論 說 報 告

土木學會誌 第十八卷第五號 昭和七年五月

VERSUCHE ZUR BESTIMMUNG DER GLEICHFÖRMIG FLIESSENDEN BEWEGUNG DES WASSERS UND HERLEITUNG EINER ALLGEMEINEN GESCHWINDIGKEITSFORMEL FÜR NATÜRLICHE WASSERLÄUFE.

Von Noboru Mizoe, Mitglied.

Synopsis.

Zur Bestimmung der gleichförmig fließenden Bewegung des Wassers, welche der Herleitung der Geschwindigkeitsformel zu Grunde gelegt sein soll, wurden die Versuchsgerinne mit Zement- und Sand-Wandungen versehen. Diese Versuche wurden für verschiedene Profilradien und Gefällen unter sorgfältiger Berücksichtigung der maßgebenden Gefälle angestellt.

Nach Auswertung ihrer Ergebnisse ist der Verfasser für die Zementgerinne zu folgender Formel gelangt:

$$v=175\,R^{0.7}J^{0.56}.$$

Aus dieser Grundgleichung wurde für die Sandgerinne folgende Formel gewonnen:

$$v=(150-11\,840\,J^{0.703})\,R^{0.7}J^{0.5}.$$

Weiter fand er auf Grund der vorstehenden Grundform $v=(a-bJ^{\alpha})\,R^{0.7}J^{0.5}$ an Hand von Meßresultaten in verschiedenartigen natürlichen Wasserläufen folgende allgemein anwendbare Geschwindigkeitsformel:

$$v=(90-122\,J^{0.180})R^{0.7}J^{0.56}.$$

Inhaltsverzeichnis.

Seite

I. Einleitung 2
  §1. Historischer Überblick. 2
  §2. Bemerkungen über die bisherigen Geschwindigkeitsformeln und die Gesichtspunkte dieser Arbeit. 12
II. Beschreibung der für die Versuche benutzten Einrichtungen. 15
  §3. Allgemeine Anordnung. 15
  §4. Versuchsgerinne. 16
  §5. Gefällmeßkanal. 16
  §6. Gefällmeßröhren. 17
  §7. Meßkasten. 18
III. Ausführung der Versuche. 19
  §8. Theoretische Erklärung über die Gefällmeßröhren. 19
  §9. Messungen der spezifischen Gewichte der benutzten Kampferöle bei verschiedenen Temperaturen. 20

§10. Bestimmung der Beziehungen zwischen den benutzten Kampfe:ölen und Temperaturen. 20
§11. Bestimmung der Beziehungen zwischen Ablesungsverhältnissen d/δ und Temperaturen. 21
§12. Gefälle der Energielinie. 24
§13. Versuchsaufgaben. 25
IV. Versuchsgrößen für Zementprofile. 26
§14. Profilradien R und mittlere Profilgeschwindigkeiten v. 26
§15. Gemessene Spiegelgefälle. 28
§16. Auswertung maßgebender Gefälle. 29
V. Versuchsgrößen für Sandprofile. 31
§17. Profilradien R und mittlere Profilgeschwindigkeiten v. 31
§18. Gemessene Spiegelgefälle. 31
§19. Auswertung maßgebender Gefälle. 32
VI. Geschwindigkeitsformel für Zementprofile. 32
§20. Bestimmung der neuen Beziehung zwischen den maßgebenden Gefällen J und den mittleren Profilgeschwindigkeiten v. 32
§21. Aufstellung der neuen Geschwindigkeitsformel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$. 38
§22. Prüfung der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$. 39
VII. Geschwindigkeitsformel für Sandgerinne. 42
§23. Abhängigkeit des Beiwertes M_s der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$ vom Profilradius R. 42
§24. Abhängigkeit des Beiwertes M_s der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$ vom maßgebenden Gefälle J. 44
§25. Bestimmung der Festwerte der Gleichung $M_s = a + bJ + cJ^2 + dJ^3$. 45
§26. Bestimmung der Festwerte der Gleichung $M_s = a + bJ + cJ^2$. 49
§27. Bestimmung der Festwerte der Gleichung $M_s = a - bJ^n$. 50
§28. Ergebnisse der neuen Versuche. 51
VIII. Herleitung einer allgemeinen Geschwindigkeitsformel für natürliche Wasserläufe. 53
§29. Bestimmung des Beiwertes M der Formel $v = MR^{0.7} J^{0.50}$ unter Benutzung der Meßresultate der natürlichen Wasserläufe. 53
§30. Vergleich der Ergebnisse der Modellversuche mit den Meßergebnissen der natürlichen Wasserläufe. 55
§31. Vergleich der neuen allgemeinen Formel mit denjenigen des Herrn Kutter und des Herrn Winkel. 56
§32. Schlußbemerkung. 58

I. Einleitung.

§1. Historischer Überblick.

Seit Galilei, welcher die Gesetze des Falles der schweren Körper entdeckte, und der sich, vermutlich etwa im Anfange des sechzehnten Jahrhunderts, zuerst mit den Gesetzen der Bewegungen des Wassers in Flüssen beschäftigte, bestreben sich viele Hydrauliker, eine allgemein anwendbare Formel für die mittlere Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung des Wassers in Flüssen aufzustellen. Hieran wird auch heute noch gearbeitet.

Nachdem Castelli, ein Schüler Galilei's, in seinem 1628 erschienen, vom Papste Urban dem achten geförderten Werke zum ersten Male die Geschwindigkeit des Wassers als ein Element in die Bewegung der abfließenden Wassermenge eingeführt hatte, stellte ein anderer Schüler Galilei's Toricelli den Satz auf: daß ohne Rücksicht auf etwa bestehende Widerstände die Quadrate der Geschwindigkeiten des aus einer Gefäß-Öffnung abfließenden Wassers der wirkenden Druckdifferenz proportional sind.[1] Er schloss auch, daß die Beschleunigung des Wassers auf schiefen Ebenen von dem Gefälle abhängt. Am Ende des sechzehnten Jahrhunderts wendete Guglielmini die Theorie von Toricelli in verkehrter Weise an, indem er sagte: ein Wassertheilchen, x Fuss unter der Wasseroberfläche befindlich, hat das Bestreben, sich mit der gleichen Geschwindigkeit zu bewegen, mit welcher es aus einer x Fuss unter der Wasseroberfläche befindlichen Seitenöffnung eines Behälters ausströmen würde. Es ergibt sich nach dieser Annahme, daß die Geschwindigkeit des Wassers in einem Flusse an der Sohle an grössten und an der Oberfläche am kleinsten, ja strong genommen, gleich Null sein müßte, während in der Regel gerade das Gegenteil stattfindet.

In einer Abhandlung, welche Pitot (1732) der Akademie der Wissenschaften zu Paris vorlegte, ist, gestützt auf eine Reihe von Messungen, die Unrichtigkeit der oben erwähnten Theorie nachgewiesen, und ungefähr zu gleicher Zeit von Daniel Bernoulli das Prinzip der lebendigen Kräfte zum ersten Male auf die Theorie der Bewegung des Wassers angewendet worden.

Der erste Versuch zur Auffindung des Gesetzes, wonach die Geschwindigkeit des Wassers vom Gefälle und Profil eines Flusses abhängt, rührt, nach Hagen, von Brahm's her. Er bezeichnet die Reibung des Wassers an dem benetzten Umfange als diejenige Kraft, welche der Beschleunigung entgegenwirkt, und nimmt an, daß sie dem Flächeninhalte des Querprofiles, dividiert durch den benetzten Umfang, proportional sei.

Brahm's und de Chézy (ein berühmter französischer Ingenieur 1775) wurden die Urheber folgender Formel:

$$v = c\sqrt{\frac{F}{U}\frac{h}{l}} = c\sqrt{RJ}.$$

[1] "Versuche zur Aufstellung einer neuen allgemeinen Formel für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen." E. Ganguillet und W. R. Kutter, Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins, 10. Jahrgang, Wien 1869.

Hierin bedeutet v die mittlere Profilgeschwindigkeit des Stromes in m pro Sekunde, F die Querschnittsfläche in qm, U den benetzten Umfang in m, R den hydraulischen Radius in m, $J=\frac{h}{l}$ das relative Gefälle und c den Beiwert.

Dubuat (1779) versuchte auf dem Wege gründlicher Versuche die Gesetze der Bewegung des Wassers zu erforschen. Er führte sehr sorgfältige Messungen aus. Das Ergebnis der gewonnenen Resultate fasst er in folgenden zwei Hauptsätze zusammen;

(i) "Die Kraft, welche das Wasser in Bewegung setzt, kommt allein von der Neigung der Wasseroberfläche her."

(ii) "Bei gleichförmiger Bewegung ist der Widerstand, welchen das Wasser erleidet, d.h. die verzögernde Kraft, der beschleunigenden Kraft gleich."

De Prony hat dann nach diesen Grundgesätzen und den Untersuchungen von Coulomb seine bekannte Formel aufgestellt, welche lautet:

$$RJ=av+bv^2,$$

und in welcher

$$a=\frac{\alpha}{g} \quad \text{und} \quad b=\frac{\beta}{g}$$

die aus den Resultaten der Untersuchungen zu bestimmenden Reibungs-Koeffizienten bedeuten.

Etwas später schlug Eytelwein vor, im metrischen System zu setzen:

$$\alpha=0.000024, \quad \beta=0.000366.$$

Zur Vereinfachung hatte de Chézy (1775), in Übereinstimmung mit Brahm's (1753), folgende Formel aufgestellt:

$$RJ=bv^2,$$

in welcher

$$b=\frac{0.007848}{2g}=0.0004$$

von ihnen angenommen wurde, während Eytelwein für b endlich den Wert 0.000386 wählte.

In Deutschland und der Schweiz bediente man sich bis in die Mitte des neunzehnten Jahrhunderts der Formel von Eytelwein unter der Form von Brahm's:

$$v=50.9\sqrt{RJ} \quad \text{für das metrische System.}$$

H. Darcy (Inspecteur général des ponts et chaussées) hat sehr bekannte

umfassende Untersuchungen in einem besonderen Experimentierkanal (596.5 m Länge, 2m Breite und 1m Tiefe) am Kanal de Borgogne, in der Gegend von Dijon ausgeführt. Die Resultate wurden in Serien von gewöhnlich 12 Versuchen zusammengestellt.

Ferner wurden noch die Resultate der Flussmessungen von Dubuat, Brünings, Woltmann, Funk Emmery, Leveillé etc. hinzugezogen. Nach dem Tode von H. Darcy führt H. Bazin, Ingenieur des ponts et chaussées, das umfangreiche Unternehmen fort.

Er hat zahlreiche Resultate gesammelt und verarbeitet in der Abhandlung "Recherches hydrauliques."

Die allgemeine Form der Formel[1] lautet:

$$v=\sqrt{\frac{1}{\alpha+\frac{\beta}{R}}}\sqrt{RJ}=c\sqrt{RJ}$$

in welcher für Kanäle in Zement:

$$\alpha=0.00015,\quad \beta=0.0000045$$

und für Kanäle in Erde:

$$\alpha=0.00023,\quad \beta=0.00035$$

einzusetzen ist.

Es gilt nun den Faktor c zu bestimmen.

Wenige Jahre früher, als Bazin (1850–1860) seine wertvollen Untersuchungen ausführte, waren auch in Nord-Amerika tüchtige Ingenieure A. A. Humphreys und L. H. Abbot damit beschäftigt, die Ausdehnung und physische Beschaffenheit des Überschwemmungsgebietes des unteren Mississippi, vom Ohio bis zur Mündung bei New Orleans, zu ermitteln und ein Projekt für die Eindämmung dieses Stromes und seiner Nebenflüsse auszuarbeiten.

Sein Bett hat hier eine mittlere Breite von 1 000 bis 1 500 Meter und eine maximale Tiefe von 45 Meter. Unterhalb der Einmündung des Ohio in den Mississippi beträgt der Niveauunterschied des niedrigsten und höchsten Wasserstandes 15 Meter, und die maximale Abflußmenge wird auf 33 000 Kubikmeter pro Sekunde angegeben. Aus den Meßresultaten ergab sich, (im Gegensatz zu der Theorie von Guglielmini), daß die Geschwindigkeiten einer parabolischen Kurve folgen, deren Achse, parallel mit dem Wasserspiegel, bei ruhiger Luft auf cirka 0.3 der Tiefe unter der Wasseroberfläche liegt.

[1] M. Förster, Taschenbuch für Bauingenieure. 4. Auflage, II. Band, S. 1145.

Die amerikanische Formel[1] (man nennt sie die Humphreys-Abbot's Formel) ist folgende für das metrische System:

$$v=\left(\sqrt{0.0025m+\sqrt{68.72R_1\sqrt{J}}}-0.05\sqrt{m}\right)^2,$$

in welcher

$$m=\frac{0.933}{\sqrt{R_1}+0.457}$$

$$R_1=\frac{F}{U+B}$$

d. h. der Flächeninhalt des Wasserquerprofiles, dividiert durch die Summe des benetzten Umfanges und der Wasserspiegelbreite.

Läßt man in dieser complizierten Formel die beiden sehr kleinen Werte am Anfang und am Ende des zweiten Teiles der Gleichung weg, und setzt man in dem übrigbleibenden mittleren Werte, statt R_1 den Wert $0.5\,R$, was in den meisten Fällen ohne Nachteil geschehen kann, da B meistens nahezu $= U$, so erhält man die weit einfachere Formel:

$$v=\beta\sqrt{68.72\times 0.5R}\sqrt[4]{J},$$

in welcher

$$R_1=\frac{F}{U+W}\fallingdotseq\frac{F}{2U}\fallingdotseq 0.5R,$$

oder $$v=\beta 5.82\sqrt{R}\sqrt[4]{J}$$

oder noch einfacher

$$v=k\sqrt{R}\sqrt[4]{J}$$

ist, β variiert, je nach der Grösse der Werte R, zwischen 0.85 und 0.97.

E. Ganguillet und W. R. Kutter fassten die aus den Resultaten der neuesten Untersuchungen an Kanälen und Flüssen mit gleichförmiger Bewegung des Wassers sich ergebenden Tatsachen schließlich in folgende Sätze zusammen:

Der Koeffizient der Formel

$$v=c\sqrt{RJ}$$

für die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit in einem Wasserquerprofile variiert,

(i) mit dem Grade der Rauheit des benetzten Umfanges, - eine Abnahme mit der Zunahme der Rauheit;

(ii) mit dem Werte R, - eine Zunahme mit der Zunahme des Wertes R

[1] Grebenau, "Theorie der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen etc." München 1867.

(iii) mit dem Gefälle, - eine Abnahme mit der Zunahme des Gefälles, wenn die Gewässer gross sind (Mississippi etc.), und eine Zunahme mit der Zunahme des Gefälles, wenn die Gewässer klein sind (Resultate von Bazin).

Sie haben die Formel des Bazin ihrer Formel zu Grunde gelegt, und haben in dieselbe die Einflüße des Gefälles, sowie eine Relation zwischen den nach dem Grade der Rauheit des benetzten Umfanges variierenden Koeffizienten, einzuführen gesucht.

Nach dem Verfahren der Hyperbel, bezüglich der Darstellung des Koeffizienten c in der Formel $v=c\sqrt{RJ}$, stellten Ganguillet und Kutter eine sehr bekannte sogenannte Ganguillet-Kuttersche Formel auf, welche für die Messresultate des Bazin, wie für diejenigen von Humphreys und Abbot, passt, und in welcher ein einziger variabeler Koeffizient für die Bezeichnungen des Grades der Rauheit des benetzten Umfanges eingeführt sei.

Die sogenannte Ganguillet-Kuttersche Formel[1] lautet schließlich:

$$v=\frac{a+\frac{l}{n}+\frac{m}{J}}{1+\left(a+\frac{m}{J}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}\sqrt{RJ}.$$

Die Werte a, l und m sind konstant, und einzig der Wert n ist mit den Graden der Rauheit des benetzten Umfanges variabel.

Setzt man daher für die Konstanten die gefundenen Zahlenwerte $a=23$, $l=1.00$ und $m=0.00155$ in die Formel ein, so erhält man im metrischen System:

$$v=\frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0.00155}{J}}{1+\left(23+\frac{0.00155}{J}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}\sqrt{RJ}.$$

Von dieser Formel hat Möller behauptet, daß sie für Werte $R<1$ zu ungenauen Ergebnissen führt, denn sie besagt, daß für solche Fälle der Faktor c von $\sqrt{RJ}$ mit zunehmenden Werten J zunimmt, was nicht der Wirklichkeit entspricht; siehe dazu die Abhandlung von Professor Dr.-Ing. Möller in der Zeitschrift des Ing. und Architekten Vereines, Hannover, 1890, Heft 5 unter II, S. 5.

Im Jahre 1903 hebt J. Hermanek mit Recht hervor, daß die vielfachen Einflüße, die bei der Bewegung des Wassers auftreten, unmöglich in einer

[1] Zeitsch. des österr. Ing.-Arch.-Vereines, 1905, Nr. 16.

rein theoretischen Form festzustellen seien, schon weil der genaue mathematische Ausdruck für die Art fehle, in der sich innere und äußere Reibung geltend machten.

Er geht deshalb aus von der einfachen Form

$$v = c\sqrt{tJ}$$

unter Einführung der mittleren Tiefen an Stelle des Profilradius und erhält für den veränderlichen, theoretisch nicht fest zustellenden Koeffizienten c einen einfachen, unmittelbar auf der Erfahrung begründeten Ausdruck, indem er untersucht, ob und wie der Koeffizient c abhängig ist von der mittleren Tiefe, der Flussbreite und Gefälle. Von über 800 Messungen schlägt er folgende Geschwindigkeitsformeln für natürliche Wasserläufe vor:

für	$t \leqq 1.5$ m,	$v = 30.7\sqrt{t}\sqrt{tJ}$
für	$1.5 < t \leqq 6$ m,	$v = 34\sqrt[4]{t}\sqrt{tJ}$
für	$t > 6$ m,	$v = (50.2 + 0.5t)\sqrt{tJ}$.

In einer Abhandlung des in dem Mississippiwerke mitgeteilten Stoffes, welche im Zentralblatt der Bauverwaltung, 2. April 1921, Seite 168–171 steht, hat Beyerhaus, Regierung- und Baurat in Berlin, die Trugschlüsse aus den Mississippi-Messungen von Humphreys und Abbot und den fehlerhafte Bau der Ganguillet und Kutterschen Formel wegen der ungenügenden Kenntnis des massgebenden Gefälles dargestellt. Weiter hat Beyerhaus behauptet, daß bei großen Wassertiefen von 20 m und darüber die Abhängigkeit der Geschwindigkeit vom Gefälle durchaus nicht wesentlich anders ist als bei geringen Wassertiefen und annähernd der Quadratwurzel von J entspricht.

Durch die logarithmische Methode hat er eine neue nachstehende Formel gefunden und sie als eine allgemein anwendbare Formel empfohlen:

$$v = \alpha R^{0.7} J^{0.46},$$ [1]

worin α die von der Rauhigkeit der Bettwandung abhängige Größe ist.

Durch die Zusammenstellung, welche 89 Messungs-Ergebnisse umfasst, die zu 23 Gruppen zusammengefasst sind, wird ihre genügende Zuverlässigkeit für sämtliche in der Praxis des Flussbaues vorkommenden Verhältnisse dargelegt. Die zugehörigen Durchschnittswerte von R liegen zwischen 0.24 und 20.65 m und dieselbe von J zwischen 0.0142 und 0.000 022 3. Um ihre genügende

[1] E. Beyerhaus, "Geschwindigkeitsformeln für Wasserläufe und massgebendes Gefälle; Mängel der Ganguillet-Kutterschen Formel und Darstellung eines geeigneten Ersatzes." Der Bauingenieur, 1921, Heft 18, S. 487.

Zuverlässigkeit nachzuweisen, hat er die Ergebnisse von den Versuchen,[1] welche im Jahre 1916 in der Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau für das Oberpräsidium der Provinz Schlesien stattgefunden hatten, hinzugezogen. Dieses Versuchsgerinne hat eine Breite von 2 Metern und eine Sohleneigung von 1:40.

Die Werte für R liegen zwischen 0.0097 und 0.0598 Meter.

Danach ergibt sich die mittlere Abweichung der α-Werte in der Formel $v=\alpha R^{0.7}J^{0.46}$ gegen den Mittelwert 52.17 zu 0.65 *v. H.*, die K-Werte in der Formel $v=K\sqrt{R}^{0.5}J^{0.5}$ gegen den Mittelwert 30.31 zu 9.47 *v.H.* und die der n-Werte von der Ganguillet und Kutterschen Formeln gegen den Mittelwert $n=0.0152$ zu 4.69 *v.H.*. Es verhalten sich danach die mittleren Abweichungen bei α, K und n wie 1:14.6:7.2.[2]

Im Jahre 1922 entwickelt Dr.-Ing. Krey[3] die Grundlagen der Geschwindigkeitsformel $v=AR^bJ^c$ mit dem Ergebnis, daß zwischen den Exponenten b und c eine ganz bestimmte Beziehung bestehen muß, damit das mechanische Ähnlichkeitsgesetz erfüllt wird. Er hat behauptet, daß nach den Untersuchungen von Reynolds[4] und Blasius[5] K in der Formel $v=K\sqrt{RJ}$, da es sich hier um reine Reibungsvorgänge handelt, unter ähnlichen Verhältnissen eine Funktion der sogenannten Reynoldsschen Zahl $\left(\frac{vR}{\nu}\right)$ sein muß, in welcher ν den Zähigkeitsbeiwert bezeichnet. Für die praktischen Aufgaben des Wasserbaues hat er die sogenannte Kennzahl $(vR\rho)$ eingeführt, in welcher ρ die spezifische Masse bezeichnet. Er hat das reine Potentialgesetz. $K=B(vR\rho)^n$ angewandt. Setzt man nun den Wert für $K=B(vR\rho)^n$ in die Abflußformel $v=K\sqrt{RJ}$ ein, dann erhält man

$$v=B^{\frac{1}{1-n}}\ \rho^{\frac{n}{1-n}}\ R^{\frac{0.5+n}{1-n}}\ J^{\frac{0.5}{1-n}},\qquad v=AR^bJ^c$$

worin $\rho^{\frac{n}{1-n}}$ unwesentlich von 1 verschieden ist.

Eisner[6], Regierungsbauführer in Potsdam, der den Wert von K in

---

1) Zentralblatt der Bauverwaltung, 1916, S. 393.
2) Der Bauingenieur, 1921, Heft 19, S. 524.
3) H. Krey, "Die Grundlagen der allgemeinen Abflussformel $v=AR^bJ^c$" Zentralblatt der Bauverwaltung, 4. Jan. 1922, S. 5.
4) Phil. Transact. of the Royal Soc. at Lond. 1883, Vol. 174, p. 938.
5) "Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten." Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1912, S. 639.
6) H. Krey, "Die Grundlagen der allgemeinen Abflussformel $v=AR^bJ^c$." Zentralblatt der Bauverwaltung, 5. Aug 1922, S. 378.

Abhängigkeit sowohl von der Kennzahl $vR\rho$ als auch von einer Rauhigkeitszahl setzt, behauptet:

$$K=f\left(vR\rho \;;\; \frac{\varepsilon}{R}\right)$$

worin ε die Rauhigkeitszahl bezeichnet.

Wählt man wieder die reine Potenzform

$$K=B_0(vR\rho)^n\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)^z,$$

so wird

$$v=B_0^{\frac{1}{1-n}}\;\rho^{\frac{n}{1-n}}\varepsilon^{\frac{z}{1-n}}\;R^{\frac{0.5+n-z}{1-n}}J^{\frac{0.5}{1-n}}$$

oder mit $\rho^{\frac{n}{1-n}}=1$:

$$A=B_0^{\frac{1}{1-n}}\varepsilon^{\frac{z}{1-n}},\qquad b=\frac{0.5+n-z}{1-n},\qquad c=\frac{0.5}{1-n}$$

wobei B_0 lediglich ein Formfaktor ist.

Im Jahre 1923 hat R. Winkel als eine allgemeine Geschwindigkeitsformel für natürliche Wasserläufe folgende Form aufgestellt:

$$v=AR^{\frac{5}{7}}J^{\frac{4}{7}}.$$

Er hat den Grundsatz[1]) aufgestellt, daß der Eytelwein-Chézysche Wert $c=\frac{v}{\sqrt{RJ}}$ von der Kennzahl $(vR\rho)$ bzw. von dem Kennwert (vR) gesetzmäßig abhängt. Eine allgemeine für die verschiedensten Verhältnisse gültige Abflußformel

$$v=B_0f\left\{(vR\rho);\;\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)\right\}\sqrt{RJ}$$

hat er durch ein Potenzgesetz

$$v=B_0^{\frac{1}{1-n}}\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)^{\frac{z}{1-n}}R^{\frac{0.5+n}{1-n}}J^{\frac{0.5}{1-n}}=AR^bJ^c$$

aufgelöst. In dieser Formel ist der erste Teil $B_0^{\frac{1}{1-n}}$ der Formfaktor, er würde für genau ähnliche Querschnitte gleich bleiben, der zweite Teil gibt den Einfluß der Rauhigkeit der Wandungen und der dritte Teil $R^{\frac{0.5+n}{1-n}}J^{\frac{0.5}{1-n}}$ das Grundgesetz, welches der Ähnlichkeit bei Reibungsvorgängen folgt (Reynolds) und von der Kennzahl des Gerinnes abhängig ist. Das Rauhigkeitsmaß ε/R wird bei jedem Flusse in einer gewissen Abhängigkeit von der Längenentwicklung,

[1]) Dr.-Ing. R. Winkel, "Einfluss der Wandbeschaffenheit eines Gerinnes auf die Wassergeschwindigkeit." Zentralblatt der Bauverwaltung, 1923, S. 593.

d.h. von der Lage des untersuchten Querschnittes zwischen Quelle und Mündung stehen. In ähnlicher Weise steht auch das Gefälle eines Flusses in einer solchen Abhängigkeit von der durchflossenen Länge; es nimmt von der Quelle bis zur Mündung im allgemeinen ständig ab. Und zwar hat dieses ähnliche Verhalten zwischen Gefälle und Rauhigkeit seinen natürlichen Grund, weil Gefälle und Rauhigkeit sich gegenseitig beeinflussen. Diese Erkenntnis legt den Gedanken nahe, beide zueinander in Beziehung zu setzen und wenigstens für die natürlichen Wasserläufe das Rauhigkeitsverhältnis $\varepsilon : R$ der obigen allgemeinen Gleichung versuchsweise nur als eine Funktion des Gefälles aufzufassen und zu setzen,

$$\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)^{\frac{\varepsilon}{1-n}} = \phi(J).$$

Er hat die allgemeine Grundform $c = B(vR)^n = v/\sqrt{RJ}$ bzw. $v = AR^{\frac{0.5+n}{1-n}} J^{\frac{0.5}{1-n}}$ eingeführt, wobei A von J abhängig, und aus den Meßergebnissen vom Rhein, von der Weser, Elbe, Seine, Memel und anderen Flüssen und Strömen die neue Formel $v = AR^{\frac{5}{7}} J^{\frac{4}{7}}$ gefunden.

In dieser Gleichung ermittelte er $A = 185 - 210 J^{\frac{0.5}{7}}$, und erhielt $v = (185 - 210 J^{\frac{0.5}{7}}) J^{\frac{4}{7}} R^{\frac{5}{7}}$.[1] In dieser Beziehung sind keine zu schätzenden Werte c oder A mehr enthalten; der erste Teil $185 R^{\frac{5}{7}} J^{\frac{4}{7}}$ entspricht durchaus der Forderung des einfachen Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetzes, der zweite $210 R^{\frac{5}{7}} J^{\frac{4.5}{7}}$ zeigt das Mass der Rauhigkeitswirkung an.

Zu ungefähr gleicher Zeit, aber unabhängig mit ihm, hat M. Matakiewicz von der Generalgleichung $v = k f_1(T) f_2(J)$ die Potenzen der Kurven $f_1(T)$ und $f_2(J)$ zu bestimmen versucht und hat später eine etwas merkwürdige, jedoch stetige Formel aufgestellt:

$$v = \frac{116 J^{0.493 + 16J}}{2.2 + T^{\frac{2}{3}} + \frac{0.15}{T^2}} T^{0.7}$$

in welcher T die mittlere Wassertiefe bezeichnet.

Im Jahre 1925 ist er zu der folgenden einfachen Formel gelangt:

$$v = 85.4 J^{0.493 + 16J} T^{0.7}.$$

Alexander Paronshi hat im Jahre 1926 in den Ausdruck $\varphi(T) = \frac{v}{\sqrt{J}}$ folgende Generalgleichung der algebraischen Kurve eingeführt:

---

1) Dr.-Ing. R. Winkel, "Eine allgemeine Geschwindigkeitsformel für natürliche Wasserläufe." Zentralblatt der Bauverwaltung, 1923, S. 613.

2) Engels, Handbuch des Wasserbaues. 2. Auflage, Band I, S. 75.

$$y = c_1 x^n + c_2 x^{n-1} + c_3 x^{n-2} + \ldots + c_{n-1} x + c_n.$$

Alsdann wurde die genauere Berechnung der Funktion der Tiefe unter Benutzung der Ergebnisse in hydrometrischen Messungen vorgenommen, wobei er zu der Formel gelangt:

$$v = (4T - 12 + \sqrt{144 + 166T})\sqrt{J}.$$ [1]

§ 2. Bemerkungen über die bisherigen Geschwindigkeitsformeln und die Gesichtspunkte dieser Arbeit.

Aus dem vorerwähnten historischen Überblick können wir bezüglich der Formeln von de Pony, Brahm's und de Chézy bemerken, daß in den bis zu ihrer Zeit aufgestellten Formeln kein Einfluß der verschiedenen Rauheiten des benetzten Umfanges und des Gefälles auf die Koeffizienten der Formel angenommen worden ist.

Bazin hat aber einen Einfluß der Variation der Koeffizienten wahrgenommen, nämlich der Hauptsache nach eine Zunahme des Koeffizienten c (in dem Ausdruck $v = c\sqrt{RJ}$) mit der Zunahme des Gefälles, oder eine Abnahme der Koeffizienten seiner Formel mit dieser Zunahme, denselben jedoch nicht so bedeutend gefunden, daß er sich veranlasst gesehen hätte, ihm besonders Rechung zu tragen.

Bazin's Formel enthält die Grundlage einer allgemeinen anwendbaren Formel, in ihr vermissen wir aber eine Beziehung zwischen den Werten α und β, von denen β sehr schnell mit der Rauhigkeit der Wandungen wächst. Anderseits würde die Grenze, der sich A (in dem Ausdruck $A = RJ/v^2 = \alpha + \beta/R$) nähert, bei unendlichem Wachsen von R für jede Rauhigkeitsklasse eine verschiedene sein. Die der obigen Geschwindigkeitsformel anhaftenden Mängel wurden von Bazin im Jahre 1897 beseitigt. Er hat folgende neue Formel aufgestellt:

$$v = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}\sqrt{RJ}.$$ [2]

Humphrey-Abbot's Formel basiert auf einer zweifelhaften Annahme, nämlich, daß das Wasser an der Oberfläche einer ebenso starken Reibung ausgesetzt sei, als an dem benetzten Umfange des Querprofiles, weshalb in ihr

[1] Alexander Parenshi; "Zur Berechnung der mittleren Quergeschwindigkeit in natürlichen Flussbetten." Der Bauingenieur, 15. Okt. 1926, S. 805.

[2] Annales des Ponts et Chausées, 1897, 4me Trimestre p. 20.

an die Stelle Wertes $R(=F/U)$ der Wert $R_1(=F/(U+B))$ gesetzt wird. Diese amerikanische Formel qualifiziert sich, nach mehreren Untersuchungen des Dr. Rudolf Sonndorfer, des Herrn Bazin, sowie umfassenden Untersuchungen einer grossen Menge schweizerischer und anderer Messungen, als eine Spezialformel für Gewässer mit kleinen Gefällen, und es ist ein Irrtum, wenn man ihr eine allgemeine Anwendbarkeit zuschreiben will.

Man hat bekanntlich die Ganguillet und Kuttersche Formel im allgemeinen angewendet. In Beyerhaus' Arbeit hat aber eine eingehende künstliche Nachprüfung des grossen Mississippiwerks von Humphreys und Abbot als zweifellos erwiesen, daß die bei den Mississippi-Messungsergebnissen mitgeteilten Gefälle wegen der benutzten viel zu kurzen Flusslängen bei schwankenden Wasserspiegel mit so groben Fehlern behaftet sind, daß dadurch die ganzen Ergebnisse z.T. wertlos werden. Beyerhaus[1]) behauptet, daß auch der ganze darauf fußende Bau der Ganguillet-Kutterschen Formel sich als fehlerhaft ergibt. Humphreys und Abbot haben zu ihrer allgemeinen Formeln nicht nur Mississippi-Messresultate, in welchen R sehr gross und J sehr klein ist, sondern auch diejenigen der allgemeinen vorkommenden Flüsse von Bazin als Grundlage benutzt. Aber Beyerhaus hat nur teilweise die speziellen Fälle, in welchen R ausserordentlich gross und J sehr klein ist, erforscht. Da im allgemeinen in natürlichen Flüssen keine gleichförmig fließende Bewegung des Wassers, sondern beschleunigte oder verzögerte Zustände vorliegen, steht es noch in Frage, ob die zur Aufstellung der Formel $v=CR^{0.7}J^{0.46}$ von ihm benutzten Stoffe massgebend sind oder nicht. Für so starke Gefälle wie 1:40, deren Messergebnisse er zum Nachweis für die Genauigkeit seiner Formel hinzugezogen hat, muss es sehr schwer sein, gleichförmige Bewegung zu erhalten. Zudem erscheint die Untersuchung für ein einziges Gefälle (1:40) zum Nachweis der Beziehung zwischen Gefälle und Geschwindigkeit nicht zu genügen.

Dr.-Ing. Krey hat zum ersten Male das mechanische Ähnlichkeitsgesetz in die Geschwindigkeitsformel eingeführt, und die Anwendung der Kenntnis des Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetzes für die Geschwindigkeitsformel hat in dieser Erforschung Epoche gemacht. Er hat aber nur die Grundlage der

[1]) Beyerhaus, "Die Trugschlüsse aus den Mississippi-Messungen von Humphreys und Abbot und der fehlerhafte Bau der Ganguillet-Kutterschen Formel." Zentralblatt der Bauverwaltung, 1921, S. 168.

allgemeinen Abflußformel, nicht neue allgemein anwendbare Geschwindigkeitsformeln für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen vorgeschlagen.

Winkel hat unter Beibehaltung der Grundgleichung, damit das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz erfüllt wird, den Wert A in der Formel $v = A R^{\frac{n}{7}} J^{\frac{1}{7}}$ als die Funktion der Gefälle aus der Erkenntnis heraus aufgestellt, daß Gefälle und Rauhigkeit sich in natürlichen Flüssen und Strömen mit beweglicher Sohle (wie Erde) gegenseitig beeinflussen. Die Winkelsche Geschwindigkeitsformel beruht nicht nur auf theoretischem Verfahren, sondern ist auch sehr leicht wegen ihrer einfachen Form anwendbar.

Zur Prüfung der bisherigen Formeln für die fließende Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen bedarf es heute noch eingehender Untersuchungen. Für solche Forschungen würde es sich empfehlen in tunlichst vielen grossen künstlichen Kanälen sorgfältige Messungen vorzunehmen und daraus auf die natürliche Flüsse zu schließen. Aber wegen der grossen Kosten ist es für uns fast unmöglich, solche grossen und dazu zahlreiche Kanäle zu bauen.

Deshalb haben wir zuerst Untersuchungen in kleinen Versuchsgerinnen vorzunehmen, welche für verschiedene Verhältnisse an Gefälle und Ausgestaltung der Wände hergestellt werden können, und aus diesen Meßergebnissen auf die allgemeine Anwendbarkeit der bisherigen Formeln zu schließen. Für diesen Zweck konnte der Verfasser das kleine Versuchsgerinne im Wasserbaulaboratorium der Technischen Hochschule in Braunschweig benutzen.

Hinsichtlich der für die Versuche benutzten Einrichtungen zur Messung des Gefälles und der Wassermengen sowie zur Erzielung gleichförmiger Wasserbewegung im Gerinne sei hier auf die nachstehende Beschreibung verwiesen.

Bisweilen ist bei den Untersuchungen über die fließende Bewegung des Wassers nicht die gleichförmige Bewegung zu Grund gelegt. Zum Beispiel zeigt Schober's Arbeit "Versuch über den Reibungswiderstand zwischen fließendem Wasser und benetztem Umfange" diesen Mangel; siehe dazu die Abhandlung von Professor Dr.-Ing. M. Möller im Zentralblatt der Bauverwaltung 1918, Seite 386.

II. Beschreibung der für die Versuche benutzten Einrichtungen.

§ 3. Allgemeine Anordnung.

Zu den Versuchen haben wir das Flußgerinne in dem Wasserbaulaboratorium der Technischen Hochschule in Braunschweig benutzt.

Einige für diese Versuche notwendige Änderungen wurden zu der bestehenden Einrichtung vorgenommen. Das Versuchsgerinne besteht aus einem auf einem eisernen Tragwerk, welches aus eisernen Trägern INP20 und [NP20 gebildet wird, ruhenden, hölzernen mit Zinkblech ausgekleideten Kasten von 10 m Länge und 1.68 m Breite; es ruht in seiner Mitte auf einem Kipplager und kann schnell horizontal oder in Gefälle eingestellt werden. Dazu dienen zwei unter einem hölzernen Querbalken stehende Schraubenwinden (siehe dazu **PL. II, Fig 1** bis **PL. IV, Fig 4**).

Die Neigung nach der Länge des Kastens sowie die nach der Breite wird am Pegel an den vertikalen eisernen Stützen des Leitungsrohres durch die Oberkasten der beiden vertikalen hölzernen Balken angezeigt, welche an dem Kasten angebracht sind.

Das Wasser wird durch ein Leitungsrohr von 200 mm Durchmesser aus der Oker in den am Ende des Kastens sich befindenen Vorraum geleitet. Eine Luftpumpe dient zur Inbetriebsetztung der Heberleitung. Durch Schrauben am Leitungsrohre wird der Zulauf des Wassers mittels Fußventil reguliert. Ein Teil des Wassers kann durch eine bei der Kastensohle vorhandene Klappe, welche mittels einer Schraube geöffnet und geschlossen werden kann, aus dem Vorraum zum Seitengerinne abgelassen werden, und von da zur Oker abfließen. Die erste Querwand unter dem Querbalken dient zur Beruhigung der Wellen, sie hat nur unten Schlitzlöcher von je 0.05 m × 0.12 m, durch welche das Wasser in den Vorraum tritt.

Hier sorgt das Überlaufwehr mit zweiseitigem Überlauf und kreisförmigem Ablauf von 0.12 m Durchmesser dafür, daß der Wasserstand sich in gleichbleibender Höhe hält. Der Wasserzulauf kann noch dazu auch durch die Stellung der Zementziegel an der nächsten Querwand reguliert werden. Das durch diese Querwand fließende Wasser fließt der Reihe nach durch das Vorbecken, das Hauptgerinne, das Hinterbecken, den Auslauf, eine Wippe, und ergießt sich dann in die Messkasten. Der Auslauf wie auch der Zulauf kann

durch die Stellung der Zementziegel reguliert werden.

Das Vor- und Hinterbecken sind durch ein verschließbares Rohr miteinander verbunden.

§ 4. Versuchsgerinne.

Die Versuchsgerinne sind mit 5.85 m Länge als Sand- und Zementkanäle mit Trapezquerschnitten ausgeführt. Die Böschungsneigung ist 1:1.5. Die Sohlenbreiten sind verschieden.

Die Gerinnesohlen befinden sich 0.10 m über der Oberfläche der Kastensohle, und ihre Breiten betragen 0.10 m für Zementgerinne, und 0.10 m, 0.20 m und 0.30 m für Sandgerinne (**PL. IV, Fig 5**).

Das spezifische Gewicht des in diesen Versuchen für die Böschungen und Sohlen verwandten Sandes wurde durch die Messungen mit 2.53 festgestellt. Die Meßergebnisse für die Korngrößen des verwandten Sandes sind nachfolgend zusammengestellt (**Tabbelle 1**).

Die Zementgerinne sind durch sorgfältige Mörtelpflasterung (Mischung 1:1) mit etwa 0.92 m Stärke auf Sand gebaut und konnten lediglich durch Zementabdeckung und Sandbedeckung in Sandgerinne verwandelt werden. Zur Verhütung von Filtration des Wassers sind auch die Sandböschungen im Vor- und Hinterbecken mit Mörtel gepflastert.

Alle 4 Meter der Flussstrecke befindet sich je ein horizontaler Querbalken mit einem Wassertiefenmesser.

Am unteren Ende dieses Tiefenmessers befindet sich ein Nagel.

Der Messer ist an der Seitenfläche des Querbalkens verschiebbar angeordnet. Die Wassertiefe kann am Tiefenmesser leicht abgelesen werden. Sie ergibt sich aus der Differenz der beiden Ablesungen, die sich durch die Berührung des Wassermessers (Nagels) mit der Gerinnesohle und ferner durch die Berührung des Wassermessers mit dem Wasserspiegel ergeben (**PL. III, Fig 3, 4,** und **5**).

§ 5. Gefällmeßkanal.

Zur genauen Messung des Wasserspiegelgefälles ist ein kleiner rechtwinkeliger Gefällmeßkanal parallel mit dem Versuchsgerinne im Abstande von 0.11 Meter von der inneren Seite der Kastenwand angeordnet. Der Gefällmesskanal hat ein Gefällmessraum von 0.25×0.11 m² Wasserspiegelfläche und ist mittels Eisenbleches im Gefällmessraum in zwei Teilen geteilt.

Wir verbinden jeden Kanalabschnitt, wie **Abb. 1** zeigt, mit der Glasröhre des gabelförmigen Gefällmessers. Die Meß-Kanalsohle hat 0.07 m Breite und befindet sich in gleicher Höhe wie die der Versuchsgerinne.

Die oberen und unteren Kanalabschnitte des Gefällmeßkanals sind an der Wassertiefenmeßstelle vom Versuchsgerinne mit diesem nicht durch ein offenen Kanal, sondern durch ein unter dem niedrigstem Wasserstande sich befindlichen Loch von $0.07 \times 0.05\ m^2$ Größe verbunden. Diese Anordnung bei der Einmündung macht das in das Gefällmeßkanal eintretende Wasser sehr ruhig ungeachtet der Wellung des Wasserspiegels im Versuchsgerinne.

Zur Verhütung der durch Einwirkung des Windes entstehenden Wasserspiegelsunruhe wurde der Gefällmeßkanal erforderlichenfalls mit Zementziegeln und hölzernen Brettern überdeckt.

§ 6. Gefällmeßröhren.

Um das Wasserspiegelsgefälle in feiner und einfacher Weise zu messen, haben wir die Gefällmeßröhre verwandt. Zur Vergrößerung des Druckunterschiedes haben wir einen zuerst von Herrn Professor M. Möller ausgesprochenen Gedanken,[1] daß man kleine Druckunterschiede noch zu messen imstande ist, wenn man statt der Luft auf dem Wasser eine andere Flüßigkeit anwendet, deren spezifisches Gewicht dem des Wassers nahe kommt, da der Höhenunterschied in diesem Falle vielfach größer ist als derjenige in Bezug auf den Gewichtsgegensatz zwischen Wasser und Luft.

Wir haben ferner noch einen weiteren Gedanken hinzugefügt, nämlich den, daß der Unterschied im Gefällmeßrohr nach den Temperaturen des Wassers und des benutzten Öls bedeutend verschieden ist.

Aus diesem Gedanken heraus, läßt sich eine noch genauere Ablesung ermöglichen.

Die Gefällmeßröhren bestehen aus gabelförmigen Glasröhren mit 8 mm innerem Durchmesser (**Abb. 1.**)

Die beiden Glasröhren, die zur Vergleichung der Druckhöhen dienen sollen, sind am oberen Ende vereinigt, es wird dadurch erreicht, daß man nicht immer die oberen Spiegel des Öls in eine Horizontale zu bringen bracht, sondern daß es genügt, wenn die Oberfläche des Öls in dem gemeinsamen

[1] R. Hartmann, Beitrag zur Wirbelbewegung. Braunschweig.

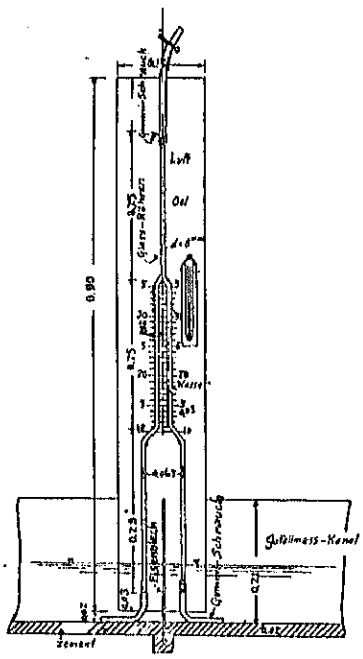


Abb. 1.

Rohr sich befindet. An jedem Ende der Glasröhren ist je ein kürzer Gummischlauch befestigt. Der obere Gummischlauch wird während der Messung mit einem Quetschhahn verschlossen; die unteren Gummischläuche wurden sonst während der Ablesung mit Quetschhähnen verschlossen, um den Ausfluß des Wassers und des Öls zu vermeiden.

Der Wasserstand in den Glasröhren kann in bequem ablesbare Höhen angesaugt werden. Für die Versuche benutzten wir Kampferöl, infolge seines dem Wasser nahekommenden spezifischen Gewichtes, seines verhältnismäßig niedrigen Gefrierpunktes und auch seiner chemischen Sicherheit gegen die Wirkung des Wassers.

Bei kaltem Wetter bedeckten wir den Gefällmeßaparat mit einem hölzernen Kasten, und zündeten in diesem eine Kerze an.

Zum Zwecke der Ablesung brachten wir ein kleines Fenster am Kasten an (siehe **PL. I, Fig 3**).

Zur genauen Messung wird das Kampferöl in den Gefällmeßröhren mehreremale am Tage mit frischem Öl aufgefüllt. Nach jedem Gebrauche der Gefällmeßröhren ließen wir das Kampferöl aus, gossen Alkohol hindurch und wischten zuletzt das innere mit trockenem Tuch sorgfältig ab.

§ 7. Meßkasten.

Ein 0.135 m³ fassender hölzerner Kasten diente zur Messung der Abflußmenge (siehe **PL. II, Fig 1, 3** und **PL. I, Fig 4.**).

An der hinteren Wand des Meßkastens befindet sich ein horizontaler hölzerner Balken mit je einem eisernen Handgriff an beiden Enden. Dieser Balken ruht auf hölzernen Brettern rechts und links des Kastens. Ferner sind am unteren Rande des Kastens etwas ausserhalb der Mitte nach vornehin zwei Metallstützen angebracht, die auf einem horizontalen ⊥-Eisenträger ruhen, der quer über dem unteren Wasserbehälter liegt und der erforderlichenfalls als Achse des Meßkastens dient. Nach der Messung kann das Wasser

mittels der beiden Handgriffe durch Stürzen aus dem Meßkasten in den unteren großen Wasserbehälter abgelassen werden.

Auf der hinteren Wand des Meßkastens befindet sich eine durch zwei Scharniere befestigte Wippe. Durch die Wippe kann man das Wasser je nach Belieben entweder in den Meßkasten oder ausserhalb des Kastens in den großen Wasserbehälter fließen lassen.

Wenn man die Zeit mißt, die das aus dem Gerinne fließende Wasser braucht, um den Meßkasten bis zu seinen Oberkanten anzufüllen, und den Kastenraum durch die gemessene Zeit teilt, so kann man dann das arithmetische Mittel der Abflußmenge für die entsprechende Zeitabschnitt ermitteln.

III. Ausführung der Versuche.

§ 8. Theoretische Erklärung über die Gefällmeßröhren.

Es seien hier nachstehende Bezeichnungen verwandt. Es bedeuten:

δ: der Höhenunterschied zweier Flüßigkeitssäulen, auf denen nur Luft ruht,

Δ: der Höhenunterschied zweier Flüßigkeitssäulen, auf denen eine andere Flüßigkeit ruht,

γ: das Gewicht der Raumeinheit des Wassers,

γ_1: das Gewicht der Raumeinheit der Luft,

γ_2: das Gewicht der Raumeinheit der Flüßigkeit auf den Wassersäulen.

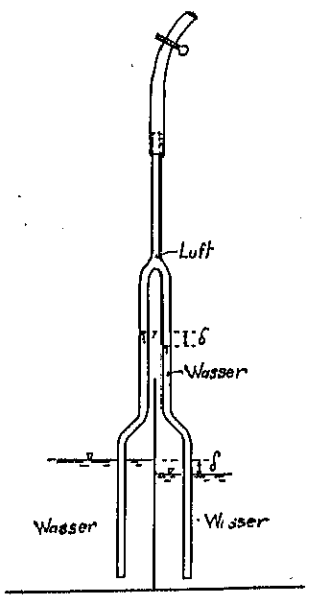


Abb. 2.

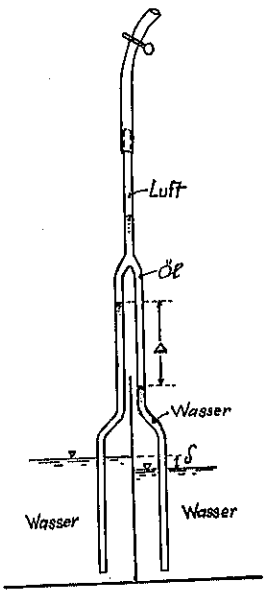


Abb. 3.

Wenn nur Luft auf den Wassersäulen ruht, so ist der Druckunterschied

$$D_1=\gamma\delta-\gamma_1\delta. \quad \text{(Abb. 2.)}$$

Da das Gewicht der Luft dem des Wassers gegenüber zu vernachlässigen ist, so ist

$$D_1=\gamma\delta.$$

Ruht nun über dem Wasser eine andere Flüßigkeit von einem Gewicht, das dem des Wassers nahe kommt, so ist der Druckunterschied

$$D_2=\Delta\gamma-\Delta\gamma_2=\Delta(\gamma-\gamma_2). \quad \text{(Abb. 3.)}$$

Da der Druckunterschied bei beiden Methoden derselbe ist, so ist:

$$D_1 = D_2, \quad \therefore \quad \gamma\delta = \Delta(\gamma - \gamma_2)$$

$$\frac{\Delta}{\delta} = \frac{\gamma}{(\gamma - \gamma_2)}$$

Da Dichte des Öls und die des Wassers in Beziehung auf Temperaturen sich verändern, so bleiben auch die Werte Δ/δ für verschiedene Temperaturen nicht gleich. Wir müssen also die Beziehungen zwischen den Werten Δ/δ und den Temperaturen für die benutzten Kampferöle ermitteln.

§ 9. Messungen der spezifischen Gewichte der benutzten Kampferöle bei verschiedenen Temperaturen.

Weil wir bei neuen Versuchen Kampferöle zwei verschiedenen Arten benutzten, so maßen wir sorgfältig die spezifischen Gewichte jedes benutzten Kampferöls für verschiedene Temperaturen mittels eines Glaspyknometers. Die gemessenen spezifischen Gewichte sowie die unter Benutzung der folgenden Formel berechneten Ablesungsverhältnisse Δ/δ von benutzten Kampferölen für verschiedene Temperaturen sind in den **Tabellen 2** und **3** zusammengestellt, aber das spezifische Gewicht γ des Wassers ist darin als eins vorausgesetzt:

$$\frac{\Delta}{\delta} = \frac{\gamma}{\gamma - \gamma_2}.$$

§ 10. Bestimmung der Beziehungen zwischen den benutzten Kampferölen und Temperaturen.

Zwischen den bei diesen Versuchen gemessenen spezifischen Gewichten γ_2 und den zugehörigen Temperaturen T besteht die allgemeine Beziehung

$$T = a + b\gamma_2 + c\gamma_2^2 + \ldots.$$

oder allgemein

$$T = \varphi(\gamma_2),$$

die wir zeichnerisch so darstellten, daß wir die Temperaturen T_1, T_2, T_3 usw. als Abszissen und die durch die Messungen gefundenen zugehörigen spezifischen Gewichte des Kampferöls $\gamma_{2,1}$, $\gamma_{2,2}$, $\gamma_{2,3}$ usw. als Ordinaten auftrugen (**PL. V, Fig 1**).

Der Anblick dieser Figur läßt eine lineare Funktion zwischen T und γ_2 annehmbar erscheinen, d.h. wir setzten:

$$T = a + b\gamma_2.$$

Die beiden Koeffizienten a und b wurden aus den oben genannten 11 Messungen für Kampferöl (A) und aus 10 Messungen für Kampferöl (B) nach

der Methode der kleinsten Quadrate genauer bestimmt (**Tabellen 2** und **3.**)

Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}[1\cdot T]&=[1\cdot 1]a+[1\cdot\gamma_2]b\\ [\gamma_2\cdot T]&=[1\cdot\gamma_2]a+[\gamma_2\cdot\gamma_2]b\end{aligned}\right\}$$

Diese Normalgleichungen löst man nach a und b auf.

Man findet:

$$a=\frac{[\gamma_2\cdot\gamma_2][1\cdot T]-[1\cdot\gamma_2][\gamma_2\cdot T]}{[1\cdot 1][\gamma_2\cdot\gamma_2]-[1\cdot\gamma_2][1\cdot\gamma_2]}$$

$$b=\frac{[1\cdot 1][\gamma_2\cdot T]-[1\cdot\gamma_2][1\cdot T]}{[1\cdot 1][\gamma_2\cdot\gamma_2]-[1\cdot\gamma_2][1\cdot\gamma_2]}.$$

Die Koeffizienten für Kampferöl (A) selbst werden:

$$a=\frac{9.31279\times 210.2-10.1204\times 191.7938}{11\times 9.3127-10.1204\times 10.1204}=+965$$

$$b=\frac{11\times 191.7938-10.1204\times 210.2}{11\times 9.3127-10.1204\times 10.1204}=-1\,028$$

Die Ausgleichungsfunktion für Kampferöl (A) heißt also:

$$T=965-1\,028\,\gamma_{2,A}$$

oder
$$T+1\,023\,\gamma_{2,A}-935=0. \qquad \text{(Gl. 1)}$$

Hierin sind

T: die Temperatur des Kampferöls (A),

$\gamma_{2,A}$: das spezifische Gewicht des Kampferöls (A).

In derselben Weise wird die Rechnung für die Koeffizienten der Gleichung für Kampferöl (B) durchgeführt und ergibt

$$a=\frac{8.3337\times 211.5-0.1286\times 102.3376}{10\times 8.3337-0.1286\times 0.1286}=+1\,215$$

$$b=\frac{10\times 102.3376-0.1286\times 211.5}{10\times 8.3337-0.1286\times 0.1286}=-1\,308. \qquad \text{(Tabelle 23.)}$$

In Verbindung mit diesen Werten haben wir die nachfolgende Gleichung gewonnen:

$$T+1\,308\,\gamma_{2,B}-1\,215=0. \qquad \text{(Gl. 2)}$$

Hierin sind

T: die Temperatur des Kampferöls (B).

$\gamma_{2,B}$: das spezifische Gewicht des Kampferöls (B).

Zur graphischen Darstellung siehe **PL. V, Fig 1.**

§ 11. Bestimmung der Beziehungen zwischen Ablesungsverhältnissen Δ/δ und Temperaturen.

Setzt man in die Gleichungen (Gl. 1 und 2) für die Beziehungen zwischen

den spezifischen Gewichten, $\gamma_{2,A}$ und $\gamma_{2,B}$, der benutzten Kampferöle und Temperaturen T den für die Beziehungen zwischen den Ablösungsverhältnissen Δ/δ und zugehörigen spezifischen Gewichten, $\gamma_{2,A}$ und $\gamma_{2,B}$, gefundenen Ausdruck, so kann man dann die Beziehungen zwischen den Ablösungsverhältnissen Δ/δ und Temperaturen finden.

Setzt man aus dem vorstehenden Verfahren

$$\frac{\Delta}{\delta}=\left(\frac{\gamma}{\gamma-\gamma_2}\right)\equiv Y,$$

dann ist unter der Voraussetzung, daß das spezifische Gewicht des Wassers eins ist,

$$\frac{\Delta}{\delta}=\frac{1}{(1-\gamma_2)}$$

oder $$\gamma_2=1-\frac{1}{Y}.$$

Setzt man im Falle des Kampferöls (A) diesen Wert für $\gamma_{2,A}$ in die Gleichung (Gl. 1)

$$T+1\,028\,\gamma_{2,A}-965=0$$

ein, so erhält man

$$T+1\,023\left(1-\frac{1}{Y}\right)-965=0$$

$$TY+63Y-1\,028=0$$

oder $$T\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)+63\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)-1\,028=0. \quad \text{.....(Gl. 3)}$$

Um zur Gleichung der Beziehung zwischen den Ablösungsverhältnissen vom benutzten Kampferöle (B) und den entsprechenden Temperaturen zu gelangen, üben wir das beschriebene Verfahren aus, aber mit der Gleichung (Gl. 2).

Zunächst schreiben wir

$$\frac{\Delta}{\delta}\equiv Y.$$

Dann wird

$$\gamma_{2,B}=1-\frac{1}{Y}.$$

Setzt man diese Formel in die Gleichung (Gl. 2):

$$T+1\,308\,\gamma_{2,B}-1\,215=0$$

ein, so kommt

$$T+1\,308\left(1-\frac{1}{Y}\right)-1\,215=0, \qquad TY+93Y-1\,308=0$$

oder $$T\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)+93\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)-1\,308=0. \quad \text{.....(Gl. 4)}$$

In der nachstehenden **Tabelle 4** sind die aus den Gleichungen, Gl. 3 und 4, berechneten Werte von Ablesungsverhältnissen Δ/δ des benutzten Kampferöls (A), und des Kampferöls (B), für verschiedene Temperaturen zusammengestellt.

PL. V, Fig 2 stellt die für verschiedene Temperaturen gemessenen und die berechneten Werte von Δ/δ des benutzten Kampferöls (A), und des Kampferöls (B) dar.

Bei den in Beziehung zur gleichförmigen Bewegung des Wassers stehenden Versuchen ist es nötig, daß das Wasserspiegelgefälle sich möglichst parallel mit der Gerinnesohle hält. Dazu muß zuerst die Gerinnesohle durch die Winden mit Hilfe der Pegel an den vertikalen eisernen Stützen des Leitungsrohres in dem gegebenen Gefälle eingestellt werden, und dann auch der Wasserspiegel durch die Regulierung des Zulaufes und die des Auslaufes des Wassers so sorgfältig geregelt werden, daß es sich ungefähr parallel mit der Gerinnesohle hält. Um bei der Ausführung der Versuche den Fluß ein beliebiges relatives Wasserspiegelgefälle haben zu lassen, sollen wir das Wasserspiegel so regulieren, daß die Ablesung Δ der Gefällmeßröhren den diesem Gefälle entsprechenden Wert haben, d. h. das Produkt des dem gegebenen relativen Gefälle entsprechenden absoluten Gefälles auf der Strecke von 4 000 mm Länge mit dem Ablesungsverhältnis Δ/δ, welches mit Hilfe der Ablesungsverhältniskurve von **PL. V, Fig 2** leichtlich gefunden werden kann, für benetztes Kampferöl und die gegebene Temperatur.

Würde man zum Beispiele bei 8°C das dem 1:1 000 relativen Wasserspiegelgefälle entsprechende Ablesungsverhältnis Δ/δ für Kampferöl (A) ermitteln wollen, dann würde man in **PL. V, Fig 2** $\Delta/\delta=14.4$ bei 8°C finden. Auf der Strecke von 4 000 mm Länge entspricht ferner das 1:1 000 relative Gefälle dem absoluten Gefälle von 4 Millimetern.

Somit aus der Beziehung $\Delta=\delta(\Delta/\delta)$ ergibt sich:

$$\Delta=4\times 14.4=57.6\,\text{mm}.$$

In dem obigen Falle wird aber nur das annähernde Wasserspiegelgefälle bekannt, weil die in **PL. V, Fig 2** stehenden Ablesungsverhältnisse unter der Bedingung berechnet sind, daß das spezifische Gewicht des Wassers als eins vorausgesetzt ist. Zur genaueren Bestimmung des Wasserspiegelgefälles muß das spezifische Gewicht des Wassers nicht eins, sondern den Wert für seine

betreffende Temperatur annehmen, da spezifische Gewichte des Wassers für verschiedene Wassertemperaturen etwas verschieden sind.

§ 12. Gefälle der Energielinie.

Da die Voraussetzungen der sogenannten gleichförmigen Bewegung in natürlichen Wasserläufen nie erfüllt werden, so haben wir es, streng genommen, in diesen stets mit ungleichförmigen Bewegungen zu tun. In den Versuchszementgerinnen haben wir durch Regelung des Zulaufs und des Auslaufs des Wassers mit der Ausbildung der genügend genauen gleichförmigen Bewegung Erfolg gehabt. Da die Versuchssandgerinne aber Veränderungen der Gerinnesohle als Folge der Beweglichkeit des Sandes erlitten, so war das gemessene Wasserspiegelgefälle für Sandgerinne meistens um den zur Beschleunigung dienenden Teil zu vermindern bzw. um den zur Verzögerung dienenden Teil zu vermehren, um das zur Geschwindigkeitserhaltung dienende maßgebende Gefälle, das Gefälle der Energielinie, zu erhalten.

Wenn w die Größe der Bewegungswiderstände einer 1 Meter langen Flußstrecke mit dem absoluten Spiegelgefälle h bezeichnet, ist bei der Ungleichförmigen Bewegung

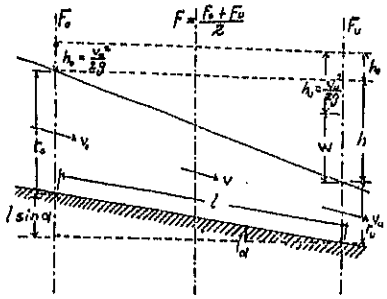


Abb. 4.

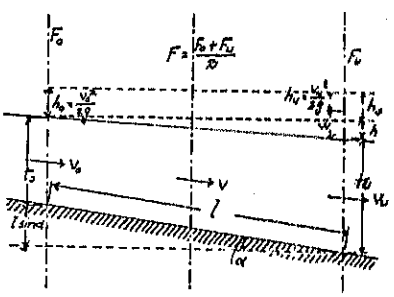


Abb. 5.

$w \gtrless h$.

Für $w < h$, Abb. 4, haben wir beschleunigte,

für $w > h$, Abb. 5, verzögerte Bewegung.

Wir gehen aus von der allgemeinen Beziehung

$$w = h + h_o - h_u.$$

Ferner ist

$$h = t_o + l \sin\alpha - t_u, \qquad h_o = \frac{v_o^2}{2g},$$

$$h_u = \frac{v_u^2}{2g}.$$

Somit ist

$$w = h - \left(\frac{v_u^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}\right).$$

Darnach ist für das zur Geschwindigkeitserhaltung dienende maßgebende Gefälle J

$$J = \frac{w}{l} = \frac{h - \left(\frac{v_u^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}\right)}{l} \quad \text{.....(Gl. 5)}$$

§ 13. Versuchsaufgaben.

Bei den Versuchen handelt sich darum, die Einflüsse der verschiedenen Beschaffenheiten der Gerinnesohlen, der verschiedenen Profilgrößen, und der verschiedenen Gefälle auf die Geschwindigkeiten zum Ausdruck zu bringen. Zu diesem Zwecke stellten wir 87 Messungen an.

Um den Einfluß der verschiedenen Rauhigkeiten der Querprofile auf die Geschwindigkeiten darzulegen, wurden sämtliche Messungen in zwei Gruppen mit 39 Zementprofilen und 45 Sandprofilen eingeteilt, in welchen diejenigen charakteristischen Eigenschaften zum Ausdruck kommen, welche die Geschwindigkeiten beeinflußen.

Die Gerinnesohle b waren für Zementprofilen und Sandprofilen 5 und 10 Zentimeter bzw. 10, 20 und 30 Zentimeter breit, wie schon dargestellt. In solchen Gerinnen wurden die Versuche an verschiedenen Wassertiefen t zwischen 5 und 15 Zentimeter angestellt.

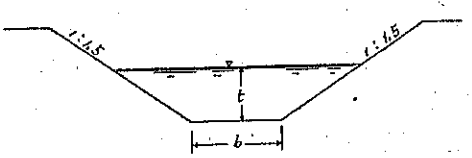


Abb. 6.

Es verbleibt somit von wesentlicher Bedeutung für die Geschwindigkeiten der Einfluß der Gefälle, der wiederum am einfachsten dadurch berücksichtigt werden kann, daß man Versuche an verschiedenen Gefällen J, in Profilen gleicher Beschaffenheit und noch dazu gleicher Profilgröße macht. An stärkeren Gefällen als 1:500 relatives Gefälle waren wir nicht imstande Versuche auszuführen wegen der heftigen Unruhigkeit des Wassers und der Versandung.

Nach dieser Einteilung ergaben sich folgende Gruppen für die Gefälle:

(a) 1:4000, (b) 1:3000, (c) 1:2500,
(d) 1:2000, (e) 1:1000, (f) 1:500.

In den **Tabellen 5** und **6** sind sämtliche Aufgaben zusammengestellt.

IV. Versuchsgrößen für Zementprofile.

§ 14. Profilradien R und die mittlere Profilgeschwindigkeiten v.

In kleinem Gerinne erhält man die mittlere Profilgeschwindigkeit des Wassers aus dem Quotient der sekundlichen Wassermenge eines fließenden Gewässers geteilt durch die Fläche des zugehörigen wirksamen Abflußprofils, aus der Form:

$$v = \frac{Q}{F}.$$

Von den beiden die mittlere Profilgeschwindigkeit bestimmenden Elementen wurde die sekundliche Wassermenge des Wassers bei diesen Versuchen durch die Meßkastenmessung bestimmt. Der verwandte Meßkasten hat $60 \times 65 \times 35\,\text{cm}^3$ Inhalt.

Zum Zwecke der Genauigkeit maßen wir dreimal die, um den Meßkasten bis obenhin mit Wasser zu füllen, gebrauchten Zeiten mittels einer Stoppuhr und nahmen den arithmetischen Mittelwert aus den 3 Beobachtungsgrößen.

Die Querschnittfläche F des Abflußprofils wurde durch unmittelbare Messungen der Wassertiefen in gewissen Entfernungen von je einem Zentimeter auf einfachste Weise ermittelt. Da von sämtlichen 39 Zementprofilen für 5 und 10 cm Sohlenbreite, von Versuch Nr. 1 bis 15, die Profile wegen der Einfachheit ihres Baues genügend genau ähnlich den aufgegebenen Profilen ausgebildet werden konnten, so wurden in der Auswertung ihrer Durchflußquerschnitte und ihrer benetzten Umfange die aufgegebenen Profilgrößen ohne Korektur mit Recht als maßgebend genommen.

Ist beispielsweise im Versuche der Profilradius und die mittlere Geschwindigkeit zu bestimmen, dann berechnen sich diese Werte aus der **Tabelle 7** wie folgt:

$$F = \frac{10+10+2\times 1.5\times 5}{2} \times 5 = 87.5\,\text{cm}^2,$$

$$U = 10 + 2\sqrt{5^2 + (1.5\times 5)^2} = 28.0\,\text{cm},$$

mithin

$$R = \frac{F}{U} = \frac{87.5}{28.0} = 3.13\,\text{cm} = 0.0313\,\text{m}.$$

Aus den folgenden gemessenen Zeiten

$$Z_1 = 104.2\,\text{sek}, \quad Z_2 = 104.0\,\text{sek} \text{ und } Z_3 = 103.9\,\text{sek}$$

ergibt sich der Mittelwert

$$Z = 104.0 \text{ sek.}$$

Da der Meßkasteninhalt $q = 136\,500 \text{ cm}^3$ ist, so ist

$$Q = \frac{q}{Z} = \frac{136\,500}{104.0} = 1\,313 \text{ cm}^3/\text{sek.}$$

Es sei ferner v die mittlere Geschwindigkeit, dann ist

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{1\,313}{87.5} = 15.0 \text{ cm/sek} = 0.150 \text{ m/sek.}$$

In Versuchssandgerinnen der Breite von 20 Zentimetern waren der Wasserlauf überall auf der Strecke nicht von gleicher Durchflußquerschnittfläche trotz der sorgfältigen Herstellung. Wir konnten also dabei nicht voraussetzen die Durchflußquerschnittfläche F_o des Oberlaufs der F_u des Unterlaufs gleich zu sein.

Für eine solche kurze Strecke wie 400 cm können wir aber genügend genau einen mittleren, unveränderlichen Querschnitt

$$F = \frac{F_o + F_u}{2}$$

annehmen, so daß wir für 24 Versuche, von Versuch Nr. 16 bis 39, unter Benutzung dieses Annährungsverfahrens die mittleren Geschwindigkeiten und die maßgebenden Gefälle berechnet haben. Würde man beispielsweise Versuch Nr. 16, **Tabelle 7**, anführen, dann würden sich folgende zusammengehörige Werte ergeben.

$$F = \frac{F_o + F_u}{2} = \frac{136.5 + 139.0}{2} = 137.8 \text{ cm}^2,$$

$$U = \frac{U_o + U_u}{2} = \frac{37.0 + 38.2}{2} = 37.6 \text{ cm},$$

somit $$R = \frac{F}{U} = \frac{137.8}{37.6} = 3.66 \text{ cm} = 0.0366 \text{ m}.$$

Für $Z_1 = 56.1$ sek, $Z_2 = 56{,}1$ sek,

und $Z_3 = 56.0$ sek ist der Mittelwert

$Z = 56.1$ sek.

Hieraus findet sich

$$Q = \frac{q}{Z} = \frac{136\,500}{56.1} = 2\,433 \text{ cm}^3/\text{sek},$$

damit wird

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{2\,433}{137.6} = 17.7 \text{ cm/sek} = 0{,}177 \text{ m/sek.}$$

Die Abflußprofile für Zementprofile sind mit den berechneten Profilradius

und den mittleren Geschwindigkeiten in **Tabelle 7** zusammengestellt.

§ 15. Gemessene Spiegelgefälle.

Da für die Messungen der Spiegelgefälle der Gefällmesser, wie vorher erwähnt, unter Benutzung des Kampferöls A und B verwendet wurde, so müssen wir infolgedessen zur Auswertung der Spiegelgefälle zuerst die Dichte, $\gamma_{2,A}$ bzw. $\gamma_{2,B}$, der benutzten Kampferöle für zugehörige Temperaturen berechnen unter Benutzung der nachstehenden Gleichungen 1 und 2:

$$T+1\,028\gamma_{2,A}-965=0 \quad \text{.....(Gl. 1)}$$

$$T+1\,308\gamma_{2,B}-1\,215=0 \quad \text{.....(Gl. 2)}$$

Und dazu haben wir bei genauer Berechnung des Spiegelgefälles mit der Verschiedenheit des spezifischen Gewichtes des Wassers bei verschiedenen Temperaturen zu tun. Für Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Wassers bei verschiedenen Temperaturen T' benutzten wir die nachstehende **Tabelle 8**[1] von Friedrich Kohlrausch.

Auf Grund der vorstehenden Betrachtungen ist es nun leicht mit Hilfe der folgenden Verfahren das Spiegelgefälle J' zu bestimmen.

Da das Verhältnis des Höhenunterschiedes in § 8 durch

$$\frac{\Delta}{\delta}=\frac{\gamma}{\gamma-\gamma_2}$$

gegeben ist, so lautet die Gleichung

$$\delta=\frac{(\gamma-\gamma_2)\Delta}{\gamma};$$

worin Δ durch Ablesen am Gefällmesser bekannt ist.

Demnach ergibt sich das gemessene Spiegelgefälle

$$J'=\frac{\delta}{l}=\frac{(\gamma-\gamma_2)\Delta}{\gamma}\,\frac{1}{l}.$$

Wir wollen nunmehr das Verfahren an zwei Beispielen, Versuchen Nr. 1 und Nr. 2, praktisch erläutern. In Versuch Nr. 1 betrug der Wert Δ am Gefällmesser bei Verwendung von Kampferöl (A) 13.2mm bei +14.5°C.

Bei $T=+14.5$°C, findet sich aus **Tabelle 8.**

$$\gamma=0.9992.$$

Die Dichtigkeitsgleichung des Kampferöls (A) lautet:

$$T+1\,028\gamma_{2,A}-965=0, \quad \text{.....(Gl. 1)}$$

mithin ergibt sich durch Einsetzung des T-Wertes

[1] Lehrbuch der Praktischen Physik von Friedrich Kohlrausch.

$$14.5+1\,023\,\gamma_{2,I}-965=0,$$

und hieraus

$$\gamma_{2,I}=0.9246.$$

Ferner ist

$$\frac{\Delta}{\delta}=\frac{\gamma}{\gamma-\gamma_{2,I}}=\frac{0.9992}{0.9992-0.9249}=13.39$$

oder $$\delta=\frac{\Delta}{13.39}.$$

Also erhält man

$$J'=\frac{\delta}{l}=\frac{\Delta}{13.39}\cdot\frac{1}{l}=\frac{\Delta}{13.39}\cdot\frac{1}{4\,000}$$
$$=0.000246.$$

Im Falle des Versuches Nr. 2 wurden folgende Werte in derselben Weise wie in Versuch Nr. 1 berechnet.

Die Messungswerte sind die folgenden:

$T=+22.0°C$

$\Delta=12.2\,\text{mm}$ für Kampferöl (B).

Nun muß zur Bestimmung der Dichtigkeit die Dichtigkeitsgleichung 2 verwendet werden.

Man hat:

$$T+1\,308\,\gamma_{2,II}-1\,215=0, \quad \text{(Gl. 2)}$$

woraus man findet:

$$\gamma_{2,II}=0.9121.$$

Es ergibt sich dann der Wert

$$J'=\frac{\delta}{l}=\frac{(\gamma-\gamma_{2,II})\Delta}{\gamma}\,\frac{1}{l}=\frac{(0.9978-0.9121)\times 12.2}{0.9978}\,\frac{1}{4\,000}$$
$$=0.000262.$$

Die Spiegelgefälle J' für Zementprofile sind in Tabelle 9 zusammengestellt.

§ 16. Auswertung maßgebender Gefälle.

Zur Auswertung maßgebender Gefälle sind von Versuch Nr. 1 bis Nr. 15, wie schon dargestellt, die gemessenen Gefälle als maßgebend vorausgesetzt. Trotzdem wir auch im Bau der Gerinne von Versuch Nr. 16 bis Nr. 39 so sorgfältig wie möglich darnach trachteten, daß sie die den aufgegebenen gleichen Querschnittfläche haben, so waren doch Differenzen zwischen den wirklichen Querschnittflächen und den aufgegebenen verhältnismässig groß, wie aus Nachstehendem zu ersehen ist.

Für Versuch Nr. 16 finden sich die folgenden Differenzen.

Die Werte aus **Tabelle 7** sind

$$F_o = 136.5\,\text{cm}^2, \qquad F_u = 139.0\,\text{cm}^2$$

und $F = 137.5\,\text{cm}^2$,

somit ergeben sich

$$\text{Differenz} = \frac{F_o - F}{F} = \frac{136.5 - 137.5}{137.5} = -0.0073 = -0.73\ \text{v.H.}$$

$$\text{Differenz} = \frac{F_u - F}{F} = \frac{139.0 - 137.5}{137.5} = +0.0109 = +1.09\ \text{v.H.}$$

Für die Werte der benetzten Umfänge

$$U_o = 37.0\,\text{cm}, \qquad U_u = 38.2\,\text{cm}$$

und $U = 38.0\,\text{cm}$

findet sich

$$\text{Differenz} = \frac{U_o - U}{U} = \frac{37.0 - 38.0}{38.0} = -0.026 = -2.6\ \text{v.H.},$$

$$\text{Differenz} = \frac{U_u - U}{U} = \frac{38.2 - 38.0}{38.0} = +0.005 = +0.5\ \text{v.H.}$$

Infolgedessen sollen die für diese Versuche maßgebende Gefälle nach der Gleichung 5 des § 12 unter Berücksichtigung der Profildifferenzen berechnet werden.

An Versuch Nr. 16 wollen wir ein Zahlenbeispiel zeigen, wie folgt.

Durch Messungen haben wir folgende Werte:

mittlere Profilgeschwindigkeit am oberen Meßstelle

$$v_o = \frac{Q}{F_o} = \frac{2\,433}{136.5} = 17.82\,\text{cm/sek},$$

mittlere Profilgeschwindigkeit am unteren Meßstelle

$$v_u = \frac{Q}{F_u} = \frac{2\,433}{139.0} = 17.50\,\text{cm/sek}.$$

Somit ergeben sich die Werte

$$\frac{v_o^2}{2g} = \frac{17.82^2}{2 \times 981} = 0.1619\,\text{cm}, \qquad \frac{v_u^2}{2g} = \frac{17.50^2}{2 \times 981} = 0.1562\,\text{cm},$$

ferner findet sich aus der **Tabelle 9**

$$h = \delta = \Delta/(\Delta/\delta) = 1.048\,\text{mm}.$$

Werden diese Werte in Gleichung 5 des § 12 eingesetzt, so lautet die Gleichung:

$$J = \frac{h - \left(\frac{v_o^2}{2g} - \frac{v_u^2}{2g}\right)}{l} = \frac{1.048 - (1.562 - 1.619)}{4\,000} = 0.000277.$$

Mithin beträgt die Abweichung des gemessenen Spiegelgefälles von dem

maßgebenden Gefälle

$$\frac{J'-J}{J} = \frac{0.000262-0.000277}{0.000277} = -0.0543 = -5.43 \text{ v.H}$$

Hiernach ist folgende Zusammenstellung, **Tabelle 10**, berechnet.

Aus der Zusammenstellung ist zu entnehmen, daß die Abweichungen der gemessenen Gefälle von den maßgebenden zwischen 4.53 und 18.1 % schwanken. Die Unterschiede zwischen den beiden Werten halten sich demnach nicht in so geringen Grenzen, daß es unbedenklich erscheint, die gemessenen Gefälle ohne Berücksichtigung der Querschnittsveränderung als maßgebend zu verwenden.

V. Versuchsgrößen für Sandprofile.

§ 17. Profilradien R und mittlere Profilgeschwindigkeiten v.

Bei 45 Versuchen für Sandprofile, von Versuchsnummer 40 bis 84, wurden die Abflußfläche und die benetzten Umfänge sowie die sekundlichen Abflußmengen in derselben Weise wie für Zementprofile gemessen. In diesen Fällen waren sie Differenzen zwischen den wirklichen und aufgegebenen Profilen durch Versandung etwas groß mit Ausnahme von einigen, bei welchen die ausgebildeten Profile infolge der sehr ruhigen Bewegungen des Wassers bei den betreffenden Messungen fast gleich blieben.

Die auf Grund der Messungen bestimmten Profilradien und die mittleren Geschwindigkeiten für Sandprofile sind in folgender **Tabelle 11** zusammengestellt.

§ 18. Gemessene Spiegelgefälle.

Bei den Versuchen für Sandprofile wurden die Spiegelgefälle in derselben Weise wie für Zementprofile bestimmt. Für Zementprofile wurde entweder Gleichung 1 des § 10 oder 2 des § 10 je nach dem bei dem betreffenden Versuche benutzten Kampferöl angewandt. Für Sandprofile soll immer die nachstehende Gleichung 2 angewandt werden, denn hierfür ist immer nur Kampferöl (B) benutzt worden.

Die Gleichung 2 des § 10 lautet:

$$T + 1\,308\,\gamma_{2,0} - 1\,215 = 0.$$

Wir wollen nun Versuch Nr. 40 als Beispiel anführen. Durch Einsetzung des gemessenen Wertes von T, $+10.0°C$, in Gleichung 2 des § 10 erhalten wir

das zugehörige spezifische Gewicht $\gamma_{2,n}$ des Kampferöls (B). Es beträgt 0.9213.

Hiermit findet sich nach dem unter § 15 geschriebenen Verfahren

$$J' = \frac{\Delta}{\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)} = \frac{1}{l} = \frac{\Delta}{\frac{\gamma}{(\gamma - \gamma_{2,n})}} \frac{1}{l}$$

$$= \frac{13.8}{\frac{0.9997}{(0.9997 - 0.9213)}} \frac{1}{4000} = 0.000271.$$

Die in oben erwähnter Weise gefundenen Spiegelgefälle J' sind in **Tabelle 12** angeordnet.

§ 19. Auswertung maßgebender Gefälle.

Zur Auswertung der maßgebenden Gefälle für Sandprofile ist dasselbe Rechnungsverfahren wie für Zementprofile genommen worden.

Wenn man die mittlere Profilgeschwindigkeiten am oberen und unteren Meßstellen durch Dividieren der sekundlichen Abflußmenge durch jede zugehörige Abflußfläche findet, läßt sich das Gefälle, welches gleichförmige Bewegung erzeugt würde, d. h. das maßgebende Gefälle, nach der folgenden Formel finden

$$J = \frac{(h - \Delta h)}{l} = \frac{h - \left(\frac{v_u^2}{2g} - \frac{v_o^2}{2g}\right)}{l}.$$

Wenn es sich nun darum handelt, die Abweichung des gemessenen Gefälles von dem maßgebenden zu ermitteln, so ist diese gegeben durch

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{J' - J}{J}.$$

In **Tabelle 13** sind die oben berechneten maßgebenden Gefälle mit den Abweichungen zusammengestellt.

VI. Geschwindigkeitsformel für Zementprofile.

§ 20. Bestimmung der neuen Beziehung zwischen den maßgebenden Gefällen J und den mittleren Profilgeschwindigkeiten v.

Um den Einfluß des maßgebenden Gefälles auf die Profilgeschwindigkeit unabhängig von der Profilgröße zu berücksichtigen, wurden sämtliche 30 Messungsresultaten für Zementprofile nach den Größen der Profilradien so in einzelne Gruppen eingeteilt, daß in jeder derselben ungefähr gleiche Profilradien vereinigt sind. Die hier gewählte Einteilung ist folgende:

Gruppe A: Profile mit 0.0313 m Profilradius;
" B: " 0.0366 m "
" C: " etwa 0.0525 m "
" D: " etwa 0.0544 m "
" E: " etwa 0.0621 m "
" F: " etwa 0.0723 m "
" G: " etwa 0.0880 m "

Mit dieser Gruppierung erscheint somit der Einfluß des maßgebenden Gefälles genügend berücksichtigt, wenn die Bestimmung der Koeffizienten in jeder Gruppe für sich erfolgt, da hiermit der spezifische Einfluß der verschiedenen maßgebenden Gefälle auf die mittleren Profilgeschwindigkeiten in den einzelnen Koeffizienten voll zum Ausdruck kommt.

Um nun den Zusammenhang der einzelnen Gruppe untereinander bzw. den Einfluß der verschiedenen Profilradien auf die mittleren Geschwindigkeiten darzulegen, wurde bei den zur Bestimmung der allgemeinen Form der Ausgleichungslinien gezeichneten Punktscharen gleichzeitig noch die Verschiedenheit der Profilradien dadurch zum Ausdruck gebracht, daß die Ergebnisse der Messungen in Profilen gleiches Profilradius je mit einer besonderen Signatur gekennzeichnet wurden. Alle Messergebnisse in Profilen der oben genannten Profilradius-Gruppe A wurden mit ○, die Ergebnisse der Gruppe B mit ⊙, diejenigen der Gruppe C mit ◎, der Gruppe D mit ⊕, der Gruppe E mit ●, der Gruppe F mit + und der Gruppe G mit × bezeichnet. (Siehe **PL. V, Fig 3.**)

Auf logarithmisch geteiltem Papier sind die Werte von v als Ordinaten diejenige von R als Abszissen in einem rechtwinkeligen Achsensystem aufgetragen. Die logarithmische Auftragung nach R ist in **PL. V, Fig 3.** gegeben.

Der Anblick unserer Figur läßt eine lineare Funktion zwischen $\log v$ und $\log J$ annehmbar erscheinen, d. h. wir setzen

$$\log v = \log m + y \log J \quad \text{oder} \quad v = m J^y$$

nach dem Potenzgesetz. Wenn man den Koeffizient m und den Exponent y der Gleichung gruppenweise mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt, so ergibt sich die ausgeglichene Funktion für jede Gruppe. Bei einzelnen wiedergegebenen Proberechnungen der Koeffizienten und der Exponenten in der Geschwindigkeitsgleichung mußten die 5 Messergebnisse von Nr. 13, 14, 15, 38 und 39 wegen der unruhigen Wasserbewegung und die 4 Ergebnisse von Nr. 3, 6, 9 und 11 der Bequemlichkeit halber ausgeschaltet

werden. Zur weiteren Prüfung der Formel $v = MR^x J^y$ führten wir auch die letzteren 4 Ergebnisse in die Berechnungen ein.

(a) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe A.

Aus den gemessenen mittleren Profilgeschwindigkeiten und den dazugehörigen maßgebenden Gefällen der Versuche von Nr. 1, 4, 7 und 10, bei denen der Profilradius 0.0313m ist, wurden der Koeffizient m und der Exponent y der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ausgerechnet.

Normalgleichungen ausführlich geschrieben:

$$\left.\begin{aligned} [\log v.\ \log J] &= y[(\log J)^2] + \log m[1.\ \log J] \\ [1.\ \log v] &= y[1.\ \log J] + \log m[1.\ 1]. \end{aligned}\right\}$$

Diese Normalgleichungen löst man nach y und $\log m$ auf, was bei nur zwei Unbekannten keinerlei Schwierigkeiten bereiten kann.

Man findet:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log v.\ \log J]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}.$$

Nach der **Tabelle 14** haben wir die Koeffizienten der Normalgleichungen:

$$[1.\ 1] = +4, \quad [1.\ \log v] = -2.74541, \quad [1.\ \log J] = -13.42020,$$
$$[(\log J)^2] = +45.22741 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +0.32353.$$

Setzt man diese Koeffizienten in die oben genannten Gleichungen ein, so werden selbst die Unbekannten:

$$y = \frac{4 \times 9.32353 - 13.42020 \times 2.74541}{4 \times 45.22741 - (13.42020)^2}$$

$$= \frac{0.45017}{0.80787} = +0.5572$$

$$\log m = \frac{-45.22741 \times 2.74541 + 13.42020 \times 9.32353}{4 \times 45.22741 - (13.42020)^2}$$

$$= \frac{0.95586}{0.80787} = +1.18319.$$

Die Ausgleichungsfunktion heißt also:

$$\log v = 1.18319 + 0.5572 \log J$$

oder nach v aufgelöst:

$$v = 15.25\, J^{0.5572}.$$

In **PL. V, Fig 3.** ist die dazugehörige Ausgleichungslinie eingetragen.

(b) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe B.

Nach dem gleichen Verfahren, wie oben beschrieben ist, können der Koeffizient m und der Exponent y der Gleichung $v = mJ^y$ hinsichtlich der Gruppe B, in welcher der Profilradius 0.0366 m ist, aus den nachstehenden Koeffizienten der Normalgleichungen bezüglich der fünf Versuche Nr. 16, 21, 26, 31 und 35 berechnet werden, die von der **Tabelle 15** herausgenommen sind.

$$[1.\ 1] = +5, \quad [1.\ \log v] = -3.04119, \quad [1.\ \log J] = -16.55960,$$
$$[(\log J)^2] = +55.04995 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +10.18710.$$

Aus diesen Koeffizienten haben wir nun die beiden Gleichungen:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{5 \times 10.18710 - 16.55960 \times 3.04119}{5 \times 55.04995 - (16.55960)^2} = +0.5582$$
$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log v.\ \log J]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{-55.04995 \times 3.04119 - 16.55960 \times 10.18710}{5 \times 55.04995 - (16.55960)^2} = +1.24048,$$

aus denen wir erhalten:

$$\log v = 1.24048 + 0.5582 \log J$$

oder

$$v = 17.40\, J^{0.5582}.$$

(c) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe C.

Die Gruppe C enthält 5 Versuche Nr. 17, 22, 27, 32 und 36, welche den Profilradius 0.0525 m haben.

Man findet aus **Tabelle 16** die Koeffizienten der Normalgleichungen:

$$[1.\ 1] = +5, \quad [1.\ \log v] = -2.41912, \quad [1.\ \log J] = -16.36654$$
$$[(\log J)^2] = +53.77435 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +8.03039,$$

dann werden die Gleichungen:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{5 \times 8.03039 - 16.36654 \times 2.41912}{5 \times 53.77435 - (16.36654)^2} = +0.5548$$
$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log v.\ \log J]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{-53.77435 \times 2.41912 + 16.36654 \times 8.03039}{5 \times 53.77435 - (16.36654)^2} = +1.33227.$$

Hieraus findet man:

$$\log v = 1.33227 + 0.5548 \log J$$

oder $$v = 21.49 J^{0.5548}.$$

(d) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe D.

Zu der Gruppe D gehören 4 Versuche Nr. 2, 5, 8 und 12, deren Profilradius 0.0544 m ist.

Aus **Tabelle 17** schreiben wir die Koeffizienten der Normalgleichungen hin:

$$[1.\ 1] = +4, \quad [1.\ \log v] = -2.01371, \quad [1.\ \log J] = -13.40878$$
$$[(\log J)^2] = +45.14800 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +6.86110.$$

Mit diesen Werten finden sich die Größen von y und $\log m$:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{4 \times 6.86110 - 13.40878 \times 2.01371}{4 \times 45.14800 - (13.40878)^2} = +0.5561$$
$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{-45.14800 \times 2.01371 - 13.40878 \times 6.86110}{4 \times 45.14800 - (13.40878)^2} = +1.36075$$

Mit diesen Größen wird die Gleichung aufgestellt:

$$\log v = 1.36075 + 0.5561 \log J$$

oder $$v = 22.95 J^{0.5561}.$$

(e) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe E.

In der Gruppe E sind 5 Versuche Nr. 18, 23, 28, 33 und 37 enthalten, bei denen der Profilradius 0.0621 m ist.

Aus **Tabelle 18** schreiben sich die Koeffizienten der Normalgleichungen:

$$[1.\ 1] = +5, \quad [1.\ \log v] = -2.15471, \quad [1.\ \log J] = -16.36062$$
$$[(\log J)^2] = +53.75149 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +7.17301.$$

Setzen wir diese Werte in die Gleichungen von y und $\log m$ ein:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{5 \times 7.17301 - 16.36062 \times 2.15471}{5 \times 53.75149 - (16.36062)^2} = +0.5633$$
$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log J.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{-53.75149 \times 2.15471 - 16.36062 \times 7.17301}{5 \times 53.75149 - (16.36062)^2} = +1.41235,$$

so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\log v = 1.41235 + 0.5633 \log J$$

oder $$v = 25.84\, J^{0.5633}.$$

(f) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe F.

Zu der Gruppe F, welche den Profilradius 0.0723 m hat, gehören 4 Versuche Nr. 19, 24, 29 und 34.

Die nachstehende **Tabelle 19** ergeben die Koeffizienten der Normalgleichungen wie folgt:

$$[1.\ 1] = +4, \quad [1.\ \log v] = -1.74144, \quad [1.\ \log J] = -13.42381$$
$$[(\log J)^2] = +45.13276 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +5.87404.$$

Wir haben also:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{4 \times 5.87404 - 13.42381 \times 1.74144}{4 \times 45.13276 - (13.42381)^2} = +0.5588$$
$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log J.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{-45.13276 \times 1.74144 + 13.42381 \times 5.87404}{4 \times 45.13276 - (13.42381)^2} = +1.44059.$$

Es findet sich

$$\log v = 1.44059 + 0.5588 \log J$$

oder $$v = 27.58\, J^{0.5588}.$$

(g) Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y der Gleichung $v = mJ^y$ aus der Gruppe G.

Endlich haben wir 3 Versuche Nr. 20, 25 und 30 in die Gruppe G hineingelegt, in welcher der Profilradius 0.0880 m ist.

Aus **Tabelle 20** ergeben sich die Koeffizienten der Normalgleichungen:

$$[1.\ 1] = +3, \quad [1.\ \log v] = -1.20269, \quad [1.\ \log J] = -10.23273$$
$$[(\log J)^2] = +34.92482 \text{ und } [\log v.\ \log J] = +4.11449.$$

Die Gleichungen von y und $\log m$ werden damit:

$$y = \frac{[1.\ 1][\log v.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{3 \times 4.11449 - 10.23273 \times 1.20269}{3 \times 34.92482 - (10.23273)^2} = +0.5580$$
$$\log m = \frac{[(\log J)^2][1.\ \log v] - [1.\ \log J][\log J.\ \log v]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$
$$= \frac{-34.92482 \times 1.20269 + 10.23273 \times 4.11449}{3 \times 34.92482 - (10.23273)^2} = +1.50227,$$

so erhält man:

$$\log v = 1{,}50227 + 0{,}5580 \log J$$

oder $$v = 31{,}79\, J^{0{,}5580}.$$

Die sechs oben gefundenen Gleichungen stellen wir nun zusammen, wie folgende Übersichtstabelle zeigt.

Für Gruppe A:

$$\log v = 1{,}18319 + 0{,}5572 \log J \quad \text{oder} \quad v = 15{,}25\, J^{0{,}5573},$$

für Gruppe B:

$$\log v = 1{,}24048 + 0{,}5582 \log J \quad \text{oder} \quad v = 17{,}40\, J^{0{,}5582},$$

für Gruppe C:

$$\log v = 1{,}33227 + 0{,}5548 \log J \quad \text{oder} \quad v = 21{,}49\, J^{0{,}5548},$$

für Gruppe D:

$$\log v = 1{,}36075 + 0{,}5561 \log J \quad \text{oder} \quad v = 22{,}95\, J^{0{,}5561},$$

für Gruppe E:

$$\log v = 1{,}41235 + 0{,}5633 \log J \quad \text{oder} \quad v = 25{,}84\, J^{0{,}5633},$$

für Gruppe F:

$$\log v = 1{,}44059 + 0{,}5583 \log J \quad \text{oder} \quad v = 27{,}58\, J^{0{,}5583},$$

endlich für Gruppe G:

$$\log v = 1{,}50227 + 0{,}5580 \log J \quad \text{oder} \quad v = 31{,}79\, J^{0{,}5580}.$$

Wir tragen die durch die obigen Gleichungen dargestellten Gleichungslinien auf der **PL. V, Fig 3** zusammen.

§ 21. Aufstellung der neuen Geschwindigkeitsformel $v = M_c R^{0{,}7} J^{0{,}56}$.

Um zur Geschwindigkeitsformel zu gelangen, müssen wir einen Schritt weiter gehen und die Beziehung zwischen den Koeffizienten m der oben aufgestellten Gleichung $v = mJ^y$ und den dazugehörigen gemessenen Profilradien R finden.

Zuerst tragen wir die Werte von Koeffizienten m als Ordinaten und diejenigen der R als Abszissen auf logarithmisch geteiltem Papier auf. Daraus ist zu ersehen, daß die Beziehung zwischen m und R logarithmisch linear ist, d. h. dem Potenzgesetze $m = M_c R^x$ folgt (siehe dazu **PL. V, Fig 4**) Es handelt sich nun zunächst um die Bestimmung von M_c und x der Gleichung $m = M_c R^x$.

Hierzu schreiben wir die obige Gleichung in die logarithmisch lineare Form:

$$\log m = \log M_c + x \log R.$$

Dann können wir den Formelbeiwert M_c und den Wert des Exponenten x mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate unter Benutzung der Anzahl

der Messungen jeder Gruppe als sogenannte Gewichte ausrechnen.

Wir wenden die nachstehenden Normalgleichungen auf die Messungswerte an, siehe dazu **Tabelle 21**, und lösen die Normalgleichungen nach $\log M_c$ und x auf.

Es entstehen die Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}&[z]\log M_c+[z\log R]x-[z\log m]=0\\&[z\log R]\log M_c+[z(\log R)^2]x-[z\log R.\ \log m]=0\end{aligned}\right\}$$

$$\log M_c=\frac{[z(\log R)^2][z\log m]-[z\log R][z\log R.\ \log m]}{[z][z(\log R)^2]-[z\log R][z\log R]}$$

$$=\frac{49.78811\times 40.37043-38.42179\times 51.29173}{30\times 49.78811-(38.42179)^2}=+2.25438$$

$$x=\frac{[z][z\log R.\ \log m]-[z\log R][z\log m]}{[z][z(\log R)^2]-[z\log R][z\log R]}$$

$$=\frac{-30\times 51.29173-38.42179\times 40.37043}{30\times 49.78811-(38.42179)^2}=+0.7095.$$

Der Wert des Exponenten y findet sich aus **Tabelle 21**:

$$y=\frac{[zy]}{[z]}=\frac{16.7439}{30}=+0.5581$$

Es ist dann

$$\log m=\log M_c+x\log R,$$

$$\log m=2.25438+0.7095\log R \quad \text{oder} \quad m=179.6\,R^{0.7095}.$$

Aus der schon gefundenen Gleichung (1) des § 20 ergeben sich, wenn

$$\log m=2.25438+0.7095\log R$$

eingesetzt wird, die folgenden Gleichungen:

$$\log v=\log m+y\log J, \qquad \log v=\log M_c+x\log R+y\log J,$$

$$\log v=2.25438+0.7095\log R+0.5581\log J$$

oder $$v=179.6\,R^{0.7095}J^{0.5581}.$$

Wegen der Einfachheit setzen wir folgende Formel voraus:

$$v=M_cR^{0.7}J^{0.56}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

die wir weiter prüfen wollen.

§ 22. Prüfung der Formel $v=M_cR^{0.7}J^{0.56}$.

In der vorliegenden Berechnung wurde die Formel $v=M_cR^{0.7}J^{0.56}$ für Zementprofile aus 30 Meßergebnissen von den oben genannten Versuchen gefunden. Weil aber damals 4 Versuche Nr. 3, 6, 9 und 11, wie schon dargestellt, trotz der ruhigen Bewegung des Wassers ausgeschaltet wurden, wollen wir weiter die Genauigkeit der oben gefundenen Formel $v=M_cR^{0.7}J^{0.56}$ von sämtlichen 39 Meßergebnissen der Versuche für Zementprofile prüfen, von

denen aber leider 5 Meßergebnisse nämlich die Versuche Nr. 13, 14, 15, 38 und 39 wegen der heftig unruhigen Bewegung des Wassers bei der Prüfung ausgeschaltet werden mußten.

Zür Prüfung dieser Formel müssen wir zuerst den Beiwert M_c' und den Exponent a, dann den Beiwert M_c'' und den Exponent b der beiden nachstehenden Formeln aus den 34 gültigen Meßergebnissen bestimmen:

$$M_c = M_c' R^a, \quad \ldots\ldots (1)$$

$$M_c = M_c'' J^b. \quad \ldots\ldots (2)$$

Nach diesen Bestimmungen gewinnen wir durch Einführungen der Gleichungen (1) und (2) in die Formel (2) des § 21 die beiden folgenden genaueren Formeln:

$$v = M_c' R^{a+0.7} J^{0.56} \quad \ldots\ldots (3)$$

und

$$v = M_c'' R^{0.7} J^{b+0.56} \quad \ldots\ldots (4)$$

Um diese Formeln aufzubauen, soll man nach ihrer Umformung zu logarithmischen Formen in allgemeiner Weise die Methode der kleinsten Quadrate anwenden.

Der Rechnungsgang der Koeffizienten der Normalgleichungen ist in der **Tabelle 24** zusammengetragen.

Die Formel (1) schreibt sich um

$$\log M_c = \log M_c' + a \log R. \quad \ldots\ldots (5)$$

Die Normalgleichungen sind:

$$\left.\begin{aligned} &[1.\ 1]\log M_c' + [1.\ \log R]a - [1.\ \log M_c] = 0 \\ &[1.\ \log R]\log M_c' + [(\log R)^2]a - [\log R.\ \log M_c] = 0 \end{aligned}\right\}$$

aus welchen sich finden

$$\log M_c' = \frac{[1.\ \log M_c][(\log R)^2] - [\log M_c.\ \log R][1.\ \log R]}{[1.\ 1][(\log R)^2] - [1.\ \log R][1.\ \log R]}$$

$$= \frac{76.46073 \times 55.53324 - 97.15561 \times 43.20149}{34 \times 55.53324 - (43.20149)^2} = +2.24452$$

$$a = \frac{[1.\ 1][\log M_c.\ \log R] - [1.\ \log R][1.\ \log M_c]}{[1.\ 1][(\log R)^2] - [1.\ \log R][1.\ \log R]}$$

$$= \frac{-34 \times 97.15561 + 43.20149 \times 76.46073}{34 \times 55.53324 - (43.20149)^2} = -0.003407$$

und hiermit:

$$\log M_c = 2.24452 - 0.003407 \log R \quad \ldots\ldots (6)$$

oder

$$M_c = 175.6\, R^{-0.0034}. \quad \ldots\ldots (7)$$

Hieraus findet sich durch Einsetzung des M_c-Wertes in die Formel (2) des § 21 die Gleichung

$$v = 175.6\, R^{0.6986} J^{0.50}.$$

Zunächst können wir den Beiwert M_c'' der Gleichung (2) in gleicher Weise wie oben ausrechnen.

Die Gleichung $M_c = M_c'' J^b$ formt sich um

$$\log M_c = \log M_c'' + b \log J. \quad \ldots\ldots (8)$$

Man erhält dann $\log M_c''$ und b aus den Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &[1.\ 1]\log M_c'' + [1.\ \log J]b - [1.\ \log M_c] = 0 \\ &[1.\ \log J]\log M_c'' + [(\log J)^2]b - [\log M_c.\ \log J] = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\log M_c'' = \frac{[1.\ \log M_c][(\log J)^2] - [\log M_c.\ \log J][1.\ \log J]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$= \frac{76.46073 \times 378.06932 - 254.51230 \times 113.17291}{34 \times 378.06932 - (113.17291)^2} = +2.23914$$

$$b = \frac{[1.\ 1][\log M_c.\ \log J] - [1.\ \log J][1.\ \log M_c]}{[1.\ 1][(\log J)^2] - [1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$= \frac{-34 \times 254.51230 + 113.17291 \times 76.46073}{34 \times 378.06932 - (113.17291)^2} = -0.00292.$$

Hieraus folgt durch Einsetzung dieser Werte in die Gleichung (8)

$$\log M_c = 2.23914 - 0.0029 \log J. \quad \ldots\ldots (9)$$

oder $$M_c = 173.4\, J^{-0.0029}. \quad \ldots\ldots (10)$$

Es ergibt sich dann

$$v = 173.4\, R^{0.7} J^{0.5571}.$$

Als Resultate der Prüfung der Formel $v = M_c R^{0.7} J^{0.50}$ hat man nun die beiden folgenden Formeln:

$$v = 175.6\, R^{0.6986} J^{0.50} \quad \ldots\ldots (11)$$

und $$v = 173.4\, R^{0.7} J^{0.5571} \quad \ldots\ldots (12)$$

Aus den beiden Gleichungen (11) und (12) haben wir deshalb als die gesuchte Formel der mittleren Profilgeschwindigkeiten v für Zementprofile bei unseren Versuchen die folgende Gleichung

$$v = 175\, R^{0.7} J^{0.50}, \quad \ldots\ldots (13)$$

in welcher völlig ausreichende Genauigkeit vorhanden ist.

Da aber diese Formel unter Benutzung der Versuchsergebnisse in Versuchsgerinnen von Zementprofilen aufgestellt wurde, wird es nicht erlaubt sein, die vorgenannte Formel ohne weiteres als die Geschwindigkeitsformel für die im allgemeinen vorkommenden Zementkanälen anzuwenden. Bei der Aufstellung einer solchen Formel ist deshalb noch zu untersuchen, in welcher Beziehung die Formel, die von den Modellversuchsergebnissen hergeleitet ist, zu einer für die allgemeinen Zementkanäle gültigen Formel steht. Für solche

Kanäle wird die Geschwindigkeitsformel bei der gleichförmigen Bewegung des Wassers vermutlich nach dem Modellgesetze unter Beibehaltung der folgenden Grundgleichung den etwas kleineren festen Beiwert M_c als den Beiwert 175 in der oben gefundenen Formel (13) haben:

$$v = M_c R^{0.7} J^{0.56}.$$

Um den M_c-Wert der allgemein anwendbaren Formel für Zementkanäle zu bestimmen, wird es erforderlich sein, die zahlreichen Meßergebnissen in solchen Kanälen jeder Größe heranzuziehen.

Das ist aber nicht unser jetziger Zweck.

VII. Geschwindigkeitsformel für Sandgerinne.

§ 23. Abhängigkeit des Beiwertes M_s der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.56}$ vom Profilradius R.

Wir sind in § 22 zu der mittleren Profilgeschwindigkeitsformel einer gleichförmigen Bewegung des Wassers in Zementgerinnen

$$v = 175 R^{0.7} J^{0.56}$$

gelangt.

Zieht man auch für Sandgerinne die oben für Zementgerinne gefundene Grundform in Erwägung:

$$v = M_s R^{0.7} J^{0.56}, \quad \ldots\ldots (1)$$

so kann man den M_s-Wert durch die Gleichung

$$M_s = f(J, R) \quad \ldots\ldots (2)$$

ausdrücken, und somit die Gleichung (1) in

$$v = f(J, R) R^{0.7} J^{0.56} \quad \ldots\ldots (3)$$

übergehen lassen.

Die Abhängigkeiten des Koeffizienten M_s von R und J stellten wir nun so dar, daß wir für 33 in den Versuchsgerinnen der Sandprofile gemachten Versuche, siehe dazu **Tabelle 25** die Beiwerte M_s als Ordinaten einerseits zu den zugehörigen mittleren Profilradien R, anderseits zu den maßgebenden Gefällen J zeichnerisch aufgetragen haben.

Von sämtlichen 45 Versuchen, Nr. 40 bis 84, die für die oben dargestellten Versuchsgerinne der Sandprofile angestellt wurden, konnten wir die Meßergebnisse von 12 Versuchen infolge der heftigen Versandung zur Aufstellung der Formel nicht verwenden.

Würde in der obigen Gleichung (2) J ein fester Wert sein, dann würde

diese Gleichung die Gestalt

$$M=f(R) \quad \ldots\ldots (4)$$

annehmen.

Wir würden dann durch gruppenweisses Zusammenfassen der Messungen bei gleichem Gefälle in jeder Gruppe den Einfluß des Profilradius ausscheiden.

Zu diesem Zwecke haben wir die oben genannten 33 Meßergebnisse nach der Größe des maßgebenden Gefälles so in einzelne Gruppen eingeteilt, daß in jeder derselben annähernd gleiche maßgebende Gefälle vereinigt sind:

Gruppe a: Maßgebende Gefälle von 0.000244 bis 0.000278,
" b: " " " 0.000325 " 0.000378,
" c: " " " 0.000532 " 0.000647,
" d: " " " 0.000999 " 0.001146,
" e: " " " 0.002205 " 0.002339.

Alle Meßergebnisse der oben genannten Gruppe a sind mit ○, die Ergebnisse der Gruppe b mit ⊙, diejenigen der Gruppe c mit ◎, der Gruppe d mit ⊕ und der Gruppe e mit + bezeichnet.

Der Anblick der **PL. VI, Fig. 1** läßt eine lineare Funktion zwischen v und R für jede Gruppe erkennen, d. h. wir setzen:

$$M_s = a+bR. \quad \ldots\ldots (5)$$

Die Näherungswerte der Unbekannten a und b in der Ausgleichungsfunktion wurde für Gruppen a, b und c nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt.

Bei der Gruppe a rechneten wir unter Benutzung der in **Tabelle 25** zusammengestellten M_s- und R-Werte bezüglich der Gruppe a, zu denen 9 Versuche Nr. 40, 41, 42, 55, 56, 57, 70, 71 und 72 gehören, die Koeffizienten a_1 und b_1 der folgenden Ausgleichungsfunktion aus:

$$M_{s,1} = a_1+b_1R. \quad \ldots\ldots (6)$$

Um 2 Unbekannte a_1 und b_1 zu ermitteln, müssen wir nach den in § 10 dargestellten Gleichungen verfahren.

Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} [1.\ M_{s,1}] &= [1.\ 1]a_1+[1.\ R]b_1 \\ [R.\ M_{s,1}] &= [1.\ R]a_1+[R.\ R]b_1. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (7)$$

Diese Normalgleichungen löst man nach a_1 und b_1 auf.

Man findet:

$$a_1=\frac{[R.\ R][1.\ M_{s,1}]-[1.\ R][R.\ M_{s,1}]}{[1.\ 1][R.\ R]-[1.\ R][1.\ R]}$$
$$b_1=\frac{[1.\ 1][R.\ M_{s,1}]-[1.\ R][1.\ M_{s,1}]}{[1.\ 1][R.\ R]-[1.\ R][1.\ R]} \quad \Big\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Setzt man die Koeffizienten, **Tabelle 26**, der Normalgleichungen in die Gleichungen (8), so werden selbst die Unbekannten:

$$a_1=\frac{0.036032\times 1\,201.6-0.5387\times 72.195}{9\times 0.036032-(0.5387)^2}=+129.2$$

$$b_1=\frac{9\times 72.195-0.5387\times 1\,201.6}{9\times 0.036032-(0.5387)^2}=+71.9,$$

also wird nach (6)

$$M_{s,1}=129+72\,R. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

In gleicher Weise findet man bei beiden Gruppen b und c die nachstehenden Ausgleichungsfunktionen:

$$M_{s,2}=123+90\,R \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

und $$M_{s,3}=124-145\,R. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Die Berechnung dieser beiden Funktionen von a und b ist in den nachstehenden **Tabellen 27** und **28** gegeben.

Zur besseren Übersicht gibt **PL. VI, Fig. 1** die Funktionen (9), (10) und (11) graphisch wieder.

Die obige zeichnerische Darstellung zeigt, daß die Ausgleichungslinien für beide Gruppen a und b mit wachsenden R sehr schwach steigen, d. h. der Beiwert M_s der Formel $v=M_sR^{0.7}J^{0.56}$ nimmt mit wachsenden R zu, Gruppe c zeigt im Gegensatz zu vorstehenden beiden Fällen ein leichtes Abfallen. Wenn man die obigen 3 Kurven als Ganzes betrachtet, die, obwohl die Gefälle nur annähernd gleich waren, doch ziemlich parallel zu der R-Achse liegen, so kann man annehmen, daß für gleiche Gefälle diese Kurven annähernd parallel mit der R-Achse verlaufen.

Hieraus ist zu ersehen, daß der Beiwert M_s der Formel $v=M_sR^{0.7}J^{0.56}$ unabhängig vom Profilradius R ist, da solche Ausgleichungslinien parallel mit der R-Achse verlaufen. Die Gleichung (1) h t nämlich die Form:

$$v=f(J)R^{0.7}J^{0.56} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

§ 24. Abhängigkeit des Beiwertes M_s der Formel $v=M_sR^{0.7}J^{0.56}$ vom maßgebenden Gefälle J.

Der Beiwert M_s der Formel $v=M_sR^{0.7}I^{0.56}$ ist unabhängig vom Profilradius R, wie in § 23 bestätigt wurde, während seine Abhängigkeit vom maßgebenden

Gefälle J noch fraglich ist. Ob bzw. in welcher Beziehung der Beiwert M_s zum maßgebenden Gefälle J stehe, haben wir nun aus der folgenden Formel auf Grund der in § 23 aus 45 Versuchen, Nr. 40 bis 84, gewählten 33 Meßergebnissen mit Hilfe der **Tabelle 29** zu bestimmen:

$$v = M_s \, R^{0,7} J^{0,50}$$

oder

$$v = f(J) R^{0,7} J^{0,50},$$

worin $f(J)$ auf elementarem Wege rechnerisch gelöst werden kann.

Zu diesem Zwecke wird ein rechtwinkeliges Achsensystem gewählt, wobei die Werte für die maßgebenden Gefälle auf der Abszissenachse und die der entsprechenden M_s, d. h. der $f(J)$ auf der Ordinatenachse aufgetragen werden.

Berücksichtigt man die allgemeine Gleichung einer algebraischen Kurve n-ten Grades

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$$

und wählt $n+1$ Punkte der gesuchten Kurve, so ergeben sich $n+1$ Gleichungen. Im untersuchten Falle können 33 Gleichungen nachstehende Form annehmen:

$$M_{40} = a_0 + a_1 J_{40} + a_2 J_{40}^2 + \ldots + a_{32} J_{40}^{32}$$
$$M_{41} = a_0 + a_1 J_{41} + a_2 J_{41}^2 + \ldots + a_{32} J_{41}^{32}$$
$$M_{42} = a_0 + a_1 J_{42} + a_2 J_{42}^2 + \ldots + a_{32} J_{42}^{32}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$M_{82} = a_0 + a_1 J_{82} + a_2 J_{82}^2 + \ldots + a_{32} J_{82}^{32}$$

Wir vernachlässigten aber die höhere Potenzen enthaltenden Glieder, welche sehr kleinen Festwerten angeknüpft sind, und annahme die folgenden Gestalten:

zuerst

$$M = a + bJ + cJ^2 + dJ^3$$

und zweitens

$$M = a + bJ + cJ^2.$$

Drittens wurde die sogenannte Winkelsche Form als die Grundform gewählt, nämlich:

$$v = (a - bJ^n) R^{0,7} J^{0,50}$$

also

$$M = a - bJ^n.$$

Die Auflösungen erfolgen durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate und der Determinantentheorie.

§ 26. Bestimmung der Festwerte der Gleichung $M_s = a + bJ + cJ^2 + dJ^3$.

Bei Auflösung vierer Unbekannten a, b, c und d hat man folgenden Rechnungsgang:

Normalgleichungen ausführlich geschrieben:

$$[1.\ 1]a+[1.\ J]b+[1.\ J^2]c+[1.\ J^3]d-[1.\ M_s]=0$$
$$[1.\ 1]a+[J.\ J]b+[J.\ J^2]c+[J.\ J^3]d-[J.\ M_s]=0$$
$$[1.\ J^2]a+[J.\ J^2]b+[J^2.\ J^2]c+[J^2.\ J^3]d-[J^2.\ M_s]=0$$
$$[1.\ J^3]a+[J.\ J^3]b+[J^2.\ J^3]c+[J^3.\ J^3]d-[J^3.\ M_s]=0$$

Mit Anwendung der Determinantentheorie löst man nach a, b, c und d auf.

Für den Festwert a erhält man:

$$D=\begin{vmatrix}[1.\ 1][1.\ J][1.\ J^2][1.\ J^3]\\ [1.\ J][J.\ J][J.\ J^2][J.\ J^3]\\ [1.\ J^2][J.\ J^2][J^2.\ J^2][J^2.\ J^3]\\ [1.\ J^3][J.\ J^3][J^2.\ J^3][J^3.\ J^3]\end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}=&+[1.1][J.J][J^2.J^2][J^3.J^3]-[1.1][J.J][J^2.J^3][J^2.J^3]-[1.1][J.J^2][J.J^2][J^3.J^3]\\&+[1.1][J.J^2][J^2.J^3][J.J^3]+[1.1][J.J^3][J.J^2][J^2.J^3]-[1.1][J.J^3][J^2.J^2][J.J^3]\\&-[1.J][1.J][J^2.J^2][J^3.J^3]+[1.J][1.J][J^2.J^3][J^2.J^3]+[1.J][J.J^2][1.J^2][J^3.J^3]\\&-[1.J][J.J^2][J^2.J^3][1.J^3]-[1.J][J.J^3][1.J^2][J^2.J^3]+[1.J][J.J^3][J^2.J^2][1.J^3]\\&+[1.J^2][1.J][J.J^2][J^3.J^3]-[1.J^2][1.J][J^2.J^3][J.J^3]-[1.J^2][J.J][1.J^2][J^3.J^3]\\&+[1.J^2][J.J][J^2.J^3][1.J^3]+[1.J^2][J.J^3][1.J^2][J.J^3]-[1.J^2][J.J^3][J.J^2][1.J^3]\\&-[1.J^3][1.J][J.J^2][J^2.J^3]+[1.J^3][1.J][J^2.J^2][J.J^3]+[1.J^3][J.J][1.J^2][J^2.J^3]\\&-[1.J^3][J.J][J^2.J^2][1.J^3]-[1.J^3][J.J^2][1.J^2][J.J^3]+[1.J^3][J.J^2][J.J^2][1.J^3]\end{aligned}$$

und

$$D_a=\begin{vmatrix}[1.\ M_s][1.\ J][1.\ J^2][1.\ J^3]\\ [J.\ M_s][J.\ J][J.\ J^2][J.\ J^3]\\ [J^2.\ M_s][J.\ J^2][J^2.\ J^2][J^2.\ J^3]\\ [J^3.\ M_s][J\ J^3][J^2.\ J^3][J^3.\ J^3]\end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}=&+[1.M_s][J.J][J^2.J^2][J^3.J^3]-[1.M_s][J.J][J^2.J^3][J^2.J^3]-[1.M_s][J.J^2][J.J^2][J^3.J^3]\\&+[1.M_s][J.J^2][J^2.J^3][J.J^3]+[1.M_s][J.J^3][J.J^2][J^2.J^3]-[1.M_s][J.J^3][J^2.J^2][J.J^3]\\&-[1.J][J.M_s][J^2.J^2][J^3.J^3]+[1.J][J.M_s][J^2.J^3][J^2.J^3]+[1.J][J.J^2][J^2.M_s][J^3.J^3]\\&-[1.J][J.J^2][J^2.J^3][J^3.M_s]-[1.J][J.J^3][J^2.M_s][J^2.J^3]+[1.J][J.J^3][J^2.J^2][J^3.M_s]\\&+[1.J^2][J.M_s][J.J^2][J^3.J^3]-[1.J^2][J.M_s][J^2.J^3][J.J^3]-[1.J^2][J.J][J^2.M_s][J^3.J^3]\\&+[1.J^2][J.J][J^2.J^3][J^3.M_s]+[1.J^2][J.J^3][J^2.M_s][J.J^3]-[1.J^2][J.J^3][J.J^2][J^3.M_s]\\&-[1.J^3][J.M_s][J.J^2][J^2.J^3]+[1.J^3][J.M_s][J^2.J^2][J.J^3]+[1.J^3][J.J][J^2.M_s][J^2.J^3]\\&-[1.J^3][J.J][J^2.J^2][J^3.M_s]-[1.J^3][J.J^2][J^2.M_s][J.J^3]+[1.J^3][J.J^2][J.J^2][J^3.M_s].\end{aligned}$$

Setzt man nun die mittels der Beziehung (12) in § 23 aus unseren Meßergebnissen berechneten Werte, **Tabelle 29**, in diesen Koeffizienten der kleinsten Quadrate ein, so sind

$$\begin{aligned}D=&+10^{-31}\times 111.28469-10^{-31}\times 107.29429-10^{-31}\times 89.29447\\&+10^{-31}\times 78.76115+10^{-31}\times 78.76115-10^{-31}\times 72.05403\\&-10^{-31}\times 65.08207+10^{-31}\times 62.74839+10^{-31}\times 33.53219\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-10^{-31}\times\ 23.73223-10^{-31}\times\ 29.57668+10^{-31}\times 21.71125\\
&+10^{-31}\times\ 33.53219-10^{-31}\times\ 29.57668-10^{-31}\times 21.53145\\
&+10^{-31}\times\ 15.23877+10^{-31}\times\ 13.94107-10^{-31}\times 11.18627\\
&-10^{-31}\times\ 23.73223+10^{-31}\times\ 21.71125+10^{-31}\times 15.23877\\
&-10^{-31}\times\ 11.18627-10^{-31}\times\ 11.18627+10^{-31}\times\ 8.97583\\
&=+10^{-31}\times 0.00376,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Da=&+10^{-29}\times 132.12865-10^{-29}\times 127.39084-10^{-29}\times 106.01960\\
&+10^{-29}\times\ 93.51335+10^{-29}\times\ 93.51335-10^{-29}\times\ 85.54997\\
&-10^{-29}\times\ 67.68161+10^{-29}\times\ 65.25471+10^{-29}\times\ 28.80882\\
&-10^{-29}\times\ 17.63880-10^{-29}\times\ 25.41048+10^{-29}\times\ 16.13672\\
&+10^{-29}\times\ 34.87155-10^{-29}\times\ 30.75804-10^{-29}\times\ 18.49851\\
&+10^{-29}\times\ 11.32610+10^{-29}\times\ 11.97732-10^{-29}\times\ \ 8.31411\\
&-10^{-29}\times\ 24.68015+10^{-29}\times\ 22.57845+10^{-29}\times\ 13.09222\\
&-10^{-29}\times\ \ 8.31411-10^{-29}\times\ \ 9.61056+10^{-29}\times\ \ 6.67122\\
&=+10^{-29}\times\ \ 0.00568,
\end{aligned}
$$

und daraus wird der Festwert a bestimmt wie folgendes:

$$a=\frac{Da}{D}=\frac{10^{-29}\times 0.00568}{10^{-31}\times 0.00376}=+151.1.$$

In ähnlicher Weise werden die übrigen b, c und d berechnet, nämlich:

$$
Db=\begin{vmatrix}
[1.\ \ 1][1.\ \ M_3][1.\ \ J^2][1.\ \ J^3]\\
[1.\ \ J][J.\ \ M_3][J.\ \ J^2][J.\ \ J^3]\\
[1.\ J^2][J^2.\ M_3][J^2.\ J^2][J^2.\ J^3]\\
[1.\ J^3][J^3.\ M_3][J^2.\ J^3][J^3.\ J^3]
\end{vmatrix}
$$

$$
\begin{aligned}
=&+[1.1][J.M_3][J^2.J^2][J^3.J^3]-[1.1][J.M_3][J^2.J^3][J^2.J^3]-[1.1][J.J^2][J^2.M_3][J^3.J^3]\\
&+[1.1][J.J^2][J^2.J^3][J^3.M_3]+[1.1][J.J^3][J^2.M_3][J^2.J^3]-[1.1][J.J^3][J^2.J^2][J^3.M_3]\\
&-[1.M_3][1.J][J^2.J^2][J^3.J^3]+[1.M_3][1.J][J^2.J^3][J^2.J^3]+[1.M_3][J.J^2][1.J^2][1^3.J^3]\\
&-[1.M_3][J.J^2][J^2.J^3][1.J^3]-[1.M_3][J.J^3][1.J^2][J^2.J^3]+[1.M_3][J.J^3][J^2.J^2][1.J^3]\\
&+[1.J^2][1.J][J^2.M_3][J^3.J^3]-[1.J^2][1.J][J^2.J^3][J^3.M_3]-[1.J^2][1.M_3][1.J^2][J^3.J^3]\\
&+[1.J^2][J.M_3][J^2.J^3][1.J^3]+[1.J^2][J.J^3][1.J^2][J^3.M_3]-[1.J^2][J.J^3][J^2.M_3][1.J^3]\\
&-[1.J^3][1.J][J^2.M_3][J^2.J^3]+[1.J^3][1.J][J^2.J^2][J^3.M_3]+[1.J^3][J.M_3][1.J^2][J^2.J^3]\\
&-[1.J^3][J.M_3][J^2.J^2][1.J^3]-[1.J^3][J.J^2][1.J^2][J^3.M_3]+[1.J^3][J.J^2][J^2.M_3][1.J^3]\\
=&+10^{-26}\times 114.81484-10^{-26}\times 110.69786-10^{-26}\times 48.87117\\
&+10^{-26}\times\ 29.92239+10^{-26}\times\ 43.10625-10^{-26}\times 27.37427\\
&-10^{-26}\times 131.08419+10^{-26}\times 126.38383+10^{-26}\times 67.53841\\
&-10^{-26}\times\ 47.79995-10^{-26}\times\ 59.57147+10^{-26}\times 43.72942\\
&+10^{-26}\times\ 18.35228-10^{-26}\times\ 11.23657-10^{-26}\times 22.21447\\
&+10^{-26}\times\ 15.72217-10^{-26}\times\ \ 5.29640-10^{-26}\times\ 6.12228\\
&-10^{-26}\times\ 12.98873+10^{-21}\times\ \ 8.24839+10^{-26}\times 15.72217\\
&-10^{-26}\times\ 11.54112-10^{-26}\times\ \ 4.24981+10^{-26}\times\ 4.91250\\
=&-10^{-26}\times 0.00284,
\end{aligned}
$$

$$D_c=\begin{vmatrix} [1.\ 1][1.\ J][1.\ M_s][1.\ J^3] \\ [1.\ J][J.\ J][J.\ M_s][J.\ J^3] \\ [1.\ J^2][J.\ J^2][J^2.\ M_s][J^2.\ J^3] \\ [1.\ J^3][J.\ J^3][J^3.\ M_s][J^3.\ J^3] \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= +[1.1][J.J][J^2.M_s][J^3.J^3]-[1.1][J.J][J^2.J^3][J^3.M_s]-[1.1][J.M_s][J.J^3][J^3.J^3] \\
&\quad +[1.1][J.M_s][J^2.J^3][J.J^3]+[1.1][J.J^3][J.J^2][J^3.M_s]-[1.1][J.J^3][J^2.M_s][J.J^3] \\
&\quad -[1.J][1.J][J^2.M_s][J^3.J^3]+[1.J][1.J][J^2.J^3][J^3.M_s]+[1.J][J.M_s][1.J^2][J^3.J^3] \\
&\quad -[1.J][J.M_s][J^2.J^3][1.J^3]-[1.J][J.J^3][1.J^2][J^3.M_s]+[1.J][J.J^3][J^2.M_s][1.J^3] \\
&\quad +[1.M_s][1.J][J.J^2][J^3.J^3]-[1.M_s][1.J][J^2.J^3][J.J^3]-[1.M_s][J.J][1.J^2][J^3.J^3] \\
&\quad +[1.M_s][J.J][J^2.J^3][1.J^3]+[1.M_s][J.J^3][1.J^2][J.J^3]-[1.M_s][J.J^3][J.J^2][1.J^3] \\
&\quad -[1.J^3][1.J][J.J^2][J^3.M_s]+[1.J^3][1.J][J^2.M_s][J.J^3]+[1.J^3][J.J][1.J^2][J^3.M_s] \\
&\quad -[1.J^3][J.J][J^2.M_s][1.J^3]-[1.J^3][J.M_s][1.J^2][J.J^3]+[1.J^3][J.M_s][J.J^2][1.J^3] \\
&= +10^{-23}\times 31.132748-10^{-23}\times 19.061673-10^{-23}\times 58.688343 \\
&\quad +10^{-23}\times 51.765368+10^{-23}\times 13.992535-10^{-23}\times 20.157669 \\
&\quad -10^{-23}\times 18.207209+10^{-23}\times 11.147743+10^{-23}\times 22.038863 \\
&\quad -10^{-21}\times 15.597887-10^{-21}\times\ 5.254528+10^{-23}\times\ 6.073889 \\
&\quad +10^{-23}\times 67.004524-10^{-23}\times 59.100559-10^{-23}\times 43.024469 \\
&\quad +10^{-23}\times 30.456339+10^{-23}\times 27.857260-10^{-23}\times 22.352574 \\
&\quad -10^{-21}\times\ 4.216216+10^{-21}\times\ 6.073888+10^{-21}\times\ 2.707287 \\
&\quad -10^{-23}\times\ 3.129445-10^{-23}\times\ 7.352120+10^{-21}\times\ 5.899317 \\
&= +10^{-23}\times\ 0.001068,
\end{aligned}$$

$$D_a=\begin{vmatrix} [1.\ 1][1.\ J][1.\ J^2][1.\ M_s] \\ [1.\ J][J.\ J][J.\ J^2][J.\ M_s] \\ [1.\ J^2][J.\ J^2][J^2.\ J^2][J^2.\ M_s] \\ [1.\ J^3][J.\ J^3][J^2.\ J^3][J^3.\ M_s] \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= +[1.1][J.J][J^2.J^2][J^3.M_s]-[1.1][J.J][J^2.M_s][J^2.J^3]-[1.1][J.J^2][J.J^2][J^3.M_s] \\
&\quad +[1.1][J.J^2][J^2.M_s][J.J^3]+[1.1][J.M_s][J.J^2][J^2.J^3]-[1.1][J.M_s][J^2.J^2][J.J^3] \\
&\quad -[1.J][1.J][J^2.J^2][J^3.M_s]+[1.J][1.J][J^2.M_s][J^2.J^3]+[1.J][J.J^2][1.J^2][J^3.M_s] \\
&\quad -[1.J][J.J^2][J^2.M_s][1.J^3]-[1.J][J.M_s][1.J^2][J^2.J^3]+[1.J][J.M_s][J^2.J^2][1.J^3] \\
&\quad +[1.J^2][1.J][J.J^2][J^3.M_s]-[1.J^2][1.J][J^2.M_s][J.J^3]-[1.J^2][J.J][1.J^2][J^3.M_s] \\
&\quad +[1.J^2][J.J][J^2.M_s][1.J^3]+[1.J^2][J.M_s][1.J^2][J.J^3]-[1.J^2][J.M_s][J.J^2][1.J^3] \\
&\quad -[1.M_s][1.J][J.J^2][J^3.J^3]+[1.M_s][1.J][J^2.J^3][J.J^3]+[1.M_s][J.J][1.J^2][J^2.J^3] \\
&\quad -[1.M_s][J.J][J^2.J^2][1.J^3]-[1.M_s][J.J^2][1.J^2][J.J^3]+[1.M_s][J.J^2][J.J^2][1.J^3] \\
&= +\ 0^{-21}\times\ 89.137633-10^{-21}\times 140.364968-10^{-21}\times\ 71.523744 \\
&\quad +10^{-21}\times 103.037222+10^{-21}\times 204.602007-10^{-21}\times 242.069124 \\
&\quad -10^{-21}\times\ 52.129917+10^{-21}\times\ 82.088948+10^{-21}\times\ 26.858860 \\
&\quad -10^{-21}\times\ 31.047070-10^{-21}\times\ 99.364820+10^{-21}\times\ 72.940019 \\
&\quad +10^{-21}\times\ 26.858860-10^{-21}\times\ 38.692917-10^{-21}\times\ 17.246420 \\
&\quad +10^{-21}\times\ 19.995724+10^{-21}\times\ 46.835727-10^{-21}\times\ 37.580834 \\
&\quad -10^{-21}\times 302.096395+10^{-21}\times 276.370497-10^{-21}\times 193.979934 \\
&\quad -10^{-21}\times 142.394173-10^{-21}\times 142.394173+10^{-21}\times 114.256617 \\
&= -10^{-21}\times 0.001922,
\end{aligned}$$

Hiermit werden

$$b=\frac{D_b}{D}=\frac{-10^{-26}\times 0.00284}{10^{-31}\times 0.00376}=-75\,560,$$

$$c=\frac{D_c}{D}=\frac{10^{-23}\times 0.001068}{10^{-31}\times 0.00376}=+284\times 10^5$$

und

$$d=\frac{D_d}{D}=\frac{-10^{-21}\times 0.001922}{10^{-31}\times 0.00376}=-511\times 10^7.$$

Setzt man die oben gefundenen Festwerte in einen Ausdruck folgender Form ein:

$$M_s=a+bJ+cJ^2+dJ^3,$$

erhält man für M_s endgültig

$$M_s=151-75\,500J+284\times 10^5 J^2-511\times 10^7 J^3.$$

§ 26. Bestimmung der Festwerte der Gleichung $M_s=a+bJ+cJ^2$.

Setzt man zunächst die Beziehung zwischen dem Beiwerte M_s und maßgebenden Gefällen der Formel $v=M_s R^{0.7} J^{0.56}$ voraus:

$$M_s=a+bJ+cJ^2,$$

so kann man die Festwerte unter Benutzung der in § 24 genannten 33 Versuche in Bezug auf ruhige Bewegung des Wassers ähnlich wie in § 25 bestimmen.

Ausführlich geschrieben lauten die dazugehörigen Normalgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&[1.\ 1]a+[1.\ J\ ]b+[1.\ J^2]c-[1.\ M_s]=0\\
&[1.\ J\ ]a+[J.\ J\ ]b+[J.\ J^2]c-[J.\ M_s]=0\\
&[1.\ J^2]a+[J.\ J^2]b+[J^2.\ J^2]c-[J^2.\ M_s]=0
\end{aligned}\right\}$$

Die Auflösungen der Gleichungen nach a, b und c mit Hilfe der **Tabelle 29** sind folgende:

$$D=\begin{vmatrix}[1.\ 1][1.\ J][1.\ J^2]\\ [1.\ J][J.\ J][J.\ J^2]\\ [1.\ J^2][J.\ J^2][J^2.\ J^2]\end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&=+[1.\ 1][J.\ J][J^2.\ J^2]-[1.\ J^2][J.\ J][1.\ J^2]\\
&\quad+[1.\ J][J.\ J^2][1.\ J^2]-[1.\ 1][J.\ J^2][J.\ J^2]\\
&\quad+[1.\ J^2][1.\ J][J.\ J^2]-[1.\ J][1.\ J][J^2.\ J^2]\\
&=+10^{-16}\times 389.62378\ -10^{-16}\times\ 75.38137\\
&\quad+10^{-16}\times\ 117.40302-10^{-16}\times 312.64741\\
&\quad+10^{-16}\times 117.40302\ -10^{-16}\times 227.87042.\\
&=+10^{-16}\times 8.5356,
\end{aligned}$$

$$D_a=\begin{vmatrix}[1.\ M_s][1.\ J][1.\ J^2]\\ [J.\ M_s][J.\ J][J.\ J^2]\\ [J^2.\ M_s][J.\ J^2][J^2.\ J^2]\end{vmatrix}$$

$$= +[1.\ M_s][J.\ J][J^2.\ J^2] - [1.\ M_s][J.\ J^2][J.\ J^2]$$
$$+[1.\ J][J.\ J^2][J^2.\ M_s] - [1.\ J][J.\ M_s][J^2.\ J^2]$$
$$+[1.\ J^2][J.\ M_s][J.\ J^2] - [1.\ J^2][J.\ J][J^2.\ M_s]$$
$$= +10^{-10} \times 46\,260.735 - 10^{-10} \times 37\,120.650$$
$$+10^{-10} \times 10\,086.810 - 10^{-10} \times 23\,697.212$$
$$+10^{-10} \times 12\,211.037 - 10^{-10} \times 6\,476.705$$
$$= +10^{-10} \times 1\,264.02,$$

$$D_b = \begin{vmatrix} [1.\ 1][1.\ M_s][1.\ J^2] \\ [1.\ J][J.\ M_s][J.\ J^2] \\ [1.\ J^2][J^2.\ M_s][J^2.\ J^2] \end{vmatrix}$$

$$= +[1.\ 1][J.\ M_s][J^2.\ J^2] - [1.\ 1][J.\ J^2][J^2.\ M_s]$$
$$+[1.\ M_s][J.\ J^2][1.\ J^2.] - [1.\ M_s][1.\ J][J^2.\ J^2]$$
$$+[1.\ J^2][1.\ J][J^2.\ M_s] - [1.\ J^2][J.\ M_s][1.\ J^2]$$
$$= +10^{-10} \times 40.19987 - 10^{-10} \times 17.11172$$
$$+10^{-10} \times 23.64565 - 10^{-10} \times 45.89622$$
$$+10^{-10} \times 6.42567 - 10^{-10} \times 7.77751$$
$$= -10^{-10} \times 0.51426,$$

$$D_c = \begin{vmatrix} [1.\ 1][1.\ J][1.\ M_s] \\ [1.\ J][J.\ J][J.\ M_s] \\ [1.\ J^2][J.\ J^2][J^2.\ M_s] \end{vmatrix}$$

$$= +[1.\ 1][J.\ J][J^2.\ M_s] - [1.\ 1][J.\ M_s][J.\ J^2]$$
$$+[1.\ J][J.\ M_s][1.\ J^2] - [1.\ J][1.\ J][J^2.\ M_s]$$
$$+[1.\ M_s][1.\ J][J.\ J^2] - [1.\ M_s][J.\ J][1.\ J^2]$$
$$= +10^{-7} \times 10.90049 - 10^{-7} \times 20.54849$$
$$+10^{-7} \times 7.71622 - 10^{-7} \times 6.37504$$
$$+10^{-7} \times 23.46022 - 10^{-7} \times 15.06320$$
$$= +10^{-7} \times 0.09011.$$

Aus diesen Determinanten finden sich die gesuchten Festwerte:

$$a = \frac{D_a}{D} = \frac{10^{-10} \times 1\,264.02}{10^{-10} \times 8.5356} = +148.1,$$

$$b = \frac{D_b}{D} = \frac{-10^{-10} \times 0.51426}{10^{-10} \times 8.5356} = +60\,250$$

und

$$c = \frac{D_c}{D} = \frac{10^{-7} \times 0.09011}{10^{-10} \times 8.5356} = +10^7 \times 1.056.$$

Mit diesen Werten geht die Gleichung $M_s = a + bJ + cJ^2$ über in:

$$M_s = 148 - 60\,300\,J + 1\,056 \times 10^4 J^2.$$

§ 27. Bestimmung der Festwerte der Gleichung $M_s = a - bJ^n$.

Betrachten wir endlich betreffs der Beziehung des Beiwertes M_s der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$ vom maßgebenden Gefälle J, so ergibt sich folgende einfache Form:

$$M_s = a - bJ^n,$$

woraus man mit Hilfe der kleinsten Quadrate unter Benutzung der in **Tabelle 25** zusammengestellten Meßergebnisse für die Sandgerinne die Festwerte, a, b und n ermitteln kann.

Wählt man in diesem Falle 150 als Ordinate des Anfangspunktes der Ausgleichungslinie, wie in **PL. VI, Fig. 2** dargestellt, so hat man nach Entwicklung 33 Gleichungen, nämlich:

$$\log(150-M_{40})=\log b+n\log J_{40}$$
$$\log(150-M_{41})=\log b+n\log J_{41}$$
$$\log(150-M_{42})=\log b+n\log J_{42}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\log(150-M_{82})=\log b+n\log J_{82}.$$

Dann bestehen die dieselbe Normalgleichungen wie in § 20, nämlich:

$$[1.\ 1]\log b+[1.\ \log J]n-[1.\ \log(150-M_s)]=0$$
$$[1.\ \log J]\log b+[\log J.\ \log J]n-[\log J.\ \log(150-M_s)]=0.$$

Nun rechnet man folgendes mit Benutzung der Koeffizienten in **Tabelle 26**:

$$\log b=\frac{[\log J.\ \log J][1.\ \log(150-M_s)]-[1.\ \log J][\log J.\ \log(150-M_s)]}{[1.\ 1][\log J.\ \log J]-[1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$=\frac{367.15929\times 47.42764-109.73574\times 155.92685}{33\times 367.15929-109.73574\times 109.73574}=+4.07339$$

$$n=\frac{[1.\ 1][\log J.\ \log(150-M_s)]-[1.\ \log J][1.\ \log(150-M_s)]}{[1.\ 1][\log J.\ \log J]-[1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$=\frac{-33\times 155.92685+109.73574\times 47.42764}{33\times 367.15929-109.73574\times 109.73574}=+0.7928.$$

Hieraus ergibt sich die Gleichung

$$\log(150-M_s)=4.07339+0.793\log J$$

oder $$M_s=150-11\,840\,J^{0.793},$$

Mithin wird die Geschwindigkeitsformel unter Voraussetzung der dritten Form

$$v=(150-11\,840\,J^{0.793})R^{0.7}J^{0.56}.$$

§ 28. Ergebnisse der neuen Versuche.

Wir leiteten nun bei diesen an Sandgerinnen angestellten Modellversuche bezüglich der Beziehung zwischen dem Beiwerte und der maßgebenden Gefälle unter Beibehaltung der für Zementgerinne aufgestellten Grundgleichung $v=M_c R^{0.7}J^{0.56}$ folgende 3 verschiedenen Gleichungen her:

$$M_s=151-75\,500\,J+284\times 10^5 J^2-511\times 10^7 J^3$$

$$M_s = 148 - 60\,300\,J + 1\,056 \times 10^4\,J^2$$

$$M_s = 150 - 11\,840\,J^{0.703}.$$

Zum Vergleich dieser 3 Gleichungen wurden die dazugehörigen Ausgleichungslinien der Punktschar in einem rechtwinkeligen Koordinatensystem aufgetragen, deren Verläufe in dem Bereiche der zur ruhigen Bewegung entsprechenden Gefälle, bis etwa 1.2 v. T., einander sehr nahe sind und zwar deutlich auf die nach oben konkave Kurve hinweisen. Siehe dazu **PL. VI, Fig. 2.**

Die Ergebnisse mit den stärkeren Gefälle als 2.4 v. T. mußten wegen der Entstehung der erheblich unruhigen Bewegung des Wassers ausgeschaltet werden. Wegen der Einfachheit wählen wir schließlich die dritte Formel, nämlich:

$$v = M_s R^{0.7} J^{0.56}$$

oder

$$v = (150 - 11\,840\,J^{0.703}) R^{0.7} J^{0.56},$$

deren Form der nachstehenden von Winkel aufgestellten Geschwindigkeitsformel sehr ähnlich ist:

$$v = A R^{0.715} J^{0.572}$$

oder

$$v = (185 - 210\,J^{0.072}) R^{0.715} J^{0.572}.$$

Trotz der Ähnlichkeit der beiden Formeln ist jedoch zahlenmässig ein ziemlich grosser Unterschied in ihren Beiwerten vorhanden, da die neuen Ergebnisse nicht auf Meßresultaten in natürlichen, fließenden Gewässern, sondern nur durch Modellversuche gefunden wurden.

Für Versuchsgerinne mit Zementauskleidung ist schon in § 22 im Geltungsbereiche die nachstehende Geschwindigkeitsformel aufgestellt worden:

$$v = M_c R^{0.7} J^{0.56},$$

worin M_c für eine bestimmte Wandauskleidung ein fester Wert, sogenannter Rauhigkeitskoeffizient, ist, der von R und auch von J unabhängig ist. Der Koeffizient entspricht dem Einfluß der Beschaffenheit des Bettumfanges der Gerinne. Aus verschiedenen Messungen an unseren Versuchsgerinnen mit Zementauskleidung wurde der Wert 175 für M_c gefunden, nämlich:

$$v = 175\,R^{0.7} J^{0.56}.$$

Trägt man die den M_c-Werten entsprechende Kurve in einem rechtwinkeligen Achsensystem wie in **PL. VII, Fig. 1** auf, wird sie in deutlich erkennbarer Weise vom Anfangspunkt der Ordinaten 175 ausgehen und zwar geradlinig und parallel zur Abszissenachse laufen.

Wenn man zum Vergleich die den M_s-Werten entsprechende Kurve in

demselben Achsensystem wie oben aufträgt, so ist sie dagegen nach oben konkav. In diesem Falle ändert sich der Koeffizient M_s der für die Versuchsgerinne mit Sandsohle gefundenen Formel nach maßgebendem Gefälle J, und zwar ist zwischen dem maßgebenden Gefälle und der Beschaffenheit des Flußbettes ein Zusammenhang dahin nachweisbar, daß mit der Verminderung des Gefälles sich auch die Korngröße des beweglichen Flußgeschiebes vermindert.

Der zweite Teil $11\,840.J^{0.793}$ des Koeffizienten M_s der Geschwindigkeitsformel $v=(150-11\,840.J^{0.793})R^{0.7}J^{0.56}$ wird der durch das Gefälle verursachten Rauhigkeitswirkung entsprechen.

Setzen wir nun nach dem Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetze den Wert für $K=B(vR\rho)^n$ in die Formel $v=K\sqrt{RJ}$ ein, dann erhalten wir nach v aufgelöst

$$v=B^{\frac{1}{1-n}}\rho^{\frac{n}{1-n}}R^{\frac{0.5+n}{1-n}}J^{\frac{0.5}{1-n}},$$

wo der Temperaturbeiwert ρ nur sehr wenig von 1 abweicht, und

$$v=MR^{0.7}J^{0.56}.$$

Würde der zweite Exponent 0.567 sein, dann würden sich die beiden Exponenten wie $(0.5+n)/(1-n):0.5/(1-n)$ verhalten, und $n=0.118$ sein. Die neue Formel erfüllt also die wissenschaftlichen Bedingungen.

Diese Forderung wird auf die natürlichen Flüße und Kanäle mit beweglichen Bettsohlen übertragbar sein, wenn auch dabei die festen Beiworte 150 und 11 840 und auch der Exponent 0.793 eine Änderung erfahren.

VIII. Herleitung einer allgemeinen Geschwindigkeitsformel für natürliche Wasserläufe.

§ 29. Bestimmung des Beiwertes M der Formel $v=MR^{0.7}J^{0.56}$ unter Benutzung der Meßresultate der natürlichen Wasserläufe.

Um die allgemein anwendbare Geschwindigkeitsformel für natürliche Wasserläufe und Kanäle mit beweglichen Bettsohlen herzuleiten, kann man die oben für die Versuchsgerinne gefundene Grundformel beibehalten und den Beiwert M so bestimmen, daß die aus den Meßergebnissen abgeleiteten Einflüße der verschiedenartigen natürlichen Wasserläufe in ihn eingeführt werden:

$$v=MR^{0.7}J^{0.56}.$$

Der Beiwert M dieser Formel ist unabhängig vom Profilradius R. Um die Beziehung von Beiwerten M mit Gefällen J zu finden, benutzten wir 117 sehr verschiedenartigen an den nachstehenden europäischen und amerikanischen Flüßen ausgeführten Messungen:

Inn, Donau, Elbe, San, The South Forked Deer River, Mud Creek, Irawaddy River, Rhein, Mösa, Canal du Jard, Obere Havel, Weser, Seine, Memel, Rheinarme, Saône, Mississippi, Wolga, Haine, Isar, Escherkanal, Plessur, Linthcanal, Tiber und experimentale Kanäle in Amerika. Siehe **Tabellen 30, 31 und 32.**

Die zugehörigen Werte von R liegen zwischen 0.158 und 20.65 m und dieselbe von J zwischen 0.0000086 und 0.0142.

Wir haben zuerst die Gefälle als Abszissen und die zugehörigen Beiwerte M, welche unter Anwendung der Formel $M=v/R^{0.7}J^{0.56}$ berechnet werden können, als Ordinaten in einem rechtwinkeligen Achsensystemo aufgetragen. Siehe **PL. VII, Fig. 2.**

Alsdann wurde die genaue Berechnung der Funktion des Beiwertes M an Hand von oben genannten 117 Meßresultaten unter Beibehaltung der folgenden Grundform mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ausgeführt:

$$M=a-bJ^n$$

oder

$$\log(a-M)=\log b+n\log J.$$

Die dazugehörigen Normalgleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned}&[1.\ 1]\log b+[1.\ \log J]n-[1.\ \log(90-M)]=0\\&[1.\ \log J]\log b+[\log J.\ \log J]n-[\log J.\ \log(90-M)]=0,\end{aligned}\right\}$$

aus denen sich ergibt durch Einsetzung der Werte der in den **Tabellen 30, 31** und **32** zusammengestellten Koeffizienten

$$\log b=\frac{[\log J.\ \log J][1.\ \log(90-M)]-[1.\ \log J][\log J.\ \log(90-M)]}{[1.\ 1][\log J.\ \log J]-[1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$=\frac{1657.68268\times 163.44038-434.25278\times 598.11043}{117\times 1657.68268-(434.25278)^2}=+2.08661$$

$$n=\frac{[1.\ 1][\log J.\ \log(90-M)]-[1.\ \log J][1.\ \log(90-M)]}{[1.\ 1][\log J.\ \log J]-[1.\ \log J][1.\ \log J]}$$

$$=\frac{-117\times 598.11943+434.25278\times 163.44038}{117\times 1657.68268-(434.25278)^2}=+0.1858.$$

Damit ist die ausgeglichene Funktion:

$$\log(90-M)=2.08645+0.186\log J$$

oder

$$M=90-122\,J^{0.186}.$$

Die gesuchte Geschwindigkeitsformel heißt also:

$$v=(90-122\,J^{0.186})R^{0.7}J^{0.56}.$$

§ 30. Vergleich der Ergebnisse der Modellversuche mit den Meßergebnissen der natürlichen Wasserläufe.

Wir haben schon folgende zwei Geschwindigkeitsformeln gefunden, von denen die erstere für die Modellversuche und die letztere für die natürlichen Flüsse aufgestellt worden ist:

$$v_{\text{Modell}} = (150 - 11\,840 J^{0.703}) R^{0.7} J^{0.50} \quad \ldots\ldots (1)$$

und

$$v_{\text{Natur}} = (90 - 122 J^{0.180}) R^{0.7} J^{0.50}. \quad \ldots\ldots (2)$$

Weiter haben wir diese beiden Formeln in **PL. VIII, Fig. 1** zeichnerisch dargestellt.

Der Übertragungsmaßstab für entsprechende Geschwindigkeiten unter gleichen maßgebenden Gefällen ist

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = \frac{(90 - 122 J^{0.180}) R_{\text{Natur}}^{0.7} J^{0.50}}{(150 - 11\,840 J^{0.703}) R_{\text{Modell}}^{0.7} J^{0.50}}$$

$$= \frac{90 - 122 J^{0.180}}{150 - 11\,840 J^{0.703}} \left(\frac{R_{\text{Natur}}}{R_{\text{Modell}}}\right)^{0.7} = k \lambda^{0.7}, \quad \ldots\ldots (3)$$

worin λ gleich dem Verhältnis entsprechender Profilradien ist.

Um die Beziehung von k mit verschiedenen Gefällen J begreiflich zu machen, wird die k-Kurve innerhalb des Gültigkeitsbereiches unserer Modellversuche, bis zum Gefälle 2.0 v. T., in gewöhnlicher Weise in **PL. VIII, Fig. 2** aufgetragen.

Daraus ist leicht erkennbar, daß die k-Kurve nach oben konkav ist und zwar bei mäßigen Gefällen, d. i. bis zu 0.5 v. T., abgesehen vom Anfangsteil, fast horizontal und bei stärkeren Gefällen verhältnismäßig stark nach oben läuft. Die k-Kurve wird sich auch bei stärkeren Gefällen um so mehr horizontal nähern, je größer die Festigkeit der Sohlen und Wände der Versuchsgerinne ist, da in solchen Fällen die M_s-Kurve wegen der schwächeren Versandung der Bettsohlen sich der Horizontale nähert.

Weiter wollen wir die oben dargestellte Beziehung nach dem Froudeschen Modellgesetze[1] beispielsweise erläutern. Wenn man als Beispiel des mäßigen Gefälles Modellversuch Nr. 71, **Tabelle 25**, und natürliches Meßergebnis Nr. 77, **Tabelle 33**, in welchen $J = 0.00025$, $R_{\text{Modell}} = 0.068\,\text{m}$ und $R_{\text{Natur}} = 1.502\,\text{m}$ betragen, auswählt, wird der aus der obigen Beziehung aus-

---

[1] Hütte, 24. Auflage, I. Band, S. 403.

[2] Thomas Alfred Hearson, "A Comparison of the Flow of Water in a River with that in a Small-Scale Model of the River." M. Proc. Inst. C. E. 1900, Vol. CXLVI, p. 216.

gerechnete Wert mit dem Froudeschen Modellgesetze annähernd, wie im folgenden gezeigt, übereinstimmen.

Im Falle des Gefälles 0.00025 erhält man für den k-Wert unter Benutzung der **PL. VIII, Fig. 2** die Zahl 0.477.

Dann erhält man durch Einsetzung des Wertes 0.477 in Gleichung (3):

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = 0.477 \left(\frac{R_{\text{Natur}}}{R_{\text{Modell}}}\right)^{0.7} = 0.477 \left(\frac{1.502}{0.068}\right)^{0.7} = 4.2.$$

Andererseits ergibt sich nach dem Froudesschen Modellgesetze

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\frac{R_{\text{Natur}}}{R_{\text{Modell}}}} = \sqrt{\frac{1.502}{0.068}} = 4.7.$$

Dagegen weichen im Falle von verhältnismäßig stärkeren Gefällen die beiden Resultate voneinander wie folgt etwas ab.

Würde als Beispiel Modellversuch Nr. 49, **Tabelle 25**, und Meßergebnisse von natürlichen Flüssen Nr. 2, **Tabelle 33**, ausgewählt werden, in welchen $J = 0.00115$, $R_{\text{Modell}} = 0.0313\,\text{m}$ und $R_{\text{Natur}} = 2.36\,\text{m}$ sind, dann würden die Geschwindigkeitsverhältnisse nach Gleichung (3) und nach dem Froudeschen Modellgesetze sich verhalten wie:

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = 0.595 \left(\frac{2.36}{0.0319}\right)^{0.7} = 12.1$$

und

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\frac{R_{\text{Natur}}}{R_{\text{Modell}}}} = \sqrt{\frac{2.36}{0.0319}} = 8.6.$$

Wendet man endlich unter der Voraussetzung, daß der k-Wert 0.47 ist, den arithmetischen mittleren Wert 0.054 m der Profilradien der sämtlichen 33 Meßergebnisse für die Modellversuche im Gültigkeitsbereiche, bis zum Gefälle 0.002, sowie den Wert 4.071 m für 110 Meßergebnisse in demselben Bereiche an, so ergeben sich die Geschwindigkeitsverhältnisse nach Gleichung (3)

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = 0.47 \left(\frac{4.071}{0.054}\right)^{0.7} = 8.9$$

und nach dem Froudeschen Modellgesetze

$$v_{\text{Natur}} : v_{\text{Modell}} = \sqrt{\lambda} = \sqrt{\frac{R_{\text{Natur}}}{R_{\text{Modell}}}} = \sqrt{\frac{4.071}{0.054}} = 8.7.$$

Es ist noch bemerkenswert, daß im letzteren Falle die Übereinstimmung genügend genau ist.

§ 31. Vergleich der neuen allgemeinen Formel mit denjenigen des Herrn Kutter und des Herrn Winkel.

Die oben für natürliche Wasserläufe aufgestellte neue Geschwindigkeitsformel kann auch in der folgenden Form geschrieben werden:

$$v=(90-122\,J^{0.183})R^{0.7}J^{0.56}$$

oder $v=C_M\sqrt{RJ}$,

worin $C_M=(90-122\,J^{0.186})R^{0.2}J^{0.06}$.

Um die obige Formel mit den bestehenden allgemein bekannten Geschwindigkeitsformeln zu vergleichen, wurden die des Herrn Kutter und des Herrn Winkel gewählt.

Die Kuttersche Formel schreibt sich:

$$v=C_K\sqrt{RJ},$$

worin $$C_K=\frac{23+\left(\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{0.00155}{J}\right)}{1+\left\{23+\left(\frac{0.00155}{J}\right)\right\}\left(\frac{n}{\sqrt{R}}\right)},$$

in welcher der Rauhigkeitskoeffizient n für natürliche Wasserläufe als 0.0275 vorausgesetzt wurde.

Die Winkelsche Formel lautet:

$$v=(185-210\,J^{0.072})R^{0.716}J^{0.574}.$$

Würde man die Formel in alter Weise

$$v=C_W\sqrt{RJ}$$

schreiben, dann würde sich

$$C_W=(185-210\,J^{0.072})R^{0.216}J^{0.072}.$$

Man trägt nun die Gefälle J zu den Abszissen in dem gewöhlichen Koordinatensystem und die zugehörigen Werte C_M, C_K und C_W bei Profilradien R von 2m, 1m und 0.5m als Ordinaten wie in **PL. IX, Fig. 1** auf.

Wie leicht erkannt wird, sind die drei C_M-Linien sehr ähnlich. Sie steigen steil hoch bei stärkeren Gefällen und biegen als dann langsam ab.

In der Winkelschen Formel sind auch die Verläufe der drei C_W-Linien sehr ähnlich und auch die der C_M-Linien, aber jene steigen etwas steiler hoch als die bei stärkeren Gefällen und dann biegen steiler ab.

Die C_K-Linie verläuft bei $R=1$m horizontal, aber diejenige bei kleineren Profilradien als 1m steigt sehr steil hoch mit der Zunahme des Gefälles bei kleineren Gefällen, jedoch bei größeren Gefällen liegt sie fast horizontal. Dagegen nimmt der C_K-Wert bei größeren R als 1m mit der Zunahme des Gefälles ab.

Überblickt man die Beziehungen zwischen den C_M-, C_W- und C_K-Linien, so verläuft die C_M-Linie im ganzen steiler als die C_K-Linie, aber nicht so steil wie die C_W-Linie.

Zum Überblick der Veränderung der oben genannten Beiwerte mit den verschiedenen Profilradien wurden die Linien bezüglich der R bei $J=0.0001$, $J=0.001$ und $J=0.004$ in gleicher Weise wie oben im rechtwinkeligen Achsensystem aufgetragen. In diesem Falle haben alle Kurven, insbesondere die C_R- und C_n-Linien, ähnliche Gestalt wie in **PL. IX, Fig. 2** dargestellt.

Diese zeichnerische Darstellung zeigt den Satz, daß die Werte C in drei obigen Formeln stets mit der Zunahme des Profilradius zunehmen und zwar bei kleinen Gewässern schnell jedoch bei grossen langsam.

Mit Anwendung der Profilradien und Gefälle der oben benutzten 117 Messungen vom St. Mary Canal, Rhein, von der Seine, Inn, Donau, Elbe, Memel, Mississippi und anderen Flüssen und Kanälen mit beweglichen Sohlen wurden zuerst die Werte von v nach Kutter, Winkel und Mizoe gesondert ausgerechnet und dann die Abweichung des einzelnen errechneten Wertes gegen dem betreffenden gemessenen v bestimmt. Siehe dazu **Tabellen 33, 34** und **35**. Aus sämtlichen 117 Werten von den Abweichungen wurde das arithmetische Mittel für jede Formel gefunden. Diese durchschnittliche Abweichung ergibt sich nach Kutter zu 10.65 v.H., nach Winkel zu 12.27 v.H. und nach Mizoe zu 9.87 v.H.. Das Verhältnis ist nach Kutter, Winkel und Mizoe wie 1.08:1.24:1.

Der Zuverlässigkeitsgrad steht im umgekehrten Verhältnis also wie 1.15: 1:1.24. Nach dieser Vergleichung erscheint die neue Formel um 8 v.H. zuverlässiger als die Kuttersche Formel und um 24 v.H. zuverlässiger als die Winkelsche Formel, und sie übertrifft die zweite vor allem durch ihre Einfachheit, Klarheit und bequeme Handhabung.

§ 32. Schlußbemerkung.

Die neue Geschwindigkeitsformel $v=(90-122\,J^{0.186})R^{0.7}J^{0.53}$ ist anwendbar für natürliche Wasserläufe im Gültigkeitsbereiche bis etwas 15 v.T. Die angegebene Gültigkeitsgrenze hat ihre Begründung in den bei der Aufstellung der Formel benutzten Messungen. Es wird bemerkenswert sein, daß ihre Grundgestalt $v=MR^{0.7}J^{0.53}$ bei ihrer Aufstellung unter Berücksichtigung des maßgebenden Gefälles nur auf Grund sorgfältiger und durchaus zuverlässiger Messungen bei den Versuchen begründet ist. Sie erscheint auch genügend genau im Vergleich mit den bestehenden Geschwindigkeitsformeln, wenigstens

zuverlässiger als die Winkelsche Formel.

Da sie frei von wählbaren Rauhigkeitskoeffizienten ist und dazu noch eine stetige und einfache Bauart hat und folglich bequem in der Anwendung ist, so ist sie für den praktischen Gebrauch zu empfehlen.

Zu besonderem Danke bin ich meinem verehrten Herrn Geh. Hofrat Prof. Dr.I-ng. M. Möller verpflichtet für die jederzeit bereitwilligst gewährte Unterstützung sowie für die wertvollen Anregungen während der Ausführung der vorliegenden Untersuchungen.

Tabelle 1. Zusammenstellung der Korngrössen des verwandten Sandes.

Nr.	Korngrössen mm	Gewichte gr.	Verhältnisse v. H.
1	0 — 0,20	18,00	18,1
2	0,20 — 0,63	71,80	72,3
3	0,63 — 2,00	7,40	7,5
4	über 2,00	2,10	2,1
		Σ = 99,30	Σ = 100,0

Tabelle 2. Spezifische Gewichte und Ablesungsverhältnisse Δ/δ vom benutzten Kampferöle (A) für verschiedene Temperaturen.

Messung Nr.	Temperatur des Kampferöls in Celsius T	Volumen des Kampferöls in cm³ v	Gewicht des Kampferöls in Gramm G_o	Spezifisches Gewicht des Kampferöls $\gamma_{2A} = G_o/v$	Spezifisches Gewicht des Kampferöls bei 4°C γ	Ablesungsverhältnis $\Delta/\delta = \gamma/(\gamma - \gamma_{2A})$
1	− 4,0°	50,0	46,92	0,938 4	1,0	16,23
2	+ 5,5°	"	46,68	0,933 6	"	15,06
3	+ 8,0°	"	46,52	0,930 4	"	14,37
4	+14,0°	"	46,30	0,926 0	"	13,51
5	+15,0°	"	46,25	0,925 0	"	13,33
6	+17,0°	"	46,15	0,923 0	"	12,99
7	+20,0°	"	45,92	0,918 4	"	12,26
8	+25,0°	"	45,62	0,912 4	"	11,42
9	+30,0°	"	45,42	0,908 4	"	10,92
10	+34,0°	"	45,32	0,906 4	"	10,68
11	+42,0°	"	44,92	0,898 4	"	9,84

Bemerkung: Hier ist das spezifische Gewicht des Wassers (1) als eins vorausgesetzt.

Tabelle 3. Spezifische Gewichte und Ablesungsverhältnisse Δ/δ vom benutzten Kampferöle (B) für verschiedene Temperaturen.

Messung Nr.	Temperatur des Kampferöls in Celsius T	Volumen des Kampferöls in cm³ v	Gewicht des Kampferöls in G_o	Spezifisches Gewicht des Kampferöls $\gamma_{2B} = G_o/v$	Spezifisches Gewicht des Kampferöls bei 4°C γ	Ablesungsverhältnis $\Delta/\delta = \gamma/(\gamma - \gamma_{2B})$
1	+ 5,0°	50,0	46,27	0,925 4	1,0	13,40
2	+10,0°	"	46,08	0,921 6	"	12,76
3	+13,0°	"	45,89	0,917 8	"	12,17
4	+15,0°	"	45,84	0,916 8	"	12,02
5	+19,0°	"	45,73	0,914 6	"	11,71
6	+23,0°	"	45,51	0,910 2	"	11,14
7	+26,0°	"	45,50	0,910 0	"	11,11
8	+31,0°	"	45,37	0,907 4	"	10,80
9	+35,0°	"	45,22	0,904 4	"	10,46
10	+36,5°	"	45,02	0,900 4	"	10,04

Bemerkung: Hier ist das spezifische Gewicht des Wassers (1) als eins vorausgesetzt.

Tabelle 4. Die berechneten Werte der Ablesungsverhältnisse Δ/δ von den benutzten Kampferölen für verschiedene Temperaturen.

Nr.	Temperatur des Kampferöls in Celsius T	Ablesungsverhältnis Δ/δ für Kampferöl (A)	Ablesungsverhältnis Δ/δ für Kampferöl (B)
1	+ 0,0°	16,32	14,07
2	+ 5,0°	15,11	13,35
3	+10,0°	14,08	12,71
4	+15,0°	13,18	12,11
5	+20,0°	12,39	11,57
6	+25,0°	11,68	11,09
7	+30,0°	11,05	10,64
8	+35,0°	10,49	10,21
9	+40,0°	9,98	9,83
10	+45,5°	9,52	9,48

Bemerkung: Hier ist das spezifische Gewicht des Wassers (1) als eins vorausgesetzt.

Tabelle 5. Übersicht über die Versuchsaufgaben für Zementprofile.

Versuch Nr.	Material der Wand	Länge der Strecke l (cm)	Breite der Sohle b (cm)	Tiefe des Wassers t (cm)	Relatives Gefälle J
1	Zementmörtel	400	10,0	5,0	1 : 4000
2	"	"	"	10,0	"
3	"	"	"	15,0	"
4	"	"	"	5,0	1 : 3000
5	"	"	"	10,0	"
6	"	"	"	15,0	"
7	"	"	"	5,0	1 : 2000
8	"	"	"	10,0	"
9	"	"	"	12,0	"
10	"	"	"	5,0	1 : 1000
11	"	"	"	8,0	"
12	"	"	"	10,0	"
13	"	"	"	5,0	1 : 500
14	"	"	"	8,0	"
15	"	"	"	10,0	"
16	"	"	20,0	5,0	1 : 4000
17	"	"	"	8,0	"
18	"	"	"	10,0	"
19	"	"	"	12,0	"
20	"	"	"	15,0	"
21	"	"	"	5,0	1 : 3000
22	"	"	"	8,0	"
23	"	"	"	10,0	"
24	"	"	"	12,0	"
25	"	"	"	15,0	"
26	"	"	"	5,0	1 : 2500
27	"	"	"	8,0	"
28	"	"	"	10,0	"
29	"	"	"	12,0	"
30	"	"	"	15,0	"
31	"	"	"	5,0	1 : 2000
32	"	"	"	8,0	"
33	"	"	"	10,0	"
34	"	"	"	12,0	"
35	"	"	"	5,0	1 : 1000
36	"	"	"	8,0	"
37	"	"	"	10,0	"
38	"	"	"	5,0	1 : 500
39	"	"	"	8,0	"

Tabelle 6. Übersicht über die Versuchsaufgaben für Sandprofile.

Versuch Nr.	Material der Wand	Länge der Strecke l (cm)	Breite der Sohle b (cm)	Tiefe des Wassers t (cm)	Relatives Gefälle J
40	Sand	400	10,0	5,0	1 : 4000
41	"	"	"	10,0	"
42	"	"	"	15,0	"
43	"	"	"	5,0	1 : 3000
44	"	"	"	10,0	"
45	"	"	"	15,0	"
46	"	"	"	5,0	1 : 2000
47	"	"	"	10,0	"
48	"	"	"	12,0	"
49	"	"	"	5,0	1 : 1000
50	"	"	"	8,0	"
51	"	"	"	10,0	"
52	"	"	"	5,0	1 : 500
53	"	"	"	8,0	"
54	"	"	"	10,0	"
55	"	"	20,0	5,0	1 : 4000
56	"	"	"	10,0	"
57	"	"	"	15,0	"
58	"	"	"	5,0	1 : 3000
59	"	"	"	10,0	"
60	"	"	"	15,0	"
61	"	"	"	5,0	1 : 2000
62	"	"	"	10,0	"
63	"	"	"	12,0	"
64	"	"	"	5,0	1 : 1000
65	"	"	"	8,0	"
66	"	"	"	10,0	"
67	"	"	"	5,0	1 : 500
68	"	"	"	8,0	"
69	"	"	"	10,0	"
70	"	"	30,0	5,0	1 : 4000
71	"	"	"	10,0	"
72	"	"	"	15,0	"
73	"	"	"	5,0	1 : 3000
74	"	"	"	10,0	"
75	"	"	"	15,0	"
76	"	"	"	5,0	1 : 2000
77	"	"	"	10,0	"
78	"	"	"	12,0	"
79	"	"	"	5,0	1 : 1000
80	"	"	"	8,0	"
81	"	"	"	10,0	"
82	"	"	"	5,0	1 : 500
83	"	"	"	8,0	"
84	"	"	"	10,0	"

Tabelle 7. Profilradien und mittlere Geschwindigkeiten für Zementprofile.

Versuch Nr.	Querschnittsfläche			benetzter Umfang			Profilradius $\frac{F}{U}=\frac{1}{100}$	Füllungszeit				Messkasteninhalt	sek. Wassermenge $\frac{Q}{T}$	mittlere Geschw. $\frac{Q}{F}=\frac{L}{T}$
	F_o	F_u	F	U_o	U_u	U	R	Z_1	Z_2	Z_3	Z	q	Q	v
	cm^2	cm^2	cm^2	cm	cm	cm	m	sek	sek	sek	sek	cm^3	$cm^3 sek^{-1}$	$m\ sek^{-1}$
1	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	104,2	104,0	103,9	104,0	136 500	1 313	0,150
2	250,0	250,0	250,0	46,0	46,0	46,0	0,0544	24,3	24,4	24,4	24,4	"	5 594	0,224
3	487,5	487,5	487,5	64,0	64,0	64,0	0,0762	10,0	10,0	10,0	10,0	"	13 650	0,280
4	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	90,7	90,6	90,9	90,7	"	1 505	0,172
5	250,0	250,0	25,0	46,0	46,0	46,0	0,0544	20,1	20,3	20,1	20,2	"	6 757	0,270
6	487,5	487,6	487,5	64,0	64,0	64,0	0,0762	8,3	8,4	8,4	8,37	"	16 308	0,335
7	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	72,2	71,8	71,7	71,9	"	1 898	0,217
8	250,0	250,0	250,0	46,0	46,0	46,0	0,0544	16,5	16,5	16,5	16,5	"	8 273	0,331
9	336,0	336,0	336,0	53,3	53,3	53,3	0,0630	14,1	14,2	14,1	14,1	"	12 297	0,367
10	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	48,3	48,3	48,7	48,6	"	2 809	0,321
11	176,0	176,0	176,0	38,8	38,8	38,8	0,0454	18,4	18,4	18,3	18,4	"	7 418	0,421
12	250,0	250,0	250,0	46,0	46,0	46,0	0,0544	11,4	11,4	11,2	11,3	"	12 079	0,484
13	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	38,8	38,8	38,9	38,8	"	3 518	0,402
14	176,0	176,0	176,0	38,8	38,8	38,8	0,0454	14,7	14,6	14,6	14,6	"	9 349	0,531
15	250,0	250,0	250,0	46,0	46,0	46,0	0,0544	8,5	8,5	8,5	8,50	"	16 060	0,642
16	136,5	139,0	137,8	37,0	38,2	37,6	0,0366	56,1	56,1	56,0	56,1	"	2 433	0,177
17	251,7	258,1	254,9	48,0	49,0	48,5	0,0525	22,5	22,6	22,5	22,5	"	6 067	0,238
18	344,8	352,1	348,5	56,2	55,9	56,1	0,0621	14,6	14,6	14,6	14,6	"	9 349	0,268
19	450,2	457,4	453,8	62,7	62,9	62,8	0,0723	10,0	10,0	10,0	10,0	"	13 650	0,301
20	627,6	634,3	631,0	71,4	71,9	71,7	0,0880	6,2	6,3	6,3	6,27	"	21 770	0,345
21	136,5	139,0	137,8	37,0	38,2	37,6	0,0366	46,4	46,4	46,3	46,4	"	2 942	0,214
22	251,7	258,1	254,9	48,0	49,0	48,5	0,0525	18,5	18,6	18,5	18,5	"	7 378	0,289
23	344,8	352,1	348,5	56,2	55,9	56,1	0,0621	12,3	12,3	12,2	12,3	"	11 100	0,319
24	450,2	457,4	453,8	62,7	62,9	62,8	0,0723	8,6	8,6	8,6	8,6	"	15 870	0,350
25	627,6	634,3	631,0	71,4	71,9	71,7	0,0880	5,3	5,4	5,4	5,37	"	25 419	0,403
26	136,5	139,0	137,8	37,0	38,2	37,6	0,0366	42,9	43,0	42,9	42,9	"	3 182	0,231
27	251,7	258,1	254,9	48,0	49,0	48,5	0,0525	17,8	17,9	17,9	17,9	"	7 626	0,300
28	344,8	352,1	348,5	56,2	55,9	56,1	0,0621	11,6	11,6	11,6	11,6	"	11 770	0,338
29	450,2	457,4	453,8	62,7	62,9	62,8	0,0723	7,8	7,8	7,8	7,8	"	17 500	0,386
30	627,6	634,3	631,0	71,4	71,9	71,7	0,0880	4,8	4,8	4,8	4,8	"	28 44	0,451
31	136,5	139,0	137,8	37,0	38,2	37,6	0,0366	36,7	36,7	36,8	36,7	"	3 719	0,270
32	251,7	258,1	254,9	48,0	49,0	48,5	0,0525	14,8	14,8	14,9	14,8	"	9223	0,362
33	344,8	352,1	348,5	56,2	55,9	56,1	0,0621	9,6	9,6	9,6	9,6	"	14 219	0,408
34	450,2	457,4	453,8	62,7	62,9	62,8	0,0723	6,7	6,7	6,8	6,73	"	20 280	0,446
35	136,5	139,0	137,8	37,0	38,2	37,6	0,0366	25,8	25,8	25,8	25,8	"	5 291	0,385
36	251,7	258,1	254,9	48,0	49,0	48,5	0,0525	10,6	10,5	10,5	10,5	"	13 000	0,510
37	344,8	352,1	348,5	56,2	55,9	56,1	0,0621	6,6	6,6	6,6	6,6	"	20 682	0,594
38	136,5	139,0	137,8	37,0	38,2	37,6	0,0366	22,1	22,1	22,1	22,1	"	6 176	0,449
39	251,7	258,1	254,9	48,0	49,0	48,5	0,0525	8,1	8,1	8,1	8,1	"	16 880	0,661

Tabelle 8. Kohlrausche Tabelle der Dichte des Wassers bei verschiedenen Temperaturen.

Temperatur in Celsius T	Dichte des Wassers γ	Temperatur in Celsius T	Dichte des Wassers γ
0°	0, 999 868		
1°	0, 999 927	16°	0, 998 970
2°	0, 999 968	17°	0, 998 801
3°	0, 999 992	18°	0, 998 622
4°	1, 000 000	19°	0, 998 432
5°	0, 999 992	20°	0, 998 230
6°	0, 999 968	21°	0, 998 019
7°	0, 999 929	22°	0, 997 797
8°	0, 999 876	23°	0, 997 565
9°	0, 999 808	24°	0, 997 323
10°	0, 999 727	25°	0, 997 071
11°	0, 999 632	26°	0, 996 810
12°	0, 999 525	27°	0, 996 539
13°	0, 999 404	28°	0, 996 259
14°	0, 999 271	29°	0, 995 971
15°	0, 999 126	30°	0, 995 673

Tabelle 10. Massgebende Gefälle J für Zementprofile.
(Versuch Nr. 16– Nr. 39).

Versuch Nr.	$Q = \frac{g}{2}$ [a]	F_o [b]	F_u [c]	$V_o = \frac{Q}{F_o}$	$V_u = \frac{Q}{F_u}$	$h_o = \frac{v_o^2}{2g}$	$h_u = \frac{v_u^2}{2g}$	$\Delta h = h_o - h_u$	h [d] $= \delta$	$J = \frac{h-\Delta h}{l}$	J' [e]	$\frac{\Delta J}{J} = \frac{J'-J}{J}$
	cm³/sek	cm²	cm²	cm/sek	cm/sek	mm	mm	mm	mm			
16	2433	136,5	139,0	17,82	17,50	1,619	1,561	-0,058	1,048	0,000 277	0,000 262	-0,0573
17	6067	251,7	258,1	24,10	23,51	2,960	2,817	-0,143	1,075	0,000 305	0,000 268	-0,138 1
18	9 349	344,8	352,1	27,11	26,55	3,746	3,593	-0,153	1,036	0,000 297	0,000 259	-0,146 7
19	13 650	450,2	457,4	30,32	29,84	4,686	4,538	-0,148	1,076	0,000 306	0,000 268	-0,1418
20	21 770	627,6	634,3	34,69	34,32	6,134	6,003	-0,131	1,071	0,000 301	0,000 268	-0,1231
21	2 942	136,5	139,0	21,55	21,17	2,367	2,284	-0,083	1,398	0,000 370	0,000 350	-0,0571
22	7 378	251,7	258,1	29,31	28,62	4,379	4,175	-0,204	1,437	0,000 410	0,000 358	-0,1452
23	11100	344,8	352,1	32,19	31,53	5,281	5,067	-0,214	1,397	0,000 403	0,000 349	-0,1547
24	15870	450,2	457,4	35,25	34,70	6,332	6,137	-0,195	1,429	0,000 406	0,000 357	-0,1373
25	23 419	627,6	634,3	40,50	40,07	8,361	8,185	-0,176	1,423	0,000 400	0,000 356	-0,1236
26	3 182	136,5	139,0	23,31	22,89	2,769	2,691	-0,098	1,658	0,000 439	0,000 414	-0,0604
27	7626	251,7	258,1	30,30	29,55	4,679	4,451	-0,228	1,675	0,000 476	0,000 419	-0,1360
28	11 770	344,8	352,1	34,14	33,43	5,941	5,696	-0,245	1,686	0,000 483	0,000 428	-0,1445
29	17 300	450,2	457,4	38,87	38,26	7,701	7,461	-0,240	1,697	0,000 484	0,000 424	-0,1415
30	2844	627,6	634,3	45,32	44,84	10,468	10,248	-0,220	1,724	0,000 486	0,000 431	-0,1276
31	3 719	136,5	139,0	27,25	26,76	3,785	3,650	-0,135	2,083	0,000 535	0,000 521	-0,0663
32	9223	251,7	258,1	36,64	35,73	6,842	6,507	-0,335	2,070	0,000 601	0,000 517	-0,1625
33	14 219	344,8	352,1	41,23	40,38	8,673	8,391	-0,354	2,089	0,000 611	0,000 522	-0,1705
34	20 280	450,2	457,4	45,05	44,34	10,344	10,021	-0,323	2,145	0,000 617	0,000 536	-0,1511
35	5 291	136,5	139,0	38,76	38,06	7,657	7,383	-0,274	4,141	0,001 104	0,001 035	-0,0667
36	13 000	251,7	258,1	51,65	50,37	13,397	12,931	-0,666	4,142	0,001 202	0,001 035	-0,1614
37	20 682	344,8	352,1	59,98	58,73	18,355	17,598	-0,757	4,178	0,001 234	0,001 045	-0,1809
38	6176	136,5	139,0	45,25	44,43	10,436	10,066	-0,370	8,222	0,002 148	0,002 055	-0,0453
39	16 850	251,7	258,1	66,94	65,28	22,839	21,720	-1,119	8,264	0,002 346	0,002 066	-0,1355

l = 400 cm.
(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) und (e) aus Tabelle 9.

Tabelle 9. Spiegelgefälle für Zementprofile unter Benutzung des Gefällmessers vom Kampferöle.

Versuch Nr.	Datum	Temperatur in Celsius T	Benutztes Kampferöl	Länge der Strecke l	Ablesen am Pegel a	Sohlengefälle $\frac{a}{L}$	Ablesen am Gefällmesser Δ	Spezifisches Gewicht des Wassers γ	Spezifisches Gewicht des Kampferöls γ_2	Verhältnis $\frac{\Delta}{\delta}$	Spiegelgefälle $J = \frac{a}{\delta} \times \frac{\gamma}{\gamma_2}$	Bemerkungen
				mm	mm		mm					
1	31. Okt. 23	+14,5°	A	4 000	1,1	1 : 4 000	13,2	0,999 2	0,924 6	13,39	0,000 246	Sehr ruhige Bewegung.
2	"	16,0°	"	"	"	"	13,0	0,999 0	0,923 2	13,18	0,000 247	"
3	"	16,8°	"	"	"	"	12,9	0,998 8	0,922 4	13,07	0,000 246	"
4	"	12,0°	"	"	1,5	1 : 3000	18,0	0,999 5	0,927 0	13,79	0,000 326	Ruhige Bewegung.
5	"	11,5°	"	"	"	1 : 3000	18,0	0,999 6	0,927 5	13,86	0,000 325	"
6	1. Nov. 23	10,5°	"	"	"	"	19,0	0,999 7	0,928 5	14,04	0,000 338	"
7	"	10,0°	"	"	2,3	1 : 2000	27,5	0,999 7	0,929 0	14,14	0,000 486	"
8	"	9,5°	"	"	"	"	28,0	0,999 8	0,929 5	14,22	0,000 492	Geringe Wellenbildung, jedoch ruhige Bewegung.
9	"	9,8°	"	"	"	"	28,0	0,999 7	0,929 2	14,18	0,000 494	"
10	"	10,2°	"	"	4,6	1 : 1000	55,0	0,999 7	0,928 8	14,10	0,000 975	"
11	"	10,5°	"	"	"	"	55,0	0,999 7	0,928 5	14,04	0,000 979	"
12	"	10,0°	"	"	"	"	55,0	0,999 7	0,929 0	14,14	0,000 972	Wellenbildung, etwas unruhige Bewegung.
13	2. Nov. 23	9,7°	"	"	9,1	1 : 500	110,5	0,999 7	0,928 3	14,20	0,001 945	Stärkere Wellenbildung, unruhige Bewegung.
14	"	10,5°	"	"	"	"	111,0	0,999 7	0,928 5	14,04	0,001 976	"
15	"	9,5°	"	"	"	"	111,0	0,999 8	0,928 5	14,22	0,001 951	"
16	27. Mai 24	22,0°	B	"	1,1	1 : 4 000	12,2	0,997 8	0,912 1	11,64	0,000 262	Sehr ruhige Bewegung.
17	6. Mai 24	10,5°	"	"	"	"	13,7	0,999 7	0,921 5	12,73	0,000 268	"
18	28. Mai 24	23,5°	"	"	"	"	12,0	0,997 4	0,911 3	11,58	0,000 259	"
19	9. Mai 24	14,0°	"	"	"	"	13,6	0,999 6	0,920 5	12,64	0,000 268	"
20	6. Juni 24	16,0°	"	"	"	"	13,0	0,999 0	0,916 7	12,14	0,000 268	"
21	27. Mai 24	21,5°	"	"	1,5	1 : 3000	16,4	0,997 9	0,912 8	11,73	0,000 350	Ruhige Bewegung.
22	6. Mai 24	12,0°	"	"	"	"	18,0	0,999 5	0,919 7	12,53	0,000 358	"
23	28. Mai 24	20,5°	"	"	"	"	16,5	0,998 1	0,913 6	11,81	0,000 349	"
24	9. Mai 24	12,5°	"	"	"	"	17,9	0,999 5	0,919 7	12,53	0,000 357	"
25	"	13,0°	"	"	"	"	17,4	0,999 1	0,917 4	12,23	0,000 356	"
26	27. Mai 24	23,5°	"	"	1,8	1 : 2500	19,2	0,997 4	0,911 3	11,58	0,000 414	"
27	28. Mai 24	22,0°	"	"	"	"	19,5	0,997 8	0,912 1	11,64	0,000 419	"
28	26. Mai 24	20,0°	"	"	"	"	19,9	0,998 2	0,913 6	11,80	0,000 422	"
29	6. Mai 24	18,0°	"	"	"	"	20,3	0,998 6	0,915 1	11,96	0,000 424	Geringe Wellenbildung, jedoch ruhige Bewegung.
30	9. Mai 24	12,0°	"	"	"	"	21,6	0,999 5	0,919 7	12,53	0,000 431	"
31	27. Mai 24	20,5°	"	"	2,3	1 : 2000	24,6	0,998 1	0,913 6	11,81	0,000 521	"
32	28. Mai 24	24,5°	"	"	"	"	23,8	0,997 2	0,910 5	11,50	0,000 517	"
33	"	21,5°	"	"	"	"	24,5	0,997 9	0,912 8	11,73	0,000 522	"
34	9. Mai 24	14,0°	"	"	"	"	25,4	0,999 3	0,918 2	12,32	0,000 536	"
35	27. Mai 24	26,0°	"	"	4,6	1 : 1000	47,0	0,996 6	0,909 0	11,35	0,001 035	"
36	28. Mai 24	25,0°	"	"	"	"	47,3	0,997 1	0,909 8	11,42	0,001 035	"
37	"	23,0°	"	"	"	"	48,3	0,997 6	0,911 3	11,56	0,001 045	Wellenbildung, etwas unruhige Bewegung.
38	27. Mai 24	26,5°	"	"	9,1	1 : 500	93,4	0,996 7	0,909 0	11,36	0,002 035	Stärkere Wellenbildung, unruhige Bewegung.
39	28. Mai 24	26,0°	"	"	"	"	93,8	0,996 8	0,909 0	11,35	0,002 066	Starke Wellenbildung, sehr unruhige Bewegung.

Abstand zwischen Pegel und Kastenachse L = 457 cm.

Tabelle 11. Profilradien und mittlere Geschwindigkeiten für Sandprofile.

Versuch Nr.	Querschnittsfläche F_o	F_u	F	benetzter Umfang U_o	U_u	U	Profilradius $R = \frac{F}{U} \cdot \frac{1}{100}$	Füllungszeit Z_1	Z_2	Z_3	Z	Messkasteninhalt q	sek. Wassermenge $\frac{q}{Z}$	mittlere Geschwindigkeit $v = \frac{Q}{F} \cdot \frac{1}{100}$
	cm^2	cm^2	cm^2	cm	cm	cm	m	sek	sek	sek	sek	cm^3	$dm^3 sek^{-1}$	$m\ sek^{-1}$
40	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	130,6	130,9	131,3	130,9	136 500	1043	0,119
42	241,0	237,0	239,0	45,7	45,3	45,5	0,0522	34,3	34,3	34,2	34,3	"	3 980	0,167
42	497,4	495,5	496,5	64,0	64,1	64,1	0,0775	12,4	12,4	12,4	12,4	"	11 010	0,222
43	92,0	91,5	91,8	28,6	28,4	28,4	0,0323	111,6	111,3	110,8	111,2	"	1 228	0,134
44	262,5	254,0	258,3	46,1	46,1	46,1	0,0560	28,0	28,2	28,2	28,1	"	4 858	0,188
45	497,1	488,5	492,8	64,7	64,4	64,4	0,0765	11,7	11,7	11,9	11,8	"	11 567	0,235
46	87,5	87,5	87,5	28,0	28,0	28,0	0,0313	98,0	97,9	97,9	97,9	"	1 394	0,159
47	256,5	260,5	258,5	47,5	47,5	47,5	0,0544	23,6	23,8	23,7	23,7	"	5759	0,223
48	351,6	350,3	351,0	53,8	53,6	53,5	0,0656	13,4	15,4	15,5	13,4	"	8 864	0,253
49	92,3	97,0	94,7	29,6	29,8	29,7	0,0319	74,4	75,5	73,0	74,3	"	1 837	0,194
50	192,1	191,6	191,9	41,0	40,5	40,8	0,0470	29,9	30,0	29,8	29,9	"	4 565	0,238
51	271,6	255,7	263,7	47,9	47,2	47,6	0,0554	26,2	26,4	25,4	25,3	"	5 395	0,205
52	86,7	90,2	88,5	30,0	29,4	29,7	0,0298	85,3	85,0	84,8	85,0	"	1 606	0,182
53	139,4	186,7	188,1	40,8	40,4	44,6	0,0463	32,2	32,3	32,4	32,3	"	4226	0,225
54	262,3	250,1	256,3	47,3	46,9	47,1	0,0544	22,5	22,5	22,4	22,5	"	6 057	0,237
55	137,7	133,0	135,4	38,7	37,9	38,3	0,0354	80,4	80,7	80,6	80,6	"	1 694	0,125
56	346,5	336,0	341,0	56,3	55,8	56,1	0,0608	22,2	22,1	22,3	22,2	"	6149	0,180
57	638,8	630,3	634,6	76,6	76,9	76,8	0,0826	9,5	9,5	9,5	9,5	"	14370	0,226
58	137,6	141,8	139,7	38,6	39,7	39,2	0,0337	67,4	67,6	67,3	67,3	"	2 025	0,145
59	354,2	354,3	354,3	57,5	56,5	57,0	0,0622	17,2	17,3	17,4	17,3	"	7 901	0,223
60	616,0	615,5	615,8	73,5	73,5	73,5	0,0838	8,2	8,1	8,3	8,2	"	16 646	0,270
61	128,0	128,5	128,8	37,4	37,4	37,4	0,0339	64,6	64,1	64,5	64,4	"	2 120	0,167
62	338,0	360,0	349,0	59,4	60,1	59,8	0,0584	15,7	16,0	15,7	15,8	"	8 639	0,248
63	465,0	464,0	464,5	66,0	66,6	66,3	0,0695	11,1	11,2	11,2	11,2	"	12 190	0,265
64	144,0	131,3	137,7	42,0	41,5	41,8	0,0329	50,8	50,8	50,7	50,8	"	2 687	0,195
65	263,3	257,2	260,3	53,3	52,5	52,9	0,0492	29,0	28,7	29,0	28,9	"	4 723	0,182
66	370,5	371,0	370,8	60,1	60,1	60,1	0,0617	17,1	17,1	17,1	17,1	"	7 982	0,215
67	122,2	129,7	126,0	38,2	37,9	38,1	0,0331	66,3	66,4	66,7	66,5	"	2 053	0,163
68	272,7	265,5	269,1	50,7	51,1	50,9	0,0529	20,7	20,8	20,8	20,8	"	6 563	0,244
69	370,0	372,5	371,3	65,2	64,2	64,7	0,0574	15,9	15,8	15,9	15,9	"	8 585	0,231
70	184,8	187,4	186,1	47,2	47,2	47,2	0,0394	53,5	53,6	53,8	53,6	"	2 547	0,137
71	450,0	440,5	445,3	65,6	65,3	65,5	0,0680	15,5	15,5	15,8	15,5	"	8 806	0,198
72	759,6	760,5	760,1	82,8	83,4	83,1	0,0915	7,1	7,1	7,1	7,1	"	19 230	0,283
73	185,5	186,5	186,0	47,7	47,8	47,8	0,0389	47,4	47,0	47,0	47,1	"	2 898	0,156
74	449,5	450,0	449,8	63,8	65,0	65,4	0,0688	13,0	12,9	13,2	13,0	"	10 500	0,233
75	755,2	753,0	754,1	86,0	83,6	84,8	0,0889	6,2	6,2	6,2	6,2	"	22016	0,292
76	171,8	172,1	172,0	46,3	45,3	45,8	0,0376	43,6	43,5	43,4	43,5	"	3137	0,182
77	424,0	424,5	424,3	64,3	65,2	65,2	0,0651	13,6	13,4	13,4	13,4	"	10 110	0,238
78	560,5	557,4	559,0	75,9	73,1	74,5	0,0750	8,3	8,3	8,3	8,3	"	16 446	0,294
79	182,0	184,1	183,1	47,9	47,6	47,8	0,0385	34,0	34,2	34,0	34,1	"	4003	0,219
80	332,9	340,1	336,5	58,9	58,9	58,9	0,0571	17,7	17,7	17,4	17,6	"	7756	0,231
81	421,9	448,2	435,1	66,3	66,2	66,3	0,0656	13,2	13,1	13,4	13,2	"	10 340	0,238
82	165,6	189,0	177,3	49,6	47,8	48,7	0,0364	35,3	35,4	35,7	35,6	"	3 834	0,216
83	328,3	343,6	336,0	62,2	60,1	61,2	0,0549	15,4	15,4	15,4	15,4	"	8 864	0,264
84	455,5	433,6	444,6	70,1	69,6	69,9	0,0636	11,2	11,3	11,2	11,2	"	12 080	0,272

Tabelle 12. Spiegelgefälle für Sandprofile unter Benutzung des Gefällmessers vom Kampferöle.

Versuch Nr.	Datum	Temperatur in Celsius T	Benutztes Kampferöl	Länge der Strecke l	Ablesen am Pegel a	Sohlengefälle $\frac{a}{L}$	Ablesen am Gefällmesser Δ	Spezifisches Gewicht des Wassers γ	Spezifisches Gewicht des Kampferöls γ_2	Verhältnis $\frac{\Delta}{\delta}$	Spiegelgefälle $J = \frac{\Delta_1}{\gamma} \cdot \frac{1}{F}$	Bemerkungen
				mm	mm		mm					
40	10. Nov. 23	+10,0°	B	4000	1,1	1 : 4000	13,8	0,9997	0,9213	12,75	0,000 271	Sehr ruhige Bewegung, nicht versandet
41	"	12,0°	"	"	"	"	13,5	0,9995	0,9197	12,53	0,000 269	"
42	12. Nov. 23	12,0°	"	"	"	"	13,5	0,9995	0,9197	12,53	0,000 269	"
43	13. Nov. 23	14,0°	"	"	1,5	1 : 3000	17,6	0,9993	0,9182	12,32	0,000 357	"
44	"	14,1°	"	"	"	"	17,5	0,9993	0,9182	12,32	0,000 355	"
45	"	16,0°	"	"	"	"	17,2	0,9990	0,9167	12,14	0,000 354	Geringe Wellenbildung im Wasserspiegel sowie in der Sohle, aber nicht versandet, ruhige Bewegung.
46	14. Nov. 23	12,0°	"	"	2,3	1 : 2000	27,0	0,9995	0,9197	12,53	0,000 539	"
47	"	12,0°	"	"	"	"	27,0	0,9995	0,9197	12,53	0,000 539	"
48	"	12,0°	"	"	"	"	27,0	0,9995	0,9197	12,53	0,000 539	"
49	16. Nov. 23	10,0°	"	"	4,6	1 : 1000	56,0	0,9997	0,9213	12,75	0,001 098	Geringe Sohle- und Spiegelwellenbildung, etwas versandet, jedoch ruhige Bewegung.
50	15. Nov. 23	7,0°	"	"	"	"	57,0	0,9998	0,9236	13,10	0,001 088	"
51	16. Nov. 23	12,0°	"	"	"	"	54,0	0,9995	0,9197	12,53	0,001 077	Geringe Sohle- und Spiegelwellenbildung, etwas versandet, etwas unruhige Bewegung.
52	17. Nov. 23	5,5°	"	"	9,1	1 : 500	116,0	1,0000	0,9251	13,35	0,002 172	Unruhige Bewegung, stärkere Wellenbildung, versandet, Ufererosion.
53	"	7,5°	"	"	"	"	113,5	0,9999	0,9236	13,10	0,002 166	"
54	"	10,0°	"	"	"	"	110,5	0,9997	0,9213	12,75	0,002 167	"
55	5. Nov. 23	10,7°	"	"	1,1	1 : 4000	13,5	0,9997	0,9205	12,62	0,000 267	Sehr ruhige Bewegung, keine Sandbewegung.
56	"	10,0	"	"	"	"	13,7	0,9997	0,9213	12,75	0,000 268	"
57	"	10,0°	"	"	"	"	13,5	0,9997	0,9213	12,75	0,000 265	"
58	6. Nov. 23	11,0°	"	"	1,5	1 : 3000	18,3	0,9996	0,9205	12,64	0,000 362	Ruhige Bewegung, keine Sandbewegung.
59	"	13,0°	"	"	"	"	18,0	0,9994	0,9189	12,41	0,000 363	"
60	5. Nov. 23	8,3°	"	"	"	"	19,0	0,9999	0,9228	12,97	0,000 366	Ruhige Bewegung, nicht versandet.
61	7. Nov. 23	7,0°	"	"	2,3	1 : 2000	28,0	0,9999	0,9236	13,10	0,000 534	Geringe Wellenbildung, jedoch ruhige Bewegung und nicht versandet.
62	6. Nov. 23	8,0°	"	"	"	"	28,5	0,9999	0,9228	12,97	0,000 549	"
63	"	7,0°	"	"	"	"	28,5	0,9999	0,9236	13,10	0,000 544	"
64	8. Nov. 23	8,0°	"	"	4,6	1 : 1000	56,5	0,9999	0,9228	12,97	0,001 089	Geringe Wellenbildung, etwas versandet, jedoch ruhige Bewegung.
65	"	10,0°	"	"	"	"	55,0	0,9997	0,9213	12,75	0,001 078	"
66	"	10,0°	"	"	"	"	55,0	0,9997	0,9213	12,75	0,001 078	Geringe Wellenbildung, und etwas versandet, etwas unruhige Bewegung
67	10. Nov. 23	9,0°	"	"	9,1	1 : 500	111,5	0,9998	0,9220	12,85	0,002 169	Stärkere Wellenbildung, versandet, unruhige Bewegung.
68	"	14,0°	"	"	"	"	106,0	0,9993	0,9182	12,32	0,002 151	Stärkere Wellenbildung und versandet, Ufererosion, unruhige Bew.
69	8. Nov. 23	11,0°	"	"	"	"	109,0	0,9996	0,9205	12,64	0,002 156	"
70	20. Nov. 23	5,5°	"	"	1,1	1 : 4000	14,5	1,0000	0,9251	13,35	0,000 272	Sehr ruhige Bewegung, keine Sandbewegung.
71	"	8,5°	"	"	"	"	14,0	0,9998	0,9228	12,98	0,000 270	"
72	"	8,5°	"	"	"	"	14,0	0,9998	0,9228	12,98	0,000 270	"
73	"	9,0°	"	"	1,5	1 : 3000	18,5	0,9998	0,9228	12,85	0,000 360	"
74	"	8,5°	"	"	"	"	18,7	0,9998	0,9228	12,98	0,000 360	"
75	"	4,0°	"	"	"	"	19,8	1,0000	0,9258	13,48	0,000 367	"
76	21. Nov. 23	8,0°	"	"	2,3	1 : 2000	28,5	0,9999	0,9228	12,97	0,000 546	Geringe Wellenbildung, jedoch nicht versandet, ruhige Bewegung.
77	"	8,5°	"	"	"	"	28,1	0,9998	0,9228	12,98	0,000 541	"
78	24. Nov. 23	7,0°	"	"	"	"	28,5	0,9999	0,9236	13,10	0,000 544	"
79	22. Nov. 23	9,5°	"	"	4,6	1 : 1000	55,5	0,9998	0,9220	12,85	0,001 080	Geringe Wellenbildung, etwas versandet, jedoch ruhige Bewegung.
80	"	4,0°	"	"	"	"	59,0	1,0000	0,9258	13,48	0,001 094	"
81	"	4,0°	"	"	"	"	59,0	1,0000	0,9258	13,48	0,001 094	Geringe Wellenbildung, etwas versandet, etwas unruhige Bewegung.
82	23. Nov. 23	8,0°	"	"	9,1	1 : 500	113,0	0,9999	0,9228	12,97	0,002 178	Stärkere Wellenbildung, versandet, Ufererosion, unruhige Bewegung.
83	"	7,0°	"	"	"	"	114,4	0,9999	0,9236	13,10	0,002 183	"
84	"	8,0°	"	"	"	"	113,0	0,9999	0,9228	12,97	0,002 178	"

Abstand zwischen Pegel und Kastenachse L = 457 cm.

Tabelle 13. Massgebende Gefälle J für Sandprofile.

(Versuch Nr. 40– Nr. 84).

Versuch Nr.	$Q^{(a)} = \frac{p}{2}$	$F_o^{(b)}$	$F_u^{(c)}$	$v_o = \frac{Q}{F_o}$	$v_u = \frac{Q}{F_u}$	$h_o = \frac{v_o^2}{2g}$	$h_u = \frac{v_u^2}{2g}$	$\Delta h = h_u - h_o$	$h^{(d)} = \delta$	$J = \frac{h - \Delta h}{l}$	$J'^{(e)}$	$\frac{\Delta J}{J} = \frac{J' - J}{J}$
	cm³/sek	cm²	cm²	cm/sek	cm/sek	mm	mm	mm	mm			
40	1043	87,5	87,5	11,9	11,9	0,722	0,722	0	1,082	0,000 271	0,000 271	0
41	3980	241,0	237,0	16,5	16,8	1,386	1,439	0,051	1,077	0,000 257	0,000 269	+0,047
42	11010	497,4	495,5	22,1	22,2	2,489	2,512	0,023	1,077	0,000 264	0,000 259	+0,019
43	1228	92,0	91,5	13,3	13,4	0,908	0,918	0,010	1,429	0,000 336	0,000 357	+0,006
44	4838	262,5	254,0	18,5	19,1	1,747	1,866	0,119	1,420	0,000 325	0,000 358	+0,092
45	11567	497,1	488,5	23,3	23,7	2,762	2,861	0,099	1,417	0,000 330	0,000 354	+0,073
46	1394	87,5	87,5	15,9	15,9	1,296	1,296	0	2,155	0,000 539	0,000 539	0
47	5769	256,5	260,5	22,5	22,1	2,580	2,489	-0,091	2,155	0,000 552	0,000 539	-0,041
48	8864	351,6	350,3	25,2	25,3	3,243	3,266	0,023	2,155	0,000 535	0,000 539	+0,011
49	1837	92,3	97,0	19,9	18,9	2,021	1,830	-0,191	4,398	0,001 146	0,001 098	-0,042
50	4565	192,1	191,6	23,8	23,8	2,857	2,887	0	4,351	0,001 088	0,001 088	0
51	5395	271,6	255,7	19,9	21,1	2,018	2,280	0,262	4,310	0,001 012	0,001 077	+0,064
52	1606	86,7	90,2	18,5	17,8	1,744	1,615	-0,129	3,689	0,002 205	0,002 178	-0,015
53	4226	189,4	186,7	22,3	22,6	2,535	2,603	0,068	3,664	0,002 148	0,002 166	+0,008
54	6067	262,5	250,1	23,1	24,3	2,720	3,010	0,290	3,667	0,002 094	0,002 167	+0,035
55	1694	137,7	133,0	12,3	12,7	0,771	0,822	0,051	1,070	0,000 256	0,000 267	+0,047
56	6149	346,5	336,0	17,8	18,3	1,615	1,707	0,092	1,075	0,000 246	0,000 269	+0,093
57	14370	638,8	630,3	22,5	22,8	2,580	2,650	0,070	1,059	0,000 249	0,000 265	+0,064
58	2025	137,6	141,8	14,7	14,3	1,105	1,041	-0,064	1,448	0,000 378	0,000 362	-0,042
59	7901	354,2	354,3	22,3	22,3	2,535	2,535	0	1,450	0,000 363	0,000 363	0
60	16646	616,0	615,5	27,0	27,0	3,726	3,732	0,006	1,465	0,000 365	0,000 366	+0,003
61	2120	125,0	128,5	17,0	16,5	1,467	1,388	-0,079	2,137	0,000 534	0,000 534	-0,036
62	8639	338,0	360,0	25,6	24,0	3,333	2,939	-0,394	2,197	0,000 647	0,000 549	-0,151
63	12190	455,0	464,0	26,8	26,3	3,661	3,520	-0,141	2,176	0,000 579	0,000 544	-0,060
64	2087	144,0	131,3	18,7	20,5	1,777	2,137	0,360	4,356	0,000 999	0,001 089	+0,090
65	4723	263,3	257,2	17,9	18,4	1,633	1,726	0,093	4,314	0,001 053	0,001 078	+0,024
66	7982	370,5	371,0	21,5	21,5	2,356	2,356	0	4,314	0,001 079	0,001 078	-0,001
67	2055	122,2	129,7	16,8	15,8	1,439	1,272	-0,167	3,677	0,002 211	0,002 159	-0,019
68	6863	272,7	265,5	24,1	24,7	2,960	3,110	0,150	3,604	0,002 114	0,002 151	+0,018
69	8585	370,0	372,5	23,2	23,1	2,743	2,720	-0,023	3,623	0,002 162	0,002 156	-0,005
70	2547	184,8	187,4	13,8	13,6	0,969	0,942	-0,027	1,086	0,000 278	0,000 272	-0,022
71	8808	450,0	440,5	19,6	20,0	1,958	2,039	0,081	1,070	0,000 250	0,000 270	+0,080
72	19230	759,6	760,5	25,3	25,3	3,262	3,262	0	1,079	0,000 270	0,000 270	0
73	2898	185,5	186,5	15,6	15,5	1,244	1,232	-0,012	1,440	0,000 363	0,000 360	-0,008
74	10500	449,5	450,0	23,4	23,3	2,784	2,778	-0,006	1,441	0,000 362	0,000 360	-0,006
75	22016	755,2	753,0	29,2	29,2	4,346	4,346	0	1,469	0,000 367	0,000 367	0
76	3137	171,8	172,1	18,3	18,2	1,700	1,696	-0,004	2,182	0,000 547	0,000 546	0
77	10110	424,0	424,5	23,8	23,8	2,901	2,894	-0,007	2,165	0,000 543	0,000 541	-0,004
78	18446	560,5	557,4	29,3	29,5	4,393	4,442	0,049	2,176	0,000 532	0,000 544	+0,023
79	4003	182,0	184,1	22,0	21,7	2,467	2,411	-0,056	4,319	0,001 093	0,001 080	-0,012
80	7756	352,9	340,1	23,3	22,8	2,767	2,650	-0,117	4,377	0,001 124	0,001 094	-0,027
81	10340	421,9	448,2	24,5	23,1	3,059	2,720	-0,339	4,377	0,001 179	0,001 094	-0,072
82	3834	165,6	189,0	23,2	20,3	2,743	2,100	-0,643	8,712	0,002 339	0,002 178	-0,069
83	8864	328,3	343,6	27,0	25,8	3,715	3,393	-0,322	8,735	0,002 263	0,002 183	-0,036
84	12080	455,5	433,8	26,5	27,9	3,679	3,967	0,288	8,712	0,002 081	0,002 178	+0,047

l = 400 cm.

(a), (b) und (c) aus Tabelle 11.

(d) und (e) aus Tabelle 12.

Tabelle 14. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
1	0,0313	0,150	1	-0,823 91	0,000 246	-3,60 906	2,973 54	13,023 31
4	0,0313	0,170	1	-0,764 47	0,000 326	-3,486 78	2,665 34	12,157 63
7	0,0313	0,217	1	-0,663 54	0,000 486	-3,313 36	2,198 55	10,978 35
10	0,0313	0,321	1	-0,493 49	0,000 975	-3,011 00	1,485 90	9,066 12
			4	-2,745 41		-13,420 20	9,323 53	45,227 41
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 9.

Tabelle 15. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
18	0,0366	0,177	1	-0,752 03	0,000 277	-3,567 52	2,675 36	12,655 95
21	0,0366	0,214	1	-0,669 59	0,000 370	-3,431 80	2,297 90	11,777 25
26	0,0366	0,231	1	-0,636 39	0,000 439	-3,357 54	2,136 70	11,273 07
31	0,0366	0,270	1	-0,568 64	0,000 555	-3,255 71	1,85. 33	10,599 65
35	0,0366	0,385	1	-0,414 54	0,001 104	-2,957 03	1,225 81	8,74403
			5	-3,041 19		-16,559 60	10,187 10	55,049 95
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 10.

Tabelle 16. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
17	0,0525	0,238	1	-0,623 42	0,000 305	-3,515 70	2,191 76	12,360 15
22	0,0525	0,289	1	-0,539 10	0,000 410	-3,387 22	1,826 05	11,473 26
27	0,0525	0,300	1	-0,522 88	0,000 476	-3,322 39	1,737 21	11,038 28
32	0,0525	0,362	1	-0,441 29	0,000 601	-3,221 13	1,421 45	10,375 68
36	0,0525	0,510	1	-0,292 43	0,001 202	-2,920 10	0,853 92	8,526 98
			5	-2,419 12		-16,366 54	8,030 39	53,774 35
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 10.

Tabelle 17. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
2	0,0544	0,224	1	-0,649 75	0,000 247	-3,607 30	2,343 84	13,012 81
5	0,0544	0,270	1	-0,568 64	0,000 325	-3,481 12	1,979 50	12,118 20
8	0,0544	0,331	1	-0,480 17	0,000 492	-3,308 03	1,588 42	10,943 06
12	0,0544	0,484	1	-0,315 15	0,000 972	-3,012 35	0,949 34	9,074 13
			4	-2,013 71		-13,408 78	6,861 10	45,148 00
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 9.

Tabelle 18. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
18	0,0621	0,268	1	-0,571 87	0,000 297	-3,527 84	2,017 12	12,441 42
23	0,0621	0,319	1	-0,496 21	0,000 403	-3,394 69	1,684 43	11,523 92
28	0,0621	0,338	1	-0,471 05	0,000 433	-3,316 05	1,562 12	10,996 19
33	0,0621	0,408	1	-0,389 34	0,000 611	-3,213 96	1,251 32	10,329 54
37	0,0621	0,594	1	-0,226 21	0,001 234	-2,908 68	0,657 97	8,460 42
			5	-2,134 71		-16,360 62	7,173 01	53,751 49
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 10.

Tabelle 19. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
19	0,0723	0,301	1	-0,521 43	0,000 306	-3,514 28	1,832 45	12,350 16
24	0,0723	0,350	1	-0,455 93	0,000 406	-3,391 47	1,546 27	11,502 07
29	0,0723	0,386	1	-0,413 41	0,000 484	-3,313 35	1,369 77	10,978 29
34	0,0723	0,446	1	-0,350 67	0,000 617	-3,209 71	1,125 55	10,302 84
			4	-1,741 44		-13,428 81	5,874 04	45,132 76
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 10.

Tabelle 20. Bestimmung des Koeffizienten m und des Exponenten y

der Gleichung $v = mJ^y$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	R (b) m	v (c) $m\,sek^{-1}$	1.1	$l.\log v$	J (d)	$l.\log J$	$\log v \log J$	$(\log J)^2$
20	0,0880	0,345	1	-0,462 18	0,000 301	-3,521 43	1,627 53	12,400 47
25	0,0880	0,403	1	-0,394 69	0,000 400	-3,397 94	1,341 13	11,546 00
30	0,0880	0,451	1	-0,345 82	0,000 436	-3,313 36	1,145 83	10,978 35
			3	-1,202 69		-10,232 73	4,114 49	34,824 82
			$=[1.1]$	$=[l.\log v]$		$=[l.\log J]$	$=[\log v \log J]$	$=[(\log J)^2]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 7.
(d) aus Tabelle 10.

Tabelle 21. Berechnung des Beiwertes M_c und des Exponenten x

der Gleichung $v = M_c R^x J^y$ unter Benutzung der Anzahl der Messungen jeder Gruppe als sog. Gewichte.

Gruppe	Anzahl der Messungen z	Profilradius R	y	zy	$\log R$	$z\log R$	$\log m$	$z\log m$	$z(\log R)^2$	$z\log R.\log m$	Bemerkung
A	4	0,0313	0,557 2	2,2288	-1,504 46	-6,017 84	1,183 19	4,732 76	9,053 60	-7,120 25	aus Tabelle 14
B	4	0,0544	0,556 1	2,2244	-1,264 40	-5,057 60	1,360 75	5,443 00	6,394 83	-6,882 13	aus Tabelle 15
C	5	0,0366	0,558 2	2,791 0	-1,436 52	-7,182 60	1,240 48	6,202 40	10,317 95	-8,909 87	aus Tabelle 16
D	5	0,0525	0,554 8	2,774 0	-1,279 84	-6,399 20	1,332 27	6,661 35	8,189 95	-8,525 46	aus Tabelle 17
E	5	0,0621	0,563 3	2,816 5	-1,206 91	-6,034 55	1,412 35	7,061 75	7,283 18	-8,522 90	aus Tabelle 18
F	4	0,0723	0,558 8	2,235 2	-1,140 86	-4,563 44	1,440 39	5,761 56	5,206 25	-6,564 03	aus Tabelle 19
G	3	0,0880	0,558 0	1,674 0	-1,055 52	-3,166 56	1,502 27	4,506 81	3,342 34	-4,737 07	aus Tabelle 20
	30			16,743 9		-38,421 79		40,370 43	49,788 11	-51,291 73	
	$=[z]$			$=[xy]$		$=[z\log R]$		$=[z\log m]$	$=[z(\log R)^2]$	$=[z\log R.\log m]$	

Tabelle 22. Bestimmung der Koeffizienten a und b der Gleichung $T=a+b\gamma_{2,A}$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Nr.	T	$\gamma_{2,A}$	$[1\,T]$	$[1\,\gamma_{2,A}]$	$[\gamma_{2,A}T]$	$[\gamma_{2,A}\gamma_{2,A}]$
1	-1,0	0,9384	- 1,0	0,9384	- 0,9384	0,880 60
2	+5,5	0,9336	+ 5,5	0,9336	+ 5,1348	0,871 61
3	+8,0	0,9304	+ 8,0	0,9304	+ 7,4432	0,865 64
4	+14,0	0,9260	+14,0	0,9260	+12,9640	0,857 48
5	+15,0	0,9250	+15,0	0,9250	+13,8756	0,855 63
6	+17,2	0,9230	+17,2	0,9230	+15,8750	0,851 93
7	+20,5	0,9184	+20,5	0,9184	+18,8272	0,843 46
8	+25,0	0,9124	+25,0	0,9124	+22,8100	0,832 47
9	+30,0	0,9084	+30,0	0,9084	+27,2520	0,825 19
10	+34,0	0,9064	+34,0	0,9064	+30,8176	0,821 56
11	+42,0	0,8984	+42,0	0,8984	+37,7328	0,807 12
			+210,2	10,1204	+191,7938	9,312 69

$$a = \frac{[\gamma_{2,A}\,\gamma_{2,A}][1\,T]-[1\,\gamma_{2,A}][\gamma_{2,A}\,T]}{[1\,1][\gamma_{2,A}\,\gamma_{2,A}]-[1\,\gamma_{2,A}][1\,\gamma_{2,A}]} = +985$$

$$b = \frac{[1\,1][\gamma_{2,A}\,T]-[1\,\gamma_{2,A}][1\,T]}{[1\,1][\gamma_{2,A}\,\gamma_{2,A}]-[1\,\gamma_{2,A}][1\,\gamma_{2,A}]} = -1028$$

Tabelle 23. Bestimmung der Koeffizienten a und b der Gleichung $T=a+b\gamma_{2,B}$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Nr.	T	$\gamma_{2,B}$	$[1\,T]$	$[1\,\gamma_{2,B}]$	$[\gamma_{2,B}T]$	$[\gamma_{2,B}\gamma_{2,B}]$
1	+5,0	0,9854	+ 5,0	0,9854	+ 4,6270	0,856 37
2	+10,0	0,9216	+ 10,0	0,9216	+ 9,2160	0,849 35
3	+13,0	0,9178	+ 13,0	0,9178	+11,9314	0,842 36
4	+15,0	0,9168	+15,0	0,9168	+13,7520	0,840 32
5	+19,0	0,9146	+19,0	0,9146	+17,3774	0,836 49
6	+23,0	0,9102	+23,0	0,9102	+20,9346	0,828 46
7	+26,0	0,9100	+26,0	0,9100	+23,6600	0,828 10
8	+31,0	0,9074	+31,0	0,9074	+28,1294	0,823 38
9	+33,0	0,9044	+33,0	0,9044	+29,8452	0,817 94
10	+36,5	0,9004	+36,5	0,9004	+32,8646	0,810 72
			+211,0	+9,1286	+192,3376	+8,333 69

$$a = \frac{[\gamma_{2,B}\,\gamma_{2,B}][1\,T]-[1\,\gamma_{2,B}][\gamma_{2,B}\,T]}{[1\,1][\gamma_{2,B}\,\gamma_{2,B}]-[1\,\gamma_{2,B}][1\,\gamma_{2,B}]} = +1215$$

$$b = \frac{[1\,1][\gamma_{2,B}\,T]-[1\,\gamma_{2,B}][1\,T]}{[1\,1][\gamma_{2,B}\,\gamma_{2,B}]-[1\,\gamma_{2,B}][1\,\gamma_{2,B}]} = -1308$$

Tabelle 24. Bestimmung der Koeffizienten M_c', M_c'' und der Exponenten a, b der Gleichungen $M_c=M_c'R^a$ und $M_c=M_c''J^b$ in der Formel $v=M_cR^{0,7}J^{0,56}$ für Zementgerinne mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr.	v (a) (m sek^{-1})	$\log v$	R (b) (m)	$\log R$	$0{,}7\log R$	$(\log R)^2$	J (c)	$\log J$	$0{,}56\log J$	$(\log J)^2$	$0{,}7\log R+0{,}56\log J$	$\log M_c$	$\log M_c'$ (aus R)	$\log M_c''$ (aus J)	Bemerkung
1	0,150	-0,82391	0,0313	-1,50446	-1,05312	2,26340	0,000246	-3,60806	-2,02107	13,02531	-3,07419	2,25028	-3,35546	-5,12160	
2	0,224	-0,64975	0,0544	-1,26440	-0,88508	1,59871	0,000247	-3,60730	-2,02009	13,01261	-2,90517	2,25542	-2,86175	-5,15598	
3	0,280	-0,55284	0,0762	-1,11805	-0,78264	1,25004	0,000246	-3,60906	-2,02107	13,02531	-2,80371	2,25087	-2,51639	-5,12352	
4	0,172	-0,76447	0,0313	-1,50446	-1,05312	2,26340	0,000326	-3,48678	-1,95260	12,15765	-3,00572	2,24125	-3,37187	-7,81475	
5	0,270	-0,56864	0,0544	-1,26440	-0,88508	1,59871	0,000325	-3,48112	-1,94943	12,11820	-2,83451	2,26587	-2,86497	-7,88777	
6	0,335	-0,47496	0,0762	-1,11805	-0,78264	1,25004	0,000338	-3,47108	-1,94380	12,04340	-2,72644	2,25148	-2,51727	-7,81507	
7	0,217	-0,66354	0,0313	-1,50446	-1,05312	2,26340	0,000486	-3,31336	-1,85548	10,97835	-2,90860	2,24506	-3,37760	-7,43869	
8	0,331	-0,48017	0,0544	-1,26440	-0,88508	1,59871	0,000492	-3,30803	-1,85250	10,94306	-2,73758	2,25741	-2,86427	-7,46758	
9	0,367	-0,43533	0,0630	-1,20066	-0,84046	1,44138	0,000494	-3,30627	-1,85151	10,93142	-2,69197	2,25664	-2,70946	-7,46106	
10	0,321	-0,49349	0,0313	-1,50446	-1,05312	2,26340	0,000975	-3,01100	-1,68616	9,06612	-2,73928	2,24578	-3,37869	-6,76204	
11	0,421	-0,37572	0,0454	-1,34294	-0,94006	1,80349	0,000979	-3,00922	-1,68516	9,05541	-2,62822	2,24950	-3,02094	-6,76824	
12	0,484	-0,31518	0,0544	-1,26440	-0,88508	1,59871	0,000972	-3,01253	-1,68690	9,07413	-2,57198	2,25683	-2,85354	-6,79852	unruhig.
13	0,402		0,0313				0,001945								"
14	0,531		0,0454				0,001976								"
15	0,642		0,0544				0,001951								
16	0,177	-0,75203	0,0366	-1,43652	-1,00556	2,06359	0,000277	-3,55752	-1,99221	12,65695	-2,99777	2,24574	-3,22605	-7,98926	
17	0,238	-0,62342	0,0525	-1,27984	-0,89589	1,63799	0,000305	-3,51570	-1,96879	12,36015	-2,86468	2,24126	-2,86845	-7,87960	
18	0,268	-0,57187	0,0621	-1,20691	-0,84484	1,45663	0,000297	-3,52724	-1,97525	12,44142	-2,82009	2,24822	-2,71340	-7,93001	
19	0,301	-0,52143	0,0723	-1,14086	-0,79860	1,30156	0,000306	-3,51428	-1,96800	12,35016	-2,76660	2,24517	-2,56142	-7,89016	
20	0,345	-0,46218	0,0850	-1,05552	-0,73886	1,11412	0,000304	-3,52143	-1,97200	12,40047	-2,71086	2,24868	-2,37353	-7,91837	
21	0,214	-0,66959	0,0366	-1,43652	-1,00556	2,06359	0,000370	-3,43180	-1,92181	11,77725	-2,92737	2,25715	-3,24335	-7,74825	
22	0,289	-0,53910	0,0525	-1,27984	-0,89589	1,63799	0,000410	-3,38722	-1,89684	11,47326	-2,79273	2,25363	-2,85429	-7,63354	
23	0,319	-0,49621	0,0621	-1,20691	-0,84484	1,45663	0,000403	-3,39469	-1,90103	11,52392	-2,74587	2,24966	-2,71514	-7,63690	
24	0,350	-0,45593	0,0723	-1,14086	-0,79860	1,30156	0,000406	-3,39147	-1,89922	11,50207	-2,69782	2,24189	-2,55763	-7,60330	
25	0,403	-0,39469	0,0850	-1,05552	-0,73886	1,11412	0,000400	-3,39794	-1,90285	11,54600	-2,64171	2,24702	-2,37177	-7,63524	
26	0,231	-0,63639	0,0366	-1,43652	-1,00556	2,06359	0,000439	-3,35754	-1,88022	11,27307	-2,88578	2,24939	-3,23129	-7,55242	
27	0,300	-0,52288	0,0525	-1,27984	-0,89589	1,63799	0,000476	-3,32239	-1,86054	11,03828	-2,75643	2,23355	-2,85859	-7,42072	
28	0,338	-0,47108	0,0621	-1,20691	-0,84484	1,45663	0,000483	-3,31605	-1,85699	10,99619	-2,70183	2,23075	-2,69231	-7,39728	
29	0,386	-0,41341	0,0723	-1,14086	-0,79860	1,30156	0,000484	-3,31335	-1,85548	10,97829	-2,65408	2,24067	-2,55629	-7,42412	
30	0,451	-0,34582	0,0850	-1,05552	-0,73886	1,11412	0,000486	-3,31336	-1,85548	10,97835	-2,59434	2,24852	-2,37336	-7,45016	
31	0,270	-0,56864	0,0366	-1,43652	-1,00556	2,06359	0,000539	-3,26571	-1,82320	10,59965	-2,82876	2,26012	-3,24671	-7,33830	
32	0,362	-0,44129	0,0525	-1,27984	-0,89589	1,63799	0,000601	-3,22113	-1,80383	10,37568	-2,69972	2,25843	-2,89043	-7,27470	
33	0,408	-0,38934	0,0621	-1,20691	-0,84484	1,45663	0,000611	-3,21396	-1,79982	10,32954	-2,64466	2,25332	-2,72197	-7,24851	
34	0,446	-0,35087	0,0723	-1,14086	-0,79860	1,30156	0,000617	-3,20971	-1,79744	10,30224	-2,59604	2,24537	-2,56165	-7,20699	
35	0,385	-0,41454	0,0366	-1,43652	-1,00556	2,06359	0,001104	-2,95703	-1,65594	8,74403	-2,66150	2,24696	-3,22780	-6,64433	
36	0,510	-0,29243	0,0525	-1,27984	-0,89589	1,63799	0,001202	-2,92010	-1,63526	8,52698	-2,53116	2,23372	-2,86320	-6,63729	
37	0,394	-0,40621	0,0621	-1,20691	-0,84484	1,45663	0,001234	-2,90868	-1,62886	8,46042	-2,47370	2,24749	-2,71252	-6,63723	
38	0,449		0,0366				0,002148								unruhig.
39	0,661		0,0525				0,002346								"
		-18,02040 = $[\log v]$		-43,20149 = $[\log R]$		55,53324 = $[(\log R)^2]$		-113,17291 = $[\log J]$		378,06932 = $[(\log J)^2]$		76,46073 = $[\log M_c]$	-97,15561 = $[\log M_c']$	-254,51230 = $[\log M_c'']$	

Versuch Nr. 14, 15, 16, 38 und 39 mussten wegen der unruhigen Bewegung aus der Berechnung ausgeschaltet werden.

(a) aus Tabelle 7.
(b) aus Tabelle 7.
(c) aus Tabelle 9 und Tabelle 10.

Tabelle 25. Berechnung des Beiwertes M_s

der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.53}$ für Sandgerinne, und Bestimmung der Festwerte a, b und n der Gleichung $M_s = a - b J^n$.

Versuch Nr.	(a) v (m sek^{-1})	log v	(b) R (m)	log R	0,7 log R	(c) J	log J	0,56 log J	0,7 log R + 0,56 log J	log M_s	M_s	$(\log J)^2$	150 − M_s	log (150−M_s)	log J · log (150−M_s)
40	0.119	-0,924 45	0,031 3	-1,504 46	-1,053 12	0,000 271	-3,567 03	-1,997 54	-3,050 66	2,126 21	133,7	12,723 70	16,3	1,212 19	-4,323 92
41	0,167	-0,777 28	0,052 2	-1,282 35	-0,897 63	0,000 257	-3,590 07	-2,010 44	-2,908 07	2,130 79	135,1	12,888 60	14,9	1,173 19	-4,211 83
42	0,222	-0,653 65	0,077 5	-1,110 70	-0,777 49	0,000 264	-3,578 40	-2,003 90	-2,781 39	2,128 24	134,4	12,804 95	15,6	1,193 12	-4,269 46
43	0,134	-0,872 90	0,032 3	-1,490 30	-1,043 56	0,000 355	-3,449 77	-1,931 87	-2,975 43	2,102 53	126,6	11,900 91	23,4	1,369 22	-4,723 49
44	0,188	-0,725 84	0,056 0	-1,251 81	-0,876 27	0,000 325	-3,488 12	-1,953 35	-2,829 62	2,103 78	127,0	12,166 98	23,0	1,361 73	-4,749 88
45	0,235	-0,628 93	0,076 5	-1,116 34	-0,781 44	0,000 330	-3,481 49	-1,949 63	-2,731 07	2,102 14	126,5	12,120 77	23,5	1,371 07	-4,773 37
46	0,159	-0,798 60	0,031 3	-1,504 46	-1,053 12	0,000 539	-3,268 41	-1,830 31	-2,883 43	2,084 83	121,6	10,682 50	28,4	1,453 32	-4,750 05
47	0,223	-0,651 70	0,054 4	-1,264 40	-0,885 08	0,000 562	-3,250 26	-1,820 15	-2,705 23	2,053 53	113,1	10,564 19	36,9	1,567 03	-5,093 25
48	0,253	-0,596 88	0,066 6	-1,183 10	-0,828 17	0,000 533	-3,273 27	-1,833 03	-2,661 20	2,064 32	116,0	10,714 30	34,0	1,531 48	-5,012 95
49	0,194	-0,712 20	0,031 9	-1,496 21	-1,047 35	0,001 146	-2,940 82	-1,646 86	-2,694 21	1,982 01	95,9	8,645 42	54,1	1,733 20	-5,097 03
50	0,238	-0,623 42	0,047 0	-1,327 90	-0,929 53	0,001 078	-2,963 37	-1,659 49	-2,589 02	1,965 60	92,4	8,781 56	57,6	1,760 42	-5,216 78
52	0,182	-0,739 93	0,029 8	-1,256 49	-1,068 05	0,002 205	-2,656 59	-1,487 69	-2,555 74	1,813 81	65,4	7,057 47	84,6	1,927 38	-5,120 26
55	0,125	-0,903 09	0,035 4	-1,451 00	-1,015 70	0,000 255	-3,593 46	-2,001 34	-3,017 04	2,113 95	130,0	12,912 95	20,0	1,301 03	-4,675 20
56	0,180	-0,744 73	0,060 8	-1,216 10	-0,851 27	0,000 246	-3,609 06	-2,021 07	-2,872 34	2,127 61	134,2	13,025 31	15,8	1,198 66	-4,326 04
57	0,226	-0,645 89	0,082 6	-1,083 02	-0,758 11	0,000 247	-3,607 30	-2,020 09	-2,778 20	2,132 31	135,6	13,012 61	14,4	1,158 36	-4,178 55
58	0,145	-0,838 63	0,035 7	-1,447 33	-1,013 13	0,000 378	-3,422 51	-1,916 61	-2,929 74	2,091 11	123,3	11,715 57	26,7	1,426 51	-4,882 24
59	0,223	-0,651 70	0,062 2	-1,206 21	-0,844 35	0,000 363	-3,440 06	-1,926 43	-2,770 78	2,119 08	131,5	11,834 01	18,5	1,267 17	-4,359 14
60	0,270	-0,568 64	0,083 8	-1,076 76	-0,753 73	0,000 365	-3,437 71	-1,925 12	-2,678 85	2,110 21	128,9	11,817 85	21,1	1,324 28	-4,552 49
61	0,167	-0,776 88	0,033 9	-1,469 80	-1,028 86	0,000 554	-3,256 49	-1,823 63	-2,852 49	2,075 61	119,0	10,604 73	31,0	1,491 36	-4,856 60
62	0,248	-0,605 54	0,058 4	-1,233 59	-0,863 51	0,000 647	-3,189 10	-1,785 90	-2,649 41	2,043 87	110,6	10,170 36	39,4	1,595 50	-5,098 21
63	0,265	-0,576 75	0,069 3	-1,159 27	-0,811 49	0,000 579	-3,237 32	-1,812 90	-2,624 39	2,047 64	111,6	10,430 24	38,4	1,584 33	-5,128 98
64	0,195	-0,709 97	0,032 9	-1,482 80	-1,037 96	0,000 999	-3,000 43	-1,680 24	-2,718 20	2,008 23	101,9	9,002 58	48,1	1,682 15	-5,047 17
70	0,137	-0,863 28	0,039 4	-1,404 50	-0,983 15	0,000 278	-3,556 04	-1,990 26	-2,973 41	2,110 13	128,9	12,631 20	21,1	1,324 28	-4,705 54
71	0,198	-0,703 33	0,068 0	-1,167 49	-0,817 24	0,000 250	-3,602 06	-2,017 15	-2,834 39	2,131 06	135,2	12,974 24	14,8	1,170 26	-4,215 34
72	0,253	-0,596 88	0,091 5	-1,038 58	-0,727 01	0,000 270	-3,568 64	-1,998 44	-2,725 45	2,128 57	134,5	12,735 19	15,5	1,190 33	-4,247 86
73	0,166	-0,780 88	0,038 9	-1,410 05	-0,987 04	0,000 363	-3,440 09	-1,926 45	-2,913 49	2,106 61	127,8	11,834 22	22,2	1,346 35	-4,631 57
74	0,233	-0,632 64	0,068 8	-1,162 41	-0,813 69	0,000 362	-3,441 29	-1,927 12	-2,740 81	2,108 17	128,3	11,842 43	21,7	1,336 46	-4,599 15
75	0,292	-0,534 62	0,088 9	-1,051 10	-0,735 77	0,000 367	-3,435 33	-1,923 78	-2,659 55	2,124 93	133,3	11,801 49	16,7	1,222 72	-4,200 45
76	0,182	-0,739 93	0,037 6	-1,424 81	-0,997 37	0,000 547	-3,262 01	-1,826 73	-2,824 10	2,084 17	121,4	10,640 71	28,6	1,456 37	-4,750 69
77	0,238	-0,623 42	0,065 1	-1,186 42	-0,830 49	0,000 543	-3,265 20	-1,828 51	-2,659 00	2,035 58	108,5	10,661 53	41,5	1,618 05	-5,283 26
78	0,294	-0,531 65	0,075 0	-1,124 94	-0,787 46	0,000 532	-3,274 09	-1,833 49	-2,620 95	2,089 30	122,8	10,719 67	27,2	1,434 57	-4,696 91
79	0,219	-0,659 64	0,038 3	-1,416 80	-0,991 76	0,001 094	-2,960 98	-1,658 15	-2,649 91	1,990 37	97,3	8,767 40	52,7	1,717 67	-5,085 99
82	0,216	-0,665 55	0,036 4	-1,438 90	-1,007 23	-0,002 339	-2,630 97	-1,473 34	-2,480 57	1,815 02	65,3	6,922 00	84,7	1,927 88	-5,072 19
							-109,735 74 = [l. log J]					367,159 29 = [$(\log J)^2$]		47,427 64 = [l. log (150−M_s)]	-155,926 85 = [log J · log (150−M_s)]

(a) und (b) aus Tabelle 11.
(c) aus Tabelle 13.

Tabelle 26. Bestimmung der Unbekannten a_1 und b_1

der Gleichung $M_{s,1} = a_1 + b_1 R$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

(a) Versuch Nr.	(b) v m sek^{-1}	R (c) m	J (d)	$M_{s,1}$ (e)	l.1	$R.M_{s,1}$	R.R
40	0,119	0,0313	0,000 271	133,7	1	4,185	0,000 980
41	0,167	0,0522	0,000 257	135,1	1	7,052	0,002 725
42	0,222	0,0775	0,000 264	134,4	1	10,416	0,006 006
55	0,125	0,0354	0,000 255	130,0	1	4,602	0,001 253
56	0,180	0,0608	0,000 246	134,2	1	8,159	0,003 697
57	0,226	0,0826	0,000 247	135,6	1	11,201	0,006 823
70	0,137	0,0394	0,000 278	125,9	1	5,079	0,001 552
71	0,198	0,0680	0,000 250	135,2	1	9,194	0,004 624
72	0,253	0,0915	0,000 270	134,5	1	12,307	0,008 372
		0,338 7 = [l.R]		1 201,6 = [l. $M_{s,1}$]	9 = [l.l]	72,195 = [R. $M_{s,1}$]	0,036 032 = [R.R]

(a), (b) und (c) aus Tabelle 11.
(d) aus Tabelle 13.
(e) aus Tabelle 25.

Tabelle 27. Bestimmung der Unbekannten a_2 und b_2

der Gleichung $M_{s,2} = a_2 + b_2 R$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

(a) Versuch Nr.	(b) v m sek^{-1}	R (c) m	J (d)	$M_{s,2}$ (e)	l.1	$R.M_{s,2}$	R.R
43	0,134	0,0323	0,000 355	126,6	1	4,089	0,001 043
44	0,188	0,0560	0,000 325	127,0	1	7,112	0,003 136
45	0,235	0,0765	0,000 330	126,5	1	9,677	0,005 852
58	0,145	0,0357	0,000 378	123,3	1	4,402	0,001 274
59	0,223	0,0622	0,000 363	131,5	1	8,179	0,003 869
60	0,270	0,0838	0,000 365	128,9	1	10,802	0,007 022
73	0,156	0,0389	0,000 363	127,8	1	4,971	0,001 513
74	0,233	0,0688	0,000 362	128,3	1	8,827	0,004 733
75	0,292	0,0889	0,000 367	133,3	1	11,850	0,007 905
		0,543 1 = [l.R]		1 153,2 = [l. $M_{s,2}$]	9 = [l.l]	69,909 = [R. $M_{s,2}$]	0,036 345 = [R.R]

(a), (b) und (c) aus Tabelle 11.
(d) aus Tabelle 13.
(e) aus Tabelle 25.

Tabelle 28. Bestimmung der Unbekannten a_3 und b_3
. der Gleichung $M_{s,3}=a_3+b_3R$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr. (a)	v (b) m sek^{-1}	R (c) m	J (d)	$M_{s,3}$ (e)	1.1	$R.M_{s,3}$	R.R
46	0,159	0,031 3	0,000 539	121,6	1	3,806	0,000 980
47	0,223	0,054 4	0,000 562	113,1	1	6,153	0,002 959
48	0,253	0,065 6	0,000 533	116,0	1	7,610	0,004 303
61	0,167	0,033 9	0,000 554	119,0	1	4,034	0,001 149
62	0,248	0,058 4	0,000 647	110,8	1	6,459	0,003 411
63	0,265	0,069 3	0,000 579	111,6	1	7,734	0,004 802
76	0,182	0,037 6	0,000 547	121,4	1	4,565	0,001 414
77	0,238	0,065 1	0,000 543	108,5	1	7,063	0,004 235
78	0,294	0,075 0	0,000 532	122,8	1	9,210	0,005 625
		0,490 6 $=[1.R]$		1044,6 $=[1.M_{s,3}]$	9 $=[1.1]$	56,634 $=[R.M_{s,3}]$	0,028 881 $=[R.R]$

(a), (b) und (c) aus Tabelle 11.
(d) aus Tabelle 13.
(e) aus Tabelle 25.

Tabelle 29. Bestimmung der Festwerte a, b, c und d
der beiden Gleichungen $M_s=a+bJ+cJ^2+dJ^3$ und $M_s=a+bJ+cJ^2$ mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Versuch Nr.	1.1	1.J (a)	10^4J	$1.(10^4J)^2$	$(10^4J)(10^4J)^2$	$(10^4J)(10^4J)^3$	$(10^4J)^2(10^4J)^2$	1.M_s (b)	J.M_s	$(10^4J)^2M_s$	$(10^4J)^5$	$(10^4J)^6$	$(10^4J)^3M_s$
40	1	0,000 271	2,71	7,344	7,344	19,90	53,94	133,7	0,036 233	98,19	146,15	396,07	2660,6
41	1	0,000 257	2,57	6,605	6,605	16,98	43,63	135,1	0,034 721	892,3	112,15	288,23	2294,0
42	1	0,000 264	2,64	6,970	6,970	18,40	48,58	134,4	0,035 482	936,7	128,25	338,58	2473,0
43	1	0,000 355	3,55	12,603	12,603	44,74	158,82	126,6	0,044 943	1595,5	563,86	2001,70	9664,1
44	1	0,000 325	3,25	10,563	10,563	34,33	111,57	127,0	0,041 275	1341,4	362,63	1178,55	4359,9
45	1	0,000 330	3,30	10,890	10,890	35,94	118,59	126,5	0,041 745	1377,6	391,39	1291,59	4546,4
46	1	0,000 539	5,39	29,052	29,052	156,59	844,03	121,6	0,065 542	3532,7	4549,25	24520,45	19041,3
47	1	0,000 562	5,62	31,584	31,584	177,50	997,57	113,1	0,063 562	3572,2	5606,16	31506,62	20075,3
48	1	0,000 533	5,38	28,409	28,409	151,42	807,07	116,0	0,061 828	3295,4	4301,69	22928,01	17564,7
49	1	0,001 146	11,46	131,330	131,330	1505,04	17247,57	95,9	0,109 901	12594,6	197656,90	2265148,07	144333,3
50	1	0,001 088	10,88	118,370	118,370	1287,87	14011,46	92,4	0,100 531	10937,4	152445,17	1658603,45	118999,2
52	1	0,002 205	22,05	486,203	486,203	10720,78	236395,36	65,4	0,144 207	31797,7	5212475,40	114935082,57	701139,0
55	1	0,000 255	2,55	6,503	6,503	16,58	42,28	130,0	0,033 150	845,3	107,82	274,94	2155,4
56	1	0,000 246	2,46	6,052	6,052	14,89	36,62	134,2	0,033 013	812,1	90,11	221,67	1998,2
57	1	0,000 247	2,47	6,101	6,101	15,07	37,22	135,6	0,033 493	827,3	91,94	227,09	2043,5
58	1	0,000 378	3,78	14,288	14,288	54,01	204,16	123,3	0,046 607	1761,8	771,69	2916,99	6659,4
59	1	0,000 363	3,63	13,177	13,177	47,83	173,63	131,5	0,047 735	1732,8	630,26	2288,84	6283,6
60	1	0,000 365	3,65	13,323	13,323	48,63	177,49	128,9	0,047 049	1717,3	647,90	2364,84	6268,4
61	1	0,000 554	5,54	30,692	30,692	170,03	941,97	119,0	0,065 926	3652,3	5218,56	28911,08	20233,6
62	1	0,000 647	6,47	41,861	41,861	270,84	1752,33	110,6	0,071 558	4629,8	11337,63	73354,47	29954,9
63	1	0,000 579	5,79	33,524	33,524	194,11	1123,87	111,6	0,064 616	3741,3	6507,34	37677,50	21662,7
64	1	0,000 999	9,99	99,800	99,800	997,00	9960,04	101,9	0,101 798	10169,6	99500,60	994010,99	101394,3
70	1	0,000 278	2,78	7,728	7,728	21,48	59,73	128,9	0,035 854	9962	166,00	461,48	2761,8
71	1	0,000 250	2,50	6,250	6,250	15,63	39,06	135,2	0,033 800	845,0	97,69	244,23	2113,2
72	1	0,000 270	2,70	7,290	7,290	19,68	53,14	134,5	0,036 315	980,5	143,47	387,37	2647,0
73	1	0,000 363	3,63	13,177	13,177	47,83	173,63	127,8	0,046 391	1684,0	630,26	2287,84	6112,7
74	1	0,000 362	3,62	13,104	13,104	47,44	171,75	128,7	0,046 445	1681,3	621,65	2250,37	6036,6
75	1	0,000 367	3,67	13,469	13,469	49,43	181,41	133,3	0,048 921	1795,4	665,77	2443,38	6589,0
76	1	0,000 547	5,47	29,921	29,921	163,67	895,26	121,4	0,066 406	3632,4	4897,19	26787,52	19869,5
77	1	0,000 543	5,43	29,485	29,485	160,10	869,36	108,5	0,058 916	3199,1	4720,55	25632,95	17370,9
78	1	0,000 532	5,32	28,302	28,302	150,57	801,03	122,8	0,065 330	3475,5	4261,13	22669,21	18490,0
79	1	0,001 094	10,94	119,684	119,684	1309,34	14324,26	97,8	0,106 993	11705,1	156707,05	1714375,13	128053,5
82	1	0,002 339	23,39	547,092	547,092	12796,48	299309,66	65,3	0,152 737	35725,1	7000851,84	163749924,54	835610,1
Sa.	33 $=[1.1]$	0,019 453 $=[1.J]$		1960,746 $[1.J^2]$ $=10^{-5}\times1960,8$		30780,13 $[J.J^2]$ $=10^{-12}\times30,780$	602164,07 $[J^2.J^2]$ $=10^{-16}\times602,164$	3918,1 $=[1.M_s]$	2,023 003 $=[J.M_s]$	168464,6 $[J^2.M_s]$ $=0,0016846$	12837405,43 $[J^2.J^3]$ $=10^{-11}\times12,837$	285806974,97 $[J^3.J^3]$ $=10^{-20}\times285,806$	2287722,1 $[J^3.M_s]$ $=10^{-12}\times2287$

(a) aus Tabelle 13.
(b) aus Tabelle 25.

Tabelle 30. Bestimmung des Koeffizienten b und des Exponenten n der Gleichung $M=90-bJ^n$ in der Geschwindigkeitsformel $v=MR^{0.7}J^{0.56}$.

Lfd. Nr.	Quellenangabe	Fluß	v m/sek	R m	J	1:1	log R	log J	0,7 log R + 0,56 log J	log M	M	log (90-M)	log J : log J	log J : log (90-M)
1	Eng. News. Vol. 55, No. 5, p. 182, 1906	St. Mary Canal, Montana	1,177	0,857	0,000 945	1	−0,067 02	−3,024 77	−1,740 41	1,811 19	64,74	1,402 43	3,145 24	−4,241 10
2	Zeitschr. f. Gewässerkunde 1116 S. 1.	Inn	2,31	2,36	0,001 150	1	0,372 91	−2,939 30	−1,384 97	1,748 58	56,05	1,530 86	2,659 48	−4,499 60
3		Donau	2,24	5,69	0,000 425	1	0,755 11	−3,371 61	−1,359 52	1,709 77	51,26	1,588 16	1,367 95	−5,354 66
4		Donau	1,67	4,13	0,000 415	1	0,615 95	−3,381 95	−1,462 72	1,685 44	48,47	1,618 36	1,437 59	−5,473 21
5		Elbe	0,79	1,209	0,000 246	1	0,082 43	−3,543 63	−1,526 73	1,824 36	66,74	1,366 61	12,557 31	−4,242 76
6		Saar	0,59	0,368	0,001 660	1	−0,434 15	−2,974 69	−1,968 74	1,740 59	55,03	1,543 70	1,848 38	−4,592 03
7		Saar	0,34	0,76	0,000 100	1	−0,119 19	−4,000 00	−2,323 43	1,854 91	71,60	1,226 82	16,000 00	−5,059 27
8	Eng. News-Record, Vol. 82, No. 11, p. 523. 1919.	The South Forked Deer River	0,570	1,756	0,000 094	1	0,244 52	−4,026 87	−2,083 89	1,839 76	68,15	1,319 11	16,215 68	−5,311 88
9		" "	0,622	1,932	0,000 094	1	0,297 10	−4,026 87	−2,047 08	1,840 87	69,32	1,315 55	16,215 68	−5,291 55
10		" "	0,665	2,085	0,000 096	1	0,319 14	−4,017 73	−2,026 55	1,849 31	79,69	1,255 78	16,142 15	−5,165 92
11		" "	0,323	2,220	0,000 128	1	0,346 35	−3,906 58	−1,945 23	1,860 63	72,55	1,241 80	15,251 37	−4,951 19
12		" "	0,927	2,302	0,000 166	1	0,362 11	−3,779 89	−1,863 26	1,830 34	67,66	1,349 23	14,239 57	−5,100 13
13	Eng. News-Record, Vol. 79, No. 3, p. 105, 1917.	Mud Creek	0,418	0,549	0,000 300	1	−0,260 43	−3,522 88	−2,138 11	1,776 29	59,74	1,429 87	12,410 63	−5,216 93
14		" "	0,439	0,579	0,000 305	1	−0,237 32	−3,515 70	−2,134 91	1,777 37	59,89	1,428 71	12,360 15	−5,198 70
15		" "	0,479	0,640	0,000 310	1	−0,193 52	−3,508 64	−2,100 51	1,780 85	60,37	1,421 93	12,310 55	−5,163 97
16		" "	0,610	0,701	0,000 301	1	−0,154 25	−3,521 45	−2,080 00	1,788 33	73,34	1,221 67	12,400 47	−4,302 03
17		" "	0,625	0,762	0,000 349	1	−0,118 05	−3,457 17	−2,012 66	1,814 54	65,24	1,393 75	11,952 02	−4,818 43
18		" "	0,634	0,795	0,000 336	1	−0,100 73	−3,473 66	−2,015 76	1,817 35	65,74	1,384 29	12,056 31	−4,810 64
19		" "	0,668	0,814	0,000 321	1	−0,053 55	−3,493 49	−1,993 34	1,818 62	65,86	1,382 74	12,204 87	−4,830 58
20		" "	0,685	0,834	0,000 349	1	−0,053 55	−3,457 17	−1,973 31	1,803 85	64,54	1,405 55	11,952 02	−4,868 30
21		" "	0,689	0,915	0,000 340	1	−0,038 58	−3,468 52	−1,969 58	1,807 60	64,71	1,411 45	12,030 63	−4,895 64
22		" "	1,034	1,615	0,000 364	1	0,210 44	−3,438 90	−1,779 87	1,794 39	62,29	1,442 64	11,826 03	−4,961 09
23		" "	1,091	1,707	0,000 378	1	0,232 23	−3,422 51	−1,754 05	1,791 37	61,93	1,448 24	11,715 57	−4,956 62
24		" "	1,058	1,707	0,000 395	1	0,232 23	−3,403 61	−1,744 58	1,785 18	60,98	1,462 70	11,598 18	−4,981 39
25	Eng. News-Record, Vol. 88, No. 15, p. 105, 1922.	Irrawaddy River	0,307	4,963	0,000 0026	1	0,695 74	−5,585 50	−2,349 66	1,836 80	68,84	1,238 79	25,659 23	−6,736 99
26		" "	0,544	5,637	0,000 0122	1	0,751 05	−4,760 47	−2,142 36	1,877 96	75,50	1,161 37	22,700 71	−5,533 31
27		" "	0,720	6,095	0,000 0235	1	0,784 97	−4,588 33	−2,029 01	1,877 34	75,40	1,164 35	21,053 23	−5,342 48
28		" "	0,891	6,442	0,000 0344	1	0,809 02	−4,463 44	−1,933 22	1,873 24	74,69	1,174 91	19,922 30	−5,289 09
29		" "	1,01	7,530	0,000 0430	1	0,876 79	−4,366 53	−1,831 51	1,835 53	68,52	1,332 03	19,066 58	−5,816 35
30		" "	1,150	8,570	0,000 0516	1	0,932 98	−4,287 35	−1,767 53	1,808 53	64,36	1,409 09	18,381 37	−6,041 26
31		" "	1,284	9,659	0,000 0603	1	0,984 93	−4,219 68	−1,713 59	1,782 14	60,55	1,488 92	17,850 70	−5,843 23
32		" "	1,418	10,505	0,000 0689	1	1,953 62	−4,161 78	−1,669 07	1,758 75	57,32	1,570 81	17,320 21	−6,304 31
33		" "	1,558	11,539	0,000 0775	1	1,076 96	−4,110 90	−1,628 12	1,740 69	55,04	1,643 57	16,897 85	−6,345 15
34		" "	1,743	13,055	0,000 0861	1	1,115 78	−4,065 00	−1,595 35	1,736 65	54,53	1,649 86	16,524 23	−6,300 18
35		" "	1,569	13,553	0,000 0904	1	1,132 20	−4,043 83	−1,572 00	1,667 62	46,52	1,638 29	16,352 56	−6,624 97
36	Der Bauingenieur, 1921, Heft 18, S. 482.	Rhein	1,31	0,24	0,0142	1	−0,619 19	−1,847 71	−1,468 57	1,585 32	38,53	1,771 55	3,914 05	−3,162 45
37		Mosa	1,73	0,38	0,0119	1	−0,420 22	−1,924 43	−1,371 84	1,609 69	40,73	1,692 38	3,703 31	−3,257 29
38		Canal du Jard	0,171	0,63	0,000 945	1	−0,200 66	−4,337 24	−2,569 31	1,802 31	63,43	1,424 35	18,811 65	−6,177 92
39		Obere Havel	0,220	0,98	0,000 047	1	−0,008 77	−4,327 90	−2,429 76	1,876 92	75,32	1,156 73	18,730 72	−5,049 49
40		Weser	0,70	1,29	0,000 278	1	0,110 59	−3,565 96	−1,919 53	1,764 63	58,16	1,502 91	12,716 07	−5,359 53

Tabelle 31. Bestimmung des Koeffizienten b und des Exponenten n der Gleichung $M=90-bJ^n$ in der Geschwindigkeitsformel $v=MR^{0.7}J^{0.56}$.

Lfd. Nr.	Quellenangabe	Fluß	v m/sek	R m	J	1:1	log R	log J	0,7 log R + 0,56 log J	log M	M	log (90-M)	log J : log J	log J : log (90-M)
41	Der Bauingenieur, 1921, Heft 18, S. 488.	Seine	0,664	1,95	0,000 13	1	0,290 03	−3,886 06	−1,973 17	1,795 34	62,42	1,440 59	15,101 46	−5,598 82
42		Elbe	0,898	2,29	0,000 208	1	0,359 84	−3,681 94	−1,810 00	1,763 28	57,98	1,505 42	13,556 68	−5,542 87
43		Elbe	0,820	2,45	0,000 129	1	0,389 17	−3,889 41	−1,965 61	1,819 42	65,91	1,330 57	15,127 51	−5,369 60
44		Seine	0,91	2,93	0,000 138	1	0,466 81	−3,860 12	−1,934 96	1,821 65	66,32	1,374 33	14,900 53	−5,505 27
45		Seine	0,712	2,93	0,000 0715	1	0,466 81	−4,133 71	−1,988 07	1,840 58	69,27	1,316 60	17,087 56	−5,442 44
46		Memel	0,670	3,18	0,000 058	1	0,502 43	−4,236 57	−2,020 78	1,846 85	70,23	1,295 13	17,948 53	−5,486 91
47		Rheinorme	1,11	3,44	0,000 167	1	0,536 36	−3,777 28	−1,739 69	1,785 01	60,96	1,463 00	14,267 24	−5,526 16
48		Soône	0,623	3,50	0,000 040	1	0,379 76	−4,397 94	−2,057 00	1,851 49	71,04	1,277 84	18,341 82	−5,619 86
49		Seine	1,28	4,24	0,000 140	1	0,627 37	−3,853 87	−1,719 01	1,826 22	67,02	1,359 46	14,852 31	−5,239 18
50		Seine	0,80	4,42	0,000 055	1	0,649 38	−4,259 64	−1,932 23	1,835 32	68,44	1,333 65	18,144 53	−5,680 87
51		Rheinorme	1,26	5,00	0,000 113	1	0,698 97	−3,946 92	−1,721 00	1,821 37	66,28	1,375 11	15,578 15	−5,479 45
52		Seine	1,44	5,20	0,000 135	1	0,716 00	−3,869 67	−1,665 82	1,824 18	66,71	1,367 17	14,976 35	−5,390 50
53		Memel	0,945	5,23	0,000 091	1	0,718 50	−4,148 74	−1,820 54	1,795 77	62,48	1,439 65	17,212 04	−5,972 73
54		Seine	0,930	5,30	0,000 091	1	0,724 28	−4,148 74	−1,816 29	1,807 52	64,20	1,411 62	17,212 04	−5,855 44
55		Memel	1,003	6,31	0,000 064	1	0,800 03	−4,193 82	−1,788 52	1,789 52	61,63	1,452 86	17,588 15	−6,093 03
56		Mississippi	1,074	9,50	0,000 0233	1	0,977 72	−4,651 70	−1,920 36	1,951 35	89,44	−0,251 21	21,633 31	1,191 34
57		Mississippi	1,694	15,39	0,000 0301	1	1,201 12	−4,519 13	−1,688 81	1,917 72	82,74	0,936 94	20,440 46	−3,888 95
58		Mississippi	1,926	17,48	0,000 0417	1	1,242 58	−4,379 85	−1,648 22	1,892 85	78,06	1,341 24	18,643 83	−5,791 27
59		Mississippi	1,970	20,65	0,000 0432	1	1,314 92	−4,370 59	−1,627 09	1,921 56	66,31	1,374 57	19,102 06	−6,009 68
60	Zeitschrift der Bauverwaltung, 1922, S. 593.	Rhein	0,982	0,878	0,001 233	1	−0,056 51	−2,909 04	−1,668 62	1,660 73	45,79	1,645 52	3,262 51	−4,786 38
61		Rhein	3,34	1,835	0,004 62	1	0,275 31	−2,335 36	−1,115 88	1,653 85	43,53	1,667 17	5,469 91	−3,893 44
62		Rhein	1,122	2,64	0,000 220	1	0,421 80	−3,657 58	−1,753 12	1,803 11	63,55	1,422 43	13,377 89	−5,202 65
63		Donau	2,44	4,05	0,000 851	1	0,607 46	−3,258 85	−1,599 74	1,767 13	61,25	1,458 64	10,670 10	−4,753 49
64		Soône	0,555	3,314	0,000 04	1	0,520 35	−4,397 94	−2,098 60	1,850 65	70,90	1,281 03	19,341 58	−5,653 89
65		Mississippi	2,08	19,66	0,000 0436	1	1,293 58	−4,360 51	−1,536 38	1,854 44	71,52	1,266 70	18,014 08	−5,523 46
66		Memel	0,85	2,24	0,000 060	1	0,350 25	−4,221 85	−2,119 06	1,859 42	72,35	1,246 74	17,324 02	−5,263 53
67	Handbuch der Ingenieurwissenschaften, II. Teil, I. Band, S. 339.	Elbe	0,610	1,212	0,000 220	1	0,083 50	−3,657 58	−1,989 78	1,822 30	66,42	1,372 54	13,377 89	−5,020 17
68		Elbe	0,935	1,750	0,000 171	1	0,243 04	−3,767 00	−1,939 39	1,910 67	81,41	1,233 99	14,190 29	−7,265 34
69		Elbe	0,713	1,368	0,000 188	1	0,136 09	−3,732 83	−1,995 12	1,843 21	70,30	1,290 05	13,934 02	−4,815 66
70		Elbe	1,103	4,153	0,000 136	1	0,676 91	−3,866 87	−1,693 14	1,735 72	54,42	1,551 21	14,974 35	−6,002 67
71		Elbe	0,868	2,768	0,000 120	1	0,457 58	−3,920 82	−1,873 35	1,813 37	65,14	1,398 50	15,312 83	−5,471 50
72		Elbe	0,546	1,493	0,000 117	1	0,174 06	−3,931 81	−2,079 91	1,817 16	65,64	1,386 61	15,459 15	−5,452 16
73		Rhein	1,473	4,605	0,000 138	1	0,663 23	−3,860 12	−1,697 41	1,865 61	73,39	1,220 37	14,900 53	−4,710 97
74		Rhein	1,344	3,330	0,000 156	1	0,580 23	−3,806 88	−1,746 69	1,875 09	75,01	1,175 20	14,492 34	−4,496 13
75		Rhein	1,064	2,643	0,000 220	1	0,387 92	−3,657 58	−1,776 70	1,804 69	63,78	1,418 63	13,377 89	−5,188 75
76		Rhein	1,508	4,084	0,000 216	1	0,611 09	−3,665 55	−1,624 95	1,803 35	63,58	1,421 93	13,436 26	−5,212 16
77		Rhein	1,502	3,220	0,000 236	1	0,507 86	−3,627 09	−1,675 67	1,852 34	71,18	1,274 62	13,155 78	−4,623 16
78		Rhein	1,305	1,317	0,000 656	1	0,180 39	−3,183 10	−1,685 85	1,771 46	59,08	1,490 24	10,132 13	−4,743 58
79		Rhein	1,651	7,519	0,000 156	1	0,876 16	−3,806 88	−1,518 54	1,736 29	54,49	1,560 35	14,492 34	−5,902 00
80		Rhein	1,116	5,329	0,000 220	1	0,742 65	−3,657 58	−1,774 41	1,822 07	66,39	1,393 10	16,784 67	−5,625 47

Tabelle 32. Bestimmung des Koeffizienten b und des Exponenten n der Gleichung $M=90-bJ^n$ in der Geschwindigkeitsformel $v=MR^{0,7}J^{0,56}$.

Lfd. Nr.	Quellenangabe	Fluß	v m sek⁻¹	R m	J	1:1	log R	log J	0,7 log R + 0,56 log J	log M	M	log(90-M)	log J · log J	log J · log(90-M)
81	Handbuch der Ingenieurwissenschaften, II. Teil, I. Band, 3. Aufl.	Donau	2,910	8,493	0,000 520	1	0,929 06	-3,236 37	-1,162 14	1,634 90	43,14	1,670 80	10,475 39	-5,407 56
82		Donau	2,510	4,936	0,000 561	1	0,675 41	-3,251 64	-1,141 79	1,747 46	55,91	1,532 63	10,569 26	-4,982 64
83		Donau	1,520	3,939	0,000 412	1	0,310 41	-3,385 10	-1,033 37	1,720 21	52,51	1,519 96	11,458 90	-5,327 88
84		Wolga	0,557	4,815	0,000 024	1	0,644 93	-4,619 99	-2,135 63	1,281 49	19,12	1,142 39	21,342 48	-5,277 60
85		Wolga	0,888	7,296	0,000 034	1	0,863 08	-4,468 52	-1,998 21	1,346 62	22,23	1,295 57	19,967 67	-5,789 28
86		Wolga	1,259	11,351	0,000 051	1	1,055 04	-4,292 43	-1,855 23	1,965 26	58,23	1,501 74	18,424 96	-6,446 11
87		Wolga	0,965	6,333	0,000 042	1	0,815 11	-4,376 75	-1,880 40	1,764 06	58,08	1,504 06	19,135 94	-6,582 39
88		Wolga	0,802	8,034	0,000 022	1	0,955 38	-4,657 58	-1,959 12	1,284 29	69,21	1,307 23	21,693 05	-6,088 76
89		Wolga	0,961	13,435	0,000 017	1	1,128 11	-4,769 55	-1,881 87	1,363 99	73,11	1,227 63	22,741 61	-5,855 24
90	Zeitsch. d. oesterr. Ingenieur- und Architekten-Vereines 1869.	Seine	0,737	2,570	0,000 135	1	0,409 93	-3,869 67	-1,830 07	1,741 54	55,92	1,532 50	14,974 35	-5,930 27
91		Seine	0,723	4,137	0,000 080	1	0,616 69	-4,301 03	-1,976 90	1,836 04	68,56	1,331 22	18,497 86	-5,725 62
92		Saône	0,687	4,044	0,000 040	1	0,606 81	-4,397 94	-2,038 03	1,873 05	75,00	1,176 09	19,341 83	-5,172 37
93		Haine	0,529	1,748	0,000 158	1	0,242 54	-3,806 88	-1,962 07	1,760 72	57,64	1,510 01	16,492 34	-5,748 43
94		Isar	1,226	0,556	0,002 500	1	-0,247 18	-2,602 06	-1,630 18	1,718 67	52,32	1,576 11	6,770 72	-4,101 13
95		Estherconal	1,936	1,145	0,003 000	1	0,058 81	-2,522 88	-1,391 64	1,655 99	45,60	1,647 38	6,364 92	-4,156 14
96		Plessur	4,140	1,092	0,009 650	1	0,035 82	-2,015 47	-1,101 91	1,718 91	52,35	1,575 76	4,062 12	-3,178 90
97		Rhein	1,839	0,368	0,014 200	1	-0,434 15	-1,847 71	-1,331 65	1,603 21	40,11	1,698 01	3,414 03	-3,137 43
98		Mäsa	2,513	0,465	0,011 875	1	-0,332 55	-1,925 36	-1,310 99	1,675 19	47,33	1,630 12	3,709 01	-3,138 57
99		Lintheanal	1,347	2,170	0,000 320	1	0,536 46	-3,494 85	-1,721 60	1,830 97	70,95	1,279 29	12,213 93	-4,473 02
100		Weser	1,580	1,940	0,000 411	1	0,287 80	-3,386 16	-1,694 73	1,893 45	78,24	1,070 41	11,466 08	-3,624 58
101		Weser	2,409	4,068	0,000 330	1	0,609 38	-3,259 64	-1,398 75	1,730 67	60,33	1,472 02	10,625 25	-4,798 26
102		Rheinarme	1,122	2,641	0,000 220	1	0,421 77	-3,657 58	-1,753 00	1,808 39	63,53	1,422 75	13,377 89	-5,203 32
103		Rhein	1,945	2,100	0,001 215	1	0,322 22	-2,914 35	-1,406 49	1,695 41	49,59	1,606 49	8,493 44	-4,681 87
104		Tiber	1,040	3,812	0,000 131	1	0,587 94	-3,882 73	-1,762 77	1,779 20	60,23	1,473 78	15,073 59	-5,722 29
105		Weser	1,246	4,924	0,000 399	1	0,234 21	-3,399 03	-1,704 51	1,800 03	63,10	1,423 75	11,553 10	-4,839 76
106	Trans. of A.S.C.E. Dec. 1918, Paper No. 1373.	Exp. canal, No. 148	0,308	0,158	0,000 56	1	-0,801 34	-3,251 81	-2,381 95	1,870 80	74,22	1,198 11	10,574 27	-3,896 03
107		Exp. canal, No. 149	0,206	0,317	0,000 098	1	-0,498 94	-4,008 77	-2,594 19	1,903 80	80,15	0,995 20	16,070 24	-3,989 53
108		Exp. canal, No. 173	0,634	1,125	0,000 1642	1	0,051 15	-3,784 17	-2,077 93	1,879 82	75,35	1,151 37	14,246 36	-4,345 47
109		Exp. canal, No. 174	0,810	0,649	0,000 335	1	-0,187 76	-3,474 96	-2,079 41	1,862 74	72,90	1,233 00	12,073 35	-4,284 65
110		Exp. canal, No. 175	0,951	0,658	0,000 793	1	-0,181 77	-3,091 00	-1,862 12	1,840 30	69,23	1,317 44	9,559 60	-4,068 143
111		Exp. canal, No. 195	0,716	0,921	0,000 38	1	-0,035 74	-3,420 22	-1,940 34	1,793 85	62,41	1,440 75	11,697 90	-4,927 68
112		Exp. canal, No. 197	0,491	0,622	0,000 32	1	-0,206 21	-3,494 85	-2,101 47	1,792 55	62,02	1,446 25	12,213 93	-5,056 52
113		Exp. canal, No. 198	0,524	0,366	0,000 831	1	-0,436 52	-3,080 40	-2,030 58	1,749 91	56,22	1,528 66	9,488 86	-4,708 58
114		Exp. canal, No. 199	0,302	0,387	0,000 263	1	-0,412 39	-3,580 04	-2,293 42	1,973 43	93,35	1,181 43	12,816 68	-5,321 48
115		Exp. canal, No. 234	0,439	0,570	0,000 60	1	-0,244 13	-3,221 85	-1,973 15	1,617 59	41,46	1,686 10	10,380 32	-5,432 36
116		Exp. canal, No. 235	0,247	0,549	0,000 217	1	-0,260 43	-3,663 54	-2,233 38	1,626 58	42,32	1,678 34	13,421 33	-6,148 67
117		Exp. canal, No. 236	0,360	0,424	0,000 693	1	-0,372 65	-3,158 02	-2,028 35	1,583 65	38,52	1,711 64	9,973 09	-5,405 39
						117 = [1.1]		-434,251 28 = [1.log J]				183,449 38 = [1.log(90-M)]	1837,682 61 = [log J. log J]	597,193 45 = [log J. log(90-M)]

$$\log b = \frac{[\log J.\log J][1.\log(90-M)] - [1.\log J][\log J.\log(90-M)]}{[1.1][\log J.\log J] - [1.\log J][1.\log J]}$$

$$= 2,036\,61$$

$$n = \frac{[1.1][\log J.\log(90-M)] - [1.\log J][1.\log(90-M)]}{[1.1][\log J.\log J] - [1.\log J][1.\log J]}$$

$$= 0,185\,8$$

Tabelle 33. Nachweis der Richtigkeit der neuen allgemeinen Formel an 117 sehr verschiedenartigen Messungsresultaten.

Lfd. Nr.	Fluß	Gemessen R (m)	Gemessen J	Gemessen v (m sek⁻¹)	Errechnetes v nach Kutter (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.	Errechnetes v nach Winkel (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.	Errechnetes v nach Mizoe (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.
1	St Mary Canal, Montana	0,357	0,000 946	1,177	1,003	-0,174	14,78	0,964	-0,213	18,10	1,028	-0,149	12,66
2	Inn	2,36	0,001 150	2,31	2,203	-0,107	4,63	2,155	-0,155	6,71	2,281	-0,029	1,26
3	Donau	5,69	0,000 425	2,24	2,370	+0,130	5,83	2,635	+0,395	17,63	2,676	+0,435	19,42
4	Donau	4,13	0,000 415	1,67	1,919	+0,249	14,91	2,038	+0,418	25,03	2,114	+0,444	26,59
5	Elbe	1,209	0,000 216	0,79	0,704	-0,086	10,89	0,735	-0,055	6,96	0,749	-0,041	5,19
6	San	0,368	0,001 060	0,59	0,570	-0,020	3,39	0,552	-0,038	6,44	0,599	+0,009	1,53
7	San	0,76	0,000 100	0,34	0,295	-0,045	13,24	0,325	-0,015	4,41	0,323	-0,017	5,00
8	The South Forked Deer River	1,756	0,000 094	0,570	0,536	-0,034	5,96	0,575	+0,005	0,88	0,563	-0,007	1,23
9	" "	1,982	0,000 094	0,622	0,585	-0,037	5,95	0,627	+0,005	0,80	0,613	-0,009	1,45
10	" "	2,085	0,000 095	0,665	0,612	-0,053	7,97	0,672	+0,007	1,05	0,641	-0,024	3,61
11	" "	2,220	0,000 124	0,823	0,720	-0,103	12,52	0,774	-0,057	6,93	0,761	-0,062	7,53
12	" "	2,302	0,000 166	0,927	0,847	-0,080	8,63	0,785	-0,142	15,32	0,902	-0,025	2,70
13	Mud Creek	0,549	0,000 300	0,418	0,405	-0,013	3,11	0,427	+0,009	2,15	0,441	+0,023	5,50
14	" "	0,579	0,000 305	0,439	0,425	-0,014	3,19	0,447	+0,008	1,82	0,461	+0,022	5,01
15	" "	0,640	0,000 310	0,479	0,462	-0,017	3,55	0,484	+0,005	1,04	0,499	+0,020	4,18
16	" "	0,701	0,000 301	0,610	0,487	-0,123	20,16	0,509	-0,101	16,56	0,524	-0,086	14,10
17	" "	0,762	0,000 349	0,625	0,558	-0,067	10,72	0,578	-0,047	7,52	0,596	-0,029	4,64
18	" "	0,795	0,000 356	0,634	0,564	-0,070	11,04	0,584	-0,050	7,89	0,602	-0,032	5,05
19	" "	0,824	0,000 321	0,668	0,596	-0,072	10,78	0,619	-0,048	7,19	0,636	-0,032	4,79
20	" "	0,824	0,000 349	0,676	0,622	-0,054	9,35	0,642	-0,044	6,41	0,662	-0,024	3,50
21	" "	0,915	0,000 340	0,689	0,629	-0,060	8,71	0,651	-0,038	5,52	0,669	-0,020	2,90
22	" "	1,616	0,000 364	1,034	0,971	-0,063	6,09	1,007	-0,027	2,61	1,030	-0,004	0,39
23	" "	1,707	0,000 378	1,091	1,026	-0,065	5,96	1,065	-0,026	2,38	1,089	-0,002	0,18
24	" "	1,707	0,000 395	1,098	1,034	-0,064	5,83	1,084	-0,014	1,28	1,110	+0,012	1,09
25	Irawaddy River	4,963	0,000 0076	0,307	0,441	+0,134	43,65	0,376	+0,069	22,48	0,339	+0,032	10,42
26	" "	5,637	0,000 0172	0,544	0,637	+0,093	17,10	0,581	+0,037	6,80	0,534	-0,010	1,84
27	" "	6,095	0,000 0258	0,720	0,778	+0,058	8,06	0,751	+0,031	4,31	0,696	-0,024	3,34
28	" "	6,442	0,000 0344	0,871	0,895	+0,024	2,76	0,899	+0,028	3,21	0,839	-0,032	3,67
29	" "	7,550	0,000 0430	1,01	1,079	+0,069	6,83	1,125	+0,115	11,39	1,049	+0,039	3,86
30	" "	8,570	0,000 0516	1,150	1,255	+0,105	9,13	1,342	-0,192	16,70	1,261	+0,111	9,65
31	" "	9,659	0,000 0603	1,284	1,435	+0,151	11,76	1,575	+0,291	22,66	1,484	+0,200	15,58
32	" "	10,805	0,000 0689	1,418	1,618	+0,200	14,10	1,819	+0,401	28,28	1,717	+0,299	21,09
33	" "	11,939	0,000 0775	1,553	1,799	+0,241	15,47	2,065	+0,507	32,54	1,954	+0,396	25,42
34	" "	13,055	0,000 0861	1,745	1,977	+0,234	13,43	2,315	+0,572	32,82	2,193	+0,450	25,82
35	" "	13,358	0,000 0904	1,569	2,061	+0,492	31,36	2,433	+0,864	55,07	2,307	+0,737	46,97
36	Rhein	0,24	0,0142	1,31	1,511	+0,201	15,34	0,962	-0,348	26,56	1,180	-0,130	9,92
37	Mäsa	0,33	0,0119	1,73	1,969	+0,239	13,82	1,285	-0,445	25,72	1,552	-0,178	10,29
38	Canal du Jard	0,63	0,000 046	0,171	0,169	-0,002	1,17	0,196	+0,025	14,62	0,191	+0,020	11,70
39	Obere Havel	0,98	0,000 047	0,220	0,245	-0,035	12,50	0,212	-0,008	2,86	0,265	-0,015	5,36
40	Weser	1,29	0,000 278	0,70	0,719	+0,019	2,71	0,732	+0,032	7,43	0,764	+0,064	9,14

Tabelle 34. Nachweis der Richtigkeit der neuen allgemeinen Formel an 117 sehr verschiedenartigen Messungsresultaten.

Lfd. Nr.	Fluß	Gemessen R (m)	Gemessen J	Gemessen v (m sek⁻¹)	Errechnetes v nach Kutter (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.	Errechnetes v nach Winkel (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.	Errechnetes v nach Mizge (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.
41	Seine	1,95	0,000 15	0,664	0,673	+0,009	1,34	0,721	+0,057	8,58	0,712	+0,048	7,23
42	Elbe	2,29	0,000 208	0,898	0,939	+0,041	4,57	1,005	+0,107	11,92	1,003	+0,105	11,69
43	Elbe	2,45	0,000 129	0,820	0,786	-0,034	4,15	0,846	+0,026	3,17	0,832	+0,012	1,46
44	Seine	2,93	0,000 138	0,97	0,916	-0,054	5,57	0,992	+0,022	2,27	0,975	+0,005	0,52
45	Seine	2,93	0,000 0735	0,712	0,691	-0,021	2,16	0,738	+0,026	3,65	0,712	± 0	0
46	Memel	3,18	0,000 058	0,670	0,662	-0,008	1,19	0,699	+0,029	4,33	0,669	-0,001	0,15
47	Rheinarme	3,44	0,000 167	1,11	1,113	+0,003	0,72	1,215	+0,105	9,46	1,198	+0,088	7,93
48	Saône	3,50	0,000 040	0,623	0,646	+0,023	3,69	0,663	+0,040	6,42	0,617	-0,006	0,96
49	Seine	4,24	0,000 140	1,28	1,179	-0,101	8,21	1,301	+0,021	1,64	1,272	-0,008	0,63
50	Seine	4,44	0,000 085	0,80	0,820	+0,020	2,50	0,865	+0,065	8,13	0,779	-0,021	2,63
51	Rheinarme	5,00	0,000 115	1,26	1,197	-0,063	4,38	1,324	+0,064	5,08	1,283	+0,023	1,83
52	Seine	5,20	0,000 135	1,44	1,326	-0,114	7,92	1,480	+0,040	2,78	1,440	± 0	0
53	Memel	5,23	0,000 071	0,945	1,017	+0,072	4,62	1,098	+0,153	16,19	1,049	+0,104	11,01
54	Seine	5,50	0,000 071	0,980	1,026	+0,046	4,69	1,109	+0,129	13,16	1,059	+0,079	8,06
55	Memel	6,31	0,000 064	1,003	1,107	+0,104	10,37	1,195	+0,192	19,14	1,135	+0,132	13,16
56	Mississippi	9,50	0,000 0225	1,074	1,028	-0,046	4,28	0,960	-0,114	10,61	0,881	-0,193	17,97
57	Mississippi	15,89	0,000 0504	1,694	1,606	-0,088	5,19	1,614	-0,080	4,72	1,482	-0,212	12,51
58	Mississippi	17,43	0,000 0421	1,926	1,948	+0,022	1,14	2,159	+0,233	12,10	2,004	+0,078	4,05
59	Mississippi	20,65	0,000 0426	1,970	2,089	+0,119	6,04	2,294	+0,324	16,40	2,117	+0,147	7,46
60	Rhein	0,878	0,001 253	0,952	1,165	+0,183	18,64	1,093	+0,111	11,30	1,177	+0,195	19,86
61	Rhein	1,885	0,004 62	3,34	3,796	+0,456	13,65	3,080	-0,260	7,79	3,463	+0,123	3,68
62	Rhein	2,64	0,000 220	1,122	1,061	-0,061	5,44	1,141	+0,019	1,69	1,139	+0,017	1,52
63	Donau	4,05	0,000 851	2,44	2,172	-0,268	10,98	2,329	-0,111	4,55	2,381	+0,059	2,42
64	Saône	3,514	0,000 04	0,565	0,584	+0,019	3,36	0,602	+0,036	6,37	0,570	+0,005	0,85
65	Mississippi	19,66	0,000 0436	2,08	2,039	-0,041	1,97	2,240	+0,160	7,69	2,069	-0,011	0,53
66	Memel	2,24	0,000 060	0,55	0,521	-0,029	5,27	0,553	+0,003	0,55	0,532	-0,018	3,27
67	Elbe	1,212	0,000 220	0,680	0,620	-0,060	8,82	0,654	-0,026	3,82	0,661	-0,019	2,79
68	Elbe	1,750	0,000 171	0,936	0,710	-0,126	13,46	0,758	-0,178	19,02	0,755	-0,131	14,00
69	Elbe	1,368	0,000 185	0,713	0,620	-0,093	13,04	0,659	-0,054	7,57	0,661	-0,052	7,29
70	Elbe	4,153	0,000 136	1,103	1,251	+0,148	13,42	1,388	+0,285	25,84	1,353	+0,250	22,67
71	Elbe	2,868	0,000 120	0,868	0,847	-0,021	2,42	0,916	+0,048	5,53	0,896	+0,028	3,23
72	Elbe	1,493	0,000 117	0,546	0,529	-0,017	3,11	0,567	+0,021	3,85	0,560	+0,014	2,56
73	Rhein	4,605	0,000 136	1,473	1,237	-0,236	16,02	1,371	-0,102	6,92	1,338	-0,135	9,16
74	Rhein	3,550	0,000 166	1,344	1,101	-0,243	18,08	1,205	-0,139	10,34	1,184	-0,160	11,90
75	Rhein	2,443	0,000 220	1,064	1,007	-0,057	5,36	1,080	+0,016	1,50	1,079	+0,015	1,41
76	Rhein	4,084	0,000 218	1,508	1,401	-0,107	7,10	1,546	+0,038	2,52	1,532	+0,024	1,59
77	Rhein	3,220	0,000 256	1,502	1,251	-0,251	16,71	1,358	-0,144	9,59	1,355	-0,147	9,79
78	Rhein	1,517	0,000 636	1,305	1,243	-0,062	4,75	1,244	-0,061	4,67	1,298	-0,007	0,54
79	Rhein	7,319	0,000 136	1,651	1,784	+0,133	8,06	2,060	+0,409	24,77	2,003	+0,352	21,32
80	Rhein	5,329	0,000 080	1,216	1,107	-0,009	0,81	1,209	+0,093	8,33	1,158	+0,042	3,76

Tabelle 35. Nachweis der Richtigkeit der neuen allgemeinen Formel an 117 sehr verschiedenartigen Messungsresultaten.

Lfd. Nr.	Fluß	Gemessen R (m)	Gemessen J	Gemessen v (m sek⁻¹)	Errechnetes v nach Kutter (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.	Errechnetes v nach Winkel (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.	Errechnetes v nach Mizoe (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv (m sek⁻¹)	Abweichung gegen gemessenes v Δv v.H.
81	Donau	8,493	0,000580	2,970	3,596	+0,535	18,01	4,043	+1,073	36,13	4,096	+1,126	37,91
82	Donau	4,736	0,000561	2,510	2,416	−0,094	3,75	2,625	+0,115	4,58	2,679	+0,169	6,73
83	Donau	3,239	0,000412	1,520	1,637	+0,117	7,70	1,749	+0,229	15,07	1,777	+0,257	16,91
84	Wolga	4,415	0,000024	0,557	0,594	+0,036	6,46	0,577	+0,020	3,59	0,535	−0,022	3,95
85	Wolga	7,296	0,000034	0,888	0,973	+0,085	9,57	0,977	+0,089	10,02	0,910	+0,022	2,48
86	Wolga	11,351	0,000051	1,259	1,504	+0,245	19,46	1,631	+0,372	26,55	1,526	+0,267	21,21
87	Wolga	6,533	0,000042	0,765	0,970	+0,205	26,80	1,001	+0,236	30,85	0,939	+0,174	22,75
88	Wolga	9,034	0,000022	0,802	0,987	+0,185	23,07	0,920	+0,118	14,71	0,845	+0,043	5,36
89	Wolga	13,433	0,000007	0,961	1,225	+0,264	27,47	1,075	+0,114	11,86	0,975	+0,014	1,46
90	Seine	2,570	0,000135	0,737	1,044	+0,307	41,66	0,894	+0,157	21,30	0,880	+0,143	19,40
91	Seine	4,137	0,000050	0,723	0,751	+0,028	3,87	0,785	+0,062	8,58	0,745	+0,022	3,04
92	Saône	4,044	0,000040	0,687	0,677	−0,010	1,46	0,694	+0,007	1,02	0,655	−0,032	4,66
93	Maine	1,748	0,000156	0,629	0,679	+0,050	7,95	0,727	+0,098	15,58	0,721	+0,092	14,63
94	Isar	0,566	0,002500	1,226	1,211	−0,015	1,22	1,059	−0,167	13,62	1,171	−0,055	4,49
95	Eschercanal	1,145	0,003000	1,938	2,187	+0,249	12,85	1,858	−0,080	4,13	2,065	+0,125	6,58
96	Plessur	1,092	0,009650	4,140	3,796	−0,344	8,31	2,595	−1,545	37,32	3,048	−1,092	26,38
97	Rhein	0,568	0,014200	1,839	2,100	+0,261	14,19	1,314	−0,525	28,55	1,592	−0,247	13,43
98	Mosa	0,463	0,011876	2,315	2,287	−0,026	1,12	1,484	−0,829	35,84	1,785	−0,525	22,83
99	Lintheanal	2,170	0,000320	1,347	1,113	−0,234	17,37	1,175	−0,172	12,77	1,190	−0,157	11,66
100	Weser	1,940	0,000411	1,580	1,166	−0,414	26,20	1,211	−0,369	23,35	1,240	−0,340	21,52
101	Weser	4,068	0,000550	2,409	2,176	−0,233	9,67	2,335	−0,074	3,07	2,387	−0,022	9,13
102	Rheinarme	2,641	0,000220	1,122	1,061	−0,061	5,44	1,142	+0,020	1,78	1,140	+0,018	1,60
103	Rhein	2,100	0,001218	1,945	2,245	+0,300	15,42	2,030	+0,085	4,37	2,157	+0,212	10,90
104	Tiber	3,872	0,000131	1,040	1,078	+0,038	3,65	1,155	+0,115	11,06	1,155	+0,115	11,06
105	Weser	1,924	0,000399	1,246	1,143	−0,103	8,27	1,188	−0,058	4,65	1,215	−0,031	2,49
106	Exp. canal, No. 148	0,158	0,00056	0,308	0,210	−0,098	31,82	0,231	−0,077	25,00	0,248	−0,060	19,48
107	Exp. canal, No. 149	0,317	0,000098	0,204	0,145	−0,059	28,92	0,172	−0,032	15,69	0,173	−0,031	15,20
108	Exp. canal, No. 173	1,125	0,0001612	0,634	0,514	−0,120	18,93	0,548	−0,086	13,56	0,550	−0,084	13,25
109	Exp. canal, No. 174	0,649	0,000336	0,610	0,486	−0,124	20,33	0,506	−0,104	17,05	0,523	−0,087	14,26
110	Exp. canal, No. 175	0,668	0,000708	0,951	0,761	−0,190	19,98	0,744	−0,207	21,77	0,792	−0,159	16,72
111	Exp. canal, No. 196	0,921	0,00038	0,716	0,668	−0,048	6,70	0,687	−0,029	4,05	0,726	+0,010	1,40
112	Exp. canal, No. 197	0,822	0,00032	0,491	0,460	−0,031	6,31	0,481	−0,010	2,04	0,496	+0,005	1,02
113	Exp. canal, No. 198	0,366	0,000851	0,524	0,501	−0,023	4,39	0,497	−0,027	5,15	0,535	+0,011	2,10
114	Exp. canal, No. 199	0,387	0,000263	0,302	0,289	−0,013	4,30	0,314	+0,012	3,97	0,324	+0,022	7,28
115	Exp. canal, No. 234	0,570	0,00060	0,439	0,592	+0,153	34,85	0,595	+0,156	35,54	0,628	+0,189	43,05
116	Exp. canal, No. 235	0,649	0,000217	0,247	0,343	+0,096	3,89	0,369	+0,122	49,39	0,377	+0,130	52,63
117	Exp. canal, No. 236	0,424	0,000695	0,360	0,512	+0,152	42,22	0,513	+0,153	42,50	0,546	+0,186	51,67
Su.							1246,14			1436,11			1155,33

Mittlere Abweichung für v in v.H. bei der Kutterschen Formel = $\frac{1246,14}{117}$ = 12,27

Mittlere Abweichung für v in v.H. bei der Winkelschen Formel = $\frac{1436,11}{117}$ = 10,65

Mittlere Abweichung für v in v.H. bei der Mizoeschen Formel = $\frac{1155,33}{117}$ = 9,87

PL. I.

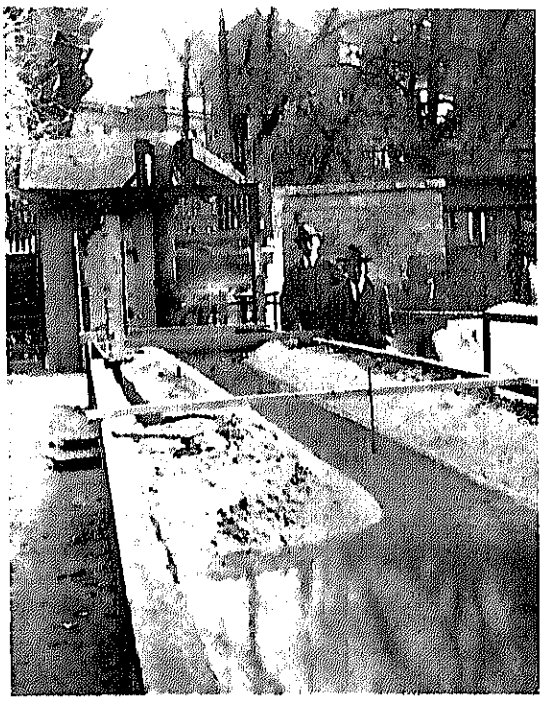


Fig. 1.

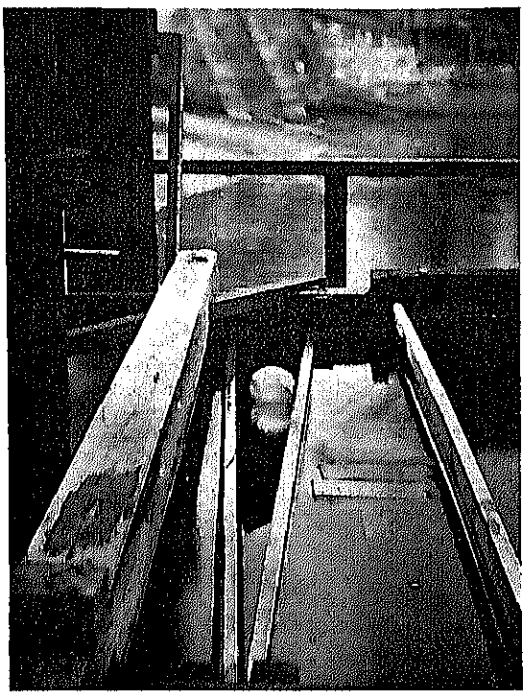


Fig. 2.

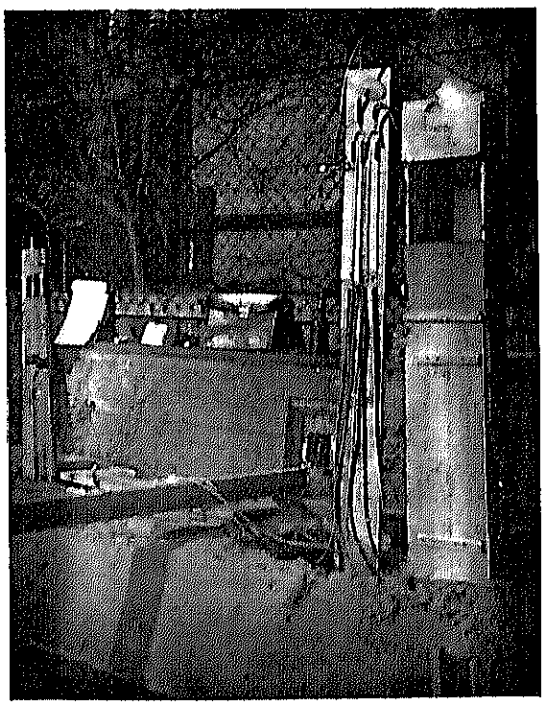


Fig. 3.

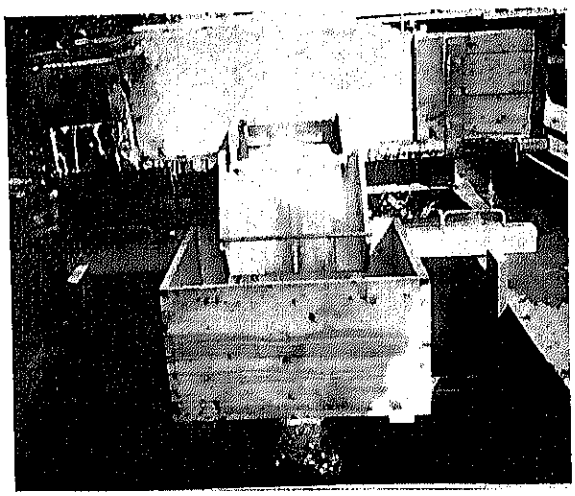


Fig. 4.

PL. II. Das Versuchsgerinne.

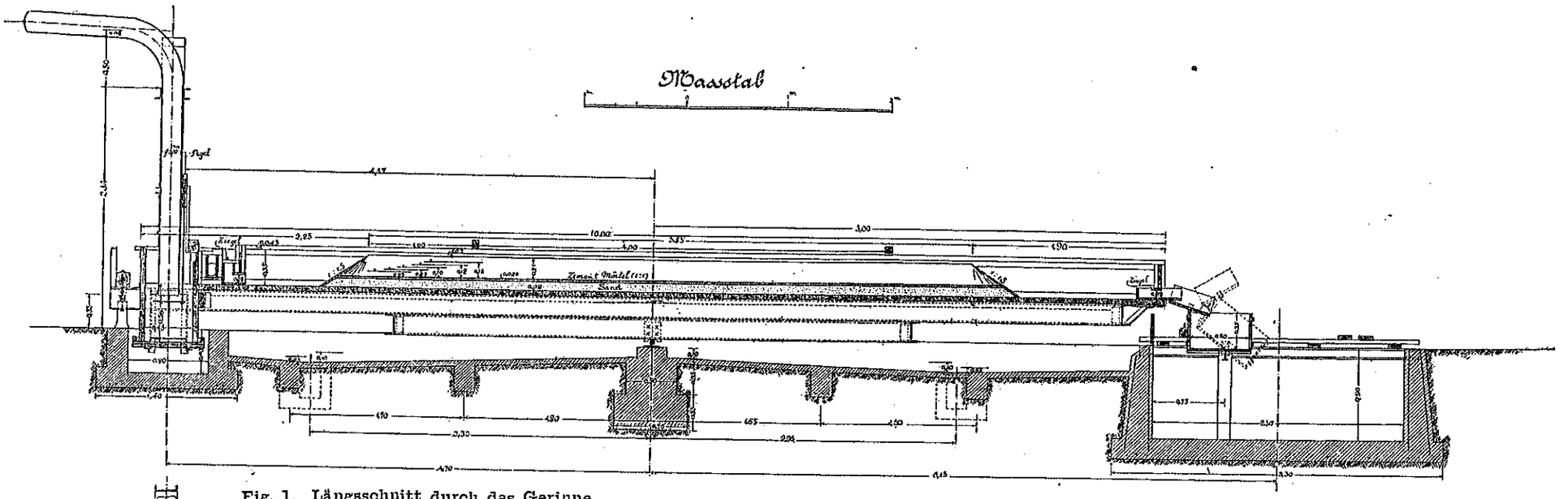


Fig. 1. Längsschnitt durch das Gerinne.

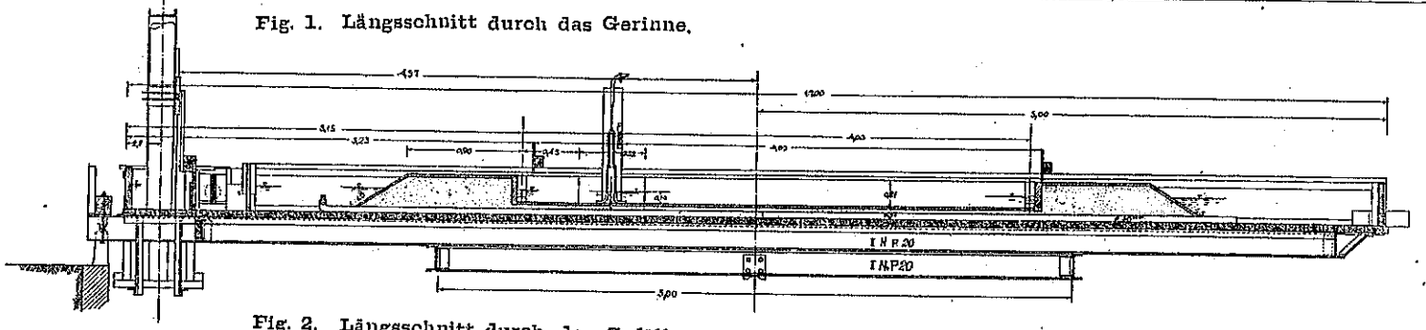


Fig. 2. Längsschnitt durch den Gefällmess-Kanal.

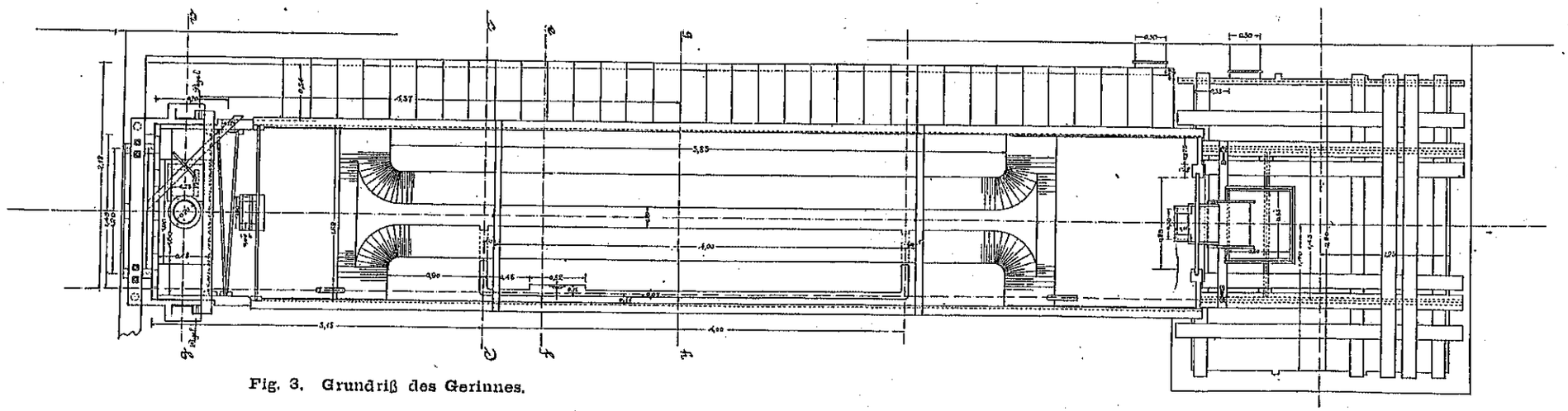
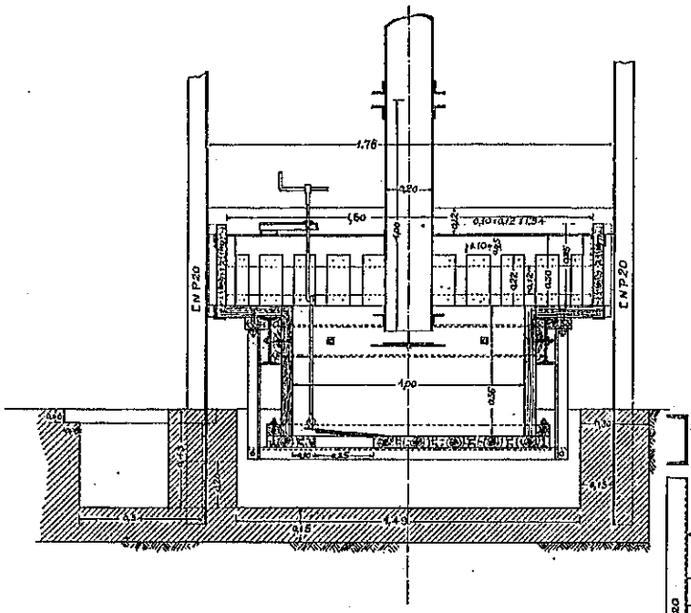


Fig. 3. Grundriß des Gerinnes.

PL. III. Querschnitte von dem Versuchsgerinne.


1.76
0.20
1.50
1.00
0.35
1.43
0.15
1.42
0.15
0.40
0.10
0.10
0.12
0.22
0.50
0.08
0.10
0.10
0.12
0.24
0.10
0.10
0.12
0.24
0.10
0.10
0.12
0.24

PL. IV.

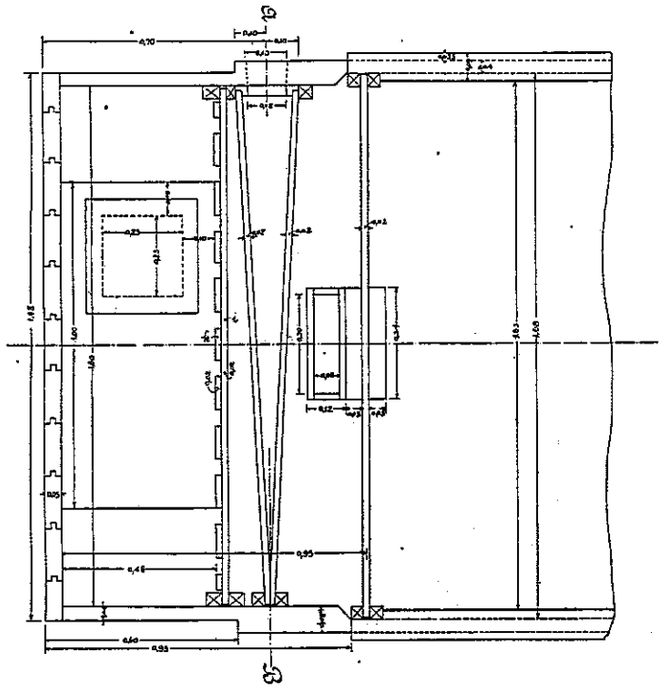


Fig. 1. Grundriß des Gerinnes.

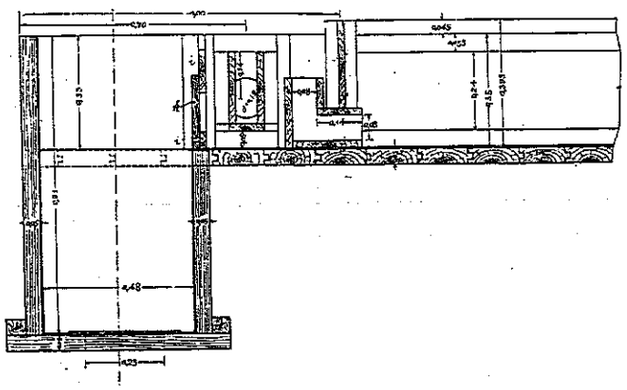


Fig. 2. Längsschnitt durch das Gerinne.

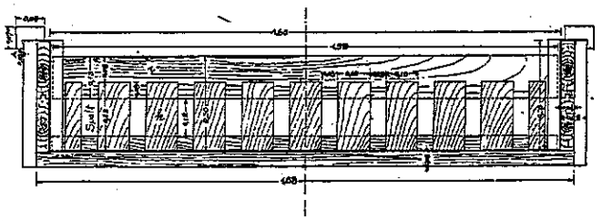


Fig. 3. Vorderansicht des Wellenberuhigers.

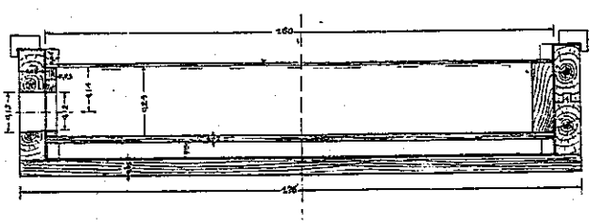
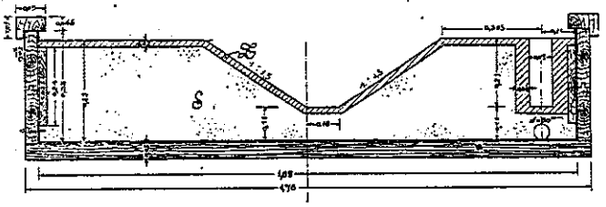


Fig. 4. Querschnitt A–B durch den Auslauf.

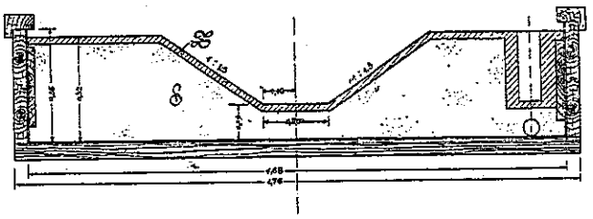
Fig. 5 Verwendete Kanalprofile.

S Wandungen in Sand, *Z* desgl. in Zement mit Sand

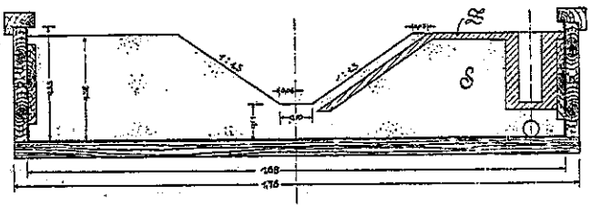
(A)



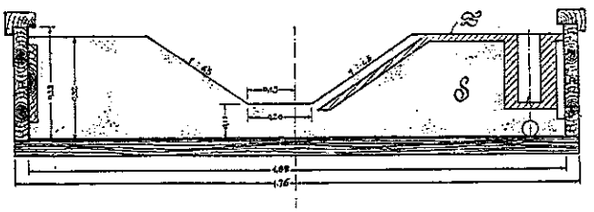
(B)



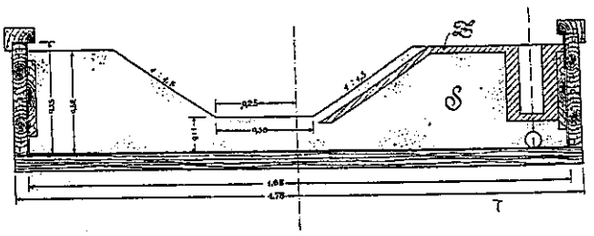
(C)



(D)



(E)



PL. V.

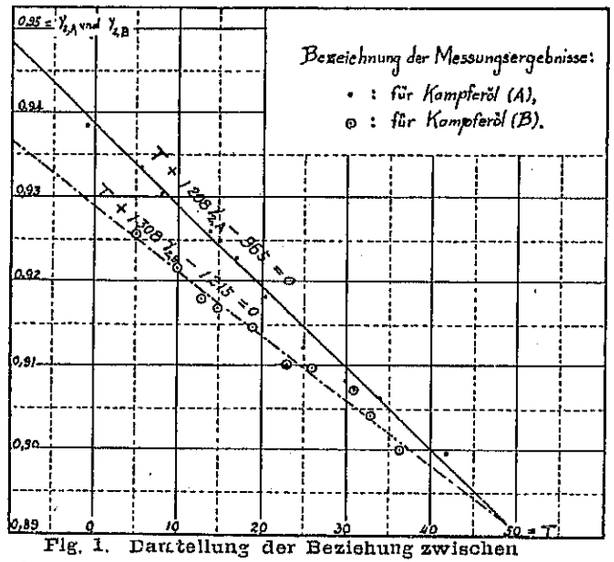


Fig. 1. Darstellung der Beziehung zwischen T und γ_2

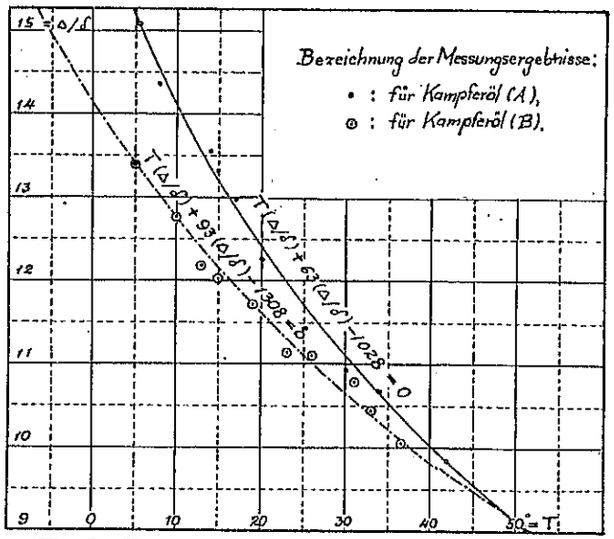


Fig. 2. Darstellung der Beziehung zwischen T und Δ/δ

Bemerkung: Hier ist das spezifishe Gewicht des Wassers (γ) als eins vorausgesetzt.

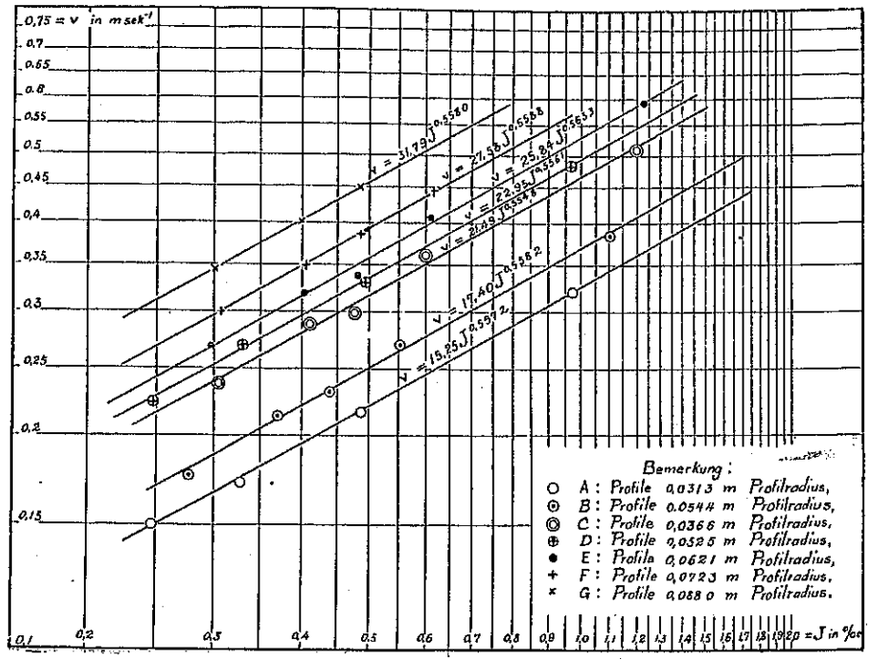


Fig. 3 Darstellung der Beziehung zwischen v und J.

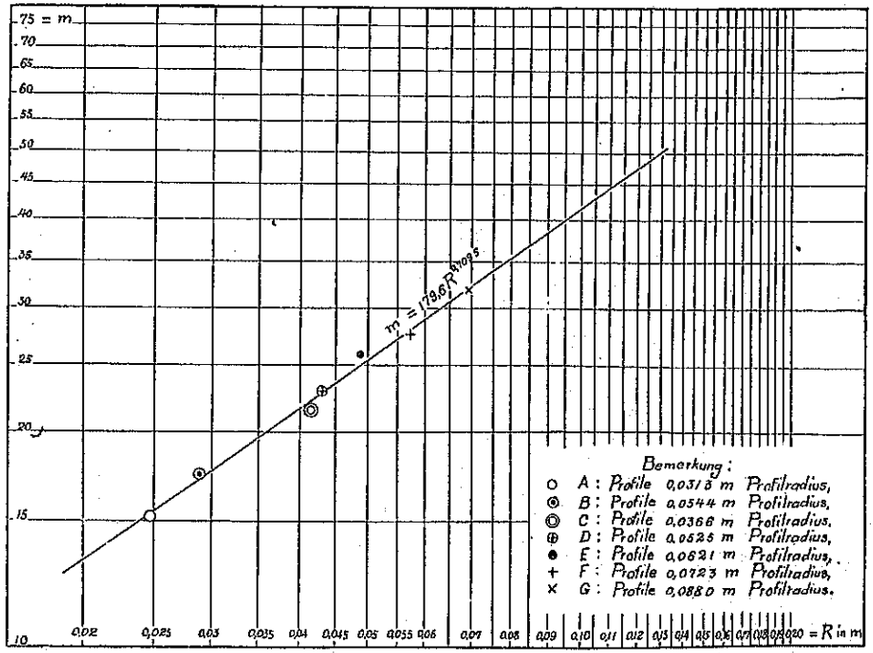


Fig. 4 Darstellung der Beziehung zwischen m und R.

PL. VI.

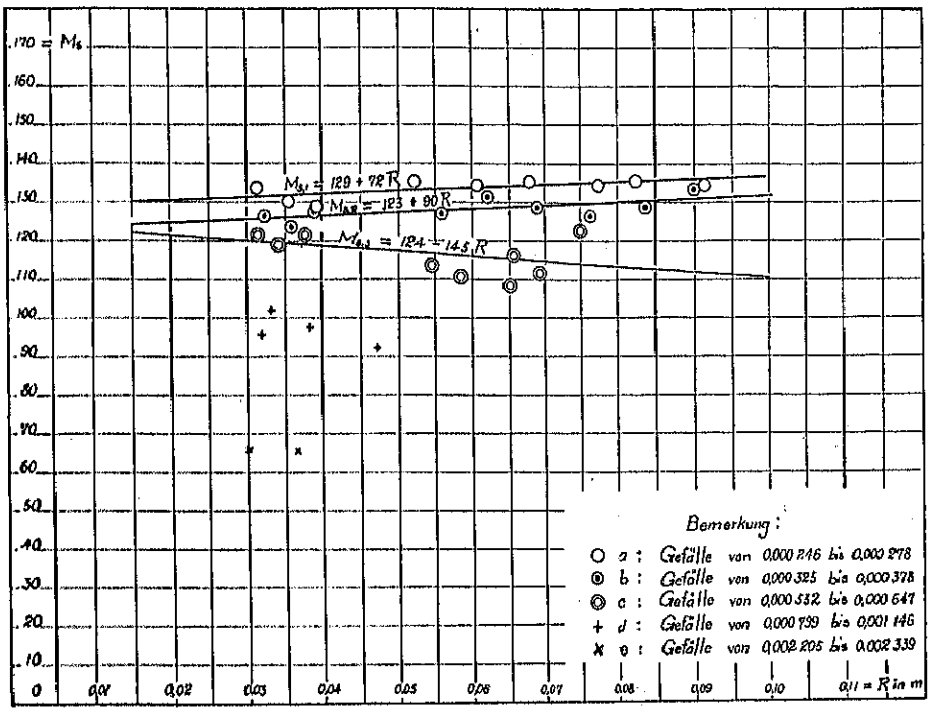


Fig. 1. Darstellung der Beziehungen zwischen dem Beiwerte M_s und R der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$.

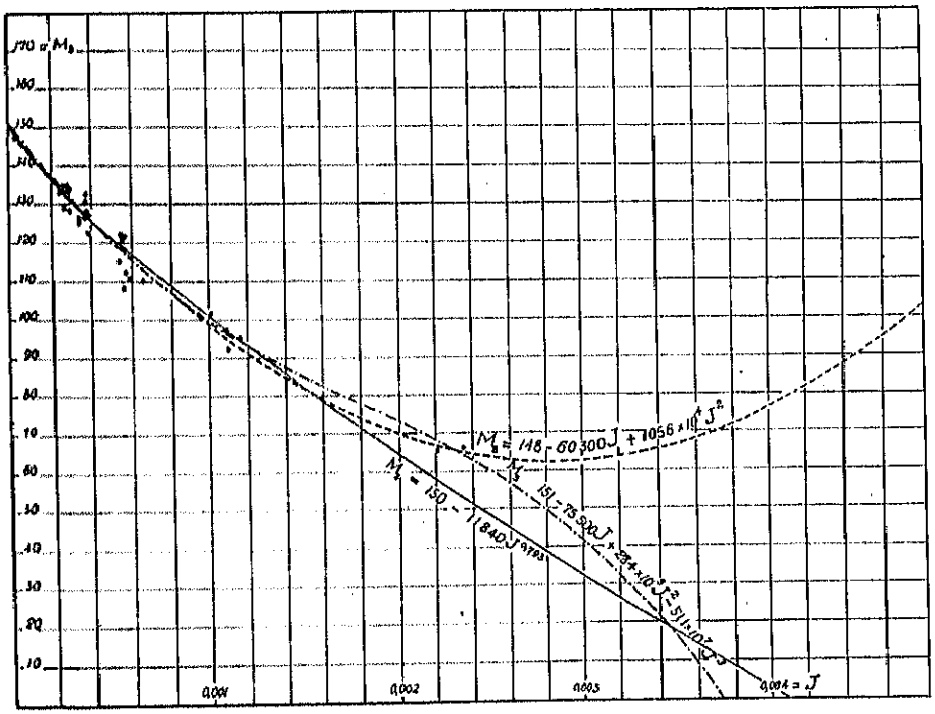


Fig. 2. Darstellung der Beziehungen zwischen dem Beiwerte M_s und R der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$.

PL. VII.

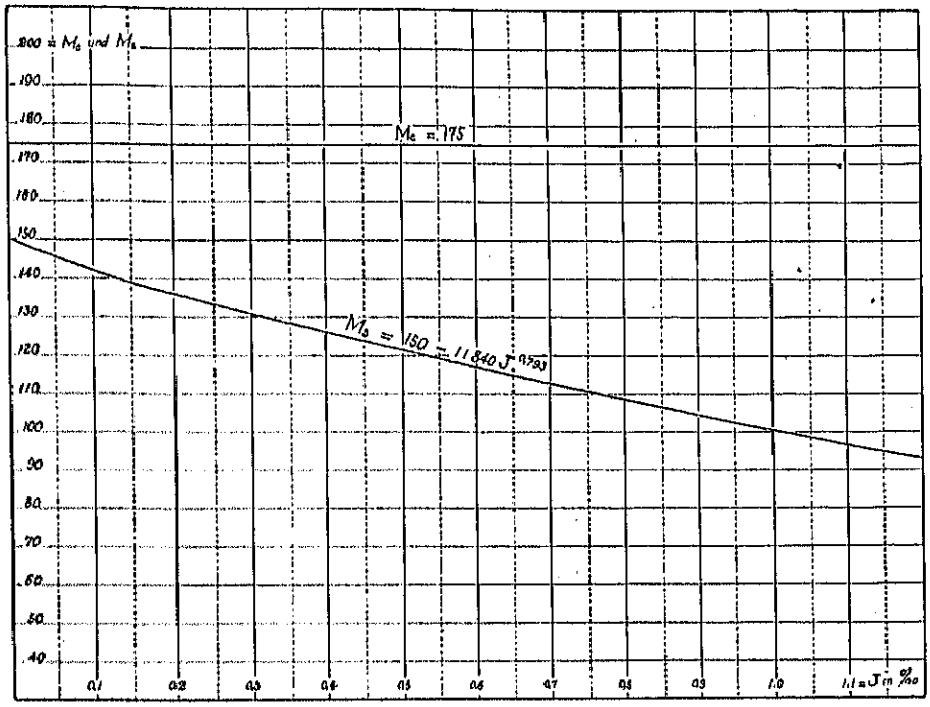


Fig. 1. Darstellung der Beziehungen zwischen den Beiwerten M_0, M_1 und massgebenden Gefällen J.

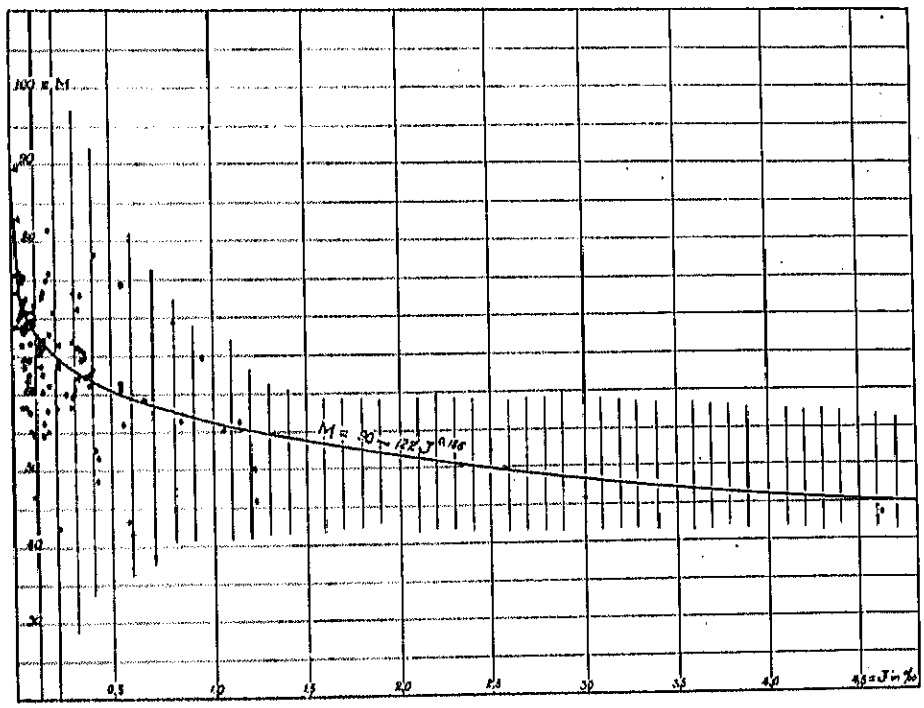


Fig. 2. Darstellung der Beziehung zwischen dem Beiwerte M und J der Formel $v = MR J^{0.5078}$.

PL. VIII.

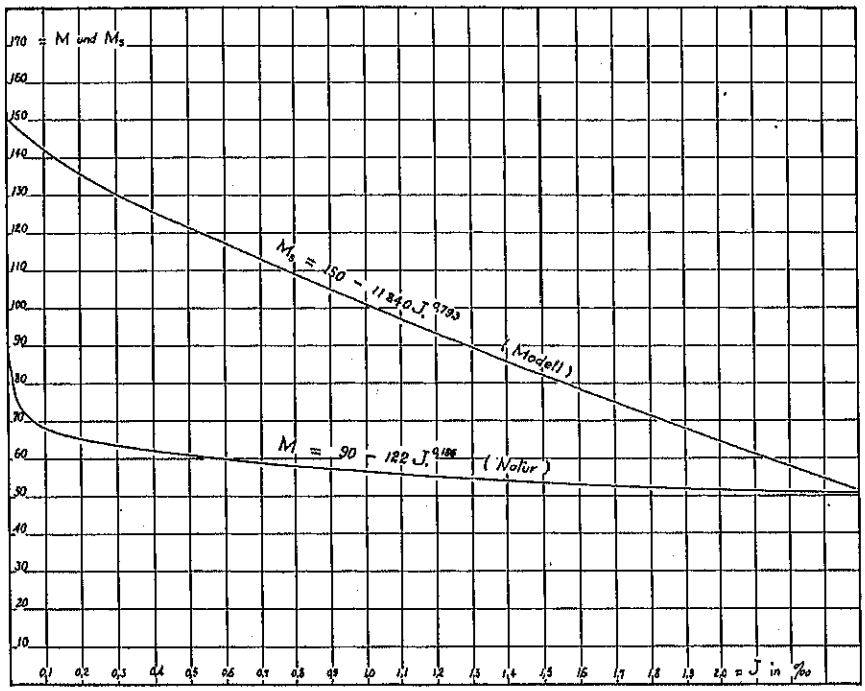


Fig. 1. Darstellung der Beziehungen zwischen J und M der Formel $v = MR^{0.7} J^{0.50}$, M_s der Formel $v = M_s R^{0.7} J^{0.50}$.

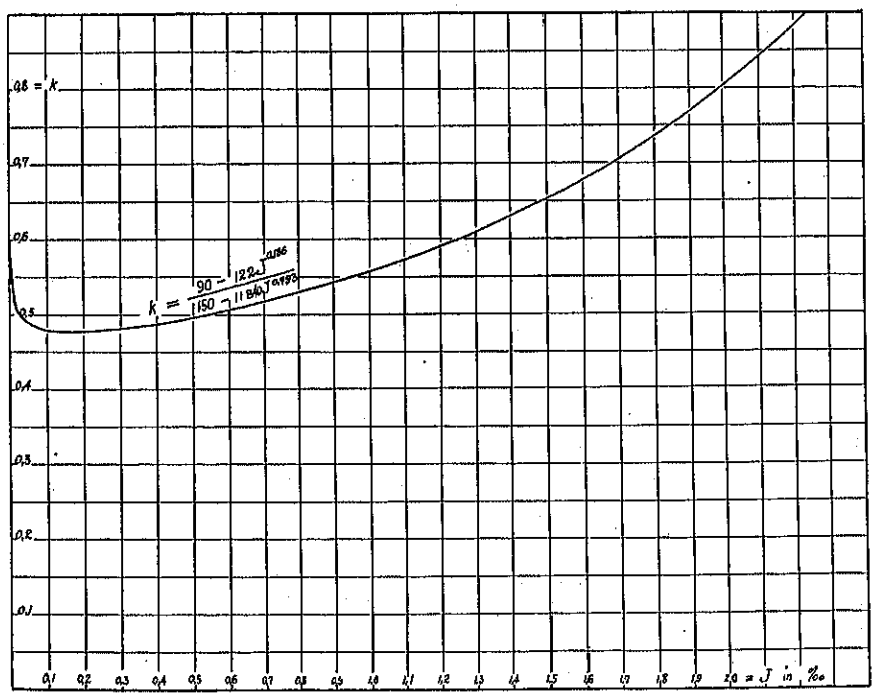


Fig. 2. Darstellung der Beziehung zwischen $k = \frac{90 - 122 J^{0.186}}{150 - 11084 J^{0.793}}$ und J.

PL. IX.

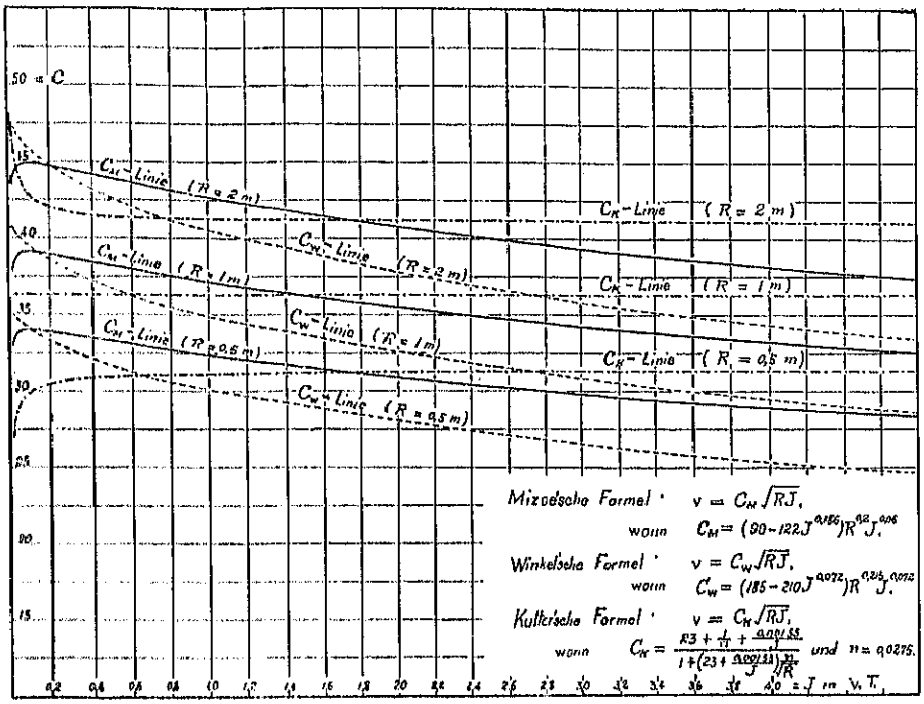


Fig. 1. Variation der Beiwerte, C_M, C_W und C_K, mit Gefällen J.

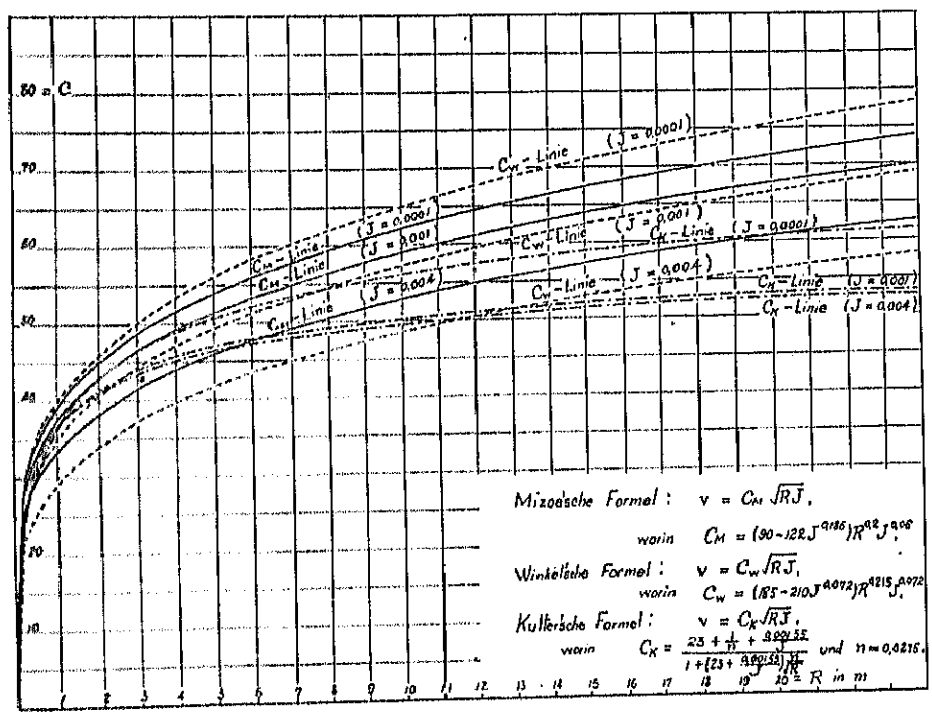


Fig. 2. Variation der Beiwerte, C_M, C_W und C_K mit Profilradien R.