討　　議

第十八卷第十一號　昭和七年十一月

圓距法に依る緩和曲線の敷設並に歪める曲線の整正

（第十八卷第三號所載）

會員　工學博士　稻　田　　隆

立花次郎氏の論文「圓距法に依る緩和曲線の敷設並に歪める曲線の整正」は，我が鐵道技術界に貢獻するところ大なるものと信ずる。以下は本論文を讀みて得たる筆者の所感を述べ，併せて筆者の解法を紹介したものである。

1. 著者が圓距法と名づくる方法の原理は G. Schramm 氏がその著 Dervollk ommene Gleisbogen に於て用ひたものと全く同樣であり，本論文はそれを應用して實際に必要なる種々の場合の計算法を示したものである。從つて，たとへその應用に於て多少趣を異にする點ありとはいへ，「G. Schramm の著書より暗示を得て圓距法なる曲線の新計算法を案出し」といふのは，稍穩當をかくの嫌なきや，またその著書を評して「實用性には乏しいが暗示に富む論文である」といふが如きも果して當を得たものであらうか。見方によつては，寧ろ，著者の本論文によつて Schramm 氏の論文の實用性が確かめられて居るともいへるであらう。

2. 著者が從來最も廣く行はれて來たカントの直線遞減のみに拘泥せず，進んでその圓滑遞減（適當な語ではないかも知らぬが，カント遞減距離の兩端に於て $dh/ds=0$ なるが如きカントの圓滑なる遞減法を指したもの，以下同樣）をも採用したことは最も特筆に値する。惟ふにカントの直線遞減は未だ緩和曲線を用ひざりし時代，一つの便法として行ひ來れるものゝ遺習であつて，列車運轉上好ましきものにあらざることは當時すでに認められ，これに代ふるに圓滑遞減を以つてせる例もある位である。況んや緩和曲線を必要とするが如き高速運轉にまで進んだ今日，尙これを墨守するに於ては，種々の障碍必ずやこゝに發するであらう。

カントの圓滑遞減は線路の保守上面倒を伴ふであらうとの說は一應尤もらしく聞え，著者も亦これを認めて居る樣であるが，これ恐らく杞憂であつて，カントの直線遞減こそ緩和曲線の始終點附近に於ける線路の保守を却つて困難ならしむるものではあるまいか。

カントの圓滑遞減が車輛の動搖を著しく輕減するものであることは，夙に Bräuning 氏によつて實驗的に證明せられ（Zentralblatt der Bauverwaltung, 1907, S. 83 參照），圓距法の創始者 Schramm 氏もまた主張して居るところであるが（Verkehrstechnische Woche, 1931, S. 403 參照），その外尙，移程を小ならしむるに有利であることも注目に値することであらう（立花氏の論文中に示されたる計算例參照）。

筆者は本論文の發表がカントの圓滑遞減への一轉機たるに至らんことを衷心より希ふと共に，更に一步を進めて，緩和曲線の始終點に於て $dh/ds=0$, $d^2h/ds^2=0$ なるが如きカント遞減法の採用さるゝに至らんことを豫て希望して居るものである（本文 3. 第二法及 4. に示す方法はかくの如きカント遞減法の一例である）。

3. 車輛のローリングが乘心地を左右する重要なる素因の一つであり，そのローリングが主として線路の水平が悪い場合，即ち直線に於ては左右の軌條が正しく水平ならざる場合，曲線に於ては曲度とカントとが伴はざる場合に起るといふ著者の主張は正當であり，この曲度とカントとの不釣合の矯正こそ實に緩和曲線の生れ出でたる所以である。

第二編第一章14の「圓曲線の一部のみを移動して緩和曲線を挿入する方法」に於て示されたる基本的の3法A, B, Cを見るに，緩和曲線の終點に於ける半徑と，之に於て接續する圓曲線の半徑との比 α の値は 0.75 (A), 0.77, (B), 0.86 (C) となつて居る。その結果，緩和曲線の全長を通じて曲度とカントとの可なりの不釣合が存在することは，第二十九，第三十，第三十一圖に於けるカント圖と曲度圖との喰違によつて示されて居る通りである。勿論かくの如き結果は，問題の性質上どうしても免かれ能はざるもので，$\alpha=1$ たらしむることは不可能であるが，この不釣合の程度を成るべく輕減せしむる爲の工夫は極めて望ましいことである。著者が從來の型を破つてC法の如きカントの圓滑遞減を採用されたのも，或はこの工夫の一つであるかも知れないが，筆者が嘗て種々試みたる緩和曲線のうち次に紹介する2法は更に優れたる結果（何れも α の値0.9以上）を與ふるが故に，A, B, C法に代へて實際に應用されんことを希望する。

第一法

この方法に於ては次の如きカント及曲度を用ふる。

$$h_s=h\left(6\frac{s^2}{l^2}-8\frac{s^3}{l^3}+3\frac{s^4}{l^4}\right) \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{\alpha R}\left(6\frac{s^2}{l^2}-8\frac{s^3}{l^3}+3\frac{s^4}{l^4}\right) \quad\cdots\cdots(2)$$

緩和曲線の終點に於て緩和曲線と圓曲線とが共通の切線を有する條件は

$$\int_0^l \frac{1}{r}\,ds=\frac{3l}{5\alpha R}=\varphi_l\,.$$

故に

$$\varphi_l R=\frac{3l}{5\alpha} \quad\cdots\cdots(3)$$

また緩和曲線の終點に於て移程が消滅すべき條件は

$$\int_0^l\int_0^s \frac{1}{r}\,ds\,ds=\int_{l-\varphi_l R}^{l}\int_{l-\varphi_l R}^{s}\frac{1}{R}\,ds\,ds\,,$$

或は

$$\frac{1}{5}\,\frac{l^2}{\alpha R}=\frac{1}{2R}\,\varphi_l^2R^2\,.$$

これに (3) 式の値を用ふれば

$$\alpha=\frac{9}{10} \quad\cdots\cdots(4)$$

即ち緩和曲線の終點に於ける半徑は圓曲線の半徑の0.9倍である。

B.C. と E.T.C. 及 B.T.C. と B.C. との間の距離を求むればそれぞれ次の通りである。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{B.C. と E.T.C. との間の距離} & \varphi_l R=\dfrac{2}{3}\,l \\ \text{B.T.C. と B.C. との間の距離} & l-\varphi_l R=\dfrac{1}{3}\,l\end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(5)$$

次に移程を求むれば

$s=0\sim\dfrac{1}{3}\,l$ の間にては

$$e_s=-\int_0^s\int_0^s\frac{1}{r}\,ds\,ds$$

$$=-\frac{l^2}{R}\,\frac{1}{9}\,(5\xi^4-4\xi^5+\xi^6) \quad\cdots\cdots(6)$$

$s=\frac{1}{3}l\sim l$ の間にては

$$e_s=\int_{\frac{1}{3}l}^{s}\int_{\frac{1}{3}l}^{s}\frac{1}{R}ds\,ds-\int_0^s\int_0^s\frac{1}{r}ds\,ds$$

$$=\frac{l^2}{R}\left\{\frac{1}{2}\left(\xi-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{9}\left(5\xi^4-4\xi^5+\xi^6\right)\right\}\ldots\ldots(7)$$

第二法

この方法に於て用ふるカント及曲度は

$$h_s=\frac{h}{16}\left(8-9\cos\pi\xi+\cos 3\pi\xi\right)\ldots\ldots(8)$$

$$\frac{1}{r}=\frac{h}{16\alpha R}\left(8-9\cos\pi\xi+\cos 3\pi\xi\right)\ldots\ldots(9)$$

前法に於けると同様の方法により，次の諸値が決定せられる。

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\frac{9\pi^2}{18\pi^2-80}=0.9096\doteqdot\frac{10}{11},\\ \varphi_l R&=\frac{l}{2\alpha}=\frac{11}{20}l,\\ l-\varphi_l R&=\frac{9}{20}l.\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(10)$$

次に移程を求むれば

$s=0\sim\frac{9}{20}l$ の間にては

$$e_s=-\frac{l^2}{R}\frac{11}{160}\left[4\xi^2+\frac{1}{\pi^2}\left\{9(\cos\pi\xi-1)-\frac{1}{9}\left(\cos 3\pi\xi-1\right)\right\}\right]\ldots\ldots(11)$$

$s=\frac{9}{20}l\sim l$ の間にては

$$e_s=-\frac{l^2}{R}\left[\frac{1}{2}\left(\xi-\frac{9}{20}\right)^2-\frac{11}{160}\left\{4\xi^2+\frac{9}{\pi^2}\left(\cos\pi\xi-1\right)-\frac{1}{9\pi^2}\left(\cos 3\pi\xi-1\right)\right\}\right]\ldots(12)$$

上記の二法の e_s 及 h_s を計算すれば第一表の通りである。

第一表 (原論文第二，第三，第四表と比較)

ξ	第一法 (A, B 法に代るもの)		第二法 (C 法に代るもの)	
	e_s in l^2/R	h_s in h	e_s in l^2/R	h_s in h
0	0	0	0	0
0.1	−0.000 05	0.052 3	−0.000 001	0.001 77
0.2	−0.000 75	0.180 8	−0.000 04	0.025 61
0.3	−0.003 50	0.348 3	−0.000 42	0.109 93
0.4	−0.007 00	0.524 8	−0.002 08	0.275 61
0.5	−0.008 68	0.687 5	−0.005 58	0.500 00
0.6	−0.007 07	0.820 8	−0.005 83	0.724 38
0.7	−0.004 54	0.916 3	−0.004 00	0.890 07
0.8	−0.002 16	0.972 8	−0.001 87	0.974 39
0.9	−0.000 65	0.996 3	−0.000 41	0.998 23
1.0	0	1.000 0	0	1.000 00

4. 第二編第一章 15.「圓曲線を多少内側に移動して緩和曲線を挿入する方法」を見るに，第三十五圖に於てハニホ間の移程が一定である以上，この部分の新圓曲線の半徑は原圓曲線の半徑よりその移程だけ小なるはいふまでもない。若し強ひて新圓曲線の半徑と原圓曲線の半徑とが相等しいものと考へるならば，E.T.C. に於て，緩和曲線とこれに接續する新圓曲線との間に，綫折れが存在することゝなる。何となれば，200 頁の上より第一式（φ の式）及第二式（φ_0' の式）はハ點に於ける原圓曲線と E.T.C. に於ける緩和曲線との法線が一致することを意味し，こゝに於ける原圓曲線と新圓曲線との法線は $\angle C$ ハ C' なる角をなすからである。故に第三十五圖の如き場合には，明かに新圓曲線の半徑は原圓曲線の半徑より移程だけ小なりと考へるのが至當である。このことは Schramm 氏も肯定して居り (Schramm, Der vollkommene Gleisbogen, S. 24 參照)，移程が半徑に比べて極めて小なる故實際上何等差支ないことである。然るに第一編第三章 11. に於ては「基準圓の法線上に距離（移程）をとるための誤差」と題し，「基準圓（緩和曲線）も新圓曲線も共に半徑 R たるにも拘はらず其距離（移程）は基準圓の法線上に e である。從つて基準圓の中心 C と新圓曲線の中心 C' とは e だけ離れて居る筈のものが 15. では左樣になつて居らないから，斯くするとニ點附近では新圓曲線の半徑は明かに R であるが，ハ或はホ點即ち兩側に行くに從つて其曲度半徑は R よりも小とならざるを得ない」と述べて，恰も偏距法の誤差の如くに論じてある。これは甚だ了解に苦しむところで，何かの思ひ違ひではあるまいか。惟ふに，著者が新圓曲線の半徑を強ひて R であらしめんとするのは，恐らく第三十六圖の曲度圖の面積の差を來さしめない爲であらう。即ち L/R と $L'/(R-e)$ との差を生ずることを懸念した爲と思はるゝが，これはハニホ間に於て原圓曲線と新圓曲線との間に長さの差が生じて居ることによつて解決すべきである。今ロヘ間の原圓曲線の長さを L とし，新圓曲線の長さを L' とすれば，この兩曲線の曲度圖の面積は

$$\frac{L}{R} \quad 及 \quad \frac{L'}{R-e}$$

である。然るに

$$\frac{L}{L'}=\frac{R}{R-e}$$

故に

$$\frac{L'}{R-e}=\frac{L}{R}$$

となり何等不都合はないのである。

若し，あくまで新圓曲線の半徑を原圓曲線の半徑 R に等しからしめんとするならば，どうしても緩和曲線挿入前後に於ける線路の長さの差を考に入れなければならない。この場合 B.C. は緩和曲線長の中央より稍内に進み，移程はハニホ間に於ても一定にあらず，ハホ兩側よりニに向つて漸次増大するのである。但し計算が稍複雜となるから，實際には新圓曲線の半徑を $R-e$ と考へ，計算を簡易ならしたるが賢明であらう。

15. の場合を取扱ふに當り，著者が單にカントの直線遞減のみを用ひられたことに對しては，甚だ不滿足を感ずるものである。よつて次にカントの圓滑遞減を用ひたる筆者の方法を紹介する。

カント及曲度は前節の (8) 式及 (9) 式に示すものを用ふる（但し $\alpha=1$ とす）。B.C. は緩和曲線長の中央にあつて，移程は次の通りとなる。

$s=0\sim\frac{1}{2}l$ の間にては

$$e_s=-\frac{l^2}{R}\frac{1}{16}\left[4\xi^2+\frac{1}{\pi^2}\left\{9(\cos\pi\xi-1)-\frac{1}{9}(\cos 3\pi\xi-1)\right\}\right]\quad\text{.........(13)}$$

$s=\frac{1}{2}l\sim l$ の間にては

$$e_s=+\frac{l^2}{R}\left[\frac{1}{2}\left(\xi-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{16}\left\{4\xi^2+\frac{9}{\pi^2}\left(\cos\pi\xi-1\right)-\frac{1}{9\pi^2}\left(\cos 3\pi\xi-1\right)\right\}\right]\quad\text{...(14)}$$

第二表は e_s 及 h_s の値を示すもので，原論文第八表と比べて移程の著しく小なることを知ることが出來る。

第　二　表

ξ	e_s in l^2/R	h_s in h
0	0	0
0.1	−0.000 001	0.001 77
0.2	−0.000 036	0.025 61
0.3	−0.000 38	0.109 93
0.4	−0.001 89	0.275 61
0.5	−0.006 21	0.500 00
0.6	−0.010 53	0.724 38
0.7	−0.012 04	0.890 07
0.8	−0.012 38	0.974 39
0.9	−0.012 42	0.998 23
1.0	−0.012 42	1.000 00

應　用　例

半徑 500m, 曲線長 L=120m の圓曲線に於て，列車速度 80km/h に對する緩和曲線のカント及移程を求む。

この場合カントは h=108mm で，緩和曲線長はカントの遞減勾配(最大 $2.35h/l$)を考慮して 100m にとる (h の約 925 倍)。從つて l^2/R=20 000mm となる。e_s 及 h_s の値は第二表より計算して第三表の通りとなる。

第　三　表

ξ	0 (B.T.C.)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1 (E.T.C.)	1.1 (曲線中央)
s (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
e_s (mm)	0	0	−1	−8	−38	−124	−211	−241	−248	−248	−248	−248
h_s (mm)	0	0.2	2.8	11.9	29.8	54.0	78.2	96.1	105.2	107.8	108.0	108.0

5. 第二編第一章 19.「曲線部分の長さを變へずして緩和曲線を插入する方法」に於て示されたる方法を見るに，曲線の始終點に於てカントが上に向つて凸狀(convex)(恰も第五十二圖の曲度と同樣)につけられて居る。かくの如きカントのつけ方は直線遞減と同樣(或はそれ以上)に不自然であつて，ここに列車の激動が起るのみならず，かゝる不自然なるカントの保守は實際上殆んど不可能に近いものと推測せられる。

本問題に横たはる困難は曲線の中央に於て必然起る半徑の縮減程度(著者の方法にては 2/3 である)を成るべく小ならしむるにある。次に掲ぐる筆者の方法は，これを 5/8 たらしめ，且つ上述の如き不自然を除いたものである。

先づカント及曲度は

$$h_s=\frac{h}{8}\left(5-4\cos\frac{2\pi s}{L}-\cos\frac{4\pi s}{L}\right)\quad\text{.........(15)}$$

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{8\alpha R}\left(5-4\cos\frac{2\pi s}{L}-\cos\frac{4\pi s}{L}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

こゝに h は αR に相當するカントを示し，α は半徑の縮減程度を示す係數である。今 α の値を原曲線と新曲線との曲度圖の面積を等しからしむる條件

$$\int_0^L \frac{1}{r}\,ds=\int_0^L \frac{1}{R}\,ds \qquad \text{卽ち} \quad \frac{5}{8}\,\frac{L}{\alpha R}=\frac{L}{R}$$

より定むれば

$$\alpha=\frac{5}{8}$$

となり，この値はまた $s=L$ にて移程が消滅する條件

$$\int_0^L\int_0^s \frac{1}{r}\,ds\,ds=\int_0^L\int_0^s \frac{1}{R}\,ds\,ds$$

をも滿足する。

次に移程を求むれば

$$e_s=\int_0^s\int_0^s \frac{1}{R}\,ds\,ds-\int_0^s\int_0^s \frac{1}{r}\,ds\,ds$$
$$=-\frac{L^2}{R}\,\frac{1}{5\pi^2}\left\{\cos\frac{2\pi s}{L}-1+\frac{1}{16}\left(\cos\frac{4\pi s}{L}-1\right)\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

e_s 及 h_s の値は第四表の通りである。この表を原論文第十六表と比較して，特にカント圖を作れば兩者の優劣一目して明かとならう。

第　四　表

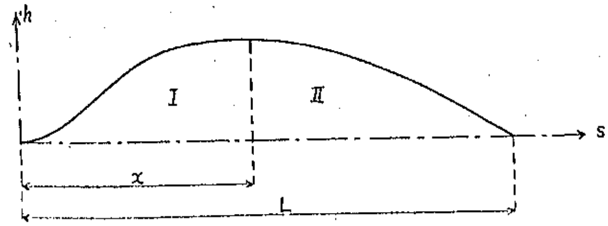
s in L	e_s in L^2/R	h_s in h
0	0	0
0.05	0.001 23	0.048 34
0.1	0.004 75	0.181 86
0.15	0.010 01	0.369 74
0.2	0.016 29	0.571 62
0.25	0.022 80	0.750 00
0.3	0.028 57	0.880 64
0.35	0.033 83	0.957 52
0.4	0.037 53	0.990 84
0.45	0.039 78	0.999 40
0.5	0.040 53	1

6. 第二編第三章 24.「特に亘り線路に就て」の (iii) 應用例に於て，反向兩曲線の中間に直線部分なき特別の例が揭げられて居る。斯かる特別の場合には，カントのつけ方につきてもまた特別の考慮を要する。何となれば，著者の例に於ける如く，カントを片側の軌條のみを高めて付け，而も中間直線なき場合には，反向兩曲線の接續點に於ける狀態が極めて不自然であり，列車の運轉にも線路の保守にも支障多かるべきことが容易に察知し得らるゝからである。故にこの場合には，筆者は New York の高速鐵道に於て用ひられ極めて優秀なる結果を齎らして居る方

法をおすゝめする。即ちこの方法に於ては，兩側の軌條をカントの半分づつ高下せしむることによつてカントをつけるのである。

かくの如く中間直線なき反向曲線に於て，New York 式のカントのつけ方をなす場合には，前節に示したるが如きカントの遞減法は不適當である。何となれば，反向兩曲線の接續點に於てカントが階段狀の變化をなし列車の運轉を不圓滑ならしむる慮があるからである。故にこの場合のカントは，第一圖の如く，曲線の兩端にて $dh/ds=0$，反向兩曲線の接續點に於て $d^2h/ds^2=0$ となるを可とする。この目的を以つて筆者は次の如き解法を考案した。即ち第一圖に於て

第　一　圖



I．$s=0\sim x$ の間にては

$$h_s^I=\frac{h}{8}\left(5-4\cos\frac{\pi s}{x}-\cos\frac{2\pi s}{x}\right)\ \cdots\cdots(18)$$

$$\frac{1}{r^I}=\frac{1}{8\alpha R}\left(5-4\cos\frac{\pi s}{x}-\cos\frac{2\pi s}{x}\right)\ \cdots\cdots(19)$$

II．$s=x\sim L$ の間にては

$$h_s^{II}=h\cos\frac{\pi(s-x)}{2(L-x)}\ \cdots\cdots(20)$$

$$\frac{1}{r^{II}}=\frac{1}{\alpha R}\cos\frac{\pi(s-x)}{2(L-x)}\ \cdots\cdots(21)$$

こゝに h は αR に對するカントを示し，α は曲線半徑の縮減程度を示す係數である。また x は曲線の始點より I，II 兩區間の境界までの距離を表はす。

曲度圖の面積不變の條件より

$$\int_0^L\frac{1}{R}ds=\int_0^x\frac{1}{r^I}ds+\int_x^L\frac{1}{r^{II}}ds$$

即ち

$$\frac{L}{R}=\frac{1}{\alpha R}\left\{\frac{5x}{8}+\frac{2(L-x)}{\pi}\right\}$$

故に

$$\alpha=\frac{5}{8}\cdot\frac{x}{L}+\frac{2}{\pi}\left(1-\frac{x}{L}\right)\ \cdots\cdots(22)$$

次に移程の式は

I．$s=0\sim x$ の間にては

$$\begin{aligned}e_s^I&=\int_0^s\int_0^s\frac{1}{R}ds\,ds-\int_0^s\int_0^s\frac{1}{r^I}ds\,ds\\&=\frac{L^2}{R}\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{s^2}{L^2}-\frac{1}{8\alpha}\left\{\frac{5}{2}\cdot\frac{s^2}{L^2}+\frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{x^2}{L^2}\left(\cos\frac{\pi s}{x}-1\right)+\frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{x^2}{L^2}\left(\cos\frac{2\pi s}{x}-1\right)\right\}\right]\ \cdots\cdots(23)\end{aligned}$$

II．$s=x\sim L$ の間にては

$$e_s^{II}=\int_0^s\int_0^s\frac{1}{R}ds\,ds-\int_0^x\int_0^s\frac{1}{r^I}ds\,ds-\int_x^s\int_0^x\frac{1}{r^I}ds\,ds-\int_x^s\int_x^s\frac{1}{r^{II}}ds\,ds$$

$$=\frac{L^2}{R}\left[\frac{1}{2}\frac{s^2}{L^2}+\frac{1}{8\alpha}\frac{x}{L}\left\{\frac{x}{L}\left(\frac{5}{2}+\frac{8}{\pi^2}\right)-\frac{5s}{L}\right\}+\frac{4}{\alpha\pi^4}\left(1-\frac{x}{L}\right)^2\left\{\cos\frac{\pi(s-x)}{2(L-x)}-1\right\}\right]\quad\cdots\cdots(24)$$

而して $s=L$ に於て移程の消滅する條件は (24) 式より直に

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{8\alpha}\frac{x}{L}\left\{\frac{x}{L}\left(\frac{5}{2}+\frac{8}{\pi^2}\right)-5\right\}-\frac{4}{\alpha\pi^4}\left(1-\frac{x}{L}\right)^2=0$$

これに (22) 式の α の値を入れて解けば x/L が求められ，その x/L の値を (22) 式に入れて α の値を定むることが出來る。かくて x/L 及 α の値は次の通りとなる。

$$\frac{x}{L}=\frac{25}{53}\quad\cdots\cdots(25)$$

$$\alpha=\frac{12}{19}\quad\cdots\cdots(26)$$

故にカント及曲度の最大値は始點より $25\,L/53\fallingdotseq 0.472L$ に於て起り，その點に於ける最小半徑は $12R/19\fallingdotseq 0.63R$ である。

これらの値を用ひてカント及移程を求むれば

I. $s=0\sim\frac{25}{53}L$ の間にては

$$h_s^I=\frac{h}{8}\left(5-4\cos\frac{53\pi s}{25L}-\cos\frac{106\pi s}{25L}\right)\quad\cdots\cdots(27)$$

$$e_s^I=\frac{L^2}{R}\left[\frac{1}{192}\frac{s^4}{L^4}-\frac{11\,875}{269\,604}\frac{1}{\pi^4}\left\{4\left(\cos\frac{53\pi s}{25L}-1\right)+\frac{1}{4}\left(\cos\frac{106\pi s}{25L}-1\right)\right\}\right]\quad\cdots\cdots(28)$$

II. $s=\frac{25}{53}L\sim L$ の間にては

$$h_s^{II}=h\cos\frac{\pi(53s-25L)}{56L}\quad\cdots\cdots(29)$$

$$e_s^{II}=\frac{L^2}{R}\left[\frac{1}{2}\frac{s^2}{L^2}+\frac{475}{5\,088}\left\{\frac{25}{53}\left(\frac{5}{2}+\frac{8}{\pi^2}\right)-\frac{5s}{L}\right\}+\frac{14\,896}{8\,427\pi^4}\left\{\cos\frac{\pi(53s-25L)}{56L}-1\right\}\right]\quad\cdots\cdots(30)$$

これらの式より h_s 及 e_s を計算すれば**第五表**の通りである。

第　　五　　表

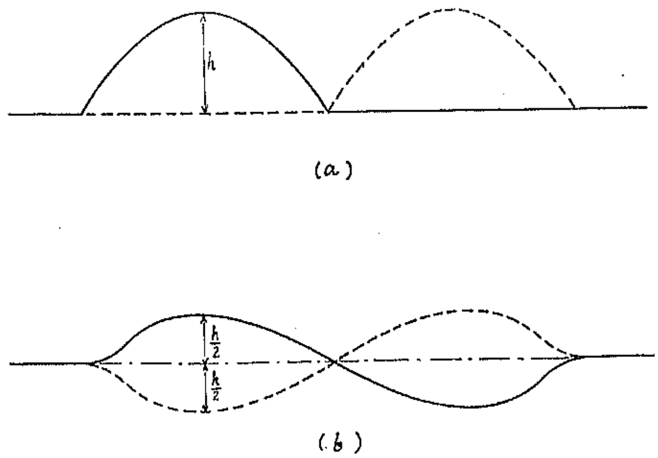
s in L	e_s in L^2/R	h_s in h
0	0	0
0.1	0.004 72	0.202 41
0.2	0.015 96	0.618 25
0.3	0.027 50	0.914 24
0.4	0.035 00	0.996 87
0.472	0.038 85	1.000 00
0.5	0.038 70	0.996 46
0.6	0.032 84	0.928 11
0.7	0.024 33	0.778 32
0.8	0.013 59	0.560 23
0.9	0.004 05	0.292 97
1.0	0	0

第二圖は左右兩軌條のカント圖を示すもので，圖中實線を左側軌條とすれば點線は右側軌條を表はす。兩者の方

法 (a) と筆者の方法 (b) との優劣は，これによつて自ら明かであらう。

中間直線なき場合の反向曲線のカントのつけ方には，なほBräuningの方法がある。この方法に於ては第一曲線に於て外側の軌條を高め第二曲線に於て内側の軌條を下げるのであるが，これもまた實驗の結果極めて圓滑なる列車の運轉を與へて居る (Bräuning, Die Grundlagen des Gleisbaues, 1920, S. 104 參照)。本節に於ける筆者の解法が，この場合にもまた最も適當したものであることはいふまでもない。

第　二　圖



最後に，かくの如きカントのつけ方をなすことにより，反向曲線に於ける中間直線は，たとへ建設規程はこれを要求するとはいへ，最早不必要なりとする Bräuning の說を次に揭げて本討議を終ることにする。

Zwar wird in der Betriebsordnung für Deutschland eine Zwischengerade von mindestens 30 m verlangt, sie scheint jedoch entbehrlich, wenn die Übergangsbögen genügend lang, daher an ihren zusammenstoßenden Enden sehr flach ausgezogen sind. Der unmittelbare Übergang der Gegenbögen ineinander hat zudem den Vorzug, daß die Drehung der Fahrzeuge um ihre Längsachse, welche die Rampenfahrt mit sich bringt, am Wendepunkt ununterbrochen und stetig in gleichem Sinne fortschreitet, während sie in der Zwischengeraden eine plötzliche, die Stetigkeit der Bewegung strörende Unterbrechung erleidet.