを (21), (22) 式に代入すれば、

$$\begin{aligned}
 A_n^{III} &= \sum_{\rho=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{16n\rho^2 k^2 \varphi^4 (1 + \cos k\pi \cos n\pi)}{\pi^2 (\rho^2 + n^2 \varphi^2) (k^2 \varphi^2 + \rho^2)^2} \frac{\cos \frac{\rho\pi}{\varphi} - \cos n\pi}{\sin \frac{\rho\pi}{\varphi} - \frac{\rho\pi}{\varphi} \cos n\pi} \frac{\cos k\pi \varphi - \cos \rho\pi}{\sin k\pi \varphi - k\pi \varphi \cos \rho\pi} (A_k^{III} - B_k^{III} \cos \rho\pi) \\
 &= - \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2}{\pi (\rho^2 + n^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \frac{\rho\pi}{\varphi} - \cos n\pi}{\sin \frac{\rho\pi}{\varphi} - \frac{\rho\pi}{\varphi} \cos n\pi} T_{\rho}^I (1 + \cos k\pi \cos n\pi) \\
 &\quad + \frac{S_n}{n^3 \pi^3} \left[e^{-n\pi\eta} n\pi\eta + \frac{1}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta} (1 + n\pi\eta) \cos n\pi\varphi - e^{-n\pi(\varphi-n)} [1 + n\pi(\varphi-\eta)] \right\} \right], \\
 B_n^{III} &+ \sum_{\rho=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{16n\rho^2 k^2 \varphi^4 \cos \rho\pi (1 + \cos k\pi \cos n\pi)}{\pi^2 (\rho^2 + n^2 \varphi^2) (k^2 \varphi^2 + \rho^2)^2} \frac{\cos \frac{\rho\pi}{\varphi} - \cos n\pi}{\sin \frac{\rho\pi}{\varphi} - \frac{\rho\pi}{\varphi} \cos n\pi} \frac{\cos k\pi \varphi - \cos \rho\pi}{\sin k\pi \varphi - k\pi \varphi \cos \rho\pi} \\
 &\quad \times (A_k^{III} - B_k^{III} \cos \rho\pi) \\
 &= \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2 \cos \rho\pi}{\pi (\rho^2 + n^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \frac{\rho\pi}{\varphi} - \cos n\pi}{\sin \frac{\rho\pi}{\varphi} - \frac{\rho\pi}{\varphi} \cos n\pi} T_{\rho}^I (1 + \cos k\pi \cos n\pi) \\
 &\quad + \frac{S_n}{n^3 \pi^3} \left[e^{-n\pi\eta} n\pi\eta - \frac{1}{\sin n\pi\varphi} \left\{ e^{-n\pi\eta} (1 + n\pi\eta) - e^{-n\pi(\varphi-n)} [1 + n\pi(\varphi-\eta)] \cos n\pi\varphi \right\} \right] \dots \dots \dots (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_n^{IV} &= \sum_{\rho=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{16n\rho^2 k^2 \varphi^4 (1 + \cos k\pi \cos n\pi)}{\pi^2 (\rho^2 \varphi^2 + n^2) (k^2 + \rho^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \rho\pi \varphi - \cos n\pi}{\sin \rho\pi \varphi - \rho\pi \varphi \cos n\pi} \frac{\cos \frac{k\pi}{\varphi} - \cos \rho\pi}{\sin \frac{k\pi}{\varphi} - \frac{k\pi}{\varphi} \cos \rho\pi} \\
 &\quad \times (A_k^{IV} - B_k^{IV} \cos \rho\pi) \\
 &= T_n^I - \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2}{\pi (\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \frac{\cos \rho\pi \varphi - \cos n\pi}{\sin \rho\pi \varphi - \rho\pi \varphi \cos n\pi} \frac{S_{\rho}}{\rho^3 \pi^3} \left[e^{-\rho\pi\eta} \rho\pi\eta - e^{-\rho\pi(\varphi-n)} \rho\pi(\varphi-\eta) \cos n\pi \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\cos \rho\pi \varphi + \cos n\pi}{\sin \rho\pi \varphi} \left\{ e^{-\rho\pi\eta} (1 + \rho\pi\eta) - e^{-\rho\pi(\varphi-n)} [1 + \rho\pi(\varphi-\eta)] \cos n\pi \right\} \right], \\
 B_n^{IV} &+ \sum_{\rho=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{16n\rho^2 k^2 \varphi^4 \cos \rho\pi (1 + \cos k\pi \cos n\pi)}{\pi^2 (\rho^2 \varphi^2 + n^2) (k^2 + \rho^2 \varphi^2)^2} \frac{\cos \rho\pi \varphi - \cos n\pi}{\sin \rho\pi \varphi - \rho\pi \varphi \cos n\pi} \frac{\cos \frac{k\pi}{\varphi} - \cos \rho\pi}{\sin \frac{k\pi}{\varphi} - \frac{k\pi}{\varphi} \cos \rho\pi} \\
 &\quad \times (A_k^{IV} - B_k^{IV} \cos \rho\pi) \\
 &= - T_n^I \cos \rho\pi + \sum_{\rho=1}^{\infty} \frac{4\rho^2 n \varphi^2 \cos \rho\pi}{\pi (\rho^2 \varphi^2 + n^2)^2} \frac{\cos \rho\pi \varphi - \cos n\pi}{\sin \rho\pi \varphi - \rho\pi \varphi \cos n\pi} \frac{S_{\rho}}{\rho^3 \pi^3} \left[e^{-\rho\pi\eta} \rho\pi\eta - e^{-\rho\pi(\varphi-n)} \rho\pi(\varphi-\eta) \cos n\pi \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\cos \rho\pi \varphi + \cos n\pi}{\sin \rho\pi \varphi} \left\{ e^{-\rho\pi\eta} (1 + \rho\pi\eta) - e^{-\rho\pi(\varphi-n)} [1 + \rho\pi(\varphi-n)] \cos n\pi \right\} \right] \dots \dots \dots (25)
 \end{aligned}$$

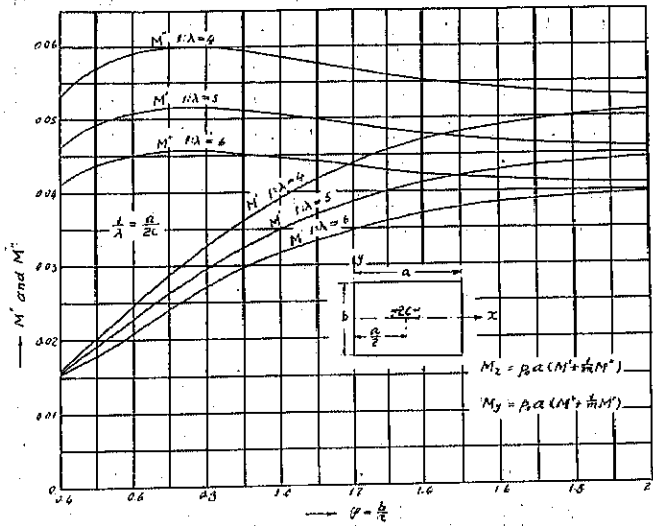
となり、聯立方程式 (21), (22) が四系の未知数を含むに反し、(24), (25) 式は何れも二系の未知

数を含むのみである。且つ又、方程式(24),(25)に於ては奇数番號の未知數と偶數番號の未知數とが相分離して別系の聯立方程式を形作ることが分る。故に(21),(22)式を用ふるよりも(24),(25)式を用ふる方が計算は遙に樂になるであらう。

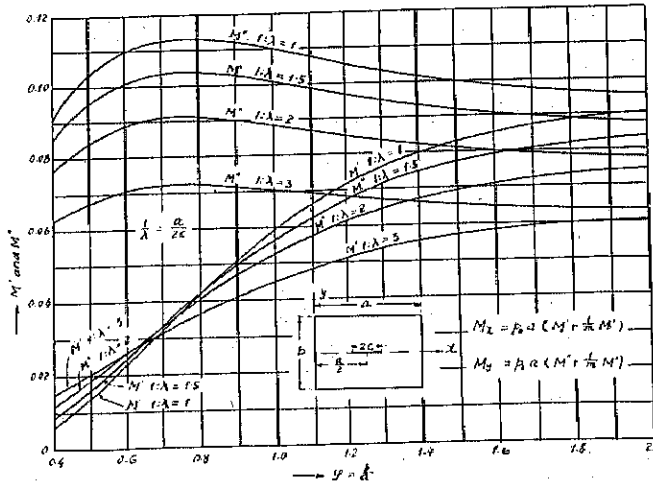
第六章 應用例、四邊に於て自由に支持せらるゝ矩形平板の線荷重による最大彎曲率

平板が四邊共自由に支持せらるゝ場合の最大彎曲率は、荷重が平板の中央に作用するとき

第二圖



第三圖



荷重の中心に於て起り、其の値は (11) 式を用ひて求められる。今邊比 $\varphi = b/a$ 、荷重分布長 $2c$ と邊 a との比 $\lambda = 2c/a$ に種々の値を與ふれば、(11) 式より次表の如き M' 、 M'' の値が得られる。

$\varphi = \frac{b}{a}$		$\lambda = 2c/a$						
		1	1/1.5	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6
M'	0.4	0.0063	0.0089	0.0119	0.0150	0.0158	0.0158	0.0156
	0.6	0.0229	0.0247	0.0261	0.0261	0.0247	0.0231	0.0208
	0.8	0.0424	0.0422	0.0405	0.6365	0.0327	0.0296	0.0273
	1.0	0.0592	0.0565	0.0525	0.0450	0.0392	0.0349	0.0317
	1.2	0.0714	0.0672	0.0611	0.0511	0.0439	0.0387	0.0349
	1.4	0.0796	0.0743	0.0670	0.0553	0.0471	0.0412	0.0370
	1.6	0.0849	0.0788	0.0707	0.0579	0.0491	0.0428	0.0383
	1.8	0.0881	0.0816	0.0730	0.0595	0.0503	0.0438	0.0392
	2.0	0.0900	0.0833	0.0743	0.0605	0.0511	0.0444	0.0397
	M''	0.4	0.0905	0.0848	0.0765	0.0628	0.0531	0.0462
0.6		0.1094	0.1004	0.0885	0.0707	0.0590	0.0508	0.0451
0.8		0.1128	0.1031	0.0906	0.0720	0.0599	0.0516	0.0457
1.0		0.1097	0.1003	0.0882	0.0703	0.0586	0.0505	0.0448
1.2		0.1050	0.0963	0.0849	0.0680	0.0568	0.0491	0.0436
1.4		0.1010	0.0928	0.0821	0.0660	0.0553	0.0478	0.0425
1.6		0.0981	0.0903	0.0800	0.0645	0.0541	0.0469	0.0418
1.8		0.0961	0.0885	0.0786	0.0635	0.0534	0.0463	0.0412
2.0		0.0948	0.0874	0.0777	0.0628	0.0529	0.0459	0.0409

又此の表を圖示すれば第二圖及び第三圖が得られる。而して之れ等の圖表を用ふれば最大彎曲率の計算は極めて簡單である。

例題 1. 邊長 $5\text{m} \times 3\text{m}$ の平版上に $p_0 = 3 \text{ t/m}$ 、 $2c = 1\text{m}$ の線荷重が作用する場合の最大彎率を求む。但し $1/m = 0.3$ とす。

先づ線荷重が平版の中央に於て長邊に平行なる場合は

$$a = 5\text{m}, \quad b = 3\text{m}, \quad \varphi = 0.6, \quad \lambda = 1/5.$$

故に第三圖より

$$M' = 0.023, \quad M'' = 0.051,$$

従つて

$$M_x = 300 \times 500 \times (0.023 + 0.3 \times 0.051) = 5745 \text{ kgem/dm.}$$

$$M_y = 300 \times 500 \times (0.051 + 0.3 \times 0.023) = 8685 \text{ kgem/dm.}$$

次に荷重が短邊に平行なる場合を考ふれば

$$a = 3\text{m}, \quad b = 5\text{m}, \quad \varphi = 1.6667, \quad \lambda = 1/3.$$

故に第二圖より

$$M' = 0.045, \quad M'' = 0.065$$

従つて

$$M_x = 300 \times 300 \times (0.045 + 0.3 \times 0.065) = 5805 \text{ kgem/dm},$$

$$M_y = 300 \times 300 \times (0.065 + 0.3 \times 0.045) = 7065 \text{ kgem/dm}.$$

故に最大彎曲率は線荷重が長邊に平行なる場合平板の中央に於て長邊と平行なる断面に起り、其の値は幅 1dm につき 8685 kgem である。

例題 2. 第四圖に示すが如き對稱位置に 2 個の線荷重が作用する場合の平板中央の彎曲率を求む、但し $p_0 = 3 \text{ t/m}$, $1/m = 8$ とす。

此の場合には平板の中央に分布長 8m 及び 4m なる 2 個の線荷重を考へ、其の各より起る荷重中心に於ける彎曲率の差を求むれば可いこととなる。

先づ分布長 8m の線荷重に対しては

$$\varphi = 0.5, \quad \lambda = 1/2, \quad M' = 0.019, \quad M'' = 0.084 \text{ (第二圖)}$$

故に

$$M_x^I = 1.816 \text{ tm/m}, \quad M_y^I = 4.147 \text{ tm/m}.$$

次に分布長 4m の線荷重に対しては、

$$\varphi = 0.5, \quad \lambda = 1/4, \quad M' = 0.0205, \quad M'' = 0.057 \text{ (第三圖)}$$

故に

$$M_x^{II} = 1.725 \text{ tm/m}, \quad M_y^{II} = 2.859 \text{ tm/m}$$

故に求むべき彎曲率は、

$$M_x = M_x^I - M_x^{II} = 0.091 \text{ tm/m}, \quad M_y = M_y^I - M_y^{II} = 1.288 \text{ tm/m}$$

本講演後次の質疑應答ありたり。

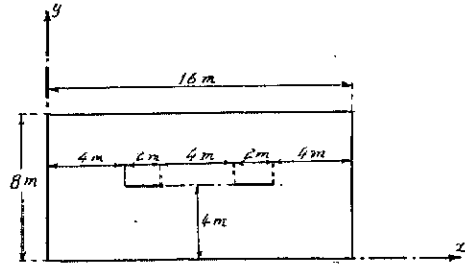
○土木學會々員井口鹿象君 (問)

(7) 式は無論任意の rectangular 内にある load に等しくなければならぬ条件なれども、solution が (1) 式を満足して居れば其の条件を特に調べる必要なしと考へる。

○稻田君 (答) 線荷重が合致すると云ふ説明である。

○機械學會々員梶原君 (問) w の小さい時を知らぬが、線荷重が相等大になると w が 4 邊で相當の値となつて、周圍の deflection = 0 と置けぬ即ち周圍で vertical load = 0 と置けぬ。deflection を周圍に沿ふて sum up する時に negative になるか、之れが

第四圖



- (1) 式に就て考へられぬ。即ち周に沿ふて reaction が negative になることあり。
○稲田君(答) 周囲で horizontal shear あり、夫れが持ち上らぬ様に留めると negative の force を周囲に與へる。周囲で deflection が negative にならぬ様に留ると negative の力が起らぬ。

(以上)