

論 說 報 告

土木學會誌 第十八卷第三號 昭和七年三月

圓距法に依る緩和曲線の敷設並に 歪める曲線の整正

准 員 工 學 士 立 花 次 郎

Setting of Transition Curves and Adjustment of Distorted
Curves by the Circle-ordinate Method

By Jiro Tachibana, C. E., Assoc. Member.

内 容 梗 概

線路曲線はスピード・アップに伴れて高次曲線（緩和曲線）を必要とし、Hつ曲線軌道の正確なる通りを必要とするに到つた。然るに現在の高次曲線の敷設方法は簡單なる場合にしか適用し得ず、Hつ歪める曲線の整正方法は未だ何等知られて居らない。

著者は圓弧を横距として高次曲線を敷設する半圓式、半解析的方法（間距法と名づく）を考案し、上記の如き缺點を除去せんと試みた。本篇は此の方法の理論、正確さ及び應用を詳述し、あらゆる條件に應ずる緩和曲線の敷設方法及び歪める線路曲線を任意の正しき曲線に整正する方法を述べたものである。

目 次

序 言	3
第一編 高速度運轉に對する線路曲線の概念並に圓距法の理論	5
第一章 高速度運轉と緩和曲線	5
1. 高速度列車運轉と線路曲線	5
2. カントの選減と角變化	7
3. 緩和曲線	10
4. 圓距法	12
5. 圓距法に依る歪める曲線の整正	14
第二章 圓距法の理論	14
6. 基準線と任意の曲線との間隔	14
7. 曲度圓、角圓及び間隔圓の關係	16
8. 符號の法則	18
9. 積分に依る計算	20
第三章 圓距法の正確度	21
10. 解析的計算に依る場合	21

(i) $\tan \theta = 0$ の問題	21
11. 基準円の法線上に間隔 (移程) をとるための誤差	24
12. 圖式計算に依る場合	24
13. 曲線長の問題	26
第二編 緩和曲線の敷設方法	27
第一章 単一回曲線の緩和曲線	27
14. 圓曲線の一部分のみを移動して緩和曲線を挿入する方法 (A 法, B 法, C 法) ..	28
(i) 敷設方法	28
(ii) 應用例	32
(iii) 理論	34
(iv) 解析的解法との關係	36
15. 圓曲線を多少内側に移動して緩和曲線を挿入する方法	41
(i) 敷設方法	41
(ii) 應用例	43
(iii) 理論	43
16. 圓曲線の頂點を移動せずして緩和曲線を挿入する方法	44
(i) 敷設方法	47
(ii) 應用例	47
(iii) 理論	49
17. 圓曲線の頂點を任意の量だけ内側又は外側に移動して緩和曲線を挿入する方 法	51
18. 圓曲線長短き場合の緩和曲線の挿入方法	52
(i) 敷設方法	52
(ii) 應用例	54
19. 曲線部分の長さを變へずして緩和曲線を挿入する方法	55
(i) 敷設方法	56
(ii) 應用例	56
(iii) 理論	56
第二章 複合圓曲線の緩和曲線	57
20. 複合圓曲線を多少内側に移動して緩和曲線を挿入する方法	57
(i) 敷設方法	57
(ii) 應用例	61
21. 複合圓曲線の一部分のみを移動して緩和曲線を挿入する方法	64
22. 複合圓曲線長短き場合の緩和曲線の挿入方法	64
(i) 敷設方法	64
(ii) 應用例	68
第三章 反方向圓曲線の緩和曲線	70
23. 反方向圓曲線を各外側に多少移動して緩和曲線を挿入する方法	70
24. 特に互り線路に就て	70
(i) 敷設方法	70

(ii) 応用例	73
25. 反向同曲線の一部のみを移動して緩和曲線を挿入する方法	74
26. 反向同曲線の曲度大なる方の曲度を減じて緩和曲線を挿入する方法	74
第三編 歪める曲線の整正方法	77
第一章 正矢と曲度との關係	77
27. 正矢 f と曲度 $1/r$	77
28. B. C 及び E. C に於ける正矢	79
(i) 同曲線の一般法則	79
(ii) 理論	81
29. B. T. C 及び E. T. C に於ける正矢	83
(i) 拋物線の正矢	83
(ii) B. T. C 及び E. T. C の場合	84
30. 縦折れに於ける正矢	87
(i) 縦折れを發見する方法	87
(ii) 重直測定方法	88
31. 二同曲線の切點に於ける正矢	88
第二章 整正の理論並に應用例	90
32. 整正の理論	90
33. 一般の整正計算方法	93
34. 曲線の一部のみ整正する例	96
(i) 中間の一部を整正する場合	96
(ii) 曲線の一部を整正する場合	97
(iii) 曲線の一部を緩和曲線に整正する場合	98
35. 單一の同曲線に整正する例	100
36. 緩和曲線を有する同曲線に整正する例	101
37. 複合同曲線に整正する例	104

序 言

(1) 本論文を研究するにいたつた動機は、保線現場に於て現在曲線に緩和曲線を挿入する場合、現在の緩和曲線挿入方法が通り一遍であつて種々なる現場の状況に應じ得ない。例へば曲線長比較的短き場合は現在方法では緩和曲線を挿入し得ないし、又曲線長長き場合には所謂第二法に依るも移動距離大に過ぎ、斯かる移動を行つて緩和曲線を挿入するには電柱の移轉、用地の擴大等多くの費用を要する事となる。従つて曲線の終始點のみ一部分移動せしめて緩和曲線を挿入するが如き方法が望ましいとか、其の他多くの問題があるのである。之れ等の緩和曲線の挿入に關する問題を解決せんとして普通の直角座標に依る緩和曲線の解法を試みたのが、本論文に手を付けた動機であつた、此の後直角座標による普通の方法にては到底進展し得ざるを知り、後述する G. Schramm, J. Chappollet 等の著書より暗示を得て

圓距法なる曲線の新計算法を案出し、基本式を作り之れを實用化するために多くの公式と圖表を作成し、之れを横濱保線區、大久保改良工事掛等の現場に於て實地に試み好結果を得たのである。

(2) 本論文の特色とする點は、圓距法と命名した新方法(任意の A なる高次曲線の切線と之れに切する適當の圓弧上に A 曲線の方程式の横距をとり、此の横距より出づるノルマル即ち法線上に、斯かる横距より A 曲線までの間隔 o を縦距としてとる。斯くて切線及び圓弧を基として曲線を敷設する方法)を應用して如何なる圓曲線(複合曲線及び反向曲線をも含めて)にも緩和曲線を簡単に挿入し得る如くした事、從來の方法と異り現在線路に應用するに甚だ便利にした事及び現在曲線の曲度が歪んで居る場合之れを修正するため移動せしむべき距離(即ち通り直しするために寄路すべき寸法、移程と稱す)が計算出来る様にした事等である。

圓距法の缺點とすべき點は其の正確度がどの程度まであるかと言ふ所にある。之れも第一編の正確論に於て詳述したる如く普通の場合、線路作業の行ひ得る程度の正確さを有するものである。即ち實用的に見て充分正しい方法である事が證明出來た。

本論を數學的に約言せば、直線と圓弧とを基準として三次以上の高次曲線を實用的に充分なる正確度に於て敷設する方法であり、半ば圖式半ば解析的の考察が計算を容易ならしめて居ると言へやうし、又技術的に約言せば從來なし得なかつた特殊の圓曲線又は複雑なる複合圓曲線に緩和曲線を挿入する事を可能にし、且つ通り直しの寄路の量を算出し得る新方法を提供したものであると言へやう。

(3) 最後に著者が現場に於て、此の計算に幾度か行詰り研究を放棄して了はうと思つた折、著者を勇氣づけてくれた從來の本題目に關係ある參考文獻を學び、之れ等の著者たる先輩に敬意を捧げたいと思ふ。著者は現場に於て多忙の中に本研究に従事したのであるから、參考文獻を全部集める譯には行かなかつたが、茲に述ぶる所は其の代表的のものではないかと思ふ。

- (a) 現在世界各國に行はるる緩和曲線の敷設方法に關する説明 (Hütte 其他)
- (b) 田中豐博士著 “軌條カントを縱曲線に附したる場合の緩和曲線に就て” (業務研究資料第 11 卷第 3 號) 本篇は大正 12 年 (1923 年) に發表されたものであるが、直角座標に依る方法の代表的のものであらう。
- (c) J. Chappellet: Diagrams of versines and super-elevation (Bulletin of the I. R. C. A. vol XII-No. 10, 1930) 主に曲線の正矢と曲度との關係を取扱つて居る。
- (d) G. Schramm: Der vollkommene Gleisbogen. (Julius Springer, 1931) 氏の所謂完全曲線の敷設方法を述べたもので、實用性には乏しいが暗示に富む論文である。著者は之れよりヒントを得た處が多い。
- (e) 其他 (數學的に種々の取扱ひをして興味あるも、實用に遠きもの多し)。

K. Lachmann & R. Roth: Zur Konstruktion des Übergangsbogens für Eisenbahngleise.
(Z. f. angewandte Mathematik und Mechanik, 1922)

Bloss: Übergangsbogen und Sinuslinie (Organ f. d. F. d. E. Heft 3, 1931).

(4) 尚ほ著者は本論文を略々完成し休暇を得て鮮滿の見學に赴いたが、其の途朝鮮鐵道局工務課を訪ね伏島技師と面接する事を得たが、偶然にも談たまたま曲線修正法の問題にいたつて氏の研究と著者の研究と、其の考究の方法こそ異なれ同じ結論に到達せるを知つて驚き且つ喜んだのである。氏の論は“絲張式曲線整齊法”なる著書となつて最近發行せられたが、其の方法は本論第三編の著者の方法と結論に於て略々一致して居る。著者は本論に於て氏の方法を批判する事を爲さないが、氏の方法は主に現場の經驗より導びかれたものであり、著者の方法は主に理論的に導びかれたものであるから、一言にして言へば著者の本論は修正法に理論的根據を與へたものであり、且つ方法を總ゆる場合に適用し得る如く一般化せしめたものである。此の點に就て本論は伏島氏の著書よりも異色を發見し得ると云へるのである。

(5) 本論文の發表に際し鐵道省大臣官房研究所第四科長田中豐博士、國府津保線事務所長岡田技師、横濱保線區主任庄子技手、官房研究所第四科柴田直光氏に感謝の意を表するものである。

第一編 高速度運轉に對する線路曲線の概念並に圓距法の理論

第一章 高速度運轉と緩和曲線

1. 高速度列車運轉と線路曲線

鐵道及び軌道に於ける高速度運轉の要望は、他交通機關との對抗上必須の問題となりつゝある。保線側の立場として高速度運轉に對し種々考へらるゝ障礙の中、重要な一項目として線路曲線の問題があり、列車の運轉速度制限箇所改良撤去、列車の乗心地或は曲線に於ける脱線防止等の問題と相俟つて、今や高速度運轉區間に於ける線路曲線は技術上研究の對象となりつゝある。

今高速度運轉の趨勢を見るに、歐米諸國に於ては歐洲大戰前早くも速度競争時代を現出し、平均時速 100 軒/時 に及ぶ鐵道も二三に止らなかつたのである。然るに大戰に依る疲弊は總ゆる方面の技術的低下を來し列車速度も戦前の 6~7 割に止る状態であつた。最近に於て又もや列車速度の上昇を見、今や大戰前の高速度時代の再現を見、更に昨今傳ふる處に依れば米國にては 115 軒/時、英國にては 140 軒/時の高速記録を生じたりと云ふ。

我が國有鐵道に於ては軌間が狹軌なる故に元來高速度運轉に對しては不利であつて、僅かに 1930 年より東海道本線に於て超特急と稱する平均時速 70 軒/時、最高速度約 100 軒/時

の列車を見たに過ぎない。されど此の運轉速度向上の弊は將來益々叫ばれ、數年を出でずして主要幹線に於ける高速度急行運轉は平均時速 90 軒/時、最高速度 120 軒/時程度となるべきを筆者は信じて居る。

扱て斯かる速度向上に對する乗心地よき（運轉抵抗少き且つ脱線に對し安全なる等の條件も略々同時に満足せらるゝ）線路曲線を、如何にして費用最も少くして求め得且つ如何にして保守修正し得るかと言ふ問題は技術上興味あり且つ重要なる事項であつて、本論文に於て著者の論ずる處であるが、今多少高速度運轉と低速度運轉とに對する線路曲線の差異を考究して見やう。

列車速度が 60 軒/時程度以下の比較的遅き場合には、線路の方向轉換に對し直線に切する圓曲線を用ひたるのみにて充分であつた。之れは走行車輛に及ぼさるゝ遠心力の大きさも少く、従つて此の影響を減殺する目的にて挿入せらるゝ曲線外軌のカントの量も少いから、カントの遞減を直線部分にて行ふとも左程の列車の動搖を來さなかつたのである。然るに遠心力の影響は速度の自乗に比例して増大するを以て、カントの量も其の遞減距離も、高速度運轉に對しては急激に増大すべく、只直線に切する圓曲線を用ひたるのみにては列車の良き乗心持を得る事が困難となつたのである。

茲に高速度運轉とは、略々 80 軒/時以上の速度を指すのであつて、上記の遠心力の影響は 80 軒/時にて、60 軒/時の場合の約 2 倍更に 100 軒/時にては約 3 倍となるのである。

従つて高速度運轉に對してはカントの遞減を合理的ならしむるために、一般に三次拋物線の緩和曲線を曲度の變化點に挿入し、時に四次拋物線を用ふるを便とする場合も生じて來るのである。著者の提案せんとする間距法に依つて、之れ等の緩和曲線を種々の現場の状況に應じ最も經濟的に挿入敷設する方法は第二編に述べてあるが、先づ次項に於てカントの遞減と角變化の問題につき一般の概念を考へて見やう。

尙ほ俗に列車の當りがひどいとか云ふのは、線路曲線が歪める場合曲線の一部に曲度急なる部分があつて、高速度に運轉せられつゝある車輛が其の箇所のカントにて制せられ得ずして遠心力の影響を受けて動搖を來し、且つ牽引せらるゝ方向（若くは進行方向）に急激なる變化を來し動搖を生ずるのを言ふのである。従つて此の當りの原因たる線路曲線の歪みは是非とも高速度運轉に於ては常に注意して修正せねばならぬのであるが、此の方法は第三編に於て詳しく述べた處である。

尙ほ乗心持の問題について一言したいが、たゞ漠然と車輛の動搖が多いから乗心地が悪いと言つても之れは何の原因に歸すべきか明かでない。著者は次の如き意見を有して居る。

先づ車輛の水平前後動は、ショックとなつた場合乗客に感ぜられるものであるが、之れは牽引機又は推進機の運轉が悪い事と連結器の不具合に依るべきもので、従つて單車運轉（例へ

ば荷物電車、郊外電車等)の場合には認められない。即ち何等線路の悪さから生ずるものでもなく軌間の大小に依つて差異のあるべき筈のものでもない。

次に水平左右動と之に近いローリングがある。両者は原因がほぼ同じであると考へる事が出来るが、乗客には水平左右動は廊下を歩く場合に困難を與へるのみでさしたる悪感を與へないが、ローリングは甚だしい悪感を誘ふものである。兩者とも軌間の大小が甚だしく影響し、歐米の鐵道に比し我國の鐵道は乗心持悪しと云ふ人は主に此の兩動搖の點を指して比較するのであると思ふ。併しながら悲しい哉狭軌にして而も曲線多き我國有鐵道線路にては、此の兩動搖を廣軌の場合の如くに減少せしむるのは甚だ困難である、或は之れを換言すれば斯かる困難があるから狭軌鐵道では線路の通りを正しくする事が大切であるとも言へるのである。

水平左右動は車體が遠心力、牽引推進力等の作用で線路と直角方向に移動するのであるから、之れは本論文に取扱へるが如く線路に緩和曲線を入れて牽引方向を漸次に變化せしむるが如き方法を取り、且つ車輛の臺車のピボット中心點と連結器の車體に結合せらるゝ點とを成べく接近せしむるより外に動搖軽減の方法がない。狭軌であると、僅かの牽引方向の差が車體の動搖に及ぼす影響が廣軌よりもずつと大きいのである。次にローリングは主に軌道の水平が悪い事(例へば鋪裝踏切道前後など)及び曲線部分で曲度とカントとが伴はぬ場合に生ずる。詳しくは 2. に述ぶる如くであるが、要するに之れ等は主に線路曲線の保守の正否に係る所が多く、本論文に取扱ふ處も此の點を合理的にして乗心持よき線路を得んとするに外ならない。

最後に上下動及びピッチングは主に軌條繼目點の保守の程度と、車輛彈簧の良否に依つて定るものである。我國の保線作業中には撞固の作業が 50% 以上を占め外國の夫れの 30% に比し甚だしく多いと言ふのは、屢々聞く處であるが、之れは狭軌のため繼目の痛み易い點もあるが、日本の方が撞固めを充分にする代り車輛の上下動も尠いのではあるまいか、即ち廣軌鐵道に比しても上下動の乗心持は我國の方がよいのではあるまいかと著者は尙かに考へて居るのである。

上述の如く一言葉に乗心持と言つても其の内容は複雑である。著者が本論文で主に言ふ乗心持は最も乗心持を左右する所の線路の通りに起因する水平左右動及びローリングを指して居るのである事を心得られたい。

2. カントの遞減と角變化

カントとは前述の如く、曲線に於て車輛に及ぼさるゝ遠心力の影響を殺減する目的にて、曲線外軌を高むる量を言ふのであるが、此の量は各國と同様に我國に於ても軌道整備心得に依つて次の如く定められて居る(附表第一参照)。

$$C = \frac{1067 v^2}{0.127 R} \dots \dots \dots (1)$$

但し C ...mm 単位, v ...M/hr 単位, R ...m 単位

上式に依つて明かなる如く、任意の點 S のカント C_s は其の部分の曲度 $1/R_s$ に比例し居らねばならず、且つ速度の自乗に比例して増大するものである。

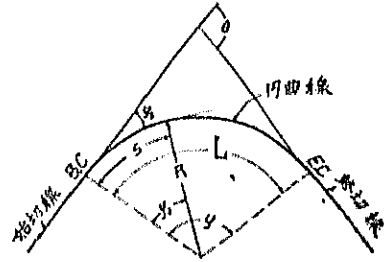
今回曲線について其の曲度を考ふるに、同は曲度半徑が一定であるから曲度 $1/r$ も一定で、第一圖の圓曲線平面圖に對する曲度變化圖（簡単に曲度圖と稱す）を描けば第二圖の如く $1/r=1/R$ 即ち矩形の曲度圖を得る。従つて圓曲線外軌のカントは B.C より E.C まで一定の値を有すべく、即ちカント圖は第三圖の如く矩形となるのである。然るに曲線外側軌條を B.C 及び E.C にて急激にカント C_s だけ高むる事は出來得ないから、必然的に B.C 及び E.C 前後の直線部分に於て漸次片側の軌條を高める、即ちカントの遞減を行ふ事が必要となつて來るのである（第五圖參照）。

然るにカントは其の箇所の曲度に比例して變化すべき筈のものである事は前式に依つて明かに知る事が出来る。従つて第五圖の如くカントの遞減を何等曲度の遞減を伴はずして行つたならば、車輛に如何なる動搖を生ずるものであるかを考へて見やう。

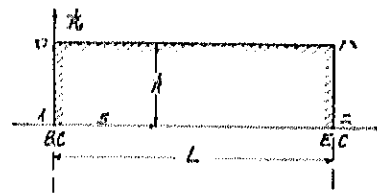
現在の我が國有鐵道の規程に依れば、曲度の遞減即ち緩和曲線を用ひざる場合は圓曲線の B.C 及び E.C にて所要カントの全量を付し、之れを始終切線上即ち曲度 0 の直線區間にて 1/600 (千線) 以下の勾配にて遞減せしむべしと習ふ事になつて居る。

第五圖は斯かる場合のカント圖を示したもので、 L は圓曲線長、前後の l は切線上の遞減區間の長さを示すのである。さて車輛がイロハニの方向にて進むものとすれば、最初の l 間即ち B.C の遞減區間にては車輛は直線區間を走つて居

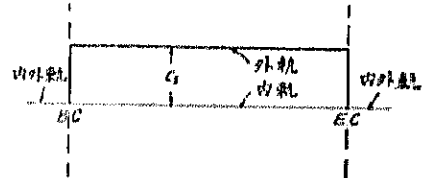
第一圖 圓曲線平面圖



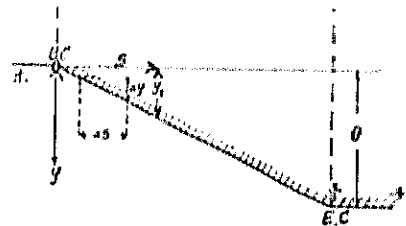
第二圖 曲度圖



第三圖 カント圖

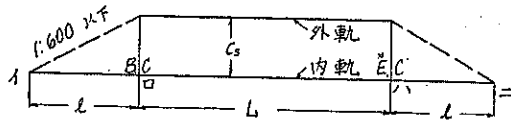


第四圖 角圖



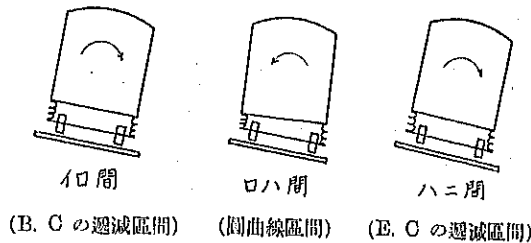
るのであるから、何等遠心力の作用を受ける事なく、然もカントの影響は受けるから、第六圖に示す如く必然的に曲線内側に傾く。L 間即ち圓曲線區間に入つては車輛はやうやく遠心力の作用を受けて曲線内側への傾きがとれ、恰も乗客には今度は曲線外側に傾くが如き感じを抱かしめる。更に最後の l

第五圖 カント圖



間即ち E.C の遞減區間にては上述と同様の理由よりして車輛は再び内側に傾くのである。従つて斯かるカントの遞減をなしたる場合は、曲線通過に當つて車輛のローリングが必然的に生ずるのである。従つて斯かる動搖をさけ乗心持をよくせんには、第十圖に示すが如き緩和曲線を圓曲線の始終點に挿入せねばならない。

第六圖



(B, C の遞減區間) (圓曲線區間) (E, C の遞減區間)

次に表題に掲げた角變化に就て考へて見やう。車輛は單車の場合と多數連結の場合とにては、曲線に於ける車輛の方向轉換即ち角變化にも非常の差がある。單車の場合には曲線に於ける水平動の振幅は大きい、乗客に及ぼす感じは周期が緩慢なるために左程には思はれない。然るに多數連結せられたる場合は、B, C 及び E, C 附近にて車輛の牽引方向が急激に方向轉換を行ふから、強制的なショックを感じるのである。斯かる考察に對しては曲線の角變化(之れを圖表に示したものを角圖と名づく)を考ふるを最も可とする。

第一圖に於て圓曲線上の任意の點 S の切線が始切線となす角 φ_s を求め、S を横距とし、 φ_s を縦距として角變化圖を描くと、第四圖を得る。即ち始切線をホへにて、終切線をトチにて示せば、其の差は即ち切線のなす角 θ で、其の間を角變化は直線的に増大して居るのである。後に述ぶる處よりするも明かなる如く圓曲線にては此の角變化 φ_s は B, C より E, C まで變化が一定であつて、たゞ B, C 及び E, C 點にて、 ΔS なる長さに對し $\Delta \varphi$ なる角變化を零より急激になして居るのである。

今車輛の長さ(連結器間の長さ)を ΔS とし、第七圖の如く連結車輛中 A, B は既に圓曲線に入り、C 車輛が將に圓曲線に入らんとする場合を考へる。A, B 兩車輛は既に圓曲線に入つて居るのであるから、此の間の牽引方向の角差 $\Delta \varphi$ は圓曲線中に於ては角圖へトが直線であるから一定である。然るに B 車輛と C 車輛の間の連結器は、列車が僅かに ΔS な

る區間を走過する短時間の間に、零より $\Delta\phi$ なる角丈け牽引方向の變化を見ねばならぬ。之れは B.C に於ける場合も E.C に於ける場合も同様であつて、茲に前述せる車輛が曲線の始、終兩點にて急激なる水平動即ち強制的なるショックを乗客に感ぜしめる原因を生ずるのである。

故に斯かるショックの原因となる B.C 及び E.C に於ける角圖の變化をカントの遞減と同様に漸減せしめ、出來得るならばヘトが B.C 及び E.C 部分にて曲線となつて横距ホへ、トチ等に切するが如くなれば理想的である。第十圖の如く緩和曲線を挿入すれば第十三圖の如き角變化を得、従つて B.C 及び E.C にてショックを起さぬと言ふ。此の目的を達し得るのである。

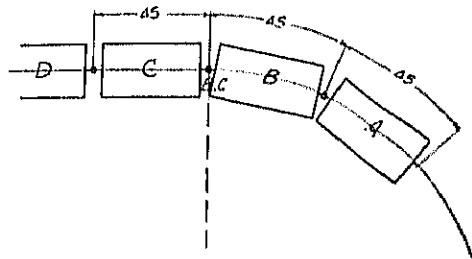
3. 緩和曲線

前項に述べたる處により、圓曲線に於ける列車の乗心持をよくするためには、曲度の變化並に角變化を漸次に遞減するが如き形狀を有する緩和曲線を挿入する事が必要となつた。

本論に於て取扱ふ緩和曲線は三次の拋物線及び四次の拋物線であるが、之れ等以外にも既に古く 1890 年代よりレムニスケート、六次拋物線、正弦曲線等の緩和曲線が提案せられて居る。之れ等に就ては序言に擧げたる各文獻より充分知り得る處であるから茲には述べないが、要するに三次拋物線並に四次拋物線を用ふれば、完全に前述せる緩和曲線の目的を達し得、且つ計算が最も簡單であるから、著者は此の曲線を最も適當なりと信じて本論にて其の完全なる應用を盡さんとし、茲に新しき圓距法を提案したのである（現在の規程の緩和曲線は三次拋物線のみである）。

扱て三次又は四次の拋物線が其の曲度並に角變化に於て如何なる形狀を示し、従つて完全なる緩和曲線になり得るや否やの證明は、第二編 14. (iv) に於て詳述して居るから茲に述べ

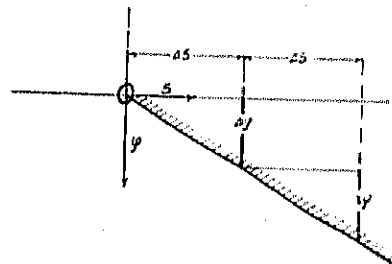
第七圖 平面圖



第八圖 牽引方向圖



第九圖 角圖



ない事とするが、一例として第十圖乃至第十三圖を掲げておく。第十圖は

$$y = x^2/6Rl \dots\dots\dots(2)$$

なる最も廣く用ひらるゝ緩和曲線を圓曲線の始終點に挿入したる狀況を示すものである(現在規程第一法)。B. C 及び E. C を

跨ぐ緩和曲線は、カント C の 600 倍以上(甲線路)の長さ l を有すべく、 l 間に於ける緩和曲線の挿入のために始切線及び終切線を多少外方にずらさねばならぬ。緩和曲線の曲度は

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{Rl} \dots\dots(3)$$

なる式により x の一次方程式即ち α に関し直線的變化をなすから、曲度圖第十一圖はイロ、ハニの如き傾ける直線となり、圓曲線部分をも含めてイロハニなる梯形となる。従つてカントも l 間を直線的に遞減せしめて第十二圖の如く梯形につければ、常に曲度とカントが比例するから車輛の横動揺を防ぎ得るのである〔(1)式参照〕。

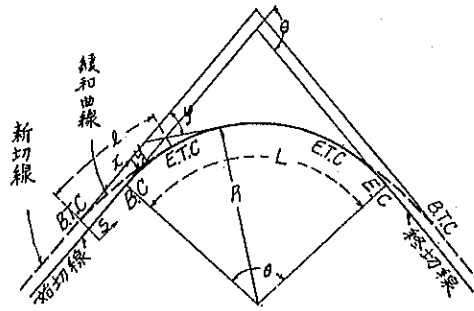
次に角變化は

$$\tan \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2Rl} \dots\dots(4)$$

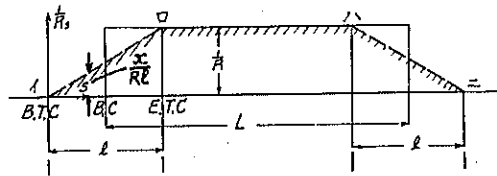
なる x の二次方程式となるから、第十三圖に示すが如き角圖を得る。従つて角變化も漸進的となり B. C 及び E. C のシュツクを除去し得るのである。

尙ほ $y = x^2/6Rl$ が求むる處の緩和曲線であるためには、緩和曲線終點 E. T. C に於て此の三次拋物線と圓曲線とが切線上となる點にて同様の

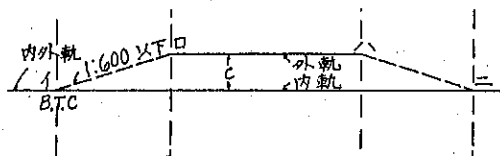
第十圖 曲線平面圖



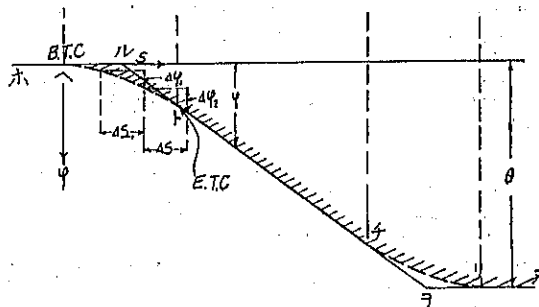
第十一圖 曲度圖



第十二圖 カント圖



第十三圖 角圖



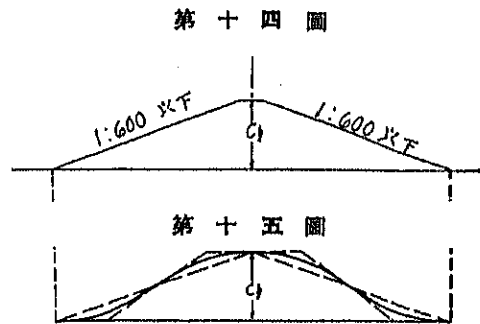
縦距 y を有すべき事及び切線が共通なるべき事の二つの条件を必要とする (14, (iv) 参照)。此の 2 条件は

$$R - \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{2}} = \frac{l^2}{6R} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}} = \frac{l}{2R} \dots\dots\dots (6)$$

なる 2 式で示される。斯る總ての条件を常に切線を基準とし且盡く解析的方法にて解決し行く方法が従來の緩和曲線の計算方法である。

カントが梯形變化であるのは列車の高速度運轉に際して多少撃衝を與ふるもので、B. T. C 及び E. T. C に於けるモーメント變化を減少すべく、カントの遞減勾配を甚だ緩く 1:600 以下の如く制限してあるのである。特に曲線長短き場合には第十二圖のロハの距離



距離 $(L-l)$ が短く恰も曲線外軌が勾配屈曲 (縦折れ) をなして居る様な状態となるから、(第十四圖参照) 規程にもある如く斯かる場合は到底此の様な緩和曲線の挿入方法は許し得ない。従つて第十五圖に示す如く正弦曲線の如きカント變化即ち曲度變化をなす緩和曲線を用ひねばならぬ事となる。之れは即ち 14, (i) 及び 18, の C 法であつて四次の拋物線を用ひねばならぬのである。

之れ等の計算は切線のみを基準として計算する時は甚だ複雑困難となるのが常である。茲に於てか新計算法なる圓弧を基準とする方法が必要となつて來るのである。

4. 圓 距 法

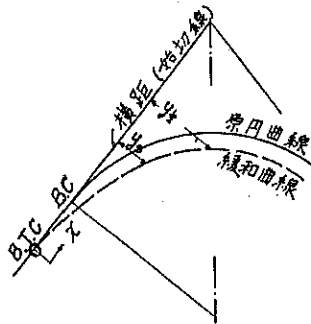
圓距法と著者の名づけたる方法は、斯かる高次の緩和曲線を敷設するに圓弧を横距として、此の横距より直角に出す直線 (圓弧の法線となる) 上に半圓式半解析的に求めたる圓弧と高次曲線との間隔 σ をとり、斯くて圓弧を基準として求むる緩和曲線の位置を知る方法である。

今圓距法による緩和曲線の敷設法と従來の敷設法とを比較するために、第十六圖、第十七圖及び第十八圖等を描いた。

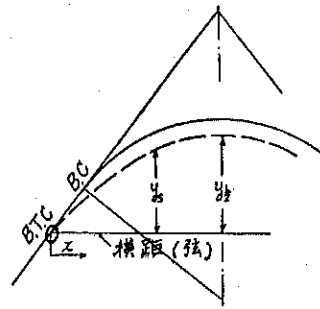
第十六圖は始切線を横距 σ とし B. T. C を其の原點として、此の横距より緩和曲線までの距離を縦距として、切線に基き緩和曲線を敷設する方法である。之れは最も一般に行はるゝ

方法であるが、始終切線を現場に敷設し難き事情もあろうし、又第十四圖及び第十五圖の如き場合本方法は施工及び計算共に困難である。況んや複合曲線若くは反向曲線にては緩和曲線を入れるにも此の方法では殆ど手の下し様がなかつた。

第十六圖



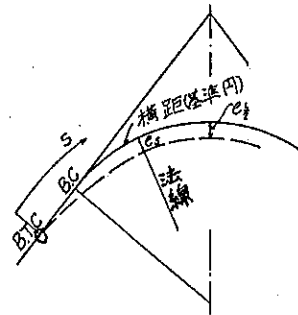
第十七圖



第十七圖は圓弧の前後に於ける B.T.C を連結する弦を横距とし

B.T.C) をその原點として、縦距 y にて緩和曲線を敷設し行くのである。此の方法は路面軌道の場合等を除いては實際的に殆ど使用困難である。

第十八圖



第十八圖は間距法を示すもので、B.T.C) を原點とし始終切線並に原曲線を基準線即ち横距と考へ、此の基準線と緩和曲線との間隔 e を縦距と考へる。斯くて始終切線並に基準線の内側 (又は外側) 法線上に e をとり緩和曲線の位置を得るのである。斯くの如くせば孰れにせよ原曲線即ち基準線は既に存在するのであるから、如何なる現場に於ても敷設し得ざる事なく、 e の長さ短く且つ現在圓曲線の左右に建築限界の移動を制限する構造物あらば、之れを避くるために緩和曲線の位置を加減する事も出来る。而も本方法に依れば次に述ぶるが如き計算上の多くの利點があるから、單一圓の如何なる場合も又複合曲線及び反向曲線の場合も此の方法を應用し得らるゝのである。

扱て利點と言ふのは第一に横距を切線上の w でなく曲線上に S ととるから、第十一圖及び第十三圖に於て既に示したる如く曲度並に角變化を簡單なる直線若くは二次拋物線にて示し得る事である。従つて計算は之れ等の圖を用ひて便利に行ひ得る。

第二には S に述べたる緩和曲線が B.T.C) にて圓と一致し且つ切線が同一方向を有する 2 條件を、間距法に於ては別段 (5) 式、(6) 式等の方程式を解いて其の満足せらるゝや否やを確かむる必要がない事である。即ち角圖の差及び間隔圖 (例へば 14. 等の例を参照せよ) が B.T.C) 及び E.T.C) に於て孰れも漸近的に 0 となる事が判れば上記の二條件が既に満足されて居る事を圖式的に知り得る。上記の 2 利點が半圖式半解析的の計算を甚だ容易ならしめ、從來の困難を完全に一掃し得たのである (9. 等参照)。

5. 圓距法に依る歪める曲線の整正

現在の線路曲線は一般に歪んで居るものである。即ち軌道は列車の走行の影響に依つて前後左右に漸次に移動し、特に地盤悪き箇所にては長年月の中に甚だしく位置をかへ、思はざる箇所に思はざる急曲度の部分を生ずる事が往々にしてあるものである。然るに軌道の移動を防ぎ得る經濟的の装置もなく、曲線はそのあるがまゝに放置せられ、たまたま曲度を整正せんとしても未だ何等の整正方法も知られて居らないから、恰も新に曲線敷設をなすが如きトランシットとスタッフの測量を繰返へし、現在曲線と全く關係なく曲線中心杭を新に作つて之れまで線路を移動し、斯くて曲度の整正をするより外に致し方なかつた。

然るに現在曲線の外側軌條に糸を張つて求めた正矢より其の曲度變化を知れば、圓距法に依り角圖 φ を容易に計算し得るし、一方之れを整正して最後に求むべき正しき曲線の曲度變化を假定し、其の角圖 φ' を假定計算し置けば、 φ と φ' の關係より正歪兩曲線間の間隔 σ を計算し得るのである。即ち現在曲線の歪みを除くために寄路すべき距離を現在曲線を基として何等大した測量もせず、圓距法の簡單な計算を行つた丈で直に求め得るのである。

本方法の詳しき説明は第三編に於て述ぶる處であるから茲には之れを省略するが、此の方法の利點として始切線及び終切線は一切動かさずして曲線の曲度を整正し得る事、即ち従来工手長が正矢を測りて之を均等せしむるため目通りにて曲線を移動し、屢々終切線に納め得ざるが如き結果を招く事あるを防ぎ得るのである。

尙ほ上記の應用として、緩和曲線を有する如く現在曲線を整正する事も出来るし、若くは複合曲線、反向曲線又は圓曲線の一部のみ整正する事も出来るし、改良工事等のため任意の量丈け線路を移動する場合にも此の整正法の應用が出来るのである。

第二章 圓距法の理論

6. 基準線と任意の曲線との間隔

圓距法に於ては基準線として始切線並に基準圓を考へ之れを横距 S とする。

第十九圖、第二十圖及び第二十一圖は孰れも基準圓のやゝ外側に任意の曲線 A がある場合の平面圖を示して居る。

基準圓の半径を R とし、其の周上に $4S$ なる長さを多數とつて 1, 2, 3 等の點を選び、之れ等の點にて外側法線（圓の中心 C と 1, 2, 3 等の點を結びたる線の延長線）が A 曲線と交る點を $1', 2', 3'$ 等とする。

第十九圖と第二十圖を比較せば明かなるが如く、弧 23 及び $2'3'$ の中央點の切線が始切線となす角 φ_{23} 及び $\varphi_{2'3'}$ 弦 23 及び $2'3'$ の延長線の始切線となす角 φ_{23} 及び $\varphi_{2'3'}$ と等

しい。従つて弧 23 間の平均の方向としては、弦 23 の方向を考へて宜敷いのである。

扱て $\varphi_{21}' - \varphi_{23} = \theta_3$ とせば、 ΔS が R に比して小なる間は

$$\begin{aligned} \Delta e_3 &= \Delta S \tan(\varphi_{21}' - \varphi_{23}) \\ &= \Delta S \tan \theta_3 \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\text{然るに } \Delta S' = \Delta S \frac{R+e_2}{R} = \Delta S \left(1 + \frac{e_2}{R}\right) \dots\dots (8)$$

$$\therefore \Delta e_3 = \Delta S \left(1 + \frac{e_2}{R}\right) \tan \theta_3 \dots\dots\dots (9)$$

従つて一般に基準圓上の i 點にて、 A 曲線が基準圓の外側にあるか内側にあるかに應じ

$$\Delta e_i = \Delta S \left(1 \pm \frac{e_{i-1}}{R}\right) \tan \theta_i \dots\dots\dots (10)$$

を得る。

今第二十一圖に於て上式を順次に應用し行けば、

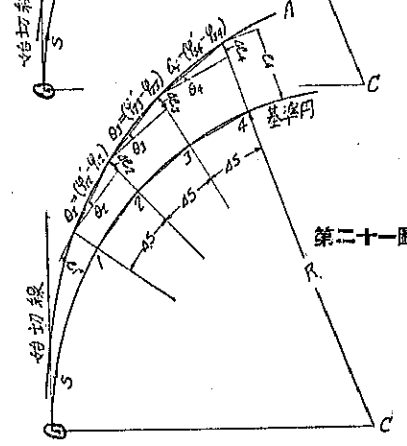
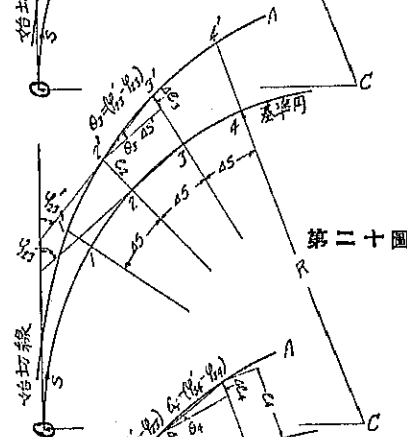
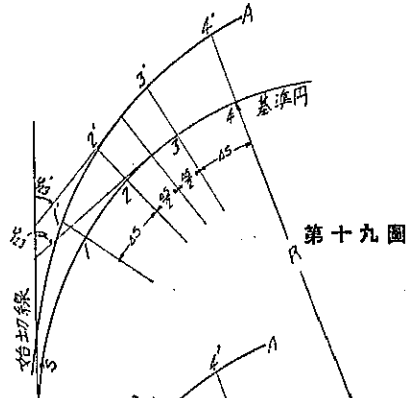
$$\begin{aligned} e_2 &= e_1 + \Delta e_2 = e_1 + \Delta S \left(1 \pm \frac{e_1}{R}\right) \tan \theta_2 \\ &= e_1 \left(1 \pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_2\right) + \Delta S \tan \theta_2 \dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_3 &= e_2 + \Delta e_3 = e_1 \left(1 \pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_2\right) \\ &\times \left(1 \pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_3\right) + \Delta S (\tan \theta_2 + \tan \theta_3 \\ &\pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_2 \tan \theta_3) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_4 &= e_3 + \Delta e_4 = e_1 \left(1 \pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_2\right) \\ &\times \left(1 \pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_3\right) \left(1 \pm \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_4\right) \\ &+ \Delta S (\tan \theta_2 + \tan \theta_3 + \tan \theta_4) \\ &\pm \Delta S \frac{\Delta S}{R} (\tan \theta_2 \tan \theta_3 + \tan \theta_3 \tan \theta_4 \\ &+ \tan \theta_4 \tan \theta_2) + \Delta S \frac{\Delta S}{R} \frac{\Delta S}{R} \tan \theta_2 \tan \theta_3 \tan \theta_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= e_1 + \Delta S \left(1 \pm \frac{e_1}{R}\right) \left[\begin{aligned} &\tan \theta_2 + \tan \theta_3 + \tan \theta_4, \\ &\pm \frac{\Delta S}{R} \{ \tan \theta_2 \tan \theta_3 + \tan \theta_3 \tan \theta_4 + \tan \theta_4 \tan \theta_2 \} \\ &+ \left(\frac{\Delta S}{R}\right)^2 \tan \theta_2 \tan \theta_3 \tan \theta_4 \end{aligned} \right] \dots\dots (13) \end{aligned}$$

今 $\Delta S/R \cdot \tan \theta_2 \tan \theta_3$ 以下の項を $\tan \theta_2$ 等の項に對して甚だ小なりとして之れを無視すれば、



$$e_t = e_1 + \Delta S(\tan\theta_2 + \tan\theta_3 + \tan\theta_4) \dots\dots\dots (14)$$

即ち

$$e_t = e_1 + \Delta S \sum_2^t \tan \theta \dots\dots\dots (15)$$

更に θ を小なりと考へて $\tan \theta = \theta$ と置けば、

$$e_t = e_1 + \Delta S \sum_2^t \theta \dots\dots\dots (16)$$

特に $e_1 = 0$ の箇所に S 座標の原點をとれば、

$$e_t = \Delta S \sum_2^t \theta \dots\dots\dots (17)$$

本式は即ち基準線と任意の曲線との間隔を角圖の差 θ にて與ふる式である。

7. 曲度圖、角圖及び間隔圖の關係

前項に依つて基準線と任意の曲線との間隔 e は各々角變化 φ' と φ の差 θ に依つて與へらるゝ事を知るのである。従つて先づ曲線の曲度を假定して之れより角變化を計算する事が出来れば、此の角變化の差より間隔を發見し得るのである。茲に曲度の變化を曲度圖にて示し、角變化を角圖にて示し、間隔の變化を間隔圖にて示す事とし、次に夫れ等の間の關係を考へて見やう。

第二十二圖は任意の曲線上に原點 O を考へ、 O にて切する始切線を作り一方曲線長を ΔS 毎に割りて 1, 2, 3, 4, 5 等の點を作り、1, 2 間中央、4, 5 間中央等の切線と始切線とのなす角を φ_{12} , φ_{45} にて示したる圖である。 ΔS を r に比して小なりとし曲度の假定又は正矢を測定する點 0, 1, 2, 3, ... 等の前後 $\Delta S/2$ 宛間を曲度一定と考へる。

第二十二圖より

$$\Delta S = r_1 d\varphi_1 = r_2 d\varphi_2 = r_3 d\varphi_3 = r_4 d\varphi_4 = \dots\dots\dots (18)$$

なる關係が成立つ。特に $d\varphi_0$ の部分のみは

$$\frac{\Delta S}{2} = r_0 d\varphi_0 \dots\dots\dots (19)$$

である。

$$\frac{\Delta S}{2} = r_0 d\varphi_0 \dots\dots\dots (19)$$

更に第二十二圖より

$$\varphi_{45} = \varphi_{12} + d\varphi_2 + d\varphi_3 + d\varphi_4 \dots\dots\dots (20)$$

なる關係が成立するから、 φ_{12} より始め φ_{45} の値を求むれば、(18) 式より

$$\varphi_{45} = \varphi_{12} + \Delta S \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right) \dots (21)$$

今若し原点 O より上記の計算を始むれば

$$\varphi_{11} = \Delta S \left(\frac{1}{2r_0} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right) \dots (22)$$

即ち一般に

$$\varphi_{i(i+1)} = \Delta S \left[\frac{1}{2r_0} + \sum_{l=1}^i \frac{1}{r_l} \right] \dots \dots (23)$$

なる関係が成立する。之れは即ち曲度と角変化との関係である。

上式により今第二十三圖に示す如く 1, 2, 3, 4, 5 等の點にて、假定若くは曲線外軌の正矢を測定する等の方法に依り曲度變化、例へば圖の AB 線を知れば之より其の縦距を ΔS 倍して第二十四圖の如く $\varphi_{12} \dots \varphi_{45}$ 等の角變化を計算し得るのである。

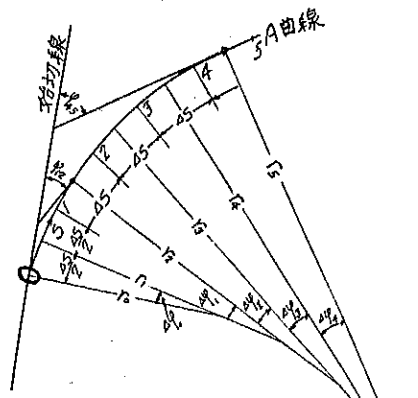
第二十三圖の如きを曲度圖と稱し、第二十四圖の如きを角圖と名づける。曲度圖も角圖も孰れも曲線長 S を横距として作るのであるが、此の主には解析的の計算例は例へば第二編に於て、主に圖式的の計算例は例へば第三編に於て與へてゐる。詳しく應用は各々其の場合に應じて與へられたる方法に依るべきであるが、

結局兩者の關係としては、角圖の大き φ_{45} は $S=4.5 \Delta S$ 間の曲度圖の面積の總和にて表はさるゝのである。茲に φ_{12} 、 φ_{23} 等は 1~2 間の中央、2~3 間の中央にとるべき事を忘れてはならぬ。

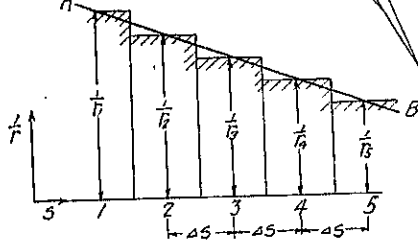
次に任意の A 曲線と之れに對して適當に選ばれたる基準線及び基準圓を考へ第二十五圖の如く A 曲線の始切線の切點を原点 O とする。第二十六圖には此の兩曲線の角圖を描いて居る。角圖 φ' と φ の差 θ は

$$\left. \begin{aligned} \theta_0 &= \varphi_{01}' - \varphi_{01} = -\varphi_{01} \\ \theta_1 &= \varphi_{12}' - \varphi_{12} = -\varphi_{12} \end{aligned} \right\} \therefore \varphi_{01}' = \varphi_{12}' = 0$$

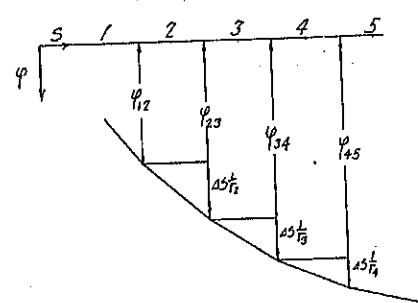
第二十二圖



第二十三圖



第二十四圖



$$\begin{aligned} \theta_2 &= \varphi_{23}' - \varphi_{21} \\ \theta_3 &= \varphi_{34}' - \varphi_{31} \\ &\dots\dots\dots \\ \theta_n &= \varphi_{07}' - \varphi_{07} \end{aligned}$$

一般に

$$\theta_l = \varphi'_{l(l+1)} - \varphi_{l(l+1)} \dots\dots\dots (24)$$

然るに 6. (17) 式に依り

$$e_l = dS \sum \theta \dots\dots\dots (17)$$

従つて

$$e_l = dS \sum [\varphi'_{l(l+1)} - \varphi_{l(l+1)}] \dots\dots\dots (25)$$

更に (23) 式に依り

$$e_l = dS^2 \sum \left[\frac{1}{2r_0'} + \sum_{i=1}^l \frac{1}{r_i'} - \frac{1}{2r_0} - \sum_{i=1}^l \frac{1}{r_i} \right] \dots\dots\dots (26)$$

$r_0' = r_0$ ならば

$$e_l = \sum \sum \left[\frac{1}{r_i'} - \frac{1}{r_i} \right] dS^2 \dots\dots\dots (26')$$

之れは曲度圖、角圖及び間隔圖の關係を示す基本式で、(25) 式の如く兩曲線の角圖の差 θ を (θ は基準線より上側を正、下側を負とする)代數的に總和し之れに dS を乗すれば間隔圖を得るし、且つ更に曲度圖と間隔圖の關係は (26) 式にて一度に計算する事も出来る。

例へば第二十七圖の間隔圖中、 e_2 及び e_0 は

$$e_2 = -(0_0 + 0_1 + 0_2)dS, \quad e_0 = \sum [-(0_0 + 0_1 + 0_2) + (0_3 + 0_1 + 0_2 + 0_0)]dS$$

で示される。

尚ほ上記の應用は第三編に於て詳述するが、 $e_l = 0$ ならば二曲線の交る事を示し、 e_l が $[de/dS]_l = 0$ の如くに減少すれば此の點で兩曲線が切る事を示すのである。之れは間距法の便利な長所である

8. 符號の法則

間距法に於ける曲度圖、角圖、間隔圖の書き方、符號に關する法則等は次の如く定める。

[A] 始切線の右側に曲線が派出する場合 曲度圖は上向きに $1/r$ を書く。即ち曲線の曲り方と同様の方向に曲度圖を描くのである。角圖の φ は下向きに書き、此の方向が角の増す方向即ち正とする。角差の θ は基準切線及び基準圓の角圖の線より上側を正、下側を負とする。即ち任意の曲線の角圖が基準圓の角圖より大なる場合はその差 θ を負、小なる場合は其の差 θ を正とする。間隔圖の e は θ の正負に應じ正を上向に、負を下向に書く。即ち基準圓の φ' より φ が大なる場合には θ が負にて間隔 e も負、従つて e を下側に書き、基

圓弧の内側に A 曲線がある事を示し第二十五圖乃至第二十七圖参照) e が正なる場合には基準圓の外側に A 曲線がある事を示すのである。

[B] 始切線の左側に曲線が派出する場合 曲度圖は下向きに $1/\rho$ をとる。即ち曲線の曲り方と同様の方向に曲度圖を描くのである。

角圖の φ は上向に書き、此の方向が角の増す方向即ち正とする。

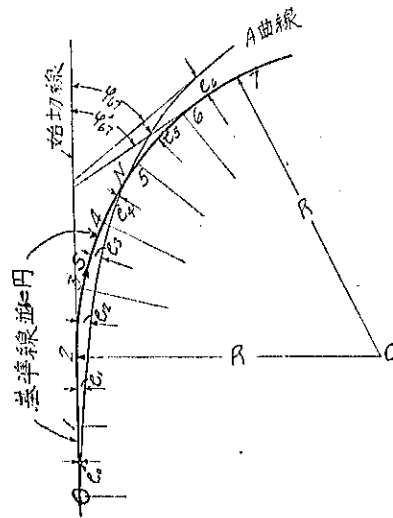
角差の θ は基準切線及び基準圓の角圖の線より下側を正、上側を負とする。即ち任意の曲線の角圖が基準圓の角圖より大なる場合は其の差 θ を負、小なる場合は其の差 θ を正とする。

間隔圖の e は θ の正負に應じ正を下向に負を上向にとる。 e が正なる場合には基準圓の外側に A 曲線がある事を示し、 e が負なる場合には基準圓の内側に A 曲線がある事を示すのである。

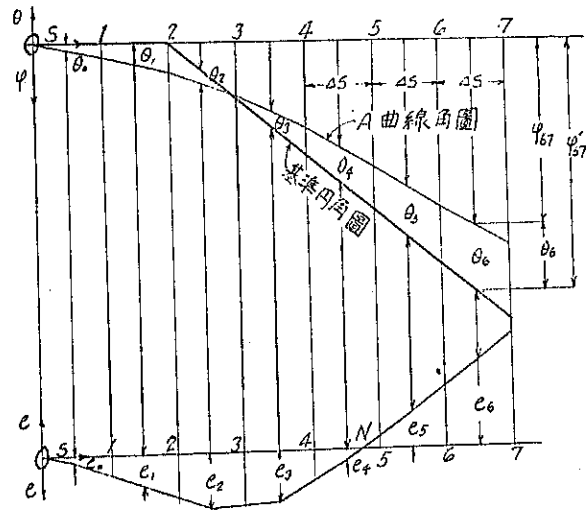
上記の法則により曲線の左右派出の如何を問はず結極 e が正なるか負なるかに應じ、基準線の外側法線上か内側法線上かに間隔 e をとり、斯くて基準線を基として A 曲線の位置を定め得るのである。

尚ほ以上は基準切線及び基準圓を先づ定め、之れを基として緩和曲線等を敷設する場合(第二編)であるが、若し歪んで居る現在曲線を正しい曲線に整正する様な場合(第三編)は、歪んで居る現在曲線の方を基準線にとつて了ひ、整正して求められる方の正しい曲線を A 曲線

第二十五圖



第二十六圖



第二十七圖

と考ふればよい。斯くすれば整正の場合にも同様に上記の符號に關する方則はその儘成立する、即ち e が正であれば曲線を外側に動かす、負であれば曲線を内側に動かすのである。

9. 積分に依る計算

6. 及び 7. に述べた圓距法の理論は、之を積分を用ひて計算すれば更に一層正確であり且つ了解に容易である。

先づ始切線上 Λ 曲線の切點に基準線の原點をとれば、 $S=0$ にて $\varphi=\varphi'=0, e=0$ であるから基準線と Λ 曲線との間隔は (17) 式より

$$e_s = \int_0^s \theta ds \dots\dots\dots (27)$$

で示される。然るに

$$\theta = \varphi' - \varphi \dots\dots\dots (24)$$

茲に φ' 及び φ は (23) 式より

$$\varphi' = \int_0^s \frac{1}{r'} ds \dots\dots\dots (28)$$

$$\varphi = \int_0^s \frac{1}{r} ds \dots\dots\dots (23')$$

但し $1/r'$ は基準線の曲度、 $1/r$ は Λ 曲線の曲度である。

従つて

$$e_s = \int_0^s (\varphi' - \varphi) ds = \int_0^s \left[\int_0^s \frac{1}{r'} ds - \int_0^s \frac{1}{r} ds \right] ds \dots\dots\dots (29)$$

或は

$$e_s = \int_0^s \int_0^s \left[\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right] ds ds \dots\dots\dots (30)$$

は求むる間隔を與ふる算式である。 φ, e に關する符號等は 8. と同様である。

積分に依れば圓距法の算式は斯く簡單であるが、本式より知る如く任意の S 點にて兩曲線の間隔を零、即ち兩曲線を結ばんとすれば、

$$0 = \int_0^s \left[\int_0^s \frac{1}{r'} ds - \int_0^s \frac{1}{r} ds \right] ds \dots\dots\dots (31)$$

なる一の條件を得るのである。

又上の條件の外に S 點にて $de_s/ds=0$ なる條件あらば、 Λ 曲線は基準線に交らず切するのである事を知り得る。斯かる條件式の有利に使用し得る事は自明の理であるが、之れが圓距法の長所であつて緩和曲線の計算を甚だしく便利にして居る。此の點は第二編に於て詳述する事とする。

第三章 圓距法の正確度

10. 解析的計算に依る場合

圓距法の解析的計算は第二編に於て主に應用したのであるが、此の緩和曲線の敷設法に應用する圓距法の 2 條件は、前項にも述べた如く、S の或る特定點に於ける

$$e_s = \int_0^s \int_0^s \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right) ds ds = 0 \dots\dots\dots (31)$$

及び

$$\frac{de_s}{ds} = 0$$

なる關係の成立である、第二編の e は孰れも斯かる關係を満足する方程式より成つて居るから、上記 2 條件は如何なる場合も成立して居るのである。

従つて圓と緩和曲線又は直線と緩和曲線の切點に於て $e_s = 0$ であるから決して喰違ひを生ずる事なく、且つ $de_s/ds = 0$ であるから、屈曲（繼折れ）を生ずる事もない。此の意味に於ては圓距法は他の如何なる曲線敷設法よりも正確度が高いのである。たゞ次に述ぶる如き 2 個の意味に於て、圓距法の根本式を導いた場合の省略項のために圓距法で作られた曲線が多少其の曲度に於て豫期のものよりも違ふ事はあり得る。

併し乍ら線路曲線の曲度は既に第一章に述べた如く、1% 前後の正確度を要求するものではない。喰違ひとか屈曲こそ最も忌むべきであるが、全體の曲線經過に於ける多少の曲度の大小は問題とするに足りないのである。斯かる考察よりして圓距法は線路曲線に緩和曲線を挿入する場合、實用的に充分なる正確度を有するものであると言ひ得る。

上述の意味に於て以下述ぶる處の正確度の探求は實際問題としては殆ど意味のないものであるが、圓距法の數學的取扱ひの根據を明かにする意味に於て多少精しく考察して見やう。

(i) $\tan \theta = \theta$ の問題

圓距法の基本式

$$e_s = \int_0^s \int_0^s \left[\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right] ds ds \dots\dots\dots (30)$$

は $e_s = \Delta S \Sigma \tan \theta$ なる式に於て $\tan \theta$ の代りに θ とおき

$$\theta = \varphi' - \varphi = \int_0^s \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right) ds$$

なる關係を用ひて出來たものである。

然るに $\theta = \tan \theta$ の関係は第一表に示す如く θ の小なる範囲では至極輕微なる誤差を残すのみで成立して居る關係であつて、 $\theta = 5^\circ$ に於て 0.25%、 $\theta = 6^\circ$ に於て 0.37% に過ぎない。併し乍ら θ の増加と共に急激に増加して或る θ の値以上は斯かる關係を使用する事は許されない。

第 一 表

θ°	$\tan \theta$	θ	$\frac{\theta - \tan \theta}{\tan \theta}$ (%)
1°-0'	0.0174551	0.0174533	-0.0103
1°-30'	0.0261859	0.0261709	-0.0229
2°-0'	0.0349208	0.0349006	-0.0407
2°-30'	0.0436609	0.0436332	-0.0634
3°-0'	0.0524078	0.0523599	-0.0914
3°-30'	0.0611626	0.06110365	-0.1244
4°-0'	0.0699268	0.0698132	-0.1625
4°-30'	0.0787017	0.0785398	-0.2057
5°-0'	0.0874887	0.0872665	-0.2540
5°-30'	0.0962890	0.0959931	-0.3073
6°-0'	0.1051042	0.1047198	-0.3657
6°-30'	0.1139356	0.1134464	-0.4294
7°-0'	0.1227846	0.1221730	-0.4981

第二編に導いた各方法につき此の θ の値を考察して見ると次の如くである。14. の A 法に於ては附圖第一 (b) より θ_{\max} は $S=l/3$ に於ける φ_s の値に依つて示される。即ち

$$\theta = -\varphi_s = -\frac{2S^2}{3Rl} = -\frac{2 \frac{l^2}{9}}{3Rl} = -\frac{2l}{27R} = -0.074 \frac{l}{R}$$

14. の B 法、に於ては附圖第二 (b) より θ_{\max} は同じく $S=73l/320$ に於ける φ_s である。

$$\theta = -\varphi_s = -\frac{1}{Rl} \left[\frac{169}{320} \left(\frac{73}{320} \right)^2 l^2 + \frac{39}{160} \frac{73}{320} l^2 \right] = -0.0831 \frac{l}{R}$$

14. の C 法に於ては附圖第三 (b) より θ_{\max} は同じく $S=5l/12$ に於ける φ_s である。

$$\theta = -\varphi_s = -\frac{7}{9} \left(\frac{5}{12} \right)^2 \frac{l}{R} = -0.056 \frac{l}{R}$$

15. 及び 17. の方法は第三十七圖及び第四十五圖より $S=l/2$ に於て $\theta_{\max} = -\varphi_s$ 従つて

$$\theta = -\varphi_s = -\frac{S^2}{2lR} = -\frac{l}{8R} = 0.125 \frac{l}{R}$$

16. の方法も第四十一圖よりして 17. の方法より小なる事は明かである。

18. の方法も第四十九圖よりして 16. C 法と殆ど同様である。

18. の方法は第五十三圖よりして $S=L/4=2l/4=l/2$ に於ける

$$\theta = \varphi_s' - \varphi_s = \frac{S}{R} - \frac{3}{2R} \left\{ S - \frac{L}{6} + \frac{L}{6} \left(1 - \frac{2S}{L} \right)^3 \right\}$$

であるから、結局

$$\theta = 0.1875 \frac{l}{R}$$

を得る。

實際の線路曲線に於ては l/R は $1/3$ ($l=80$ m に対し $R=240$ m) 以上に及ぶ事は殆ど全くない。従つて上記の計算にも l/R を $1/3$ と置けば充分であつて、斯くすれば θ の値は 14. C 法の 0.0187 乃至 18. の方法の 0.0625 である。従つて之れ等は $1^\circ-4' \sim 3^\circ-35'$ に相當して居る。従つて斯かる θ の角度が $\tan \theta = \theta$ なる略算に於て生ずる誤差は 0.0103% ~ 0.1244% に過ぎない。

次に斯かる θ の $\tan \theta = \theta$ なる略算の誤差が e なる最後の結果に於て出て来る大きさを考へて見る。

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5 + \frac{7}{315} \theta^7 + \dots$$

故に

$$\begin{aligned} e_s &= \int_0^S \tan \theta \, ds = \int_0^S \left[\theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5 + \frac{7}{315} \theta^7 + \dots \right] ds \\ &= \int_0^S \theta \, ds + \frac{1}{3} \int_0^S \theta^3 \, ds + \frac{2}{15} \int_0^S \theta^5 \, ds + \frac{7}{315} \int_0^S \theta^7 \, ds + \dots \dots \dots (32) \end{aligned}$$

茲に θ は角周の差であつて $1^\circ-4' \sim 3^\circ-35'$ 即ち 0.0187 ~ 0.0625 である。従つて θ^3 は 0.0000005 ~ 0.000244 であつて、 θ^3 は計算するまでもなく實際的に無視し得る小さい値である。上記の計算でも明かなる如く θ に対する θ^3 以下の影響は非常に小さい事を豫想し得るのであるが、次に一例として 14. の A 法について比較を試みよう。

第三十三圖よりハホ間の θ は

$$\theta = \varphi_s' - \varphi_s = 0 - \frac{2s^2}{9Rl} = - \frac{2s^2}{9Rl}$$

$$\begin{aligned} \therefore e_s &= \int_0^{\frac{l}{3}} \theta \, ds + \frac{1}{3} \int_0^{\frac{l}{3}} \theta^3 \, ds + \dots \dots \dots \\ &= - \left[\frac{2}{9Rl} \frac{l^3}{3 \cdot 27} + \frac{1}{3} \frac{8}{26R^3l^3} \frac{l^7}{7 \cdot 2187} + \dots \dots \dots \right] \\ &= - \frac{2}{243} \frac{l^2}{R} \left[1 + 0.00078 \frac{l^2}{R^2} + \dots \dots \dots \right] \end{aligned}$$

故に今 $l/R=1/3$ の場合をとると、第二項の第一項に対する割合は 0.0001、即ち 0.01% の程度である。殊に第二項以下は孰れも θ の奇数乗であるから第一項と常に同一の符號を有する故に、 $e_s=0$ なる條件の成立するまでには φ_s' と φ_s の此の誤差は正負互に相殺し合ふのである。

上記の例よりするも $\tan \theta = 0$ なる略算に依る誤差は第二篇に於て取扱へる緩和曲線の圓距法に依る解析的取扱ひに於て、實際問題として充分小であつて移程 e の値に殆ど影響を及ぼさないと云へる。

11. 基準圓の法線上に間隔(移程)をとるための誤差

此の問題は間隔(移程) e が常數である區間に於て、基準圓より e だけ離れて描かれる圓曲線が基準圓と同心圓とならざる場合があるから、明かに其の誤差を認め得るのである。

14, 16, 18, 19. の方法等に於ては、斯かる誤差は殆どなく又假令あつたとしても正負互に相殺するから全く問題とするに足りないのである。然るに 15. の方法に於ては第三十五圖より明かに知る事を得る如く、基準圓(舊圓曲線)も新圓曲線も共に半徑 R なるにも拘らず其の間隔(移程)は基準圓の法線上 e である。従つて基準圓の中心 C と新圓曲線の中心 C' とは $e \frac{L}{R}$ だけ離れて居る筈のものが 15. では左様になつて居らないから、斯くすると一處附近では新圓曲線の半徑は明かに R であるが、 \pm 或はホ點即ち兩側に行くに従つて其の曲度半徑は R よりも小とならざるを得ない。

併し乍ら此の誤差も $L/R = 180^\circ$ の如き極端なる場合に於て、僅かに e/R であるに過ぎない。移程は實際問題として 1000 mm 以上の場合は殆ど有り得ないから、 $R = 300$ m とするも此の誤差は 0.0033, 即ち 0.3% である。曲度半徑も増し従つて L/R も一般に 45° を越えざる普通の線路曲線に於ては、斯かる誤差は 0.01% 以下の程度に下るのを常とする。従つて斯かる誤差も實際問題として論ずるに足りない。

12. 圖式計算に依る場合

圓距法の圖式計算は第三編に於て主に應用したのであるが、此の歪める曲線の修正法に應用する圓距法の 2 條件は第三編に詳述したる如く (f は曲線の正矢)

$$\Sigma(f-f')=0 \dots\dots\dots(33)$$

$$\Sigma \Sigma(f-f')=0 \dots\dots\dots(34)$$

なる關係の成立である。之れは 10. の 2 條件と形こそ異れ全く同様である。従つて切點に於ける喰違ひ又は屈曲は生じ得ないのである。此の意味に於て本修正法は充分正確度が高いと言ひ得る。

次に $\tan \theta = 0$ と假定する略算或は基準圓の法線上に移程をとるための誤差等は既に前項に述べたる處と同様であるから再び此處に繰返へさない。圖式解法に依る特種の問題として、 ds の代りに $\Delta s = 10$ m 程度に大きく採るための局部的誤差もあるが、之れは曲線を多くの屈折線で結んだ丈の事であつて、巧みなる小斑直しに依つて除き得る處であるから、實際問題としては考ふるに足りない。

最後に斯かる整正法の特特殊なる問題として次の2問題を論じて終らう。

(a) 曲度圖の代りに正矢圖を用ふる事 此の問題は第三編 32. に於て其の必要を説明して居るが、要は現在曲線の曲度を正矢より知るのは特定なる點で困難が伴ふから、曲度圖をやめ正矢圖を以て計算の出發點となさんとするものである。

曲度と正矢との關係は第三編第一章に詳述してあるから茲には述べないが、曲度 $1/r$ と正矢 f との間に曲線全長に關し

$$\sum \frac{1}{r} = \frac{2}{\Delta S^2} \sum f \dots\dots\dots (35)$$

なる關係は明かにつくから

$$\sum f = 0$$

の場合は又必ず

$$\sum \frac{1}{r} = 0$$

である。従つて始終切線のなす角 ϕ については曲度圖の代りに正矢圖を用ふるとも全く誤差を生じない。然るに移程 e の計算に於ては

$$\sum \sum \frac{1}{r} \Delta S^2 = 2 \sum \sum f \dots\dots\dots (36)$$

従つて

$$\sum \sum \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \Delta S^2 = 2 \sum \sum (f - f') \dots\dots\dots (37)$$

なる關係が必ずしもびつたり成立しない場合がある。之れは勿論曲線の一部を整正する特別なる場合に起る問題に過ぎないが、その理由は ΔS なる間は中央曲度の平均値を以て e の計算をなし、此の中央曲度が曲線に $2\Delta S$ なる長さの弦を張つて求めた正矢にて代表せらるる結果、B. C, E. C 又は B. T. C, E. T. C に於て整正を考慮に入れぬ部分の正矢と曲度との間の相違が $\sum \sum (f - f')$ の計算に現はるゝ結果である。併し乍ら此の誤差は誤たざる修正に依つて矯正し得る處であるから、圓距法使用者の熟練に俟つ事も出来るし、或は更に細かき測定及び計算(例へば $\Delta S = 10m$ にて $\sum \sum f$ が 0 とならず多くの誤差を生じた場合は、 $\Delta S = 5m$ とつて更に詳しく測定、計算して見る方法)に依つて更に細かき計算をなし之れを矯正する事も出来るのである。

(b) 次は正しき圓の正矢として假定したる f' の値の修正方法の問題である。上記の誤差或は略算に依る誤差のため、 $\sum (f - f')$ 或は $\sum \sum (f - f')$ が共に 0 とならざる場合 0 とすべく f' を修正せねばならぬ事となる。今第 n 番目の正矢を修正のため a だけ増大或は減少したりとすれば、之れは明かに f' なる正矢の中間に $f' + a$ 或は $f' - a$ なる正矢の突然の變化が

存在する事であるから、30. の曲線の繼折れを其の箇所に設けた事を示すものである。曲線を修正せんとして繼折れを作つては反つて改悪であるから、斯かる誤ちなき様正矢の訂正は漸進的變化でなければならぬ。斯かる注意を以てすれば此の點に關する誤差も生ぜずして済むのである。

13. 曲線長の問題

4. の圓距法の説明に於て示した如く、從來の一般の曲線計算方法は第十六圖に示すが如く、横距 x と縦距 y により曲線の位置を定めて行くから、曲線長としては

$$s = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int \sqrt{1 + y'^2} dx$$

なる長さとなり、之れが複雑なる曲線に於ては計算困難で其の爲に曲線の取扱ひを難澁にして居つた點が少くなかつた。

圓距法に於ては横距に既に曲線長(基準圓の) s をとるのであるから曲線長に關する斯かる複雑なる計算は不要である。たゞ問題は圓距法に於て、基準圓と之れより決定せらるゝ A 曲線の長さが等しと置く假定が果して幾何の正確度を有するや、斯かる假定が他に支障する處なきやの問題が存する。

圓距法に於て基準圓と A 曲線との曲線長の異なる最も甚しき場合は、第二編 15. の方法に於けるが如き場合である。第三十五圖に於て兩曲線の中心角 φ_L は同一であるから、

$$\begin{aligned} \text{舊圓曲線長} & \text{イロハ=ホヘト、即ち } (R+e)\varphi_L \\ \text{新曲線長} & R\varphi_L \end{aligned}$$

と略々假定し得る。茲に e は 0 より $e_{\frac{L}{2}}$ に變化するから今 $e = 2/3 e_{\frac{L}{2}}$ と略々假定し得る。従つて兩曲線長の差 d の曲線長に對する比は

$$\frac{d}{R\varphi_L} = \frac{\left(R + \frac{2}{3}e_{\frac{L}{2}}\right)\varphi_L - R\varphi_L}{R\varphi_L} = \frac{\frac{2}{3}e_{\frac{L}{2}}}{R}$$

一般に $e_{\frac{L}{2}} < 1 \text{ m}$, $R > 300 \text{ m}$ の程度であるから、

$$d < \frac{R\varphi_L}{450} = 0.0022 R\varphi_L = 0.0022 L$$

即ち 15. の方法にて最も大なる場合にては曲線長の 0.22% を出ない。

更に他の方法に於ては e も小さく、 e のある部分の長さ s (中心角にて φ_s) も短いから(14. の A, B, C 法, 16. 及び 18. 等の方法参照), 此の兩曲線の差も少く之れを無視し得る程度である。例へば第三十九圖に於て緩和曲線部分の長さ l 間は e 最大 300mm あるものとすれば

$$\frac{d}{R\varphi_L} = \frac{R\varphi_L - \left(R - \frac{2}{3}e\right)\varphi_L - R(\varphi_L - 2\varphi_s)}{R\varphi_L} = \frac{\frac{4}{3}e\varphi_s}{R\varphi_L}$$

$c = 300 \text{ mm} = 0.3 \text{ m}$, $R = 300 \text{ m}$, $\varphi_i = \varphi_r/2$ とせば

$$\frac{d}{R\varphi_r} = \frac{\frac{4}{3} \cdot 0.3 \cdot \frac{1}{2}}{300} = \frac{1}{1500} d < 0.00067 L$$

即ち斯かる条件の悪い場合でも曲線長の誤差は 0.07% 以下であるから一般に 0.05% の程度である。

故に曲線の回距法に依る修正後生ずる曲線長の誤差は、曲線長 100 m につき 50mm 程度の割合であるから、軌條繼目 10 個に振り分ければ 5mm 以下にて納るを常とする。更に曲度半徑 600 m 以上となれば此の値は 2mm 程度に減ずるから、作業上寧ろ數箇所に 1 箇所の繼目のみ緩くして曲線長の緩和を計ればよい程度である。

殊に 17. の方法或は第三編歪める曲線の修正法に於ては、舊曲線の内側及び外側に、新曲線を移動するのであるから、上記の如き計算の曲線長の差は互に相殺せられて殆ど全く考慮を要しないのが常である。特に第三編の修正法に於ては、斯かる見地より曲線長を變へざる程度の修正も可能なるべく、一に修正者の巧拙に俟つ處である。

第二編 緩和曲線の敷設方法

本編は前編に述べたる回距法の理論により、線路新設に當り既に圓曲線の中心位置を知れる場合又は既設線路が略々正しき圓曲線の如き曲度變化をなせる場合、之れ等に緩和曲線を挿入する方法を述べた。

回距法の長所は種々なる現場の條件に應じ如何様なる緩和曲線をも挿入し得る所にあるが、本篇にては其の代表的の方法をのみ主に解析的に取扱つた。解析的に取扱ふを不利とするが如き特に複雑なる曲度變化を有する緩和曲線を挿入せんとするには、次篇修正方法に於て説明する所の圖式的解法に依るのが便である。

第一章 單一圓曲線の緩和曲線

本節には單一の圓曲線に種々の緩和曲線を回距法により挿入する方法を詳述した。先づ 14. には圓曲線の一部のみを動かして緩和曲線を挿入する方法として A, B, C 3 方法を擧げた。之れ等は其の後種々の場合に有利に應用し得る方法であり、且つ回距法の根本概念を説明するによい例であるから、從來の直角座標 x, y を用ひたる場合との關係をも明かにして特に詳述した。此の 14. の 3 方法並に次の 18. 乃至 19. の 5 種の方法は、圓曲線の性質、現場の事情等種々の條件に應ずる緩和曲線の各種各様の挿入方法であつて、應用

例より其の使用方法を知り得るであらう。

之れ等の各方法は緩和曲線の曲度、角度化、動かす間隔(移程)及びカント等に就て決して同様ではない。従つて各方法は一長一短を免れないが、各々の曲度圖、角圖、間隔圖並にカント圖を一見せば、前編に述べたる所に依り各々の長短所従つて又使用に適、不適なる場合を自づと窺ひ知り得るであらう。

第二章及び第三章の複合曲線及び反向曲線の場合も本章單一圓の場合の各方法の應用に過ぎない。

14. 圓曲線の一部のみを移動して緩和曲線を挿入する方法

従來の緩和曲線の挿入方法は緩和曲線を入れる、ために圓曲線を全長に亘り多少とも移動せねばならなかつた。従つて非常に長い曲線では移動距離も大きくなる事實と相俟つて、建築限界の支障等が長區間に亘り、緩和曲線の挿入は可成りの費用を要するのが普通である。

茲には上記の如き缺點を除去するために、第二十八圖の如く圓曲線の B, C, E, C 部分のみを多少内部に移動して緩和曲線を入れる、方法を述べた。次の A 法, B 法, C 法は同様の目的を達するものであるが、一長一短を免れない。現場の事情に應じて彼此れ適當なる方法を使用すべきである。

(i) 敷設方法

現在曲線の半徑 R と列車速度とによりカント h を先づ決定し(附表第一參照)、之れより必要なる緩和曲線長 l を定める。次に始切線上後述する位置に横距 s の原點を定め、此の切線と B, C にて之れに切する圓曲線を横距(基準圓)として緩和曲線を敷設するのは A, B, C 3 方法とも同様である。以下 3 方法を別々に説明しよう。

A 法 第二十九圖の如き曲度の變化を有する様に緩和曲線を挿入せんとする。先づ B, C, E, C の前方に $\frac{1}{3}l$ をとつて切線上に B, T, C, O 點を決定する。B, C, E, C より圓曲線上に $\frac{2}{3}l$ をとつて E, T, C を定める(第二十八圖參照)。

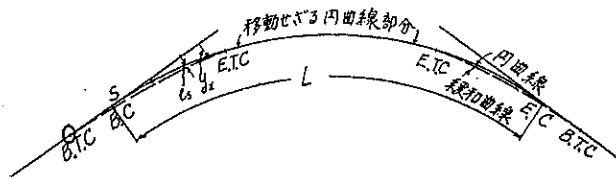
B, T, C に始まり E, T, C に終る l 間を十等分し $0.1l, 0.2l, \dots, 0.9l$ 等諸點を基準線(始切線及び基準圓)上に定め、之れ等の點より圓の内側に、基準線の法線上に次に與ふる間隔 e_s をとる。斯くて緩和曲線を敷設すべき位置を得る。

間隔 e_s は附圖第一 (d) にてチリ間 ($s=0 \sim \frac{l}{3}$)

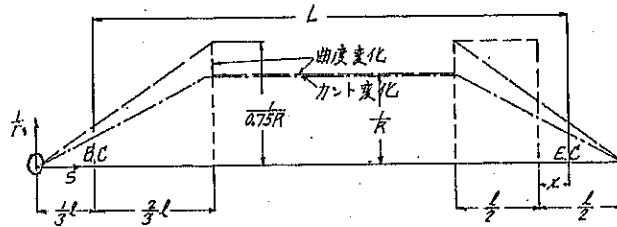
$$e_s = \frac{2l^2}{9R} \xi^3 = \alpha_n \frac{l^2}{R} \dots \dots \dots (38)$$

茲に $\alpha_n = \frac{2}{9} \xi^3$

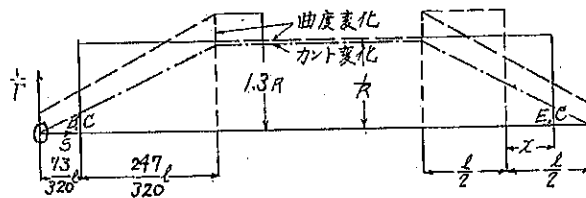
第二十八圖



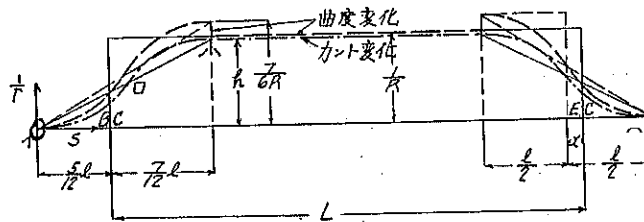
第二十九圖 A 法



第三十圖 B 法



第三十一圖 C 法



第二表 14. (A 法)

部 分	横 距	αa の式	αa の値	βa の値
附圖第一(d)	$S = \epsilon l$			
B.T.C 点	0.0 l	$\frac{2}{9} \frac{\epsilon^3}{l^3}$	0.00000	0.000
	0.1 l		0.00022	0.100
	0.2 l		0.00178	0.200
	0.3 l		0.00600	0.300
B.C 点	1/3 l		0.00923	0.333

部 分 附圖第一(a)	横 距 $S = \xi l$	α_a の式	α_a の値	β_a の値
	0.4 l	$\frac{2}{9}\xi^3 - \frac{1}{18}(3\xi - 1)^2$	0.01200	0.400
	0.5 l		0.01380	0.500
	0.6 l		0.01244	0.600
	0.7 l		0.00900	0.700
	0.8 l		0.00480	0.800
	0.9 l		0.00144	0.900
E.T.C 又點	1.0 l		0.00000	1.000
リチ間 ($s = \frac{l}{3} \sim l$)				

$$e_s = \frac{2l^2}{9R} \left[\xi^3 - \frac{1}{4}(3\xi - 1)^2 \right] = \alpha_a \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots (30)$$

茲に $\alpha_a = \frac{2}{9} \left[\xi^3 - \frac{1}{4}(3\xi - 1)^2 \right]$

茲に $\xi = s/l$ $\xi = 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1.0$ にとつた場合の α_a の値は第二表にある。カントはチ點にて O, 又點にて h を付し、其の間は直線的に遞減させればよい。

B 法 第三十圖の如き曲度の變化を有する様に緩和曲線を挿入せんとする。先づ B, C, E, C の前方切線上に $73l/320$ 丈をとつて B.T.C を決定する、B.C, E.C より圓曲線上に $247l/320$ をとつて E.T.C を定める (第二十八圖参照)。

B.T.C に始り E.T.C に終る l 間を十等分し $0.1l, 0.2l, \dots, 0.9l$ 等の點を基準切線及び基準圓上に定め、之れ等の點より圓の内側に、基準線及び圓の法線上に次に與ふる間隔 e_s をとる。斯くて緩和曲線を敷設すべき位置を得る。

間隔 e_s は 附圖第二 (d) にてルヲ間 ($s = 0 \sim 73l/320$)

$$e_s = \frac{l^2}{R} \left[\frac{169}{960}\xi^3 + \frac{39}{320}\xi^2 \right] = \alpha_b \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots (40)$$

ヲヲ間 ($s = 73l/320 \sim l$)

$$e_s = \frac{l^2}{R} \left[\frac{169}{960}\xi^3 + \frac{39}{320}\xi^2 - \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{73}{320} \right)^2 \right] = \alpha_b \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots (41)$$

茲に $\xi = s/l$, $\xi = 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1.0$ にとつた場合の α_b の値は第三表にある。カントはル點にて O, ヲ點にて h を付し、其の間は直線的に遞減させればよい。

第三表 14. (B 法)

部 分 附圖第二(d)	横 距 $S = \xi l$	α_b の式	α_b の	β_b の値
B.T.C ル點	0.0 l	$\frac{169}{960}\xi^3 + \frac{39}{320}\xi^2$	0.00000	0.000
	0.1 l		0.00139	0.100
	0.2 l		0.00628	0.200
B.C ヲ點	$73/320 l$		0.00843	0.228

	0.3 l	$\frac{160}{900}\xi^3 + \frac{89}{320}\xi^2$ $-\frac{1}{2}\left(\xi - \frac{73}{320}\right)^2$	0.01314	0.300
	0.4 l		0.01600	0.400
	0.5 l		0.01552	0.500
	0.6 l		0.01298	0.600
	0.7 l		0.00777	0.700
	0.8 l		0.00461	0.800
	0.9 l		0.00135	0.900
E.T.C ヲ點	1.0 l		0.00000	1.000

○ 法 第三十一圖の如き曲度の變化を有する様に緩和曲線を挿入せんとする。先づ B, C, E, C の前方に $5l/12$ をとつて切線上に B, T, C を決定する。B, C, E, C より圓曲線上に $7l/12$ をとつて B, T, C を定める (第二十八圖参照)。

B, T, C に始まり E, T, C に終る l 間を十等分し $0.1l, 0.2l, \dots, 0.9l$ 等の點を基準切線及び基準圓上に定め、之れ等の點より圓の内側に、基準線及び圓の法線上に次に與ふる間隔 α_s をとる。斯くて緩和曲線を敷設すべき位置を得る。

間隔 α_s は附圖第三 (d) にて、ヲワ間 ($s=0\sim 5l/12$)

$$\alpha_s = \frac{7l^2}{30R}\xi^4 = \alpha_0 \frac{l^2}{R} \dots \dots \dots (42)$$

茲に $\alpha_0 = \frac{7}{30}\xi^4$

カヨ III ($s=l/2\sim l$)

$$\alpha_s = \frac{7l^2}{30R} \left[\frac{3}{7}(1-\xi)^2 - (1-\xi)^4 \right] = \alpha_0 \frac{l^2}{R} \dots \dots \dots (43)$$

茲に $\alpha_0 = \frac{1}{12}(1-\xi)^2 - \frac{7}{30}(1-\xi)^4$

茲に $\xi = s/l, \xi = 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1.0$ にとつた場合の α_0 の値は第四表にある。カントはヲ點にて O, カ點にて $h/2$, ヨ點にて h を付し、其の間の変化は次式に依ればよい。

第四表 14. (○法)

部分	概分	間隔 $\alpha_s = \alpha_0 \frac{l^2}{R}$	カント $h_s = \beta_0 h$	β_0 の式	β_0 の値
附圖第三(d)	$S = \xi l$	α_0 の式	α_0 の値		
B.T.C ヲ點	0.0 l	$\frac{7}{30}\xi^4$	0.00000	$2\xi^2$	0.000
	0.1 l		0.00002		0.020
	0.2 l		0.00031		0.080
	0.3 l		0.00158		0.180
	0.4 l		0.00498		0.320
B.C ヲ點	$\frac{n}{12} l$		0.00586		0.347

部分 附圖第三(d)	横距 $S = \xi l$	α_c の式	α_c の値	β_a の式	β_a の値	
カ點	0.5 l	$\frac{1}{12}(1-\xi)^2$	0.00868	$1-2(1-\xi)^2$	0.500	
	0.6 l		0.00836		0.630	
	0.7 l		0.00593		0.820	
	0.8 l		$-\frac{7}{36}(1-\xi)^2$		0.00302	0.920
	0.9 l		0.00081		0.980	
E.T.C 點	1.0 l		0.00000		1.000	

中間のカント h_s は 第三十一圖にて、イロ (即ち 附圖第三 (d) ヲカ) 間 ($s=0 \sim l/2$)

$$h_s = 2h \left(\frac{s}{l} \right)^2 = 2h\xi^2 = \beta_c h \dots \dots \dots (44)$$

ロハ (即ち附圖第三(d) カヨ) 間 ($s=l/2 \sim l$)

$$h_s = h \left[1 - 2 \left(1 - \frac{s}{l} \right)^2 \right] = h \left[1 - 2(1-\xi)^2 \right] = \beta_a h \dots \dots \dots (45)$$

茲に ξ は s/l , $\xi=0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1.0$ にとつた場合の β_c の値は第四表にある。

(ii) 應 用 例

半徑 650 m, 曲線長 380 m の圓曲線ある場合, 列車速度 95 軒/時に對し, A, B, C 法等によつて緩和曲線を挿入する應用例を述べる。

曲線長が長いから普通の 15, 或は 16, 17, 等の方法では移動間隔 (移程) が大で建築限界支障箇所が多い。従つて 14, の方法を選んだ。附表第一カント表よりカント 117 mm を得る。此の約 700 倍を緩和曲線長 l と採れば,

$$l = 80 \text{ m}$$

である。

(A 法) B, T, C は現在の B, C よりも前方 $l/3 = 80/3 = 26.7 \text{ m}$ に採る。

B, T, C より 0.1 l , 0.2 l ... 即ち 8 m, 16 m ... 等の點を選んでマークを軌條につけて置く次に (附表第二参照)

$$\frac{l^2}{R} = \frac{80^2}{650} = 9.846 \text{ m} = 9846 \text{ mm}$$

故に前述せる第二表より内側への移程 (間隔) e_s 及び外軌のカント h_s は次の如く求められる。

第 五 表

	0	0.1 l	0.2 l	0.3 l	0.4 l	0.5 l	0.6 l	0.7 l	0.8 l	0.9 l	l
	B.T.C	8m	16m	24m	32m	40m	48m	56m	64m	72m	B.T.C
	0m										80m
$e_s(\text{mm})$	0.0	2.0	17.0	59.0	118.0	137.0	123.0	89.0	48.0	14.0	0.0
$h_s(\text{mm})$	0.0	11.7	23.4	35.1	46.8	58.5	70.2	81.9	93.6	105.3	117.0

(B 法) B. T. C は現在の B, C より前方

$$\frac{73}{320}l = \frac{73}{320} \times 80 = 18.25\text{m}$$

に採る。

B. T. C より 0.1*l*, 0.2*l*... 即ち 8m, 16m...等の點を選んでマークを軌條につけて置く事は前と同様である。

$$\frac{l^2}{R} = 9840\text{mm}$$

も前と同様である。故に第三表より内側への移程(間隔) e_s 及び外軌のカント h_s は次の如く求められる。

第 六 表

	0	0.1 <i>l</i>	0.2 <i>l</i>	0.3 <i>l</i>	0.4 <i>l</i>	0.5 <i>l</i>	0.6 <i>l</i>	0.7 <i>l</i>	0.8 <i>l</i>	0.9 <i>l</i>	<i>l</i>
	B.T.C 0m	8m	16m	24m	32m	40m	48m	56m	64m	72m	B.T.C 80m
$e_s(\text{mm})$	0.0	14	62	129	157	153	123	77	45	13	0.0
$h_s(\text{mm})$	0.0	11.7	23.4	35.1	46.8	53.5	70.2	81.9	93.6	105.3	117.0

(C 法) B. T. C は現在の B, C より前方

$$\frac{5}{12}l = \frac{5}{12} \times 80 = 33.33\text{m}$$

に採る。

を十等分する事、 $l/R = 9840\text{mm}$ なる事等は前と同様である。第四表より曲線内側への移程 e_s 及びカント h_s は次の如く求められる。

第 七 表

	0	0.1 <i>l</i>	0.2 <i>l</i>	0.3 <i>l</i>	0.4 <i>l</i>	0.5 <i>l</i>	0.6 <i>l</i>	0.7 <i>l</i>	0.8 <i>l</i>	0.9 <i>l</i>	<i>l</i>
	B.T.C 0m	8m	16m	24m	32m	40m	48m	56m	64m	72m	B.T.C 80m
$e_s(\text{mm})$	0	0	3	10	49	85	82	59	30	8	0
$h_s(\text{mm})$	0	2.3	9.4	21.1	37.4	53.5	79.6	95.9	107.6	114.6	117.0

之れ等の例題より見れば曲線半径大なる場合は、移程は非常に小さなもので済む事が分る。従つて緩和曲線を挿入するに何程の費用も要しないのである。又 A, B, C 法等各々曲度や B. T. C 等は非常に違ふが移程は殆ど目の見當では解らぬ程度の差である。之れを逆に言へば曲線の位置の多少の狂ひが非常なる曲度の差異を生じ得るものである事を知るのである。之れ即ち特急速轉區間に於ては軌條の位置を確保するが如き設備が欲しい所以である。

A, B, C 3 方法は孰れも同じ目的に用ひらるゝもので、各々一長一短がある。A 法は曲度が一部大きくなる事、B 法は B. T. C と B, C との距離が短く、従つて後述する 21. の方法などに用ひて便利である。C 法もよいがカントのつけ方が直線的の變化でないから保守に

多少面倒であらう。之れを要するに場合場合に應じ最も適當な方法を用ふるがよいのである。

(iii) 理 論

14. の方法の導き方を一通り説明しよう。前編に述べた處より始終切線のなす角 φ (圓曲線の中心角) は曲度圖の面積を以て示されるから、切線方向を變へぬためには、緩和曲線を有する新曲線の曲度圖が舊圓曲線の曲度圖と同様なる面積を持たねばならぬ。之れが第一の條件である。第二十九圖、第三十圖及び第三十一圖を見れば先づ此の條件が満足されて居る事が解る。

次に二曲線の間隔 e は角圖の差 θ の面積で示されるから、E. T. C で緩和曲線が舊圓曲線と一致する即ち $s=l$ で $e_s=0$ のためには、緩和曲線を有する新曲線の角圖が舊圓曲線の角圖と同様なる面積を $s=l$ までに於て持たねばならぬ。之れが第二の條件である。附圖第一 (b)、附圖第二 (b)、附圖第三 (b) を見れば此の條件も満足されて居る事が解る。

然し上記の2條件のみからして直に A, B, C 等の方法が導びかれる譯ではない。本方法を案出するには著者は從來の解析的解法を行つて、其の方法の複雑困難さに行詰り、其の算式を圓距法に應用して初めて之れを爲し得たのである。従つて 14. (1v) 解析的解法との關係の項を見れば圓距法の上記2條件と相俟つて之れ等方法の導き方が明かにならうと思ふ。但し茲には一々之れを導かない。たゞ次に A, B, C 法を圓距法の理論により其の正しき所以を明かにするに止める。

(A 法) 緩和曲線 χ (附圖第一 (d)) の曲度圖 ι (附圖第一 (a)) の式は次の式で示される。

$$\frac{1}{r_s} = \frac{4}{3R} \frac{s}{l}$$

ι の角圖 ι = 附圖第一 (b) は (28) 式より

$$\varphi_s = \int_0^s \frac{1}{r_s} ds = \int_0^s \frac{4}{3R} \frac{s}{l} ds = \frac{2S^2}{3Rl}$$

基準圓の角圖 θ = は (28) 式より

$$\varphi_s' = \int \frac{1}{l} \frac{1}{R} ds = \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{3} \right)$$

従つて間隔 $e_s = \int_0^s (\varphi_s' - \varphi_s) ds$ は、チリ間 ($s=0 \sim l/3$) $\varphi_s' = 0$ であるから

$$e_s = - \int_0^s \frac{2}{3Rl} s^2 ds = - \frac{2}{9Rl} s^3 = - \frac{2l^2}{9R} \xi^3 \dots \dots \dots (38)$$

リ又間 ($s=l/3\sim l$)

$$e_s = -\int_{\frac{l}{3}}^s \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{3} \right) ds = \int_0^s \frac{2}{3Rl} s^2 ds$$

$$= -\frac{2}{9Rl} \left[s^3 - \frac{l}{4}(3s-l)^2 \right] = -\frac{2l^2}{9R} \left[\xi^3 - \frac{1}{4}(3\xi-1)^2 \right] \dots\dots\dots (39)$$

(B 法) 緩和曲線ルヲ (附圖第二 (d)) の曲度圖, ロハ (附圖第二 (a)) の式は

$$\frac{1}{r_s} = \frac{13}{10R} \frac{s}{l} + \frac{39}{160R} \frac{l-s}{l} = \frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{160}s + \frac{39}{160}l \right)$$

ロハの角圖ホへ (附圖第二 (b)) は

$$\varphi_s = \int_0^s \frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{160}s + \frac{39}{160}l \right) ds = \frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{320}s^2 + \frac{39}{160}ls \right)$$

基準圓の角圖トへは

$$\varphi_s' = \int_{\frac{73}{320}l}^s \frac{1}{R} ds = \frac{1}{R} \left(s - \frac{73}{320}l \right)$$

従つて間隔 e_s は, ルヲ間 ($s=0\sim 73l/320$), $\varphi_s'=0$

$$e_s = -\int_0^s \frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{320}s^2 + \frac{39}{160}ls \right) ds = -\frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{960}s^3 + \frac{39}{320}ls^2 \right)$$

$$= -\frac{l^2}{R} \left(\frac{169}{960}\xi^3 + \frac{39}{320}\xi^2 \right) \dots\dots\dots (附圖第二 (c)) \text{チリ曲線} \dots (40)$$

ヲヲ間 ($s=73l/320\sim l$)

$$e_s = \int_{\frac{73}{320}l}^s \frac{1}{R} \left(s - \frac{73}{320}l \right) ds - \int_0^s \frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{320}s^2 - \frac{39}{160}ls \right) ds$$

$$= \frac{1}{2R} \left(s - \frac{73}{320}l \right)^2 - \frac{1}{Rl} \left(\frac{169}{960}s^3 + \frac{39}{320}ls^2 \right)$$

$$= -\frac{l^2}{R} \left[\frac{169}{930}\xi^3 + \frac{39}{320}\xi^2 - \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{73}{320} \right)^2 \right] \dots\dots (附圖第二 (c)) \text{リ又曲線} \dots (41)$$

(C 法) 緩和曲線ヲヨ (附圖第三 (d)) の曲度圖イロハ (附圖第三 (a)) のイロ曲線の式は

$$\frac{1}{r_s} = \frac{1}{2} \frac{7}{6R} \left(\frac{s}{l/2} \right)^2 = \frac{7}{3Rl^2} s^2$$

ロハ曲線の式は

$$\frac{1}{r_s} = \frac{7}{6R} \left[1 - 2 \left(1 - \frac{s}{l} \right)^2 \right]$$

従つてイロの角圖=ホ (附圖第三 (b)) は

$$\varphi_s = \int_0^s \frac{7}{3Rl^2} s^2 ds = \frac{7s^3}{9Rl^2}$$

□ハの角圖ホへ (附圖第三 (b)) は

$$\varphi_s = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{7}{36Rl^2} s^3 ds + \int_{\frac{l}{2}}^s \frac{7}{6Rl} \left[1 - 2 \left(1 - \frac{s}{l} \right)^2 \right] ds = \frac{7}{36Rl} \left[0s - 3l + 4l \left(1 - \frac{s}{l} \right)^3 \right]$$

基準圓の角圖トへは

$$\varphi_s' = \int_{\frac{5}{12}l}^s \frac{1}{R} ds = \frac{1}{R} \left(s - \frac{5}{12}l \right)$$

故に間隔 e_s は、ヲワ間 ($s=0 \sim 5l/12$), $\varphi_s' = 0$

$$e_s = - \int_0^s \frac{7}{9Rl^2} s^3 ds = - \frac{7s^4}{36Rl^2} = - \frac{7l^2}{36R} \xi^4 \dots \dots \dots (\text{附圖第三 (C) ナリ曲線}) \dots (12)$$

ワカ間 ($5l/12 \sim l/2$) は l を十二等分以上に細かく分けない普通の場合は不必要であるから別に計算しない。

カヨ間 ($s=l/2 \sim l$) は

$$\begin{aligned} e_s &= \int_{\frac{5}{12}l}^s \frac{1}{R} \left(s - \frac{5}{12}l \right) ds - \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{7s^3}{9Rl^2} ds - \int_{\frac{l}{2}}^s \frac{7}{36R} \left[0s - 3l + 4l \left(1 - \frac{s}{l} \right)^3 \right] ds \\ &= - \frac{l^2}{12R} \left[\left(1 - \frac{s}{l} \right)^2 - \frac{7}{3} \left(1 - \frac{s}{l} \right)^4 \right] \\ &= - \frac{7l^2}{36R} \left[\frac{9}{7} (1 - \xi)^2 - (1 - \xi)^4 \right] \dots \dots \dots (\text{附圖第三 (C) ナル曲線}) \dots (13) \end{aligned}$$

カントは第三十一圖の通りであるから附圖第三 (a) の曲度圖と同様の式

$s=0 \sim l/2$ の間

$$h_s = 2h \left(\frac{s}{l} \right)^2 = 2\xi^2 h \dots \dots \dots (14)$$

$s=l/2 \sim l$ の間

$$h_s = h \left[1 - 2 \left(1 - \frac{s}{l} \right)^2 \right] = [1 - 2(1 - \xi)^2] h \dots \dots \dots (15)$$

でよいのである。

(iv) 解析的解法との關係

(A 法及び B 法) A 法及び B 法は直角座標 x, y を用ひ第三十二圖及び第三十三圖にて説明すれば次の如き意味を有して居る。第三十二圖及び第三十三圖は半徑 R なる圓が C を中心として B, C にて α なる切線に切せる事及び切線上の B, T, C 及び同弧上の E, T, C を結ぶ三次拋物線 $y=f(x)$ が B, T, C 0 點にて切線に切し (此の切點を横距 α の原點とする) E, T, C A 點にて圓に切する事を示した圖である。先づ此の拋物線は A 點にて曲度 $1/R$ なる

る圓に切し而も其の内側に出て居るから、A 點に於ける拋物線の曲度 $1/r_0$ は $1/R$ より大でなければならぬ。今之れを $1/\alpha R$ とおく。但し $\alpha < 1$ である。

斯かる三次拋物線が更に 0 點にて半徑 ∞ (A 法) 及び αR の $(2-\alpha)/(1-\alpha)$ 倍 (B 法) とする時、此の拋物線の式は次の如く示される。

$$y = \frac{x^3}{6\alpha Rl}$$

及び

$$y = \frac{\frac{x^3}{6} + \frac{(1-\alpha)l}{2}x^2}{(2-\alpha)\alpha Rl}$$

今之れ等の拋物線の性質並に圓と切する條件

を求めて見やう。先づ $y = x^3/6\alpha Rl$ (A 法) なる線の縦距 y は

$$\begin{cases} x=0 & y_0=0 \\ x=l & y_l = \frac{l^3}{6\alpha Rl} \end{cases}$$

切線方向は $dy/dx = x^2/2\alpha Rl$

$$\begin{cases} x=0 & \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = 0 \text{ 即ち } 0 \text{ 點にて } x \text{ に切す} \\ x=l & \left(\frac{dy}{dx}\right)_l = \tan \varphi = \frac{l}{2\alpha Rl} \end{cases}$$

曲度は

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \right]^{-3} = \frac{x}{\alpha Rl} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{x^2}{2\alpha Rl}\right)^2} \right]^{-3}$$

$$\left[\sqrt{1 + \left(\frac{x^2}{2\alpha Rl}\right)^2} \right]^{-3} = 1 \text{ とせば}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{x}{\alpha Rl}$$

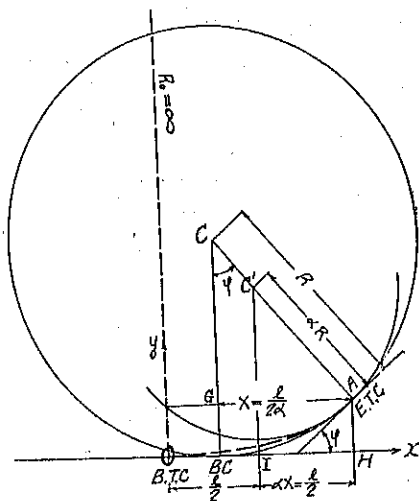
即ち直線的變化となり

$$\begin{cases} x=0 & \frac{1}{r_0} = 0 \text{ 即ち } r_0 = \infty \\ x=l & \frac{1}{r_l} = \frac{l}{\alpha Rl} \end{cases}$$

即ち此の拋物線は附圖第一 (a) 及び附圖第一 (d) と一致せる性質を有する事を知る。

さて此の拋物線が A 點にて圓と切する即ち圓と同様の縦距並に切線方向を有するための條件を求めて見る。第三十二圖にて $x=l$ にて圓と拋物線の縦距等しき條件は

第三十二圖



$$y_t = R - \sqrt{R^2 - X^2} = \frac{l^2}{6\alpha R} \dots \dots \dots (40)$$

切線方向の等しき條件は

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_t = \tan \varphi = \frac{X}{\sqrt{R^2 - X^2}} = \frac{l}{2\alpha R} \dots \dots \dots (47)$$

之れ等兩方程式より

$$1 + \frac{l^2}{4\alpha R^2} \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{3} \right] - \frac{l^4}{48\alpha^3 R^4} = \frac{3}{4\alpha}$$

を得る。今 $1/4\alpha \cdot (l/R)^2$ 以下の項を捨てれば

$$\alpha = \frac{3}{4}$$

更に (47) 式より

$$X^2 \left[1 + \left(\frac{l}{2\alpha R} \right)^2 \right] = \frac{l^2}{4\alpha^2} = \frac{4}{9} l^2$$

此の式にて上と同様に $(l/2\alpha R)^2$ を捨てれば

$$X = \frac{2}{3} l \dots \dots (第三十二圖 AG)$$

$$\therefore HI = \alpha X = \frac{l}{2}$$

を得る。

此の結果は即ち附圖第一 (a) の A 法と直角座標による解法との關係を明かに示すものである。次に (B 法)

$$y = \frac{\frac{x^3}{6} + \frac{(1-\alpha)l}{2} x^2}{(2-\alpha)\alpha R l}$$

なる曲線の縦距 y は

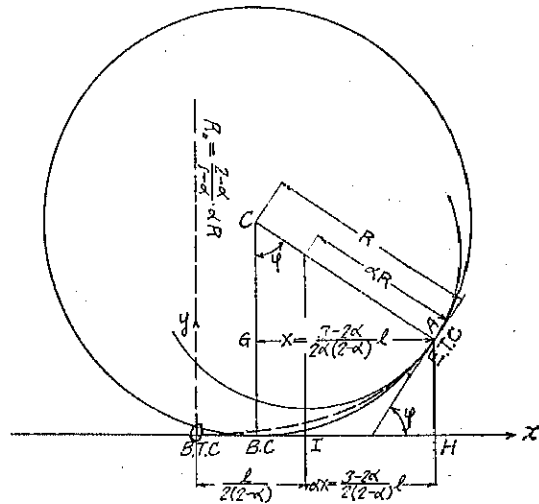
$$\begin{cases} x=0 & y_0=0 \\ x=l & y_l = \frac{(4-3\alpha)l^2}{6(2-\alpha)\alpha R} \end{cases}$$

切線方向は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{x^2}{2} + (1-\alpha)lx}{(2-\alpha)\alpha R l}$$

$$\begin{cases} x=0 & \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = 0 \\ x=l & \left(\frac{dy}{dx}\right)_l = \frac{(3-2\alpha)l}{2(2-\alpha)\alpha R} \end{cases}$$

第三十三圖



曲度は

$$\frac{1}{r_s} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x + (1-\alpha)l}{(2-\alpha)\alpha R l}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=l \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r_0} = \frac{1}{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}\alpha R} \\ \frac{1}{r_l} = \frac{1}{\alpha R} \end{array} \right.$$

さて第三十三圖にて圓と此の拋物線の縦距が $x=l$ にて等しき條件は

$$y_l = R - \sqrt{R^2 - X^2} = \frac{(4-3\alpha)l^2}{6(2-\alpha)\alpha R} \dots\dots\dots (48)$$

切線方向の等しき條件は

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_l = \tan \varphi = \frac{X}{\sqrt{R^2 - X^2}} = \frac{(3-2\alpha)l}{2(2-\alpha)\alpha R} \dots\dots\dots (49)$$

之れ等兩方程式より

$$\left[\frac{(4-3\alpha)l^2}{(2-\alpha)3\alpha R^2} + \left\{ \frac{(4-3\alpha)l^2}{(2-\alpha)6\alpha R^2} \right\}^2 \right] \left[1 + \left\{ \frac{(3-2\alpha)l}{(2-\alpha)2\alpha R} \right\}^2 \right] = \left\{ \frac{(3-2\alpha)l}{(2-\alpha)2\alpha R} \right\}^2$$

$$\left[1 + \frac{(4-3\alpha)l^2}{(2-\alpha)12\alpha R^2} \right] \left[1 + \left\{ \frac{(3-2\alpha)l}{(2-\alpha)2\alpha R} \right\}^2 \right] = \frac{3(3-2\alpha)^2}{(2-\alpha)(4-3\alpha)4\alpha}$$

$(l/R)^2$ 以下の項を捨てれば

$$1 = \frac{3(3-2\alpha)^2}{(2-\alpha)(4-3\alpha)4\alpha}$$

なる條件を得る。之れを解きて $\alpha = 10/13$ 従つて

$$\frac{1}{r_0} = \frac{30}{160R}, \quad \frac{1}{r_l} = \frac{13}{10R}$$

(49) 式より

$$X = \frac{3-2\alpha}{2\alpha(2-\alpha)} l = \frac{247}{320} l$$

$$\therefore H I = \alpha X = \frac{10}{13} \times \frac{247}{320} l = \frac{10}{32} l$$

を得る。

此の結果は即ち附圖第二 (a) の B 法と直角座標による解法との關係を明かに示すものである。

(C 法) G 法を直角座標 x, y を用ひて研究して見よう。第三十四圖は第三十二圖及び第三十三圖と同様である。但し緩和曲線 OA は四次の拋物線とし、A 點にて曲度 $1/\alpha R$ 、O 點にて曲度零とする。然らば此の四次拋物線は $s=0 \sim l/2$ の間は

$$y = \frac{x^4}{6\alpha R l^2}$$

$s = l/2 \sim l$ の間は

$$y = \frac{1}{2\alpha R} \left[\frac{18l^2}{48} - lx + x^2 - \frac{l^2}{3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^4 \right]$$

で示される。今此の拋物線の性質並に圓と切する条件を求めて見やう。

先づ曲線の縦距 y は

$$\begin{cases} x=0 & y_0=0 \\ x=\frac{l}{2} & y_{\frac{l}{2}} = \frac{l^2}{96\alpha R} \\ x=l & y = \frac{7l^2}{48\alpha R} \end{cases}$$

切線方向は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^3}{3\alpha R l^2} \dots\dots\dots (s=0 \sim l/2)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\alpha R} \left[2x + \frac{4l}{3} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^3 - l \right] \dots\dots\dots (s=l/2 \sim l)$$

$$\begin{cases} x=0 & \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = 0 \\ x=\frac{l}{2} & \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\frac{l}{2}} = \frac{l}{12\alpha R} \\ x=l & \left(\frac{dy}{dx}\right)_l = \tan \varphi = \frac{l}{2\alpha R} \end{cases}$$

曲度は近似計算にて

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2x^2}{\alpha R l^2} \dots\dots\dots (s=0 \sim l/2)$$

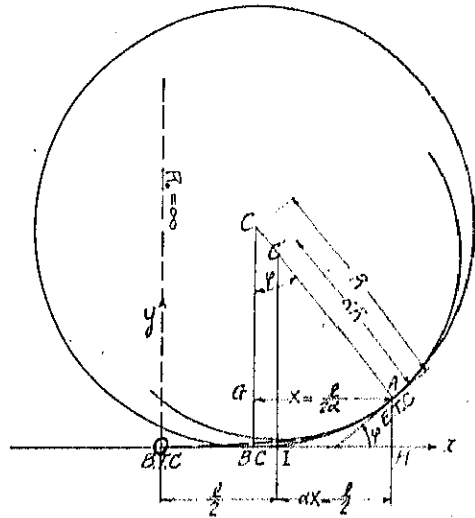
$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\alpha R} \left[1 + 2 \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \right] \dots\dots\dots (s=l/2 \sim l)$$

即ち曲度變化は二次拋物線の反方向せる形である (附圖第三 (a) 参照)。

$$\begin{cases} x=0 & \frac{1}{r_0} = 0 \quad \text{即ち } r_0 = \infty \\ x=\frac{l}{2} & \frac{1}{r_{\frac{l}{2}}} = \frac{1}{2\alpha R} \\ x=l & \frac{1}{r_l} = \frac{1}{\alpha R} \end{cases}$$

さて此の拋物線と圓の縦距が $x=l$ にて等しき條件は、第三十四圖にて

第三十四圖



$$y_l = R - \sqrt{R^2 - X^2} = \frac{7l^2}{48\alpha R} \dots\dots\dots(50)$$

切線方向の等しき条件は

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_l = \tan \varphi = \frac{X}{\sqrt{R^2 - X^2}} = \frac{l}{2\alpha R} \dots\dots\dots(51)$$

之れ等兩方程式より

$$\left[1 - \frac{7l^2}{96R^2}\right] \left[1 + \left(\frac{l}{2\alpha R}\right)^2\right] = \frac{6}{7\alpha}$$

今 $(l/R)^2$ 以下の項を捨てれば

$$1 = \frac{6}{7\alpha} \quad \therefore \alpha = \frac{6}{7}$$

なる条件を得る。(51) 式より

$$X = \frac{l}{2\alpha R} R = \frac{l}{2\alpha} = \frac{7}{12} l \quad \therefore IH = \alpha X = \frac{l}{2} \text{を得る。}$$

此の結果は即ち附圖第三(a) C法と直角座標による解法との關係を明かに示すものである。

15. 圓曲線を多少内側に移動して緩和曲線を挿入する方法

第三十五圖の如く舊圓曲線の内側に多少新曲線の位置を移動させて緩和曲線を挿入するには次の如くすればよい。之れは現在規程の緩和曲線敷設第一法と略々同様であるが、相當の曲線長なき限り適用出来ない。

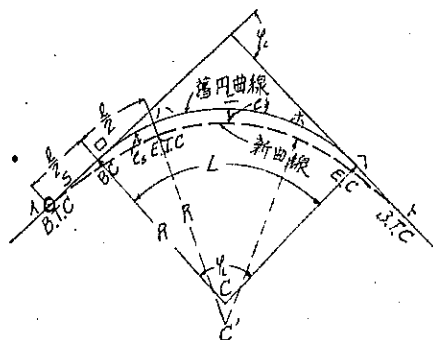
(1) 敷設方法

現在曲線半径によりカント h を決め、之れより緩和曲線長 l を決定する。舊圓曲線を横距(即ち基準圓)とし、其の B,C 及び E,C の前後に $l/2$ 宛をとつて B,T,C 及び E,T,C を決定する。B, T, C イ點を横距 s の原點と考へ、横距上に $0.1l, 0.2l, \dots, 0.9l, 1.0l$ 等の l の十分點を定めて行く。之れ等の點より圓の内側に基準切線及び圓に直角に出した法線上に次に與へる間隔 e_s を探る。斯くて求むる新曲線を得る。

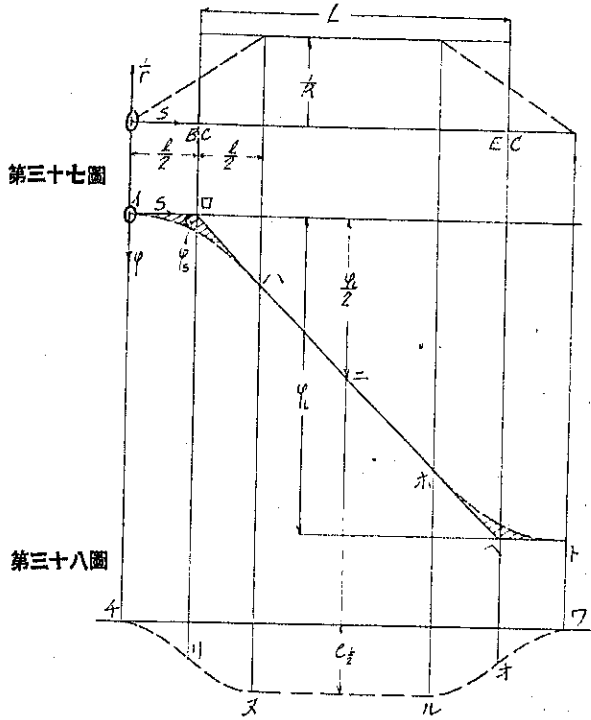
間隔 e_s はイロ間 ($s=0 \sim l/2$) は

$$e_s = \frac{l^2}{6R} \xi^3 = \alpha \frac{l^2}{R} = 24\alpha c \frac{l^2}{2} \dots\dots\dots(\text{第三十八圖ナリ曲線}) \dots\dots(52)$$

第三十五圖



第三十六圖



ロハ間 ($s=l/2 \sim l$) は

$$e_s = \frac{l^2}{6R} \left[\xi^3 - 3\left(\xi - \frac{1}{2}\right)^2 \right] = \alpha \frac{l^2}{R} = 24\alpha \frac{e}{l} \dots \dots \dots (\text{第三十八圖リ} \times \text{曲線}) \dots \dots (53)$$

ハハ間 ($s=l \sim (L+l)/2$) は

$$e_s = \frac{l^2}{24R} = \frac{e}{l}$$

茲に $\xi = \frac{s}{l}$, $\xi = 0.1 \ 0.2 \ \dots \ 0.9 \ 1.0$ にとつた場合の α の値は第八表に掲げてある。

第八表 間隔 $e_s = \alpha \frac{l^2}{R}$

部分 (第三十五圖)	横距 ($s = \xi l$)	α の式	α の値	カント h_s
B. T. C (4點)	0.0 l	$\frac{1}{6} \xi^3$	0.0000	0.0 h
	0.1 l		0.00017	0.1 h
	0.2 l		0.00133	0.2 h
	0.3 l		0.00450	0.3 h
	0.4 l		0.01067	0.4 h
B. C (4點)	0.5 l	0.02083	0.5 h

	0.6 <i>l</i>	}	$\frac{1}{6} \left[\xi^3 - 3 \left(\xi - \frac{1}{2} \right)^2 \right]$	{		
	0.7 <i>l</i>				0.03100	0.6 <i>h</i>
	0.8 <i>l</i>				0.03717	0.7 <i>h</i>
	0.9 <i>l</i>				0.04033	0.8 <i>h</i>
	1.0 <i>l</i>				0.04150	0.9 <i>h</i>
B. T. C (ハ點)					0.04167	1.0 <i>h</i>
圓部分ハ=間			1/24		0.04167	1.0 <i>h</i>

カントはイハ間を直線的に遞減させればよい。

此の方法は現在規程の第一法に相當するもので、緩和曲線を入れると新曲線が舊曲線より内側に移動すると云ふ缺點がある。従つて新しく線路を敷設する場合とか線路曲線の大改良を行ふ場合でなければ現場の事情に適しない事が多からうと思はれる。

(II) 應 用 例

半徑 500 m, 曲線長 $L=120$ m の圓曲線に於て、列車速度 80 新/時に對し、15. の方法に依り緩和曲線を挿入する例題である。

附表第一のカント表よりカント 108 mm を得る。此の約 740 倍は 80 m であるが、之を緩和曲線長に採れば曲線長との關係もよるしい。従つて $l=80$ m とする。然らば $l^2/R=12800$ mm (附表第二参照)。

従つて第八表より曲線内側への移程 a_s 及び外軌のカント h_s は次の如くである。

第 九 表											l 乃 至 曲線中央
0	0.1 <i>l</i>	0.2 <i>l</i>	0.3 <i>l</i>	0.4 <i>l</i>	0.5 <i>l</i>	0.6 <i>l</i>	0.7 <i>l</i>	0.8 <i>l</i>	0.9 <i>l</i>	1.0 <i>l</i>	E.T.C 乃至 100
(m)	B.T.C 0	8.0	10	24	32	40	48	56	64	72	E.T.C 乃至 100
a_s (mm)	0	2.0	17.0	58.0	137.0	267.0	397.0	476.0	516.0	531.0	533.0
h_s (mm)	0	10.8	21.6	32.4	43.2	54.0	64.8	75.6	86.4	97.2	108.0

茲に B. T. C は第三十五圖より明かなる如く舊圓曲線の B. C より $l/2=40$ m. 丈け前方にあり、従つて曲線中央は B. T. C より $40+L/2=100$ m の所にある。E. T. C より此の 100 m の所までは a は常數 533 mm である。

(III) 理 論

第三十六圖曲度圖にて矩形 $1/R \cdot L$ に等しい面積を有する梯形を、求むる緩和曲線の曲度圖と假定する。曲度圖は

$$\begin{cases} 0 \sim 1 & \frac{1}{r} = \frac{R}{l} \frac{1}{R} \\ l \sim \frac{l+L}{2} & \frac{1}{r} = \frac{1}{R} \end{cases}$$

で示される。左右對稱であるから圓曲線の中央までの計算をすれば、他は推して知る事が出来る。即ち曲度圖が左右對稱なれば第三十七圖角圖は=點に關して輻射對稱となり、第三十八圖間隔圖は左右對稱となる。

第三十七圖角圖のイハ曲線は

$$\varphi_s = \int_0^s \frac{1}{r} ds = \int_0^s \frac{s}{lR} ds = \frac{s^2}{2lR}$$

ロハ直線は

$$\varphi_s' = \int_{l/2}^s \frac{1}{R} ds = \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{2} \right)$$

故に間隔 e_s は

$$e_s = \int_0^s (\varphi_s' - \varphi_s) ds$$

イロ間 ($s=0 \sim l/2$) は $\varphi_s' = 0$

$$\begin{aligned} e_s &= - \int_0^s \frac{s^2}{2lR} ds \\ &= - \frac{s^3}{6lR} = - \frac{l^2}{6R} \xi^3 \dots (52) \end{aligned}$$

ロハ間 ($s=l/2 \sim l$) は

$$\begin{aligned} e_s &= \int_{l/2}^s \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{2} \right) ds \\ &\quad - \int_0^s \frac{s^2}{2lR} ds \\ &= \frac{1}{R} \frac{1}{2} \left(s - \frac{l}{2} \right)^2 - \frac{s^3}{6lR} \\ &= - \frac{1}{6lR} \left[s^3 - 3 \left(s - \frac{l}{2} \right)^2 l \right] \\ &= - \frac{l^2}{6R} \left[\xi^3 - 3 \left(\xi - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \\ &\dots \dots \dots (53) \end{aligned}$$

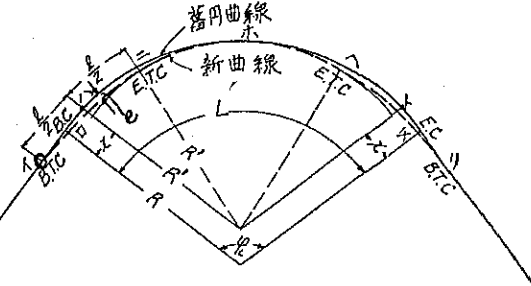
ハハ間は

$$e_s = e_l = \frac{e_l}{3}$$

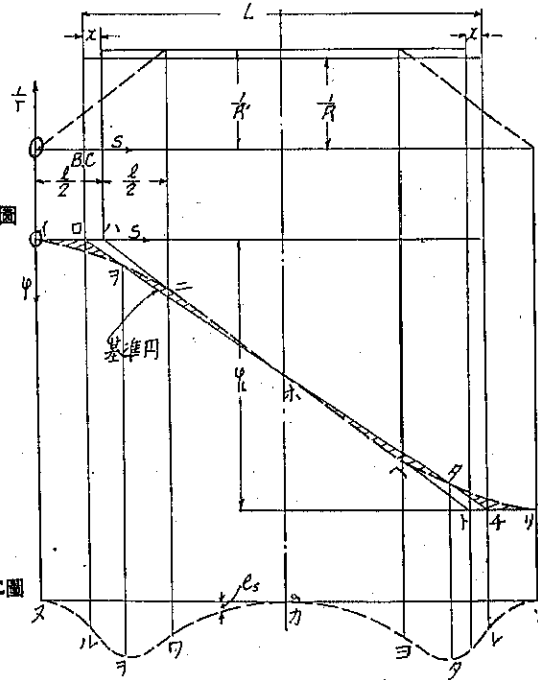
故に

$$\begin{aligned} e_{l/2} &= - \frac{1}{6lR} \left[l^3 - 3 \left(\frac{l}{2} \right)^2 l \right] \\ &= - \frac{l^2}{24R} \end{aligned}$$

第三十九圖



第四十圖



第四十一圖

第四十二圖

16. 圓曲線の頂点を移動せずして緩和曲線を挿入する方法

第三十九圖の如く舊円曲線の内方に、新曲線の頂點が舊円曲線の頂點と一致する様に、緩和曲線を有する新曲線を敷設するには次の如くすればよい。之れは現在規程の緩和曲線敷設第二法と略々同様である。

$$x = \frac{l^2}{3L \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{l^2}{L^2}} \right)} \dots (54)$$

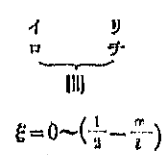

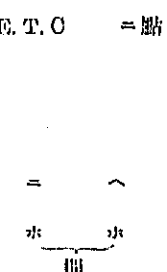
$$\frac{R}{R'} = \frac{L}{L - 2x} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3R^2}}}$$

第十表

$\frac{l}{L}$	x	$\frac{R}{R'}$	$\frac{l}{L}$	x	$\frac{R}{R'}$
0.80	0.1930 <i>l</i>	1.446	0.50	0.0918 <i>l</i>	1.101
0.70	0.1867 <i>l</i>	1.419	0.49	0.0895 <i>l</i>	1.095
0.78	0.1812 <i>l</i>	1.392	0.48	0.0873 <i>l</i>	1.091
0.77	0.1761 <i>l</i>	1.371	0.47	0.0852 <i>l</i>	1.087
0.76	0.1712 <i>l</i>	1.351	0.46	0.0830 <i>l</i>	1.082
0.75	0.1666 <i>l</i>	1.333	0.45	0.0808 <i>l</i>	1.078
0.74	0.1623 <i>l</i>	1.316	0.44	0.0788 <i>l</i>	1.074
0.73	0.1581 <i>l</i>	1.299	0.43	0.0767 <i>l</i>	1.071
0.72	0.1543 <i>l</i>	1.285	0.42	0.0747 <i>l</i>	1.067
0.71	0.1504 <i>l</i>	1.270	0.41	0.0726 <i>l</i>	1.063
0.70	0.1469 <i>l</i>	1.258	0.40	0.0706 <i>l</i>	1.060
0.69	0.1434 <i>l</i>	1.247	0.39	0.0687 <i>l</i>	1.057
0.68	0.1400 <i>l</i>	1.234	0.38	0.0667 <i>l</i>	1.053
0.67	0.1367 <i>l</i>	1.223	0.37	0.0648 <i>l</i>	1.050
0.66	0.1335 <i>l</i>	1.213	0.36	0.0628 <i>l</i>	1.047
0.65	0.1305 <i>l</i>	1.204	0.35	0.0609 <i>l</i>	1.044
0.64	0.1275 <i>l</i>	1.196	0.34	0.0590 <i>l</i>	1.042
0.63	0.1247 <i>l</i>	1.187	0.33	0.0572 <i>l</i>	1.039
0.62	0.1218 <i>l</i>	1.178	0.32	0.0553 <i>l</i>	1.037
0.61	0.1189 <i>l</i>	1.170	0.31	0.0535 <i>l</i>	1.035
0.60	0.1161 <i>l</i>	1.162	0.30	0.0518 <i>l</i>	1.032
0.59	0.1130 <i>l</i>	1.155	0.29	0.0498 <i>l</i>	1.030
0.58	0.1110 <i>l</i>	1.148	0.28	0.0479 <i>l</i>	1.028
0.57	0.1085 <i>l</i>	1.140	0.27	0.0462 <i>l</i>	1.026
0.56	0.1060 <i>l</i>	1.133	0.26	0.0444 <i>l</i>	1.023
0.55	0.1035 <i>l</i>	1.128	0.25	0.0426 <i>l</i>	1.022
0.54	0.1010 <i>l</i>	1.122	0.24	0.0408 <i>l</i>	1.020
0.53	0.0986 <i>l</i>	1.117	0.23	0.0390 <i>l</i>	1.018
0.52	0.0963 <i>l</i>	1.111	0.22	0.0373 <i>l</i>	1.017
0.51	0.0940 <i>l</i>	1.106	0.21	0.0356 <i>l</i>	1.015

第十一表

$$\begin{aligned} \text{間隔 } c_s &= \alpha_1 \frac{l^2}{R}, & \alpha_1 &= \frac{1}{6} \xi^3 \frac{R}{l^2}, & c_s &= (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{l^2}{R}, \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right)^2, & c_s &= (\alpha_3 - \alpha_2) \frac{l^2}{R}, & \alpha_3 &= \frac{1}{2} \left(\xi^2 - \xi + \frac{1}{3} \right) \frac{R}{l^2} \end{aligned}$$

部分 (第三十九圖)	横距 (s = ξl)	α ₁ $\frac{1}{6} \xi^3 \frac{R}{l^2}$	α ₂ $\frac{1}{2} \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right)^2$	α ₃ $\frac{1}{2} \left(\xi^2 - \xi + \frac{1}{3} \right) \frac{R}{l^2}$	ポイント (hs)	
B. T. O	イ點	0.0l	0.00000		0.0h	
 $\xi = 0 \sim \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right)$	0.1l	0.00000 $\frac{R}{l^2}$			0.1h	
	0.2l	0.00133 $\frac{R}{l^2}$			0.2h	
	0.3l	0.00450 $\frac{R}{l^2}$			0.3h	
	0.4l	0.01007 $\frac{R}{l^2}$			0.4h	
	0.5l	0.02083 $\frac{R}{l^2}$			0.5h	
 $\xi = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) \sim 1$	0.2l	0.00133 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(-0.3 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.2h	
	0.3l	0.00450 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(-0.2 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.3h	
	0.4l	0.01007 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(-0.1 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.4h	
	0.5l	0.02083 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(0 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.5h	
	0.6l	0.03600 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(0.1 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.6h	
	0.7l	0.05717 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(0.2 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.7h	
	0.8l	0.08533 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(0.3 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.8h	
	0.9l	0.12150 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(0.4 + \frac{x}{l} \right)^2$		0.9h	
	 $\xi = 1 \sim \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right)$	1.1l	0.16067 $\frac{R}{l^2}$	$\frac{1}{2} \left(0.5 + \frac{x}{l} \right)^2$		1.0h
		1.1l		$\frac{1}{2} \left(0.0 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.22167 $\frac{R}{l^2}$	1.0h
1.2l			$\frac{1}{2} \left(0.7 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.28067 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.3l			$\frac{1}{2} \left(0.8 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.30167 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.4l			$\frac{1}{2} \left(0.9 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.41067 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.5l			$\frac{1}{2} \left(1.0 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.51167 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.6l			$\frac{1}{2} \left(1.1 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.61067 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.7l			$\frac{1}{2} \left(1.2 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.70167 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.8l			$\frac{1}{2} \left(1.3 + \frac{x}{l} \right)^2$	0.88067 $\frac{R}{l^2}$	"	
1.9l			$\frac{1}{2} \left(1.4 + \frac{x}{l} \right)^2$	1.02167 $\frac{R}{l^2}$	"	

2.0 <i>l</i>	$\frac{1}{2} \left(1.5 + \frac{a}{l} \right)^2$	1.16667 $\frac{R}{R'}$	''
2.2 <i>l</i>	$\frac{1}{2} \left(1.7 + \frac{a}{l} \right)^2$	1.48667 $\frac{R}{R'}$	''
2.4 <i>l</i>	$\frac{1}{2} \left(1.9 + \frac{a}{l} \right)^2$	1.84667 $\frac{R}{R'}$	''
2.6 <i>l</i>	$\frac{1}{2} \left(2.1 + \frac{a}{l} \right)^2$	2.24667 $\frac{R}{R'}$	''
2.8 <i>l</i>	$\frac{1}{2} \left(2.3 + \frac{a}{l} \right)^2$	2.68667 $\frac{R}{R'}$	''
3.0 <i>l</i>	$\frac{1}{2} \left(2.5 + \frac{a}{l} \right)^2$	3.16667 $\frac{R}{R'}$	''

(1) 敷設方法

カント *h* を決めこれより緩和曲線長 *l* を決定する。舊圓曲線を基準圓と考ふる事は前と同様である。B. C 及び E. C より測つて

$$a = \frac{l^2}{3L \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4}{3} \frac{l^2}{L^2}} \right)} \dots \dots \dots (54)$$

なる長さを曲線上にとり(第十表参照) 第三十九圖のハ及びト點を定める。此のハ及びト點の前後に $l/2$ 宛をとり、B. T. C 及び E. T. C とする。

B. T. C イ點を横距 *s* の原點と考へ、0.1*l* で横距を等分して行く。之れ等分點の内側法線上に次に與へる間隔 *e_s* を採る。斯くて求むる新曲線の位置を得る。

間隔 *e_s* はイロ間 (*s* = 0 ~ $l/2 - a$)

$$e_s = \frac{l^2}{6R} \frac{R}{R'} \xi^3 = \alpha_1 \frac{l^2}{R} \dots \dots \dots (第四十二圖ヌル曲線) \dots (55)$$

ロハ = Ⅲ] (*s* = $l/2 - a$ ~ *l*)

$$e_s = \frac{l^2}{R} \left[\frac{R}{6R'} \xi^3 - \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{a}{l} \right)^2 \right] = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{l^2}{R} (第四十二圖ルヲロ曲線) \dots (56)$$

ホ間 (*s* = *l* ~ $(l+L)/2 - a$)

$$e_s = \frac{l^2}{R} \left[\frac{R}{2R'} \left(\xi^2 - \xi + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{a}{l} \right)^2 \right] = (\alpha_3 - \alpha_2) \frac{l^2}{R} \dots \dots \dots (第四十二圖ワカ曲線) \dots (57)$$

茲に $R/R' = L/(L-2a)$ (第十表参照), $\xi = s/l$, $\xi = 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1.0$ にとつ場合の α の値は第十一表にある。

カントはイロ間を直線的に遞減させればよい。

此の方法は計算はやゝ面倒であるが、敷設は最も簡單で且つ現在線を多少移動して緩和曲線を入れるには最も適して居る。

(II) 應用例

半徑 600 m, 曲線長 130 m の圓曲線に於て、列車速度 80 軒/時に對し 16. の方法に依り緩和曲線を押入して見る。

附表第一のcant表よりcant 90 mm を得る。此の約 720 倍 66 m を緩和曲線長としてとる。然らば

$$\frac{l^3}{R} = 7.042 \text{ m (附表第二参照)}$$

次に第十表より $l/L = 0.50$ であるから

$$x = 0.0018 l = 5.96 \text{ m, } \frac{R}{R'} = 1.101$$

従つて B.T.C は B.C よりも

$$\frac{l}{2} - 5.96 = \frac{65}{2} - 5.96 = 26.54 \text{ m} = 0.408 l$$

丈け前にあり、E.T.C は之れより 65 m、曲線中央は之れより

$$26.54 + \frac{l}{2} = 26.54 + \frac{130}{2} = 91.54 \text{ m} = 1.409 l$$

にある。

従つて第十一表に依つて α_1, α_2 及び α_3 等の係数を求めるに、B.T.C イ點及び B.C ロ點間は α_1 なる係数であるが、之れは B.C が 0.408 l なる關係上 0.1 l ~ 0.4 l 迄である。 $R/R' = 1.101$ であるから、

第十二表

	B.T.C	0.1 l	0.2 l	0.3 l	0.4 l	B.C
α_1	0	0.00010	0.00146	0.00495	0.01174	—

次に 0.5 l ~ B.T.C までは $(\alpha_1 - \alpha_2)$ なる係数に依る。 $x/l = 0.0018, \alpha_2 = 1/2 \cdot (l - 1/2 + x/l)^2$ であるから第十一表により、

第十三表

	B.C	0.5 l	0.6 l	0.7 l	0.8 l	0.9 l	l (E.T.C)
α_1	—	0.0229	0.0390	0.0528	0.0698	0.1330	0.1834
α_2	—	0.0042	0.0184	0.0426	0.6768	0.1210	0.1751
$\alpha_1 - \alpha_2$	—	0.0187	0.0212	0.0202	0.0170	0.0120	0.0083

	l (E.T.C)	1.1 l	1.2 l	1.3 l	1.4 l	曲線中央
α_3	—	0.2430	0.3151	0.3979	0.4918	—
α_2	—	0.2303	0.3195	0.3977	0.4918	—
$\alpha_3 - \alpha_2$	—	0.0046	0.0016	0.0002	0.0000	—

E.T.C より曲線中央 1.409 l までは $\alpha_3 - \alpha_2$ なる係数に依る (計算は上表の下)。

以上にて各係数 ($\alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2$) 及び ($\alpha_3 - \alpha_2$) を知つたから曲線内側への移程 a_1 と cant h_x とを求めて見ると次の如くである。

第十四表

	0	0.1l	0.2l	0.3l	0.4l	0.5l	0.6l	0.7l	0.8l	0.9l	$\frac{l}{2}$	1.1l	1.2l	1.3l	1.4l	曲線中央
(m)	0	6.5	18.0	19.5	26.0	32.5	39.0	45.5	52.0	58.5	65.0	71.5	78.0	84.5	91.0	91.54
e_s (mm)	0	1.3	10	35	83	132	149	142	120	89	58	32	11	1.4	0	0
h_s (mm)	0	9	18	27	30	45	54	63	72	81	90	90	90	90	90	90

本例題の計算は第十表及び第十一表等を用ひても可成り面倒であつて、計算尺を用ふる斯かる略算でも 僅に 1 時間は必要とする。著者は其の中研究所の柴田直光君にでも囑して、本計算をノモグラムで表したいと思つて居る。ノモグラムに依れば R, l, L を與へただけで直に係数 $\alpha_1, \alpha_1 - \alpha_2$ 及び $\alpha_3 - \alpha_2$ を得る事が出来る筈である。

(iii) 理 論

第四十圖曲度圖にて矩形 $1/R \cdot L$ に等しい面積を有する梯形を、求むる緩和曲線の曲度圖と假定する。茲に梯形の面積は $1/R' \cdot (L - 2x)$ に等しいから、次の等式が成立せねばならぬ。

$$\frac{1}{R'} (L - 2x) = \frac{1}{R} L$$

今次の如くおく。

$$x = \frac{l}{3L \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} \right)} \dots \dots \dots (54)$$

すると、

$$\frac{R'}{R} = \frac{L - 2x}{L} = 1 - \frac{2l^2}{3L^2 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} \right)}$$

$$\therefore \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} \right) \frac{R'}{R} = 1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} - \frac{2l^2}{3L^2} = \frac{1 + 2\sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} + 1 - \frac{4l^2}{3L^2}}{2} = \frac{\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} \right)^2}{2}$$

$$\therefore R' = \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}}}{2} R$$

を得る。曲度圖は、

$$\begin{cases} 0 \sim l & \frac{1}{r} = \frac{s}{l} \frac{1}{R'} \\ l \sim \frac{l+L}{2} - x & \frac{1}{r} = \frac{1}{R'} \end{cases}$$

で示される。右半分は之れと對稱である。従つて角圖第四十一圖のイ = 曲線は

$$\varphi_s = \int_0^s \frac{1}{r} ds = \int_0^s \frac{s}{l} \frac{1}{R'} ds = \frac{s^2}{2lR'}$$

= ホ直線は

$$\varphi_s = \int_{\frac{l}{2}}^s \frac{1}{R'} ds = \frac{1}{R'} \left(s - \frac{l}{2} \right)$$

舊四曲線即ち基準圓の角圖に直線は

$$\varphi_{s'} = \int_{\frac{l}{2}-x}^s \frac{1}{R} ds = \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{2} + x \right)$$

故に間隔 e_s は

$$e_s = \int_0^s (\varphi_{s'} - \varphi_s) ds$$

イ ⅠⅢ ($s=0 \sim l/2-x$) は $\varphi_s = 0$

$$e_s = - \int_0^s e_s ds = - \int_0^s \frac{s^2}{2lR'} ds = - \frac{s^3}{6lR'} = - \frac{l^2}{6R'} \xi^3 \dots \dots \dots (55)$$

$$\text{但し } \xi = \frac{s}{l}$$

ロ ⅡⅢ ($s = \frac{l}{2} - x \sim l$) は

$$\begin{aligned} e_s &= \int_{\frac{l}{2}-x}^s \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{2} + x \right) ds - \int_0^s \frac{s^2}{2lR'} ds = \frac{1}{R} \frac{1}{2} \left(s - \frac{l}{2} + x \right)^2 - \frac{s^3}{6lR'} \\ &= \frac{l^2}{2R} \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{l^2}{6R'} \xi^3 \dots \dots \dots (56) \end{aligned}$$

ハ ⅢⅢ ($s = l \sim (l+L)/2-x$) は

$$\begin{aligned} e_s &= \int_{\frac{l}{2}-x}^s \frac{1}{R} \left(s - \frac{l}{2} + x \right) ds - \int_0^l \frac{s^2}{2lR'} ds - \int_l^s \frac{1}{R'} \left(s - \frac{l}{2} \right) ds \\ &= \frac{1}{2R} \left(s - \frac{l}{2} + x \right)^2 - \frac{l^2}{6R'} - \frac{1}{2R'} s (s-l) = \frac{\left(s - \frac{l}{2} + x \right)^2}{2R} - \frac{1}{2R'} \left[s^2 - sl + \frac{l^2}{3} \right] \\ &= \frac{l^2 \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{x}{l} \right)^2}{2R} - \frac{l^2}{2R'} \left[\xi^2 - \xi + \frac{1}{3} \right] \dots \dots \dots (57) \end{aligned}$$

今 $s = (l+L)/2-x$ とおけば、

$$e_{\left(\frac{l+L}{2} - x \right)} = \frac{1}{2R} \frac{L^2}{4} - \frac{l^2}{6R'} - \frac{1}{2R'} \left[\left(\frac{L}{2} - x \right) - \frac{l^2}{4} \right] = \frac{1}{2R} \left(\frac{L}{2} \right)^2 - \frac{1}{2R'} \left(\frac{L}{2} - x \right)^2 - \frac{l^2}{24R'}$$

然るに

$$x = \frac{l^2}{3L \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4l^2}{3L^2}} \right)} = \frac{PR}{6LR'}$$

$$\therefore \frac{l^2}{24R'} = \frac{xL}{4R}$$

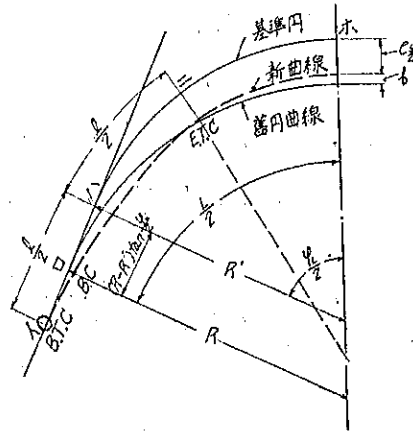
$$\therefore e_{\left(\frac{l+L}{2} - x \right)} = \frac{1}{2R} \left(\frac{L}{2} \right)^2 - \frac{1}{2R'} \left(\frac{L}{2} - x \right)^2 - \frac{xL}{4R} = \frac{1}{4} \left(\frac{L}{2} - x \right) \left[\frac{L}{R} - \frac{1}{R'} (L-2x) \right] = 0$$

即ち中央移程 (動かす間隔) $e_{\left(\frac{l+L}{2} - x \right)}$ は零であつて、新曲線が頂點に於て舊四曲線の頂點と一致すべき事を示してをる。

17. 圓曲線の頂点を任意の量だけ内側又は外側に移動して緩和曲線を挿入する方法

第四十三圖の如く、新曲線の頂点が舊圓曲線の頂点の外方(又は内方) b に來る様に、緩和曲線を有する新曲線を敷設するには次の如くすればよい。先づ舊圓曲線を基準圓とせず、新に頂点が $e_p \pm b$ だけ外側に移動する様に別の圓曲線を敷設し、之れを基準圓と考へて 18. の方法を行へばよいのである。

第四十三圖



カント l 、之れより緩和曲線長 b を決定する。次に頂点の移動距離を b (外+, 内-) とせば

$$p = \frac{l^2 \pm bR}{2l} \dots (58)$$

$$\left(\frac{1}{\cos \frac{\varphi}{2}} - 1 \right) R^2$$

を計算し、此の p を用ひ

$$R' = \frac{1 + \sqrt{1 - 4p}}{2} R \dots (59)$$

を計算する。

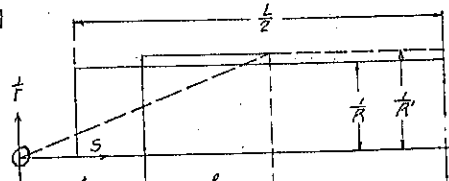
次に B, C より始切線上に $(R - R')$ $\tan \varphi/2$ を採りハ點を定める。此のハ點の前後に $l/2$ をとり B, T, C 及び E, T, C を決定する。

B, T, C イ點を横距 s の原點とし、ハ點にて始切線に切する半徑 R' の基準圓を描く。此の線上のイロハの長さ l を 10 等分し、尖等の點の内側法線上に次に與へる間隔 e_s を採る。斯くて求むる新曲線を得る。

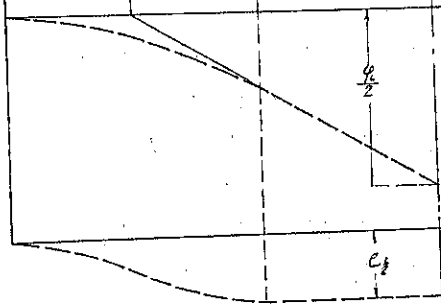
間隔 e_s は 18. と同様で イロハ間 ($s=0 \sim l/2$) は

$$e_s = 4 \frac{s^3}{l^2} e_p \dots (52)$$

第四十四圖



第四十五圖



第四十六圖

ハ=III (s=l/2~l) は

$$e_s = 4 \left[\xi^3 - 3 \left(\xi - \frac{1}{2} \right)^2 \right] e_{\frac{l}{2}} \dots \dots \dots (51)$$

ニホIII (s=l~(L+l)/2) は

$$e_s = \frac{l^2}{24R'} = e_{\frac{l}{3}}$$

此の理論は 15. と同様であるから再び繰返へさぬが、たゞ第四十三圖より

$$e_{\frac{l}{2}} \pm b = R' + \frac{R-R'}{\cos \frac{\varphi L}{2}} - R = (R-R') \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta}{2}} - 1 \right)$$

$$\therefore \left(\frac{R'}{R} \right)^2 - \left(\frac{R'}{R} \right) + \frac{\frac{l^2}{24} \pm b R'}{\left(\frac{1}{\cos \frac{\varphi L}{2}} - 1 \right) R^2} = 0$$

なる關係が成立し、之れより R'/R の値を決定し得る事を舉げて置く。

18. 圓曲線長短き場合の緩和曲線の挿入方法

現在規程よりするも明かなる如く、普通の緩和曲線の挿入方法(規程第一法、第二法、本編 14. 乃至 17.) は總て圓曲線長 L が所要緩和曲線長 l よりも長く

$$L < 4l/3$$

なる制限がある。若し此の制限を侵す時は第十四圖に示すが如き外軌カントの經過に不都合を來すのである。今幹線にてカントを h, l=600h とするも、曲線長 L は、

$$L < 800h$$

なる事を必要とする。殊に第二法 16. に依る時は略々

$$L > 1000h$$

を必要とするから、例へば h=100 mm に對し

$$L > 100 \text{ m}$$

を高速列車運轉に對しては必要とするのである。此の缺點を除くべく茲に述ぶる方法は 14. C 法 第三十一圖に示すが如きカントを付する事に依り

$$L > 500h$$

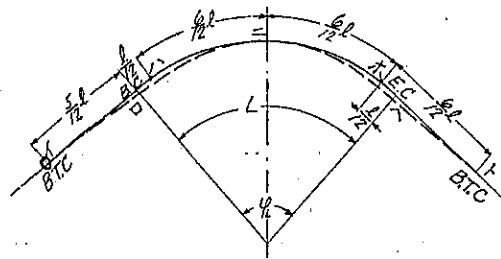
例へば h=100 mm に對し L>50 m 迄の曲線長短き場合まで緩和曲線を入れんとするものである。従つて 第四十八圖曲度圖より明かなる如く、本法は 14. C 法の特別なる場合に過ぎないと云ひ得るのである。

(1) 敷設方法

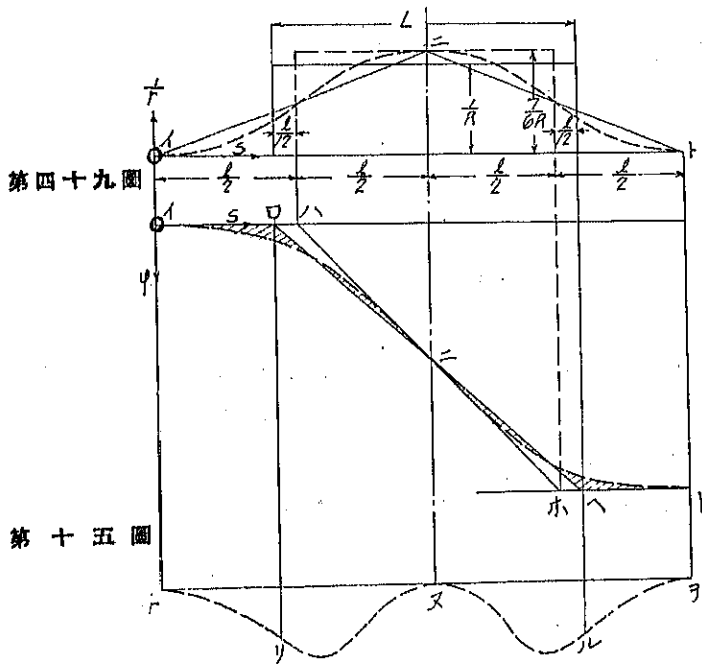
先づカント h を定め、此の 500 倍よりも曲線長 L が大なる場合には、第四十七圖の如く

B, C, E, C より圓曲線内方に $l/12$ をとりハ點を定める。ハ點より $l/2$ をとり B, T, C イ點を決定する。即ち緩和曲線長 l を

第四十七圖



第四十八圖



$$l = \frac{6}{7} L > \left(\frac{6}{7} \times 500 h \div 430 h \right)$$

に採るのである。

B, T, C イ點を横距(舊圓曲線を基準圓とす)の原點にとり、イ=間の長さ l を十等分す

る。之れ等等分點の内側法線上に次に與へる間隔 e_s を探る。斯くて求むる新曲線の位置を得るのである。

間隔 e_s はイロ間 ($s=0\sim 5l/12$) は

$$e_s = \frac{7l^2}{36R} \xi^4 = \alpha_s \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots (10)$$

ハニ間 ($s=l/2\sim l$) は

$$e_s = \left[\frac{8}{7} (1-\xi)^3 - (1-\xi)^4 \right] \frac{7l^2}{36R} = \alpha_s \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots (11)$$

茲に $\xi = \frac{s}{l} = \frac{7s}{6l}$, $\xi = 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 1.0$ にとつた α_s の値は 14. 第四表にある。

カントは

$$\text{イハ間} \quad 2\xi^2 h = \beta_0 h \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{ハニ間} \quad \{1-2(1-\xi)^2\} h = \beta_0 h \dots\dots\dots (13)$$

β_0 の値も同じく第四表にある。

本法に依れば新曲線を頂點を動かさずして入るゝ事が出来る。之れを 16. の方法と比較せば、一見両者は相似て居つて本法の方が計算が簡單であるから、16. の方法は之れを用ひずとも宜敷い様に見ゆるが、實は然らずして移程の少い點、曲度の點及びカントの保守容易等の點よりして、曲線長充分なる場合は 16. の方法を用ふる方がよいのである。

本法の理論は 14. C 法と全く同様であるから此處に繰返さない事にする。

(ii) 應 用 例

半徑 600 m, 曲線長 100 m の圓曲線に於て列車速度 80 軒/時 に対して緩和曲線を挿入する例である。

曲線長が短いから 18. の方法に依る事とする。附表第一より外軌のカント 104 mm を得る。第四十七圖により B, C より

$$\frac{5}{12} l = \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{7} \cdot L = \frac{5}{14} \times 100 = 35.71 \text{ m}$$

丈け前方に B, T, C をとる。従つて緩和曲線長 l は

$$l = 35.71 + \frac{l}{2} = 35.71 + 50 = 85.71 \text{ m}, \quad \frac{l^2}{R} = \frac{85.71^2}{600} = 12.25 \text{ m}$$

従つて 14. C 法の第四表より

第 十 五 表

B, T, C	0.1l	0.2l	0.3l	0.4l	0.5l	0.6l	0.7l	0.8l	0.9l	10. T, C 曲線中央	
(m)	0	8.57	17.15	25.71	34.30	42.89	50.73	60.01	68.00	77.20	85.71
e_s (mm)	0	0.20	3.80	10.00	21.00	36.00	52.00	73.00	97.00	124.00	154.00
h_s (mm)	0	2.00	8.00	18.00	33.00	52.00	70.00	85.00	96.00	102.00	104.00

カントの遞減は平均約 $104/85.710 = 1/824$ である。

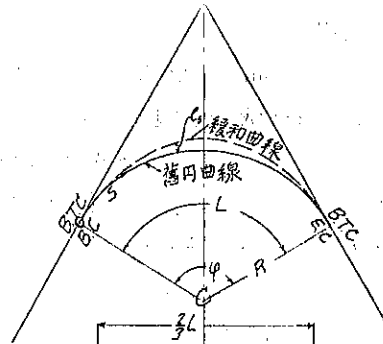
19. 曲線部分の長さを變へずして緩和曲線を挿入する方法

第五十一圖の如く現在曲線の B.C を緩和曲線の B.T.C とし、始終切線には全然手をつけずして緩和曲線を挿入せんとする方法である（勿論嚴格なる意味に於て曲線の長さを少しも變へぬと言ふ方法ではない）。

第五十一圖

(1) 敷設方法

旧曲線半徑 R の $3/2$ 倍の曲線半徑 $3/2 R$ に對してカント h を定める。此のカント h の大きさ如何にかゝらずカントの遞減距離は $L/2$ とする。従つて曲線長 L が略々 $1000 h$ 以上の長さを有する場合でないと本方法は適用し得ない。



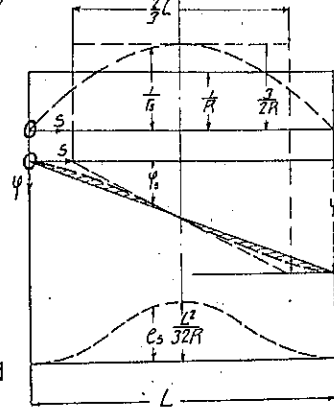
B.C 即ち B.T.C を横距 S の原點とし、舊内曲線を基準として間隔 e_s を外側法線上にとる。

第五十二圖

$$e_s = \frac{L^2}{92R} [8\xi - 8\xi^2 - 1 + (1-2\xi)^4]$$

$$= \alpha \frac{L^2}{R} \dots \dots \dots (64)$$

第五十三圖



カントは

$$h_s = [1 - (1 - 2\xi)^2] h$$

$$= \beta h \dots \dots \dots (65)$$

第五十四圖

茲に $\xi = s/L$, $\xi = 0.05, 0.1, 0.15, \dots, 0.45, 0.5$ に採つた場合の α 及び β の値は第十六表にある。

第十六表

間隔 $e_s = \alpha L^2/R$, カント $h_s = \beta h$

部分 (第五十一圖) 横距 $S = \xi l$	α の式	α の値	β の式	β の値	
B.T.C 〇點		0.00000		0.00	
		0.00113		0.19	
		0.00405		0.36	
		0.00813		0.51	
	$\frac{1}{92} [8\xi - 8\xi^2 - 1$	0.01280	$1 - (1 - 2\xi)^2$	0.64	
	$+ (1 - 2\xi)^4]$	0.01758		0.75	
		0.02205		0.84	
		0.02588		0.91	
		0.02895		0.96	
		0.03063		0.99	
		0.03125		1.00	
曲線中央					

本法は始終切線に全然手をつけずすむのであるから便利であり、應用の範圍も廣いが、頂點を $e_s = L^2/32R$ だけ外方に動かさねばならぬ事、新曲線中央部分には $2R/3$ なる小山線半径が入る事、カントの遞減勾配が B. T. C にて平均勾配の 2 倍となり従つて $L > 1600$ m なる條件を必要とする事等の缺點がある。

(ii) 應 用 例

半径 600 m, 曲線長 160 m の圓曲線に於て 19. の方法で緩和曲線を入れて見る。列車速度を 80 新/時と假定すればカントは 90 mm である。故に曲線長は

$$1600h = 1600 \times 90 = 144000 \text{ mm} = 144 \text{ m}$$

あれば充分であるが、本例題では 160 m ある。 $L^2/R = (160)^2/600 = 42.65 \text{ m}$ であるから、外側移程とカントは第十六表より

第十七表

B. T. C	0.05 L	0.10 L	0.15 L	0.20 L	0.25 L	0.30 L	0.35 L	0.40 L	0.45 L	曲線中央
(m)	0	8	16	24	32	40	48	56	64	80
e_s (mm)	0	48	173	347	546	740	941	1103	1235	1333
h_s (mm)	0	17	32	46	58	68	76	82	86	90

即ち本法は移程が甚だ大きい上に、中央の最小曲度半径が $2R/3 = 2/3 \times 600 = 400 \text{ m}$ となつて了ふから、餘程特殊の目的にでなければ實用にして有利であり得ない。

(iii) 理 論

第五十二圖曲度圖は $L/2$ に頂點を有する且つ高さ $3/2R$ の二次拋物線とする。此の面積は

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2R} L = \frac{1}{R} L$$

であるから圓曲線(基準圓)の曲度圖の矩形面積に等しい。

曲度圖は ($s=0 \sim L$)

$$\frac{1}{r_s} = \frac{3}{2R} \left[1 - \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^2 \right]$$

である。角圖は第五十三圖に於て

$$\varphi_s = \int_0^s \frac{1}{r_s} ds = \frac{3}{2R} \int_0^s \left[1 - \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^2 \right] ds = \frac{3}{2R} \left[s - \frac{L}{6} + \frac{L}{6} \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^3 \right]$$

基準圓の角圖は

$$\varphi_s' = \int_0^s \frac{1}{R} ds = \frac{1}{R} s$$

故に間隔 $e_s = \int_0^s (\varphi_s' - \varphi_s) ds$ は

$$e_s = \int_0^s \left[\frac{s}{R} - \frac{3}{2R} \left\{ s - \frac{L}{6} + \frac{L}{6} \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^3 \right\} \right] ds = \frac{1}{4R} \left[-s^2 + Ls - \frac{L^2}{8} + \frac{L^2}{8} \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^4 \right]$$

$s = L$ とおけば,

$$e_s = \frac{L^2}{4R} \left[\xi - \xi^2 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8}(1-2\xi)^4 \right] = \frac{L^2}{32R} [8\xi - 8\xi^2 - 1 + (1-2\xi)^4] \dots\dots\dots(64)$$

$\xi = 1/2$ とせば,

$$e_{\frac{L}{2}} = \frac{L^2}{32R}$$

$$\therefore e_s = [8\xi - 8\xi^2 - 1 + (1-2\xi)^4] e_{\frac{L}{2}} = \alpha e_{\frac{L}{2}}$$

カントは曲度圖と其の縦距が比例せねばならぬから,

$$hs = h \left[1 - \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^2 \right] = [1 - (1-2\xi)^2] h = \beta h \dots\dots\dots(65)$$

但し此の中央カント h は $2R/3$ なる曲線半徑に對する大きでなければならぬ事は論を俟たぬ。

今カントの遞減勾配を見るに次の性質がある。

$$\frac{dh_s}{ds} = \frac{d}{ds} h \left[1 - \left(1 - \frac{2s}{L} \right)^2 \right] = \frac{4h}{L} \left(1 - \frac{2s}{L} \right)$$

$s=0$ では

$$\frac{dh_s}{ds} = \frac{4h}{L}$$

$$\therefore \left(\frac{dh_s}{ds} \right)_0 = \frac{4h}{L} = 2 \frac{h}{\frac{L}{2}} = 2 \times (\text{平均遞減勾配})$$

なる關係がある。

第二章 複合圓曲線の緩和曲線

前節單一圓の場合の各方法を應用して、從來殆ど方法なしとして放置せられて居つた複合曲線の緩和曲線挿入法を此處に考究して見る。

複合曲線を線路敷設に際して挿入したのは、挿入する丈の現場の事情があつたればこそであらう。従つて緩和曲線を入れるにせよ、曲線半徑に大變化を與へたり、又は多量に之れを移動せしむる事は大なる費用を投ぜぬ限り不可能であるに相違ない。従つて茲には成るべく舊圓曲線に變化を與へざる程度にて緩和曲線を入れる方法を述べた。

20. 複合圓曲線を多少内側に移動して緩和曲線を挿入する方法

第五十五圖の如く舊圓曲線の内側に多少曲線を動かして緩和曲線を有する新曲線を敷設する方法を次に示さう。之れは單一圓の場合の 15. 及び 16. の方法を組合せたものに過ぎない。

(i) 敷設方法

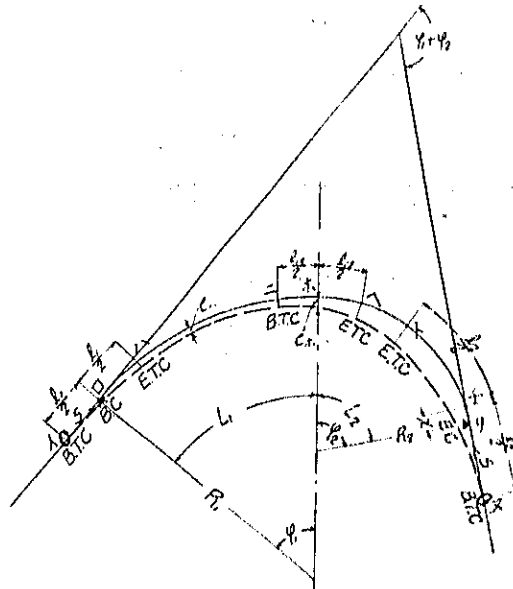
先づ各 R_1 及び R_2 なる曲線半徑に對するカント h_1 及び h_2 を定め、之れより B, C, E, C

の緩和曲線長

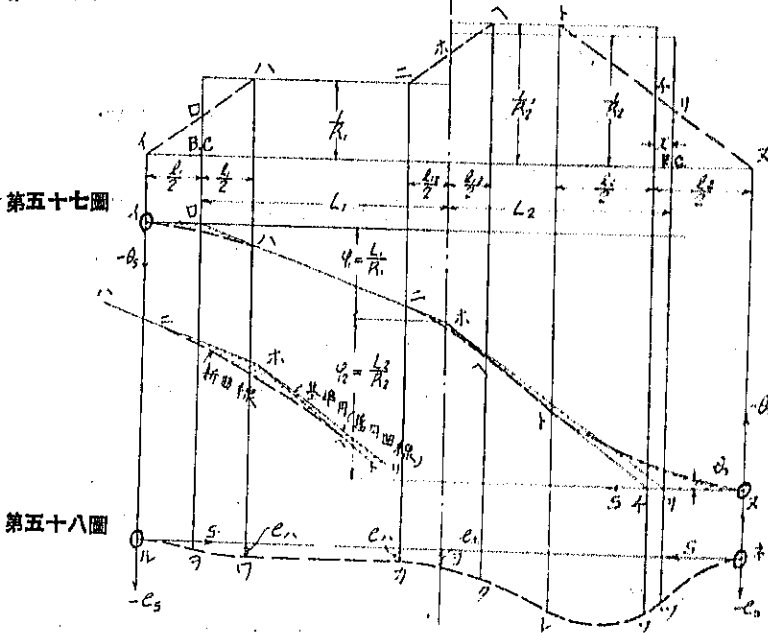
$$l_1 > 600h_1, \quad l_2 > 600h_2$$

及び中間の緩和曲線=ホへの長さ $l_{12} > 600(h_2 - h_1)$, 但し $h_2 > h_1$ の場合, l_1 と l_2 とはな

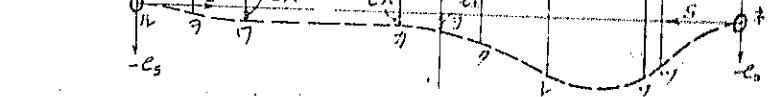
第五十五圖



第五十六圖



第五十八圖



るべく等しい長さになる様に之れ等を定める方が便利である。さて

$$\frac{l_1}{2} + \frac{l_{12}}{2} < \frac{3}{4} L_1$$

$$\frac{l_2}{2} + \frac{l_{12}}{2} < \frac{3}{4} L_2 \quad \therefore L_1 + L_2 > \frac{2}{3}(l_1 + 2l_{12} + l_2)$$

等の條件が規程に依つて必要であるから、 L_1 及び L_2 が此の條件を満足するに足る丈の長さがなければ、本方法は行ふ事が出来ない、今曲線長充分なりとすれば第五十五圖の如く ($R_1 > R_2$ の場合) 先づ R_1 の B, C 及び兩圓の切點ホ點の前後に各々 $l_1/2, l_{12}/2$ 宛をとり、各々 B, T, C 及び E, T, C を定める。但し R_2 の E, C に當る方はリ點より測つて

$$x = \frac{L_2 - \sqrt{L_2^2 - \frac{a^2}{3}}}{2} \dots\dots\dots(66)$$

$$a = l_2^2 - l_{12}^2 - \frac{R_1^2}{R_2^2}(l_1^2 - l_{12}^2)$$

だけの長さを圓曲線上にとりテ點を定める。此のテ點の前後に $l_2/2$ 宛をとつて B, T, C, E, T, C を定める。

次に間隔 e_s の値であるが、之れは第一章 15. 及び 16. の結果と同様であつて、たゞ其の中で x に上記の値を入れ、 R' の代りに $R'_2 = (L_2 - x)R_2/L_2$ を入れればよいのである。今横距のとり方を 16. 及び 16. と一致させるために、ホ點より左右を分ち、ホより左側はイ點を原點とし、右側はヌ點を原點として各々 e_s を計算して行く事にする。其の方が計算が簡單である。

左側はイロハ = ホであるが、15. 第三十六圖と比較し次の如く算式を得る。

イロ間 (0 ~ $l_1/2$)

$$e_s = -\frac{S^2}{6l_1R_1} = -\frac{\xi^2}{6} \frac{l_1^2}{R_1} = -\alpha_1 \frac{l_1^2}{R_1} \dots\dots\dots(第五十八圖ルヲ曲線) \dots(67)$$

ロハ間 ($l_1/2 \sim l_1$)

$$e_s = \frac{-1}{6l_1R_1} [S^2 - 3(S - \frac{l_1}{2})^2 l_1] = \frac{-1}{6} [\xi^2 - 3(\xi - \frac{1}{2})^2] \frac{l_1^2}{R_1}$$

$$= -\alpha_2 \frac{l_1^2}{R_1} \dots\dots\dots(第五十八圖ワヲ曲線) \dots(68)$$

ハ = 間 ($l_1 \sim L_1 + (l_1 - l_2)/2$)

$$e_s = -\frac{l_1^2}{24R_1} \dots\dots\dots(第五十八圖ワカ直線) \dots(69)$$

(以上: $\xi = S/l_1$, α_1 及び α_2 は第八表より)

ヌホ間 ($L_1 + (l_1 + l_2)/2 \sim L_1 + l_1/2$)

$$\begin{aligned}
 e_s &= - \left[\frac{l_1^2}{24R_1} + \frac{(S - I_1 - \frac{l_1 - l_{12}}{2})^3}{6l_{12}} \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \right] = - \left[\frac{l_1^2}{24R_1} + \frac{\xi^3}{6} l_{12}^2 \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \right] \\
 &= - \left[\frac{l_1^2}{24R_1} + \alpha_1 l_{12}^2 \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \right] \dots \dots \dots (\text{第五十八圖カヨ曲線}) \dots (70)
 \end{aligned}$$

(以上 $\xi = \frac{S - I_1 - \frac{l_1 - l_{12}}{2}}{l_{12}}$, α_1 は第八表より)

$$e_{st} = - \left[\frac{l_1^2}{24R_1} + \frac{l_{12}^2}{48} \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \right]$$

右側はヌリチトへホであるが、16. 第四十圖と比較し次の如く算式を得る。

ヌリ間 ($0 \sim l_2/2 - x$)

$$e_s = - \frac{S^3}{6l_2 R_2'} - \frac{R_2}{6R_2'} \xi^3 \frac{l_2^2}{R_2} = - \alpha_1 \frac{l_2^2}{R_2} \dots \dots \dots (\text{第五十八圖ネツ曲線}) \dots (71)$$

リチト間 ($l_2/2 - x \sim l_2$)

$$\begin{aligned}
 e_s &= - \left[\frac{S^3}{6l_2 R_2'} - \frac{1}{2R_2} \left(S - \frac{l_2}{2} - x \right)^3 \right] = - \frac{l_2^2}{R_2} \left[\frac{R_2}{6R_2'} \xi^3 - 3 \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{x}{l_2} \right)^2 \right] \\
 &= - \frac{l_2^2}{R_2} [\alpha_1 - \alpha_2] \dots \dots \dots (\text{第五十八圖ツソレ曲線}) \dots (72)
 \end{aligned}$$

トへ間 ($l_2 \sim I_2 - x + (l_1 - l_{12})/2$)

$$\begin{aligned}
 e_s &= - \left[\frac{1}{2R_2'} \left(S^2 - S l_2 + \frac{l_2^2}{3} \right) - \frac{1}{2R_2} \left(S - \frac{l_2}{2} + x \right)^2 \right] \\
 &= - \frac{l_2^2}{R_2} \left[\frac{R_2}{2R_2'} \left(\xi^2 - \xi + \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{2} \left(\xi - \frac{1}{2} + \frac{x}{l_2} \right)^2 \right] \\
 &= - \frac{l_2^2}{R_2} (\alpha_3 - \alpha_2) \dots \dots \dots (\text{第五十八圖レタ曲線}) \dots (73)
 \end{aligned}$$

へホ間 ($I_2 - x + (l_1 - l_{12})/2 \sim I_2 - x + l_2/2$)

$$\begin{aligned}
 e_s &= - \left[\frac{1}{2R_2'} \left(S^2 - S l_2 + \frac{l_2^2}{3} \right) - \frac{1}{2R_2} \left(S - \frac{l_2}{2} + x \right)^2 \right] \\
 &\quad - \frac{(S - I_2 + x - \frac{l_2 - l_{12}}{2})^3}{6l_{12}} \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \\
 &= - \left[\frac{l_2^2}{R_2} (\alpha_3 - \alpha_2) - \frac{\xi_1^3}{6} l_{12}^2 \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \right] \\
 &= - \left[\frac{l_2^2}{R_2} (\alpha_3 - \alpha_2) - \alpha l_{12}^2 \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) \right] \dots \dots \dots (\text{第五十八圖ヌ曲線}) \dots (74)
 \end{aligned}$$

以上 $\xi = \frac{S}{l_2}$, $\xi_1 = \frac{S - I_1 + x - \frac{l_2 - l_{12}}{2}}{l_{12}}$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は ξ の値に應じ第十一表より, (74) 式の

α は ξ_1 の値に應じ第八表より。

従つて

$$e_{\text{外}} = -\frac{1}{2R_2'} \left[\left(L_2 - x + \frac{l_2}{2} \right)^2 - \left(L_2 - x + \frac{l_2}{2} \right) l_2 + \frac{l_2^2}{3} \right] + \frac{L_2^2}{2R_2} + \frac{l_{12}^2}{48} \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right)$$

さて左側の $e_{\text{外}}$ と右側の $e_{\text{外}}$ とは同じであるべきで、之れは解析的に證明出来るのであるが、面倒であるから實例で之れを證する事にする。

カントはイハ間、ヌト間は各々 O より h_1 及び h_2 に直線的に、ニハ間は h_1 より h_2 に直線的に變化する様につければよい。

此の計算は一見面倒の様ではあるが、大した勞力でもない。理論は 15. と 16. とを綜合して e_s がイ點及びヌ點にて O になる様に ω の大きさを擇んだに過ぎぬから、茲には省略する。

(ii) 應用例

第五十五圖にて $R_1=600$ m, $L_1=100$ m, $R_2=400$ m, $L_2=80$ m とする。然らば列車速度を 70 軒/時としてカントは $h_1=69$ mm, $h_2=103$ mm, $h_{12}=h_2-h_1=34$ mm である。

従つて今 $l^1=50$ m, $l_2=80$ m, $l_{12}=30$ m と擇べば充分である。今曲線長は

$$\left(\frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{2} = 40 \text{ m} \right) < \left(\frac{3}{4} L_1 = 75 \text{ m} \right), \quad \left(\frac{l_2}{2} + \frac{l_{12}}{2} = 55 \text{ m} \right) < \left(\frac{3}{4} L_2 = 60 \text{ m} \right)$$

であるから條件に適つて居る。従つて § 20 の方法の應用が出来るのである。

先づイ點を B. T. C. O 點とせば α 點 25 m, E. T. C α 點 50 m, B. T. C β 點 25+100- $h_{12}/2=110$ m, 曲線切點ホ點は 125 m の位置にある。

次に右側に於ては、先づ ω を求めるに α 式の R_2' はまだ判つて居らぬから、 $R_2'=R_2$ と最初假定して ω を求める。

$$x = \frac{L_2 - \sqrt{L_2^2 - \frac{a}{3}}}{2} = \frac{80 - 70.157}{2} = 4.921 \text{ m} \quad \therefore a = 80^2 - 30^2 - \frac{400}{600} (50^2 - 30^2) = 4483 \text{ m}$$

従つて

$$R_2' = \frac{L_2 - x}{L_2} R_2 = \frac{80 - 4.921}{80} \times 400 = 379 \text{ m}$$

故に第二の假定として $R_2'=375$ m と假定する。

$$a = 80^2 - 30^2 - \frac{375}{600} (50^2 - 30^2) = 4500 \quad \therefore x = \frac{80 - \sqrt{80^2 - \frac{1}{3} \times 4500}}{2} = 5 \text{ m}$$

従つて

$$R_2' = \frac{80 - 5}{80} \times 400 = 375 \text{ m}$$

即ち假定と結果と一致して居るから此の x 及び R_2' を用ふる事にする。

20. (1) の本文に於て l_1 と l_{12} とをなるべく等しい長さになる様に、之れ等を擇ぶ方が便

利であると述べたのは、若し $l_1=l_{12}$ であれば

$$a=l_2^2-l_{12}^2$$

で直に決つて了ふから假定算をしないで済むし、又假令 $l_1=l_{12}$ でなくとも之れがほど等しければ、上記の如き假定計算が容易であるから、其の意味でなるべく l_1 と l_{12} を等しくした方が便利であると言つたのである。

此の x を用ひ、 R_2 圓の E.C. 點より

$$\frac{l_2}{2}-x=\frac{80}{2}-5=35\text{ m}$$

丈前方に B.T.C. をとる、此の B.T.C. 點を O として左側に測つて、リ點まで 35 m E.T.C. 點まで 80 m、へ點まで

$$L_2-x+\frac{l_2-l_{12}}{2}=80-5+\frac{80-80}{2}=100\text{ m}$$

曲線切點ホ點までは 115 m である。

次に内側移程 e_s 及びカント h_s をイロハ側よりホ點まで右行に求め、次にヌリチ側よりホ點まで左行に求めて見る。

(a) イロハ間 $l_1^2/R_1=50^2/600=4.167\text{ m}$ (第八表参照)

第十八表

	イ點 B.T.C.	0.1 l_1	0.2 l_1	0.3 l_1	0.4 l_1	□點 0.5 l_1	0.6 l_1	0.7 l_1	0.8 l_1	0.9 l_1	ハ點 l_1
(m)	O	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0
e_s (mm)	O	1.7	5.5	19.0	44.0	87.0	129.0	155.0	168.0	173.0	174.0
h_s (mm)	O	6.9	13.8	20.7	27.6	34.5	41.4	48.3	55.2	62.1	69.0

(b) ハ=ホ間

ハ=間は e_s, h_s ともに常數である。=ホ間は此の常數 $e=174\text{ mm}, h=69\text{ mm}$ の上に更に次を加へる。即ちイ=間の距離が

$$L_1+l_1/2-l_{12}/2=100+25-15=110\text{ m}$$

$$\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}=\frac{1}{375}-\frac{1}{600}=0.001, \quad l_{12}^2\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)=80^2 \times 0.001=0.9\text{ m}$$

従つて $S-L_1-l_1/2+l_{12}/2=e l_{12}$ とせば、同じく第八表を用ひ得るから、

第十九表

	ハ=間50m~110m	0.1 l_{12}	0.2 l_{12}	0.3 l_{12}	0.4 l_{12}	曲線中央ホ點 0.5 l_{12}
		118.0	116.0	119.0	122.0	125.0
e_s (mm)	174.0	0.2	1.2	4.1	9.6	18.8
合計 e_s (mm)	174.0	174.0	175.0	178.0	184.0	193.0
h_s (mm)	69.0	3.4	6.8	10.2	13.6	17.0
合計 h_s (mm)	69.0	72.0	76.0	79.0	83.0	86.0

次は又點より左側に測つて

(c) 又リト間

第十一表に於て

$$\frac{R_2}{R_2'} = \frac{400}{375} = 1.0667, \quad \frac{x}{l_2} = \frac{5}{80} = 0.0625, \quad \frac{l_2^2}{R_2} = \frac{80^2}{400} = 16.000\text{m}$$

リ點は 35 m, ト點は 80 m にあるから, e_s 及び h_s は次の如くなる (16. (ii) 参照の事)。

第二十表

	B.T.C 又點	$0.1 l_2$ m 8	$0.2 l_2$ m 16	$0.3 l_2$ m 24	$0.4 l_2$ m 32	$0.5 l_2$ m 40
α_1	0	0.00018	0.00142	0.00480	0.01139	0.02222
α_2						0.00195
$\alpha_1 - \alpha_2$						0.02025
e_s (mm)	0	3.0	23.0	77.0	182.0	324.0
h_s (mm)	0	10.3	20.6	30.9	41.2	51.5

		$0.6 l_2$ m 48	$0.7 l_2$ m 56	$0.8 l_2$ m 64	$0.9 l_2$ m 72	B.T.C ト點 m 80
α_1		0.03840	0.06099	0.09100	0.12960	0.17790
α_2		0.01321	0.03446	0.06571	0.10696	0.15821
$\alpha_1 - \alpha_2$		0.02519	0.02653	0.02529	0.02264	0.01969
e_s (mm)		403.0	424.0	404.0	362.0	315.0
h_s (mm)		61.8	72.1	82.4	92.7	103.0

(d) トへホ間

ト點は $80 \text{ m} = l_2$, ホ點は $100.079 \text{ m} = 1.25 l_2$, 曲線中央ホ點までは $115.079 \text{ m} = 1.44 l_2$ である。従つて

第二十一表

	ト點 l_2 m 80	$1.1 l_2$ m 88	$1.2 l_2$ m 96	$1.3 l_2$ m 104	$1.4 l_2$ m 112	曲線切點 ホ點 m 115
α_n	—	0.2305	0.3059	0.3860	0.4765	
α_2		0.2105	0.2907	0.3720	0.4632	
$(\alpha_n - \alpha_2) \frac{l_2^2}{R_2}$		272	243	224	213	211
$\alpha \left(\frac{1}{R_2'} - \frac{1}{R_1} \right) l_2^2$				0.5	9.6	18.8
合計 e_s (mm)	315	272	243	223	203	192
h_s (mm)	103.0	0	0	4.4	13.6	17
合計 h_s (mm)	103.0	103.0	103.0	99.0	89.6	86

茲に上より 6 項目の α は第八表より次の l の値に對して求むべきである。

$$\frac{104-100}{30}l_{12}=0.13l_{12} \text{ の } \alpha, \quad \frac{112-100}{30}l_{12}=0.40l_{12} \text{ の } \alpha, \quad \frac{120-115}{30}l_{12}=0.5l_{12} \text{ の } \alpha$$

上記の計算にて明かなる如く、左側より計算したるホ點の内側移程 e_s は 198mm にて、右側より計算したるホ點の内側移程 e_s は 192mm である。略算の結果 1mm の差があるが、之れは實際問題として問題ではない。カント h_s は左よりも右よりも 86mm と計算される。

以上にてイ、ロ、ハ、ニ、ホ、ヘ、ト、チ、リ、ヌ各點全部の移程及びカントを知つたから、其の様に軌條を動かせば求むる緩和曲線を入れた正しい曲線を得るのである。

21. 複合圓曲線の一部のみを移動して緩和曲線を挿入する方法

茲に述ぶる方法は第五十九圖に示す如く、14. の各方法を單一圓の場合と全く同様に用ひたものに過ぎない。たゞ兩曲線の切點に於ては、曲度を $(1/R_2 - 1/R_1)$ にとればよいのである。

茲には圖面のみ示して説明を施さぬが、第六十圖は B 法を用ひた場合である。此の方法の適用も 20. と同様に長さの制限がある。

即ち $R_2 > R_1$ の場合、B 法ならば

$$L_1 > \frac{4}{3} \left(\frac{247}{320}l_1 + \frac{73}{320}l_{12} \right), \quad L_2 > \frac{4}{3} \left(\frac{247}{320}l_{12} + \frac{247}{320}l_2 \right)$$

A 法を用ふるならば

$$L_1 > \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3}l_1 + \frac{1}{3}l_{12} \right), \quad L_2 > \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3}l_{12} + \frac{2}{3}l_2 \right)$$

なる條件が成立せねばならない。

22. 複合圓曲線長短き場合の緩和曲線の挿入方法

20. 及び 21. 等に述べた複合曲線の緩和曲線挿入方法は、何れも相當の曲線長を必要とし殊に曲度大なる方の曲線長が充分ならざる場合は適用する事が出来なかつた。此の缺點を補ふために、曲線長短き場合に對し稍々考へ方は複雑であるが、茲に述ぶるが如き方法が行ひ得る。大體の方針は 14. C 法と同様である。

(i) 敷設方法

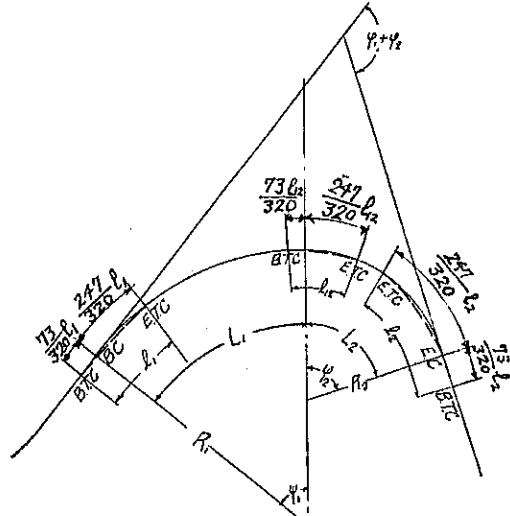
第六十三圖に示す如く $1/R_1 > 1/R_2$ の場合、曲度 $7/6R_1$, $7/6(1/R_1 - 1/R_2)$ 及び $7/6R_2$ の各々に對しカント h_1 , h_2 及び h_3 を決定する。之れより少くとも之れ等の 500 倍以上の長さ l_1 , l_2 , l_3 を夫々の所要緩和曲線長と定める。但し

$$\frac{7}{12}(l_1 + l_2) < L_1$$

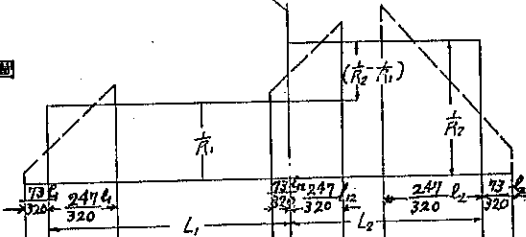
$$\frac{1}{12}(5l_1 + 7l_2) < L_2$$

なる條件を必要とする。即ち $l_1 = 500h_1$, $l_2 = 500h_2$ を 14. C 法の最短緩和曲線長とすれば、

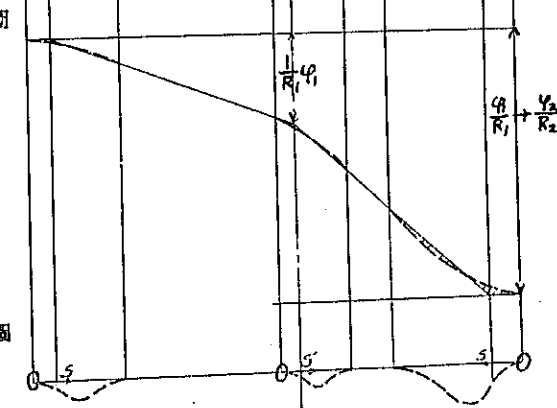
第五十九圖



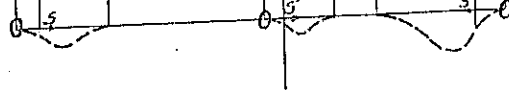
第六十圖



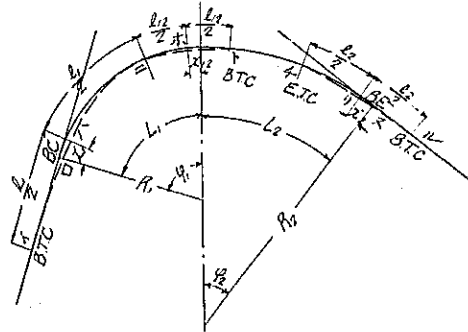
第六十一圖



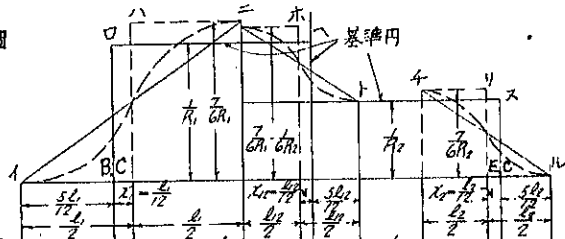
第六十二圖



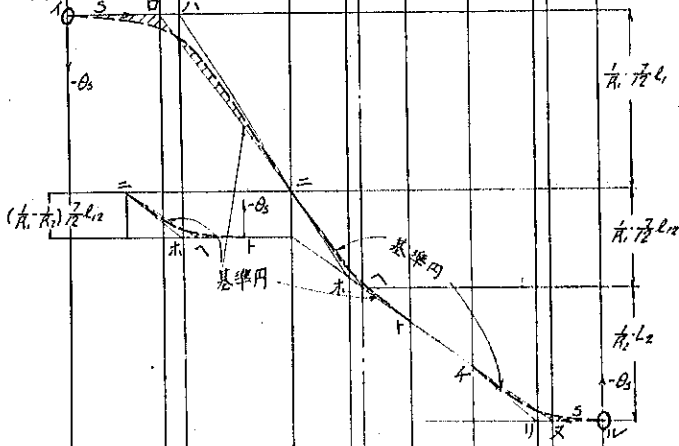
第六十三圖



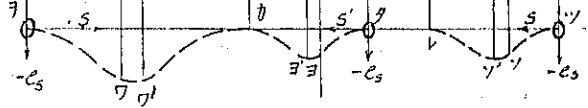
第六十四圖



第六十五圖



第六十六圖



$$L_1 > 292(h_1 + h_2)$$

なるを要するのである。L₁ が 之れ丈の長さを有すればよいのであるから、此の方法は殆ど總ての場合適用し得る所であらうが、茲にはカント選減距離を最大ならしむるため

$$\frac{7}{12}(l_1 + l_2) = L_1$$

の場合をとつた。

B, C, P 點, 兩圓曲線の切點へ點, E, C (第六十三圖の B, E は E, C の誤り) 又點より各第六十三圖に示す側に

$$x_1 = \frac{l_1}{12}, \quad x_{12} = \frac{l_{12}}{12}, \quad x_2 = \frac{l_2}{12}$$

をとり、此の前後に各 l₁/2, l₁₂/2, l₂/2 をとつて B, T, C, E, T, C を定める。

曲度圖は第六十四圖の如くイ=, =ト, テルの如き二次拋物線を上下より二様に多数用ひた形であり、甚だ複雑の如く見ゆるが、第六十六圖間隔圖の如くヲ, カ, タ, レ, ツ (各々イ, =, ト, テ, ル點に對する點) にて e_s=0 であるから、横距 S の原點も 1 箇所とせば計算の簡單のためにイ, ト, ル等の點を原點 (第六十四圖及び第六十五圖) として、間隔 e を求めれば計算は 14, C法と全く同一で甚だ簡單である。

即ち第六十六圖にてヲヲ, タヨ, ツソ曲線は (S=0~5 l/12)

$$e_s = \frac{7S^4}{36Rl^2} = \frac{7l^2}{36R} \xi^4 = \alpha \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots(42)$$

ワ'カ, ヨ'カ, ツ'レ曲線は (S=l/2~l)

$$e_s = \frac{l_2}{12R} \left[\left(1 - \frac{S}{l}\right)^2 - \frac{7}{9} \left(1 - \frac{S}{l}\right)^4 \right] = \frac{7l^2}{36R} \left[\frac{3}{7} (1-\xi)^2 - (1-\xi)^4 \right] = \alpha \frac{l^2}{R} \dots\dots\dots(43)$$

茲に ξ=S/l, l 及び R は l₁ R₁, l₁₂ R₁₂ 及び l₂ R₂ を各一對として入れる。

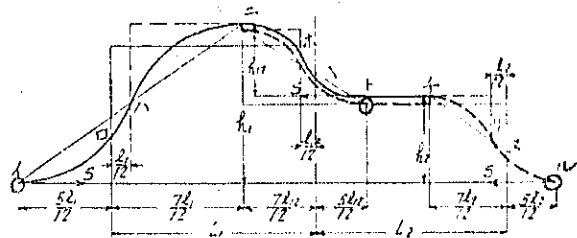
第 二 十 二 表

部 分	横 距 (S=ξl)	間隔 e _s =α $\frac{l^2}{R}$, α の 式	カント h _s =β h, α の 値	β の 式	β の 値
B, T, C	0	l=0.0000 l	0.00000		0.000
ヲ ヲ ツ	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{12} \\ \frac{2}{12} \\ \frac{3}{12} \\ \frac{4}{12} \\ \frac{5}{12} \end{array} \right. l = \left\{ \begin{array}{l} 0.0833 \\ 0.1667 \\ 0.2500 \\ 0.3333 \\ 0.4167 \end{array} \right. l$	$\frac{7}{36} \xi^4$	0.00001	2 ξ ²	0.014
ワ ヲ ソ			0.00015		0.056
イ ト ル			0.00076		0.125
ロ ヲ メ			0.00240		0.222
間			0.00586		0.347
ξ=0~5/12					
ワ ヲ ソ 點					

部分	横距 ($S=\xi l$)	α の式	α の値	β の式	β の値
ワ'ヨ'ツ' 點	$\frac{6}{12}l=0.5000 l$	$\frac{1}{12}(1-\xi)^2 - \frac{7}{36}(1-\xi)^4$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.00808 \\ 0.00801 \\ 0.00686 \\ 0.00445 \\ 0.00217 \\ 0.00057 \\ 0.00000 \end{array} \right\}$	$1-2(1-\xi)^2$	$\left\{ \begin{array}{l} 0.500 \\ 0.653 \\ 0.778 \\ 0.875 \\ 0.944 \\ 0.976 \\ 1.000 \end{array} \right\}$
ワ'ヨ'ツ' カカレ (ハホニ) (ニリチ)	$\frac{7}{12}l=0.5833 l$				
間	$\frac{8}{12}l=0.6667 l$				
	$\frac{9}{12}l=0.7500 l$				
	$\frac{10}{12}l=0.8333 l$				
$\xi = \frac{6}{21} \sim \frac{12}{12}$	$\frac{11}{12}l=0.9167 l$				
E. T. C	$\frac{12}{12}l=1.0000 l$				

此の α_s の値を各 l_1, l_{12}, l_2 間、内側法線上にとれば、求むる四次拋物線の緩和曲線を有する新曲線の位置を得る。 l を十等分した場合の α の値は第四表にあるが、此の場合は多少横距のとり方が複雑であるしするから、十二等分した場合の α の値を計算して第二十二表に掲げて置いた。

第六十七圖



カントも第六十七圖に示す如く、各イ、ト、ル點を S の原點として計算シイハ、トホ、ルリ曲線は ($S=0 \sim l/2$)

$$h_s = 2\xi^2 h = \beta h \dots\dots\dots(44)$$

ハニ、ホニ、リチ曲線は ($S=l/2 \sim l$)

$$h_s = \{1-2(1-\xi)^2\} h = \beta h \dots\dots\dots(45)$$

茲に $\xi = S/l, l$ 及び h は $l_1 h_1, l_{12} h_{12}, l_2 h_2$ を一對として入れる。

で各々其の形を知り得る。勿論トへホニ間は上で求めた h_s に h_2 を加へたものを其の眞の値とすべき事は言ふまでもない。斯くすればカントはチトへホニの部分に曲度に對し多少大に過ぐるのみで、他の部分はよく曲度に應じて變化して居るのである。 β の値も各十二等分にした場合を第二十二表に掲げて置いた。

尙ほ本方法の理論は 14, C 法の理論と全く同様であるから茲には繰返へさない。

(ii) 應用例

$R_1=490 \text{ m}, L_1=63 \text{ m}, R_2=630 \text{ m}, L_2=95 \text{ m}$ なる複合曲線に於て、列車速度 70 軒/時に對し緩和曲線を入れて見る。

カントは $7/6 R_1 = 1/420$, $7/6(1/R_1 - 1/R_2) = 1/1890$, $7/6 R_2 = 1/540$ なる各曲度に對し,

$$h_1 = 98 \text{ mm}, \quad h_{12} = 22 \text{ mm}, \quad h_2 = 76 \text{ mm}$$

を得る。従つて今

$$\frac{7}{12}(l_1 + l_2) = J_1 = 63 \text{ m}, \quad \frac{1}{12}(5l_{12} + 7l_2) < (J_2 = 95 \text{ m})$$

なる條件に適ふ様に $l_1 = 72 \text{ m}$, $l_{12} = 36 \text{ m}$, $l_2 = 60 \text{ m}$ と選ぶ。然らば緩和曲線のカントの遞減は各々平均

$$\frac{h_1}{l_1} = \frac{98}{72000} = \frac{1}{735}, \quad \frac{h_{12}}{l_{12}} = \frac{22}{36000} = \frac{1}{1640}, \quad \frac{h_2}{l_2} = \frac{76}{60000} = \frac{1}{790}$$

の程度であるから、此の緩和曲線長は之れで充分である。

第六十四圖に従ひ B.T.C イ點は B.C 點よりも前方 $5l_1/12 = 30 \text{ m}$ にとり、此のイ點を基準とせば、 α 點は $l_1 = 72 \text{ m}$ の位置にある。同様に B.T.C ト點は圓の切點へ點よりも $5l_{12}/12 = 15 \text{ m}$ 右にあるが、此のト點を基として左に測れば β 點は $l_{12} = 36 \text{ m}$ にある。又同様に B.T.C ル點は E.C 點の右 $5l_2/12 = 25 \text{ m}$ にあるが、此のル點を基準として左に測ればチ點は $l = 60 \text{ m}$ にある。

従つてイ = , ト = , ルチ間の内側移程を $1/6$ 點毎に示せば次の如くである。第二十二表より

第二十三表

	B.T.C	$\frac{1}{6}l$	$\frac{2}{6}l$	$\frac{3}{6}l$	$\frac{4}{6}l$	$\frac{5}{6}l$	l
α	0	0.00015	0.0024	0.00868	0.00686	0.00217	0.000
β	0	0.05000	0.2221	0.50000	0.77810	0.94400	1.000

であるから次の如き結果を得る。

第二十四表

	B.T.C	$\frac{1}{6}l$	$\frac{2}{6}l$	$\frac{3}{6}l$	$\frac{4}{6}l$	$\frac{5}{6}l$	l	
イ = 間 (イ 起點右へ) $\frac{l_1^2}{R_1} = \frac{72^2}{490} = 10.58 \text{ m}$ $h_1 = 98$	距離 (m)	0.0	12.0	24.0	36.0	48.0	60.0	72.0
	e_s (mm)	0.0	1.6	25.0	92.0	73.0	21.0	0.0
	h_s (mm)	0.0	5.5	22.0	49.0	76.0	93.0	98.0
ト = 間 (ト 起點左へ) $l_{12}^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{36^2}{2205} = 0.555 \text{ m}$ $h_{12} = 22 \text{ mm}$	距離 (m)	0.0	6.0	12.0	18.0	24.0	30.0	36.0
	e_s (mm)	0.0	0.1	1.3	4.8	3.8	1.2	0.0
	h_s (mm)	0.0	1.2	5.0	11.0	17.0	21.0	22.0
	眞の h_s (mm)	76.0	77.0	81.0	87.0	93.0	97.0	98.0
チ = 間	e_s (mm)				0			
	h_s (mm)				76			

	B. T. C	$\frac{1}{6}l$	$\frac{2}{6}l$	$\frac{3}{6}l$	$\frac{4}{6}l$	$\frac{5}{6}l$	l	
ルチ間 (ル起點左へ)	距離 (m)	0.0	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0
$\frac{l_2^2}{R_2} = \frac{60^2}{630} = 5.71$	o_s (mm)	0.0	0.9	14.0	50.0	39.0	12.0	0.0
$h_2 = 76$ mm	h_s (mm)	0.0	4.3	17.0	38.0	59.0	72.0	76.0

第三章 反向圓曲線の緩和曲線

前節單一圓の場合の各方法を應用して、從來殆ど方法なしとして放置せられて居つた反向曲線の緩和曲線挿入法を此處に考究して見る。

反向曲線を線路敷設に際して挿入したのは、挿入する丈の現場の事情があつたればこそであらう。従つて緩和曲線を挿入するにせよ、曲線半徑に大變化を與へたり又は多量に之れを移動せしむる事は、大なる費用を取て投下せぬ限り不可能であるに相違ない。従つて此處には成るべく舊圓曲線に變化を與へざる程度にて緩和曲線を挿入する方法を述べた。尙ほ反向兩圓曲線間の直線部分の長さ充分にして兩圓曲線に各々單一の圓として緩和曲線を挿入し得る場合は既に第一章に述べた處であるから、勿論茲に論ずる必要はないのである。

23. 反向圓曲線を各々外側に多少移動して緩和曲線を挿入する方法

反向曲線の兩圓曲線間の直線部分短く且つ兩圓曲線の曲度が比較的に小さく然も曲線長が比較的に長き場合には、直ちに 19. の方法をそのまま使用し得るのである。第六十八圖に示す如く何等直線部分を動かす必要がないから、直線部分の長さが建設規程に定むる所の 10 m 以上の長さへあれば直ちに此の方法にて緩和曲線を入れる事が出来る。

敷設方法及び理論は 19. と全く同様であるから茲に再述しない。たゞ本法を平行線の一方より他方に移る互り線、即ち線路を平行に移す場合の連絡部分の形狀及びカントに適用すると甚だ有利であるから、次に項を更めて其の場合の應用を述べる事にする。

24. 特に互り線路に就て

(i) 敷設方法

第七十二圖に於て並行線間の距離を D m とする時、 D だけ線路が並行にずれるに要する距離

$$X = 2d + (2d + 10) \cos \varphi \dots\dots\dots (75)$$

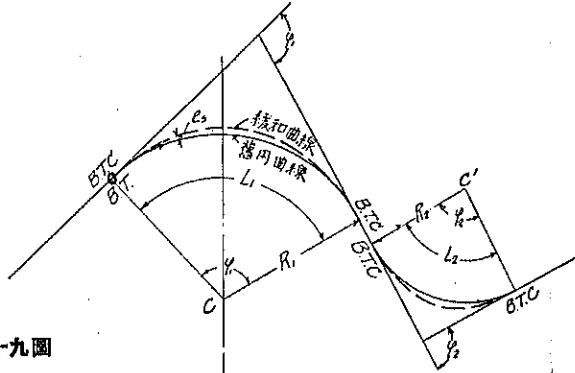
但し

$$d = R \tan \frac{\varphi}{2} = \frac{D}{2 \sin \varphi} - 5$$

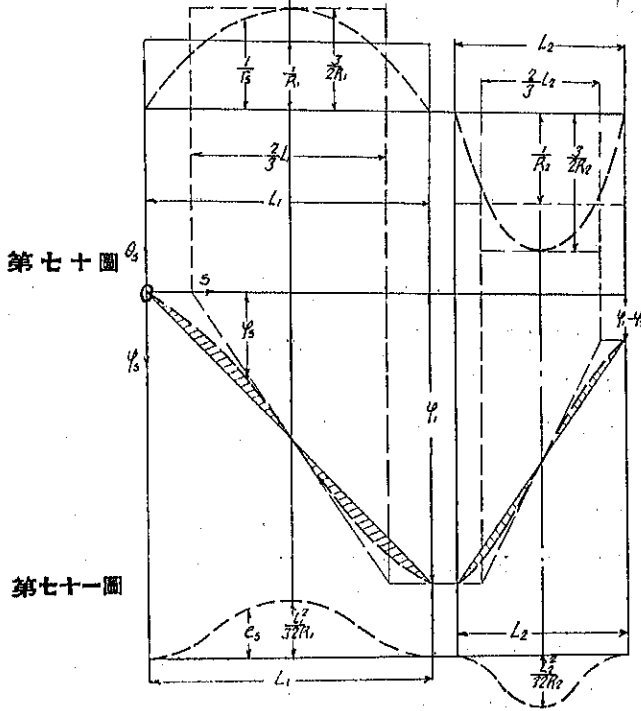
なる X の値を最小らしむる様に緩和曲線を有する互り線路を入れんとする。先づ

$$\frac{v}{D} = \frac{1}{34} \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \sqrt{\varphi^3} \dots\dots\dots (70)$$

第六十八圖



第六十九圖



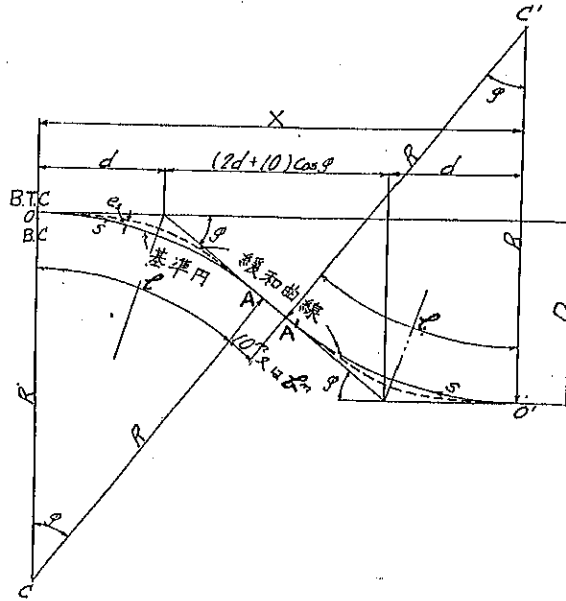
但し v はカントを定むる列車速度 (軒/時)

なる等式を満足せしむる φ° の値を求める (角を總て六十分法にて示す)。斯くて φ° を得たならば

$$R = D \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \dots \dots \dots (77)$$

茲に b は又は 10 m

第七十二圖



にて基準円の半径を得る。

斯くて O 点より斯る基準圓を敷設し、同時に X だけ距れる O' 点よりも斯る基準圓を敷設し行く、第七十二圖の如く之れ等反向せる兩基準圓間には共通の切線として b m (又は 10 m) の直線部分を得る。

基準圓が出来たならば、之れを基として緩和曲線を挿入するのは 19. の方法と全く同様である。

即ちカント h_a は曲線中央にて最大 h にて此の値は $3/2R$ なる曲度に就き v なる速度に對して計算した値である。カントの遞減は二次拋物線式で、遞減距離 1,600 倍以上等全く 19. と同様である。

此の理論は先づ曲線長を出して見ると、カント $h = (1.067 v^3) / (127 R_1)$ であるから

茲に h : 列車速度 (杼/時), R : 緩和曲線最少曲度半径 (m)
 h : カント (m)

第七十二圖にて O より A までの一圓の曲線長 l は、カントの 1600 倍にとり

$$l = 1600 h = \frac{1.067 v^3}{127 R_1} \times 1600$$

但し基準圓の曲度半径 R は 19. に於て $R = 3 R_1 / 2$ であるから

$$l = \frac{1.067 v^3}{127 \times \frac{2}{3} R} \times 1600 = \frac{1.067 v^3}{127 R} \times 2400$$

となる。然るに此の長さ l は $R\varphi$ であるから

$$24000 \times \frac{1.067 v^2}{127 R} = R\varphi \quad \therefore \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{127}{2400 \times 1.067}} \varphi$$

なる式が成立する。次に第七十二圖にて

$$(2d+b)\sin\varphi = D$$

茲に $d = R \tan \varphi/2$, (b は或は 10m) であるから,

$$\begin{aligned} 2R \tan \frac{\varphi}{2} + b &= \frac{D}{\sin \varphi} \\ \therefore R &= D \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \dots\dots\dots (77) \end{aligned}$$

なる関係も成立する。

此の兩式により R を除去すれば

$$\begin{aligned} \frac{v}{D} &= \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{127}{2400 \times 1.067}} \varphi \\ &= \sqrt{\frac{127}{2400 \times 1.067}} \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \sqrt{\varphi} \\ &= \sqrt{\frac{127 \pi}{2400 \times 180 \times 1.069}} \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \sqrt{\varphi^{\circ}} \\ &= \frac{1}{34} \left(\frac{1}{2 \sin \varphi} - \frac{b}{2D} \right) \cot \frac{\varphi}{2} \sqrt{\varphi^{\circ}} \dots\dots\dots (76) \end{aligned}$$

なる式を得るのである。

(ii) 應 用 例

今甲驛の場内本線路に於てプラット・フォームを避くるために $D=3.658$ m だけ並行に線路をずらせる場合を考へる。

今場内の特別の場合であるから直線部分 $b=0$ と考へると, v/D の (76) 式は

$$\frac{v}{D} = \frac{1}{4 \times 34} \frac{\sqrt{\varphi^{\circ}}}{\left(\sin \frac{\varphi}{2} \right)^2}$$

となる。今列車速度を 65 軒/時とせば, 上式は

$$\frac{\sqrt{\varphi^{\circ}}}{\left(\sin \frac{\varphi}{2} \right)^2} = 130 \times \frac{65}{3.658} = 2420$$

となる。トライアルで φ を色々入れて見ると $\varphi=3^{\circ}-5'$ で略々此の関係は満足される。第七十二圖で OO' を結ぶ線の線路となす角は $\varphi/2=1^{\circ}-32.5'$ であるから,

$$X = \frac{D}{\tan \frac{\varphi}{2}} = 130\text{m}, \quad R = \frac{D}{2 \sin \varphi} \cot \frac{\varphi}{2} = \frac{3.658 \times 37.20}{2 \times 0.0533} = 1235\text{m}$$

従つてカントの最大値 h は, $2R/3 = 2/3 \times 1265 = 843$ m なる曲度半径の圓の 65 軒/時に

對するカントであるから、約 42.5 mm を得る。従つてカントの遞減は平均

$$\frac{42.5}{R\phi} = \frac{42.5}{1265 \times 1000 \times 0.0537} = \frac{1}{1600}$$

即ち 1/1600 である。

故に先づ基準圓（曲度半徑 1265 m）を O 及び O' 點より描き、此の圓を基準として外側移程 e_s を計算する。O 點より A 點までと O' 點より A' 點までは同様であるから、一方を第十六表によつて計算すると次の如くである。

$$L = R\phi = 1265 \times 0.0537 = 67.9 \text{ m}, \quad \frac{L^2}{R} = \frac{67.9^2}{1265} = 3.645, \quad h = 42.5 \text{ mm}$$

第二十五表

	O(點)	0.2 <i>l</i>	0.4 <i>l</i>	0.6 <i>l</i>	0.8 <i>l</i>	l(A點)
Oより右へ	0	13.58	27.16	40.74	54.32	67.9
外側移程 e_s (mm)	0	47.00	100.00	100.00	47.00	0.0
カント h_s (mm)	0	27.00	41.00	41.00	27.00	0.0

25. 反向圓曲線の一部のみを移動して緩和曲線を挿入する方法

反向曲線の兩圓曲線間の直線部分比較的に長き場合、單一圓の場合に於ける 14. A 法、B 法又は C 法を應用して、曲線の一部のみを移動して緩和曲線を挿入せんとする方法である。

先づ反向兩圓曲線の曲度 $1/R_1$ 及び $1/R_2$ に對してカント h_1 及び h_2 を決定し、之れより緩和曲線長 l_1, l_2 を定める。

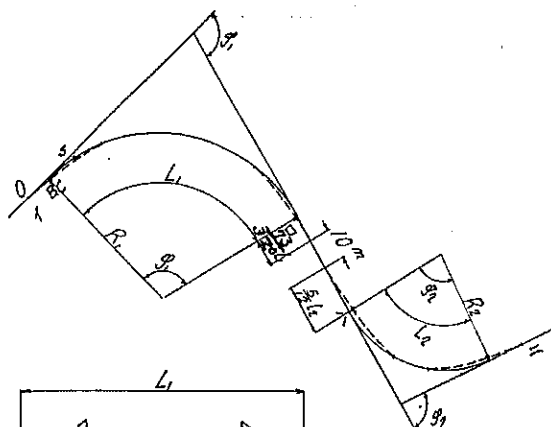
第七十三圖は ρ 間の長さが $3l_1/13+10+5l_2/12$ より大なる場合、B 法と C 法を應用した例を示す。

ρ 間の間隔最も短き場合は B 法のみを兩側に用うる事を得べく、其の場合は ρ への間隔は $3(l+l_2)/13+10$ あれば足りるのである。又 C 法の場合は緩和曲線長は規定通り 600 倍採る必要なく $l_2=450/l_2$ 位に採り得るから 第七十三圖は直線部分短き場合も適用し得るのである。敷設方法並に理論は 14. と同様であるから之れを再述しない。

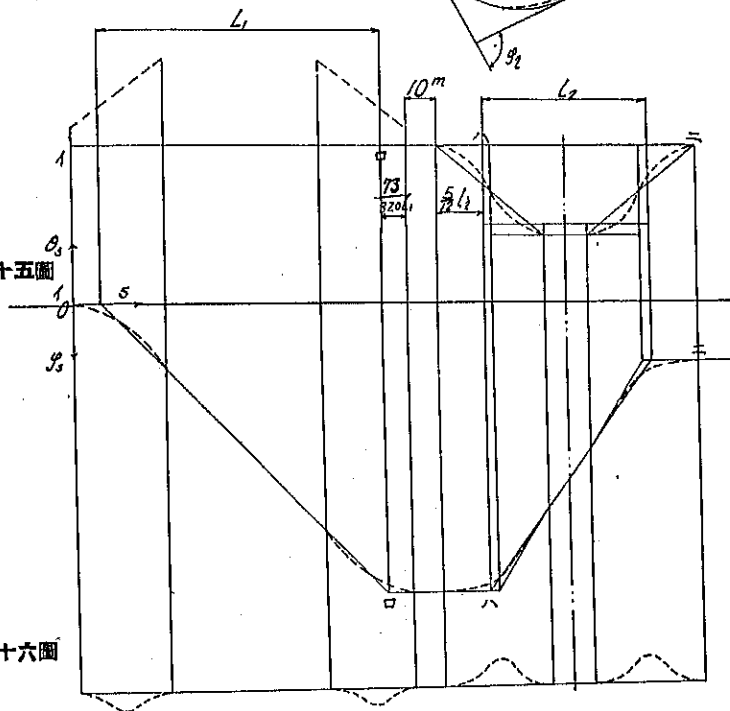
26. 反向圓曲線の曲度大なる方の曲度を減じて緩和曲線を挿入する方法

反向圓曲線に緩和曲線を挿入する場合、直線部分が短くして B, T, C を直線部に長く出し得ないのであるから、勢ひ曲度は大とならざるを得ない。23. 乃至 25. 何れも此の點は同様である。然るに列車運轉に對しては反向圓曲線中曲度の小なる方は大とし、大なる方は多少小となるも差支へなきを以て、茲に示す方法は第七十七圖の如く、反向兩圓曲線間の直線部分にして規定の 10m を越ゆる部分は總て曲度大なる圓曲線の緩和に使用せんとするのである。

第七十三圖



第七十四圖



第七十五圖

第七十六圖

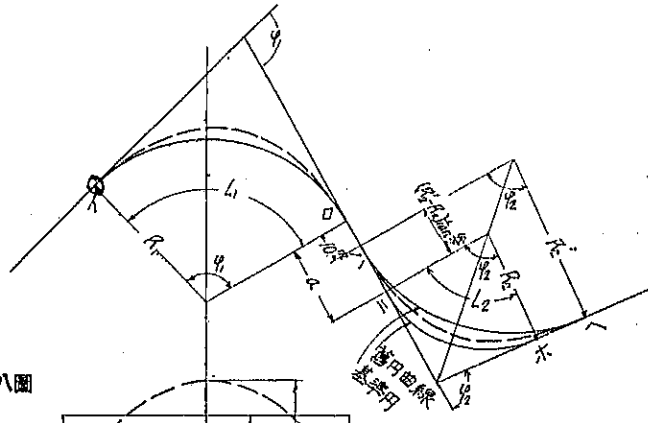
敷設方法は第七十七圖に示す如く、直線部分を a^m とする時

$$R_2' = R_2 + \frac{a-10}{\tan \frac{\varphi_2}{2}}$$

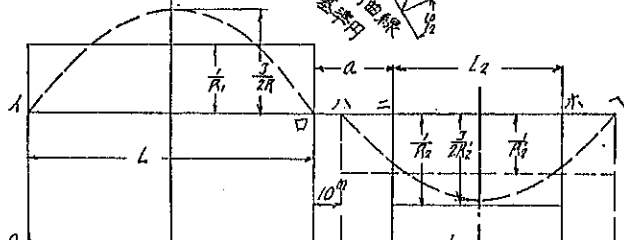
なる曲度半徑を計算し、ハ點を B,C としヘ點を E,C として基準圓を敷設する。此の基準圓を基として 19. の方法に依つて緩和曲線を挿入する。

R_1 の方の圓曲線はイロ間に 19. の方法に依つて緩和曲線を挿入すればよい。敷設方法並に理論は 19. と同様であるから茲に再述しない。

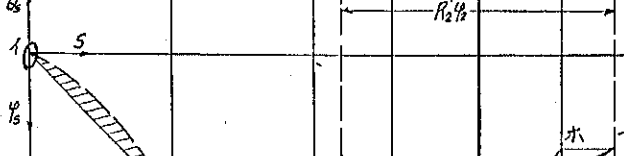
第七十七圖



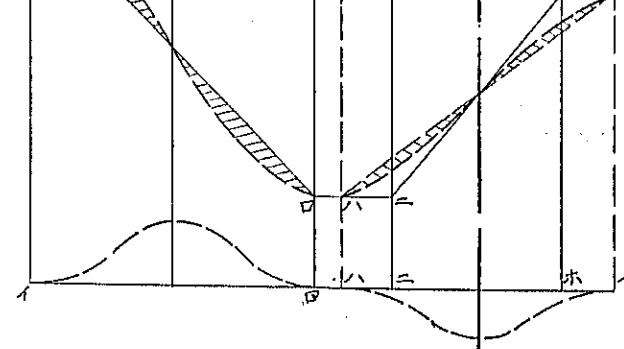
第七十八圖



第七十九圖



第八十圖



第三編 歪める曲線の整正方法

本編は圓距法理論の應用として、既設線路曲線の通りが歪める場合、之れを正しき曲度を有する様に整正する方法を主に述べ、尙ほ其の別途應用として現在曲線の正矢のみ測定して直に緩和曲線を挿入し正しき通りに直すために移動すべき距離等を求むる方法を述べた。

前編の如く新に緩和曲線を敷設する場合と異り歪める既設線路を取扱ふには、解析的計算は殆ど不可能である。従つて第一編 6. 及び 7. に示したる如き半圖式解法に依らねばならぬ。即ち曲度の差 $1/r - 1/r'$ を出し (26') 式により移程 e を

$$e = \sum \sum \left[\frac{1}{r_i'} - \frac{1}{r_i} \right] \Delta s^2$$

に依り求めるのである。此の方法を實用する場合には、曲線軌道の外側軌條に一定長さの絲を張り、斯くて絲の中央で求めた外軌の曲線正矢が曲度と一定の比或は簡單なる關係にある事を利用し、前式の代りに (101) 式の如く、

$$e = 2 \sum \sum [f' - f]$$

と置きて整正間隔(移程)を求めるのである。上の計算は正歪兩曲線の各部分の正矢を出し、此の差を珠算にて二度加へ合せればよいのであるから非常に簡單である。

上述の如く取扱ひ方は非常の違ひであるが、根本の理論は第二編に述べた所と全く同一で、圓距法の一の應用に過ぎない。

第一章 正矢と曲度との關係

從來より保線現場員が曲線の曲度變化即ち通りを知る唯一の尺度としたものは、曲線の外軌に一定長さの絲を張つて求める圓弧の中央正矢の大きさであつた。然るに此の正矢にある常數を乗すれば直に曲度を示すものであるか否か、特に B, C, E, C の附近及び緩和曲線部分に於て、又曲線外軌に繼折れある場合等に於て、或は複合曲線の曲度變化點等に於て、曲度と如何なる關係を保つものであるか等の問題は未だ充分考へられて居らなかつた。先づ第一章に於て之れ等を充分に考究し、第二章に於て其の關係を縱横に應用する事とする。

27. 正矢 f と曲度 $1/r$

第八十一圖は任意の曲線 ABC 上の B 點を中心として其の前後 $2\Delta s$ なる部分を一の圓曲線なりと見做し、圓弧 $2\Delta s$ に對する弦及び正矢 f 等を示したものである。

今曲線半徑 r に比し $2\Delta s$ を充分小に擇べば、弦の長さも $2\Delta s$ と採つて差支へないから、

$$\begin{aligned} f(2r-f) &= \Delta s^2, \quad \therefore f^2 - 2sf + \Delta s^2 = 0 \\ f &= r - \sqrt{r^2 - \Delta s^2} \dots\dots\dots(78) \end{aligned}$$

なる関係がある。曲線半径が比較的小なる即ち $r < 200$ m 位の場合は必ず本式にて r, ds, f の関係を求めるべきである。

次に略算法として (78) 式を次の如く書きかへて

$$f = r - \sqrt{r^2 - ds^2} = r \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{ds}{r} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$= r \left[1 - \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{ds}{r} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{ds}{r} \right)^4 \dots \dots \right\} \right]$$

.....(79)

とすれば、此の式に於て $(ds/r)^4$ 以下の項を無視する事により、

$$f = \frac{ds^2}{2r} \dots \dots \dots (80)$$

又は

$$\frac{1}{r} = \frac{2f}{ds^2} \dots \dots \dots (81)$$

とする事も出来る。之れは曲度半径が 200 m 以上の場合は ds が小なる限り充分に正確である。即ち (81) 式に依り曲度と正矢の関係は次の如く求むる事が出来る。200 m $\leq r < 400$ m の場合には、 $ds = 5$ m 即ち弦の長さ 10 m にとりて正矢 f を測り、次の如く曲度を計算する。

$$\frac{1}{r} = \frac{2}{ds^2} f = \frac{2}{25 \times 1000} f = \frac{f}{12500} \left(\begin{array}{l} r \dots m \text{ にて} \\ f \dots mm \text{ にて} \end{array} \right) \dots \dots \dots (82)$$

400 m $\leq r$ の場合には $ds = 10$ m 即ち弦の長さ 20 m にとりて正矢 f を測り、次の如く曲度を計算する。

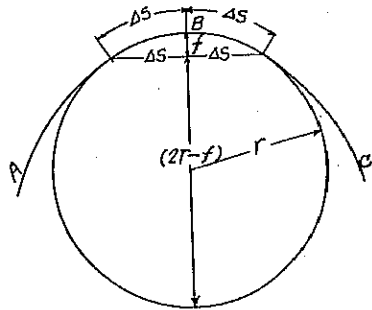
$$\frac{1}{r} = \frac{2}{ds^2} f = \frac{2}{100 \times 1000} f = \frac{f}{50000} \left(\begin{array}{l} r \dots m \text{ にて} \\ f \dots mm \text{ にて} \end{array} \right) \dots \dots \dots (83)$$

上記の如く曲線半径 r に應じ算式又は弦の長さを變へて、正矢と曲度の関係を求めたのは、許し得る正確さの範囲にてなるべく測定及び計算の勞力を簡略にせんとする主旨に外ならない。實際問題にあつては此の程度の正確さで充分である。

圓距法の計算では正矢と曲度との関係を直に數値で一々示す必要はないのであるが、正矢を測つて其の箇所の圓弧の曲度半径を知る場合の便宜のために、次に正矢と曲度半径との関係を (82) 式或は (83) 式より計算して擧げて置く(附表第三参照)。

尙ほ本項の如き正矢と曲度との甚だ簡單なる比例関係は、曲度の變化點(即ち B, C, E, C 或は B, T, C, E, T, C, 複合圓曲線の切點, 繼折れ點等)にては、直にそのまゝは成立しない。次に斯かる場合の考察をして見る、

第八十一圖



28. B, C 及び E, C に於ける正矢

(i) 圓曲線の一般法則

既設線路が正しき圓曲線をなせりとするも、現場で正しく B, C 及び E, C 點の位置を知るのには殆ど困難である。従つて曲線の正矢を測定する場合にも B, C, E, C に關係なく、 $4s$ 宛に曲線を割つて弦 $2d$ 宛に對し正矢を測つて行かねばならない。かくて正矢 f_1, f_2 を測つた場合、之れ等 B, C と一致せざる測點の f の大きさと B, C の位置との關係を考へて見やう。

附圖第四 (a) 乃至 (e) は最初の測點 1 が B, C より前方 $0.8d, 0.6d, 0.4d, 0.2d$ 及び頂度一致した場合の測點 1, 2, 3 等の正矢 f_1, f_2, f_3 の大き及び之れに應ずる角圖 [(99) 式を參照] を示したものである。圖に於て

$d=0.8d$ の場合

$$f_1=0.02f, f_2=0.68f, f_3=f_4=f, \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2=0.7f \frac{2}{4s} \\ \varphi_4=2.7f \frac{2}{4s} \end{array} \right.$$

$d=0.6d$ の場合

$$f_1=0.08f, f_2=0.82f, f_3=f_4=f, \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2=C.9f \frac{2}{4s} \\ \varphi_4=2.9f \frac{2}{4s} \end{array} \right.$$

$d=0.4d$ の場合

$$f_1=0.18f, f_2=0.92f, f_3=f_4=f, \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2=1.1f \frac{2}{4s} \\ \varphi_4=3.1f \frac{2}{4s} \end{array} \right.$$

$d=0.2d$ の場合

$$f_1=0.32f, f_2=0.98f, f_3=f_4=f, \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2=1.3f \frac{2}{4s} \\ \varphi_4=3.3f \frac{2}{4s} \end{array} \right.$$

$d=0$ 即ち 1 點が B, C と一致した場合

$$f_1=0.5f, f_2=f_3=f_4=f, \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2=1.5f \frac{2}{4s} \\ \varphi_4=3.5f \frac{2}{4s} \end{array} \right.$$

故に角圖の 2 3 4 直線を延長すれば之れは B, C 點を通らねばならない。斯くて既設線路曲線が正しき圓曲線である場合には正矢 f を測り、 Σf の圖即ち角圖 $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ 等を描いて之れが延長線を作れば B, C の位置を知り得るのである。

更に附圖第四 (a) 乃至 (e) は次の如き事をも證明して居るのである。即ち第一編及び第二編に於ては圓距法は曲度圖のみより出發して居る。今任意の曲線の正矢が如何なる箇所も

其の曲度と比例するものであれば、曲度圖の代りにある尺度で計られた正矢圖を用ひても結局同一の結果を得るのである。然し若し本項の如く正矢と曲度とが一致せざる場合、曲度圖の代りに正矢圖を用ひて果して圓距法が正しく當嵌り得るものであるか否かが疑問となるのである。斯かる疑問を解決すべく茲に附圖第四 (a) 乃至 (e) を殊更ら懇切に描いたのであるが、正矢圖の各點線は或る縮尺による曲度を示し、斜線を施した部分は正矢を示すのであるが、之れ等の兩者による角圖は φ_1 のみ殆ど總ての場合一致しない。されど φ_2 以下は正矢圖によるも曲度圖によるも計算は全く一致して居る。更に間隔 e は角圖の總和であるが、之れは例へば 4 點迄の値にて比較したる如く、正矢圖によるも曲度圖によるも總て全く一致して居るのである。

従つて圓距法にて

$$e = \int \int \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) ds ds \dots \dots \dots (80)$$

の計算を完結する場合は $1/r$ 及び $1/r'$ の代りに f 及び f' を用ふるも、全く同様の結果を得るのである。即ち上式の代りに

$$e = \frac{2}{\Delta s^2} \sum \sum (f - f') \Delta s^2 = 2 \sum \sum (f - f') \dots \dots \dots (82)$$

なる式が成立するのである [(98) 式参照]。

一般に現在線路曲線の正矢を測つて之れより逆に正確に其の曲度を知る事は本項其の他の如き不一致箇所が多いから殆ど不可能である。従つて本編に於ては上述せる理論により修正の場合には總て曲度圖の代りに正矢圖を以て代用して計算する事とする。正矢圖を以て代用する爲に生ずる誤差は 12. に述べたる如く特種なる場合のみ僅かに發生するに止るから、殆ど問題とするに足りないのである。尙ほ正矢圖より角圖を導く方法は、 φ_1 のみ問題であるが、 $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ 以下は直に f_1, f_2, f_3, f_4 を用ひて、

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= (f_1 + f_2) \frac{2}{\Delta s} \\ \varphi_3 &= (f_1 + f_2 + f_3) \frac{2}{\Delta s} \\ \varphi_4 &= (f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \frac{2}{\Delta s} \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

で決定し得るのである。 φ_1 に関しては著者は次の如き法則を導いた。但し之れは敢て正矢圖より角圖を導びかんとする場合の計算に用ふるに過ぎず、一般には必要がない。

(a) B.C の場合

$f_1 = cf$ にて

(i) $\alpha \leq 0.125$ の場合は $\varphi_1 = f_1 \frac{2}{d_s} = 0$ と考へる。

(ii) $0.125 < \alpha \leq 0.5$ の場合は

$$\varphi_1 = \frac{\sqrt{2\alpha} - 0.5}{\sqrt{2\alpha} + 0.5} (f_1 + f_2) \frac{2}{d_s}$$

(iii) $0.5 < \alpha$ の場合は $\varphi_1 = f_1 \frac{2}{d_s}$ をそのままとる。

(B) E.C の場合

f_i を最終正矢とすると、 φ_i は

$$\varphi_i = (f_1 + f_2 + \dots + f_{i-1} + f_i) \frac{2}{d_s} = \sum f \frac{2}{d_s}$$

φ_{i-1} は $f_i = \alpha f$ にて

(i) $\alpha \leq 0.125$ の場合は $\varphi_{i-1} = \varphi_i$ と考へる。

(ii) $0.125 < \alpha \leq 0.5$ の場合は

$$\varphi_{i-1} = \varphi_i - (\varphi_i - \varphi_{i-2}) \frac{\sqrt{2\alpha} - 0.5}{\sqrt{2\alpha} + 0.5}$$

(iii) $0.5 \leq \alpha$ の場合は

$$\varphi_{i-1} = (f_1 + f_2 + \dots + f_{i-1}) \frac{2}{d_s}$$

(ii) 理 論

第八十二圖には測點 1, 2, 3 等が B, C 點と一致せざる場合の正矢圖及び角圖を示して居る。今 B, C より $k d_s$ だけ曲線内にある正矢測點 2 點と、 $(1-k) d_s$ だけ直線上にある正矢測點 1 點との正矢の大きさ f_2 及び f_1 を考へて見やう。

27. と同様に圓の直径と弦の關係式より

$$e_2' = \frac{(k d_s)^2}{2R} = k^2 \frac{d_s^2}{2R} = k^2 f$$

$$e_1' = \frac{[(1+k) d_s]^2}{2R} = (1+k)^2 \frac{d_s^2}{2R} = (1+k)^2 f$$

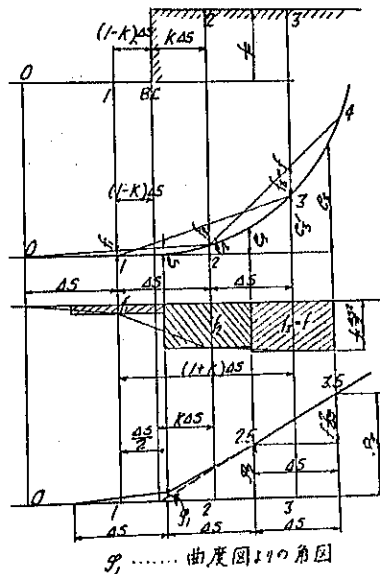
茲に f は 3, 4 等弦 $2 d_s$ が完全に圓曲線内にある測點の正矢である。

然るに圖より

$$f_2 = \frac{1}{2} e_2' = \frac{k^2}{2} f = \alpha_1 f \dots \dots \dots (84)$$

$$f_1 = \frac{1}{2} e_1' - e_2' = \frac{(1+k)^2}{2} f - k^2 f = \left[\frac{(1+k)^2}{2} - k^2 \right] f = \alpha_2 f \dots \dots (84)$$

第八十二圖



である。

本式に依つて B. C より $(1-k)ds$ だけ離れて直線部分上にある測點 1 及び kds だけ離れて圓部分上にある測點 2 等に於ける正矢 f_1 及び f_2 の値を知り得るのである。

附表第四には $\alpha_1 = k^2/2$ 及び $\alpha_2 = [(1+k)^2/2 - k^2]$ の値を與へてをる。

例へば附表第三より $ds = 10$ m の場合, $R = 455$ m に對しては正矢 $f = 110$ mm ($f_3, f_4 \dots$ 以下) であるが, 今 B. C より $kds = 3.2$ m の所に測點 2 あり, $(1-k)ds = 6.8$ m の所に測點 1 があるものとすれば, 附表第四より直ちに

$$f_1 = 0.0512f = 0.0512 \times 110 = 5.6 \text{ mm}, \quad \therefore k = 0.32 \text{ の } f_1$$

$$f_2 = 0.7688f = 0.7688 \times 110 = 84.6 \text{ mm}, \quad \therefore k = 0.32 \text{ の } f_2$$

$$f_3 = f_4 = \dots = f = 110 \text{ mm}$$

で正矢の大きを知り得るのである。

次に前述したる如く, 若し正矢より直に理論的の角圖を求めんとするには, φ_1 のみ前述せる特別な法則に依らねばならない。其の導き方を次に述べよう。

一般に $\varphi = ds \sum 1/r$

$$\frac{1}{r} = \frac{2f}{ds^2}, \quad \therefore \sum \frac{1}{r} = \frac{2}{ds^2} \sum f$$

故に $\varphi = 2/ds \sum f$ で示される。

第八十二圖より 2.5 點より 3.5 點までの f_3 のみに依る角圖の増し, 即ち $\varphi_3 - \varphi_2$ は

$$\frac{1}{r} ds = f \frac{2}{ds^2}, \quad \therefore f = \frac{1}{r} \frac{ds^2}{2}$$

である。従つて

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= f \frac{2}{ds} \frac{ds + \frac{ds}{2} - (-k)ds}{ds} = \frac{2}{ds} (0.5 + k)f = \frac{2}{ds} \frac{1 + 2k + k^2 - 2k^2 + k^2}{2} f \\ &= \frac{2}{ds} \left[\frac{k^2}{2} + \frac{(1+k)^2}{2} - k^2 \right] f = \frac{2}{ds} (f_1 + f_2) \\ \varphi_1 &= f \frac{2}{ds} \frac{\frac{ds}{2} - (1-k)ds}{ds} = \frac{2}{ds} (k - 0.5)f \end{aligned}$$

にて φ_1 及び φ_2 の値を知り得るのである。之れに依れば φ_3 の値は既に

$$\varphi = \frac{2}{ds} \sum f$$

なる一般式から導びけるのであるが, φ_1 のみは不可である。従つて前述せる如く次の如き複雑な法則に依るの外致方ない。先づ B. C に於ては第八十二圖より

(i) $0 < k < 0.5$ の範圍, 即ち $f_1 = \alpha_1 f$ にて $\alpha_1 = k^2/2$ が 0.125 以下の場合は $\varphi_1 = 0$ である。

(ii) $0.5 < k < 1$ の範囲, 即ち $0.125 < \alpha_1 < 0.5$ の場合は

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{2}{4s}(k-0.5)f = \frac{2}{4s}(k+0.5)f \frac{k-0.5}{k+0.5} = \varphi_2 \frac{\sqrt{2\alpha_1-0.5}}{\sqrt{2\alpha_1+0.5}} \quad \therefore \alpha_1 = \frac{k^2}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2\alpha_1-0.5}}{\sqrt{2\alpha_1+0.5}}(f_1+f_2) \frac{2}{4s} \end{aligned}$$

(iii) $1 < k$ の範囲, 即ち $0.5 < \alpha_1$ の場合には φ_1 は事實上 φ_2 であるべきなのであるから

$$\varphi_1 = f_1 \frac{2}{4s}$$

と採ればよい。

尚ほ E.C の場合も之れと略々同様であるから之れは省略する。

29. B.T.C 及び E.T.C に於ける正矢

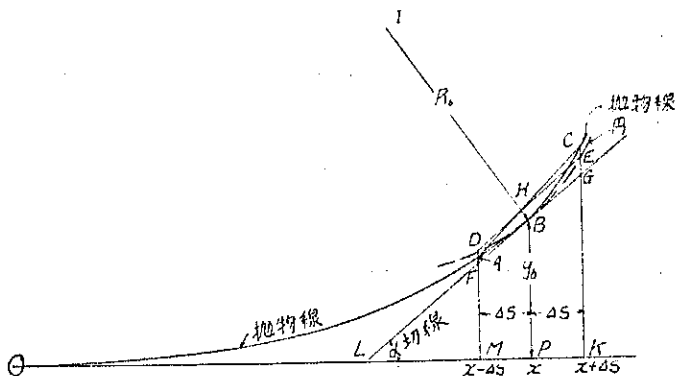
三次拋物線を緩和曲線とする最も簡單なる場合を考へる。第二編に示す如く三次拋物線の第二微分式即ち曲度圖は傾ける直線であるが、先づ正矢圖も同様に傾ける直線となつて此の曲度圖と單位こそ異れ同形なる變化をなす事を證明せねばならぬ。

(i) 拋物線の正矢

第八十三圖は $y = x^3/6RI$ なる三次拋物線の任意の P 點(但し $x < l$) に於ける正矢 BH と

此の B 點に於ける緩和曲線の曲度と同様なる曲度を有する圓 (B 點に於て拋物線と同一なる切線に切する圓) DE の正矢とを示したものである。今此の兩正矢が等しき事を證明せん

第八十三圖



とする、即ち圓の弦 DE と拋物線の弦 AC とが、B 點の法線 BI と同一なる點 H にて交る事を證明せんとする。

$$y_0 = \frac{x^3}{6RI}$$

但し R は $x=l$ の場合の拋物線の曲度半徑である。(茲に l は緩和曲線の長さ)

$$\tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2RI}, \quad \therefore LP = \frac{y_0}{\tan \alpha} = \frac{x}{3}$$

$$R_0 = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{1}{\frac{x}{Rl}} = \frac{Rl}{x}$$

$$\therefore LK = \frac{x}{3} + 4s, \quad LM = \frac{x}{3} - 4s$$

さて

$$GC = KC - KG = \frac{(x+4s)^2}{6Rl} - \left(\frac{x}{3} + 4s\right) \tan \alpha = \frac{3ds^2x + 4s^3}{6Rl}$$

$$GE = \frac{dS^2}{2R_0} = \frac{ds^2x}{2Rl} = FD$$

故に圓と拋物線との $x+4s$ に於ける間隔 CE は

$$CE = GC - GE = \frac{3ds^2x + 4s^3 - 3ds^2x}{6Rl} = \frac{4s^3}{6Rl} \dots\dots\dots(85)$$

同様にして圓と拋物線との $x-4s$ に於ける間隔 DA は

$$DA = FD - (AM - FM) = \frac{3ds^2x - (x-4s)^2}{6Rl} + \left(\frac{x}{3} - 4s\right) \tan \alpha = \frac{4s^3}{6Rl} \dots\dots\dots(86)$$

従つて圓の弦 DE と拋物線の弦 AC とは BI を同一なる點 H にて切るべきである。之れは即ち拋物線の B 點の正矢 BH は、B 點に於ける曲度 R_0 を有する圓の正矢 BH と全く其の大きさを等しくする事を示すものである。

従つて拋物線の曲度圖が傾ける直線をなし、其の各點にて曲度等しき多くの圓の正矢も同じく之に同形の變化をなすべく、従つて夫等の圓の正矢と全く相等しき大きさの拋物線の正矢は、拋物線の曲度圖と比例する即ち同形の變化をなすのである。之れ拋物線の正矢と曲度の正確な關係である。

(ii) B. T. C 及び E. T. C の場合

28. に述べたると同様に、B. T. C 及び E. T. C に於ては恰も B. C 及び E. C に於ける如く、曲度圖と正矢圖とが同形とならない。今此の場合の正矢を求めて見やう。

先づ B. T. C の場合は第八十四圖より

$$f_1 = \frac{y^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{kds^3}{6Rl} = \frac{ds^3}{12Rl} k^3 \dots\dots\dots(87)$$

$$f_2 = \frac{y^2}{2} - y_2 = \frac{1}{2} \frac{(1+k)^3 ds^3}{6Rl} - \frac{k^2 ds^3}{6Rl} = \frac{ds^3}{12Rl} [(1+k)^3 - 2k^3] \dots\dots\dots(88)$$

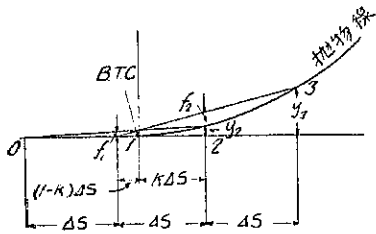
故に k は 0~1 である。

次に E. T. C の場合は第八十五圖より

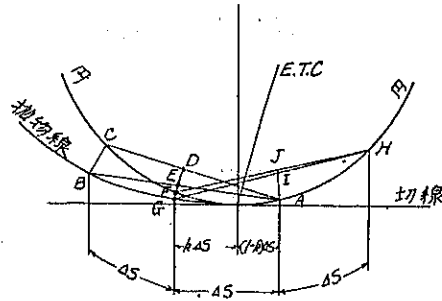
$$f_1 = AI = JA - JI = f - \frac{1}{2} GF$$

然るに 29. (i) より $GF = k^2 ds^3 / 6Rl$

第八十四圖 (B.T.C の場合)



第八十五圖 (E.T.C の場合)



$$f_i = AI$$

$$f_{i-1} = GE$$

$$\therefore f_i = f - \frac{1}{2} \frac{k^2 \Delta s^3}{6Rl} = f - \frac{\Delta s^3}{12Rl} k^3 \dots\dots\dots(89)$$

$$f_{i-1} = GE = GF + FD - DE = \frac{k^2 \Delta s^3}{6Rl} + f - \frac{1}{2} BC = f + \frac{k^2 \Delta s^3}{6Rl} - \frac{1}{2} \frac{(1+k) \Delta s^3}{6Rl}$$

$$= f - \frac{\Delta s^3}{12Rl} [(1+k)^2 - 2k^2] \dots\dots\dots(90)$$

茲に f は圓の正矢、 k は $0 \sim 1$ である。

然るに $\frac{\Delta s^3}{12Rl} = \frac{1}{6} \frac{\Delta s^2}{2R} \frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{6} f \frac{\Delta s}{l} \dots\dots\dots(91)$

然るに $f \Delta s/l$ は長さ l なる緩和曲線が、正矢 f なる圓と直線との間を接続する場合、長さ Δs に對する緩和曲線正矢の増加量を示してをる。故に今之れを Δf 即ち $f \Delta s/l = \Delta f$ とおけば、

$$\frac{\Delta s^3}{12Rl} = \frac{1}{6} \Delta f \dots\dots\dots(92)$$

で示される。

故に今緩和曲線として三次拋物線を用ひたる場合、B.T.CよりE.T.Cに向ひ正矢を測定し行きたる場合の正矢の變化を見れば次の如くなるのである。

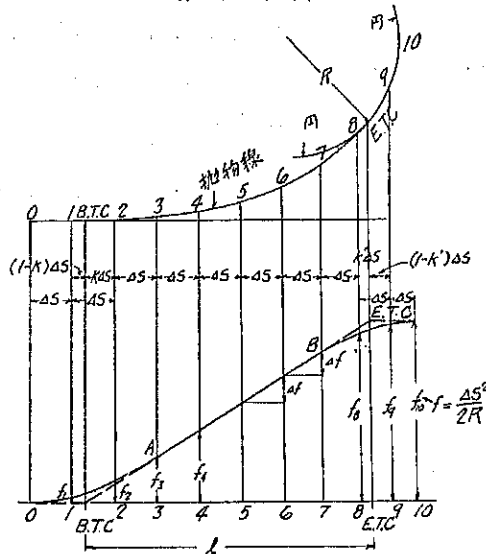
第八十六圖の左より右に $f_0 = 0$ 直線部分

$$f_1 = \frac{\Delta s^3}{12Rl} k^3 = \frac{\Delta f}{6} k^3 = \frac{k^3}{6} \Delta f$$

此の間に B.T.C ありて、次に

$$f_2 = \frac{\Delta f}{6} [(1+k)^2 - 2k^2] = \frac{(1+k)^2 - 2k^2}{6} \Delta f$$

第八十六圖



次に完全に拋物線の區間に入り

$$f_0 = f \frac{(k d_s + d_s)}{l} = f \frac{d_s}{l} (1+k) = \Delta f (1+k)$$

同様に

$$f_1 = \Delta f (2+k)$$

.....

$$f_5 = \Delta f (5+k)$$

$$f_8 = f - \frac{\Delta f}{6} [(1+k)^3 - 2k^3] = f - \frac{(1+k)^3 - 2k^3}{6} \Delta f$$

此の間に E. T. C ありて、次に

$$f_0 = f - \frac{\Delta f}{6} k^3 = f - \frac{k^3}{6} \Delta f$$

次に完全に圓の區間に入り

$$f_{10} = f \left(= \Delta f \frac{l}{d_s} \right)$$

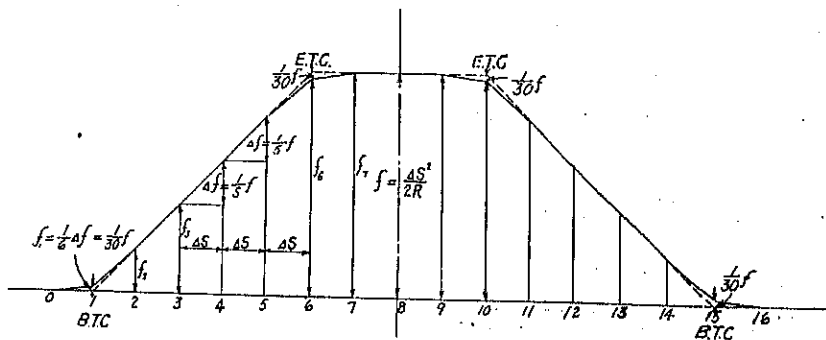
となる。斯かる變化を計算して表示したのが附表第五である。之れより k の値に應じ容易に正矢の大きさを求める事が出来る。附表第五の應用は次の第二章に於て屢々示す處であるから茲には述べない。

尚ほ第八十六圖にて AB の延長線が B. T. C 及び E. T. C にて上下の直線と交る事は言を俟たない。

尚ほ緩和曲線の斯る例題は次章に於て充分述べるが、今任意の R なる圓に $l=54s$ なる長さの緩和曲線を前後に挿入し B. T. C 及び E. T. C が各々正矢測點 1, 6, 10 及び 15 等と一致した場合の正矢圖を示せば第八十七圖の如くである。圖の 1 及び 6 測點等の $f_1/30$ は

$$f_1 = \frac{1}{6} \Delta f = \frac{1}{6} \frac{1}{5} f = \frac{1}{30} f$$

第八十七圖



に依るもので、此の $1/6$ は附表第五の $k=1$ に對する α_1 並に $k=0$ に對する α_2 の値 0.1617 である。

30. 繼折れに於ける正矢

(i) 繼折れを發見する方法

軌條の繼折れは其の名の示す如く軌條接目に於て屢々發見する線路軌條の屈曲であるが、之れは列車の運轉上或は保守上面白からぬのは論を俟たない。今曲線外軌の正矢を測るに一軌條長を ds 又は $2ds$ と考へて測定すれば、常に接目箇所を頂點とする正矢を得る事が出来る。第八十八圖は斯かる例を描いたもので、今 C を中心とする半徑 R なる圓曲線が B 點にて繼折れのため突然に角を $\Delta\varphi$ だけ變へたるものとすれば、 B 點の正矢 f' は

$$f' = \frac{ds^2}{2R} + \frac{1}{2} \Delta\varphi ds = f + \frac{1}{2} \Delta\varphi ds \dots\dots\dots(93)$$

従つて角圖は B 點の前の點 6 にて φ_0 なりしものは B 點即ち 7 にては

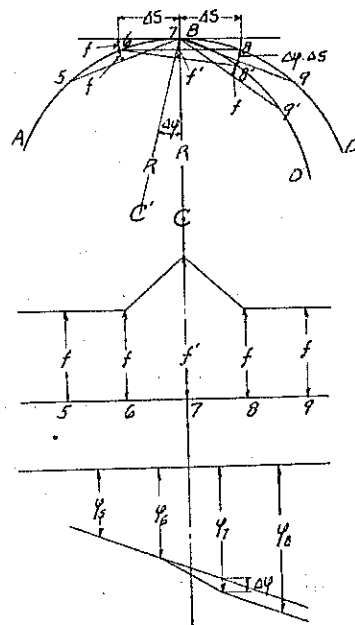
$$\varphi_7 = \varphi_0 + \frac{2}{ds} f' = \varphi_0 + \frac{2}{ds} \left(f + \frac{1}{2} \Delta\varphi ds \right) = \varphi_0 + \frac{2}{ds} f + \Delta\varphi \dots\dots\dots(94)$$

となる。之れは第八十八圖に示す如く正矢圖の突起となり或は角圖の段となつて現はれるから、斯かる繼折れの存在箇所は正矢圖並に角圖を作れば直に發見し得るのである。

第八十八圖は同一半徑の圓曲線が繼折れをなせる場合であるが、 B, C 或は B, T, C 若くは複合曲線の如き曲度異りたる曲線の切點等に於て繼折れをなせる場合も、直に第八十八圖に近似せる正矢圖又は角圖の變化より直に繼折れの存在を知り得るのである。

繼折れは解析的に考察すれば、曲線の中に曲度 ∞ (曲度半徑 0) なる一點の存在すると云ふ事になる。然れども技術的に見る時は、著者は現在軌道曲線に見るが如き小なる繼折れの範圍にては、次の如く考察するを便とする。即ち繼折れの前後 $ds/2$ 宛即ち ds 間の曲度が異常に増大して、大なる正矢 f' を與へたるものと考へ、繼折れを特種の方法に依つて斯扱ふ事をせず、斯かる曲度大なる圓が一部分入つたものと考へる。第八十八圖並に (93) 式及び (94) 式は斯かる考察の誤たざる事を明かに示すものであつて、斯かる解釋よりすれば繼折れ箇所も直に圓距法による連続的曲度變化の曲線部分と同様に取扱ふ

第八十八圖



事が出来るのである。従つて繼折れ箇所に於ける正矢はそのまゝ其の部分の假定せられたる曲度を示すものとして、圓距法の計算に採用して宜敷いのである。

(ii) 重複測定方法

重複測定方法と茲に名づけた正矢の測定方法は、例へば第八十八圖に示すが如く、5, 7 の弦中央にて正矢 f_0 を測定し次に 6, 8 の弦中央にて正矢 f_1 を測定し行く方法、即ち弦長を $2d_s$ とし各 d_s 毎に正矢測點を設けて之れを測定して行く方法を言ふのである。元來正矢より曲度を知るには弦 $2d_s$ 毎に其の中央正矢を測れば充分である。例へば 5, 7 弦にて正矢 f_0 を測つて 5, 7 間の曲度を知り次に 7, 9 弦にて正矢 f_2 を測つて 7, 9 間の曲度を知り、折くて曲線全長に亙り弦を重複せしめずして其の曲度變化を知り得るのである。第一編及び第二編の考察よりするも、圓距法に於て何等斯かる方法が不充分とする點は見出し得ないのであるが、茲に敢て重複測定方法を提唱する所以は、實に本項の繼折れが往々にして曲線軌條に發見せらるゝからである。即ち第八十八圖にて 7 點にて繼折れなき限り弦 5, 7 及び弦 7, 9 のみの正矢測定にて 5, 9 間の曲度變化は知り得るのである。然るに圓距法にて曲度變化より直に角變化を導びかんとすれば、7 點の繼折れの角變化を見逃しては非常なる誤差を最後の間隔圖に導入する事となる。従つて繼折れによる角變化を見逃す事なきためには、常に弦 $2d_s$ を d_s 宛重複せしめて即ち重複測定方法にて正矢を測定せねばならぬ事となるのである。

重複測定方法に於ては曲度は $2d_s$ 間の平均値を求めるのであるが、之れを計算に計上して角又は間隔を求むる場合には、曲度に乘すべき距離は正矢測定點前後の $d_s/2$ 宛即ち d_s なる長さに過ぎぬ事を忘れてはならない。

31. 二圓曲線の切點に於ける正矢

複合曲線に於て其の兩圓曲線の切點に於ては、急激なる曲度變化があるから一般に切點を挟む二正矢は曲度と一致しない事となる。但し既に第二編の複合曲線の場合に述べたる如く複合兩圓曲線の切點では曲度の差 $1/R$ は

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \dots\dots\dots (第五十六圖, 第六十圖, 及び第六十四圖參照) \dots (95)$$

にて示され、曲度變化の關係は半徑 R_1 なる圓より半徑 R_2 なる圓に移る代りに、直線より半徑 R なる圓に移ると考へた場合と條件は全く同一である。

其の理由は次に示す如く正矢の關係からも證明出来る。第八十九圖に於て AB 及び AC なる兩圓が A 點にて切し、其の半徑を各々 R_1 及び R_2 とする。今 $R_1 > R_2$ とし

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \dots\dots\dots (95)$$

とおく。

今曲度 $1/R_2$, $1/R_1$ 及び $1/R$ に對する正矢を f_2 , f_1 及び f とすれば、

$$f_2 = \frac{4s^2}{2R_2}, \quad f_1 = \frac{4s^2}{2R_1}, \quad f = \frac{4s^2}{2R} \dots\dots\dots(80)$$

且つ

$$f_2 - f_1 = \frac{4s^2}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{4s^2}{2R} = f$$

である。

今 A 點より R_2 方に $k\Delta s$ だけ離れたる箇所正矢測點 i あり、A 點より R_1 方に $(1-k)\Delta s$ だけ離れたる箇所次の正矢測點 $(i-1)$ があるものとする。然らば圖より

$$y_i = \frac{y_{i+1} + y_{i-1}}{2} - y_i$$

$$f_{i-1} = \frac{y_{i-2} + y_i}{2} - y_{i-1}$$

である。茲に

$$y_{i+1} = \frac{(1+k)^2 \Delta s^2}{2R_2} = (1+k)^2 f_2$$

$$y_i = \frac{k^2 \Delta s^2}{2R_2} = k^2 f_2$$

$$y_{i-1} = \frac{(1-k)^2 \Delta s^2}{2R_1} = (1-k)^2 f_1$$

$$y_{i-2} = \frac{(2-k)^2 \Delta s^2}{2R_1} = (2-k)^2 f_1$$

であるから、

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{1}{2} [(1+k)^2 f_2 + (1-k)^2 f_1] - k^2 f_2 \\ &= \left[\frac{(1+k)^2}{2} - k^2 \right] f_2 + \frac{1}{2} [2 + 2k^2 - 1 - 2k - k^2] f_1 \\ &= \left[\frac{(1+k)^2}{2} - k^2 \right] f_2 + \left[k^2 - \frac{(1+k)^2}{2} \right] f_1 + f_1 = \left[\frac{(1+k)^2}{2} - k^2 \right] (f_2 - f_1) + f_1 \\ &= \left[\frac{(1+k)^2}{2} - k^2 \right] f + f_1 \\ &= \alpha_1 f + f_1 \dots\dots\dots(\text{附表第四参照}) \dots\dots(86) \end{aligned}$$

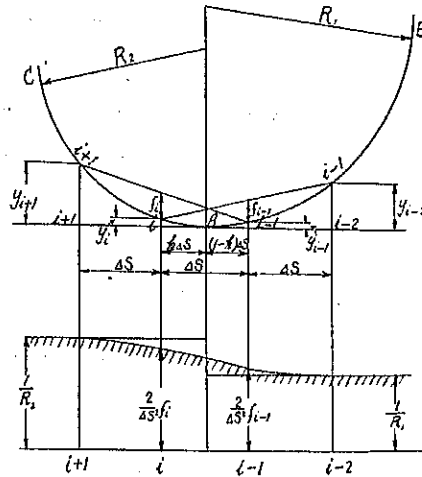
$$\begin{aligned} f_{i-1} &= \frac{1}{2} [2-k)^2 f_1 + k^2 f_2] - (1-k)^2 f_1 = \frac{k^2}{2} f_2 + \left[2 - 2k + \frac{k^2}{2} - 1 + 2k - k^2 \right] f_1 \\ &= \frac{k^2}{2} f_2 + \left[1 - \frac{k^2}{2} \right] f_1 = \frac{k^2}{2} (f_2 - f_1) + f_1 = \frac{k^2}{2} f + f_1 \\ &= \alpha_2 f + f_1 \dots\dots\dots(\text{附表第四参照}) \dots\dots(87) \end{aligned}$$

従つて f_i 及び f_{i-1} は先づ

$$f = f_2 - f_1$$

にて兩正矢の差 f を出しおき、此の f に倍すべき α_1 及び α_2 の値を 附表第四より求め、之れに f_1 を加へて算出する事が出来るのである。従つて複合曲線の切點に於ける正矢と曲度の關係は、之れを單純化し、 $f_2 - f_1 = f$ の正矢の圓から直線に移る場合と同様にして B、C 及び

第八十九圖



E, C の場合即ち 28. の考察を下し、かくて求めた αf 及び $\alpha' f$ なる正矢に f なる正矢を加ふれば、求むる複合曲線切點前後の測點の正矢を得るのである。

即ち之れを曲度の關係に於て言ふも同様であつて、(96) 式及び (97) 式は (95) 式にて得らるゝ曲度差 $1/R$ だけの曲線が直線に接せる場合と同様に取扱つてよい事を證するものである。

第二章 修正の理論並に應用例

32. 修正の理論

修正の理論は既に第一編にて詳述したる圓距法の甚だ簡單なる一の應用に過ぎない。即ち之れを略言せば、先づ曲線外軌に絲を張つて其の正矢を測定し其の曲度變化を見る。此の曲度圖と第二編に示したる各正しき曲線の曲度圖 (28. (i) に依り孰れも正矢圖でよい) とを比較して、各々別々に角圖を作り、其の角の差より兩曲線間の間隔を知り、其の間隔丈は現在の歪める曲線を移動して歪みを去り正しき曲線となす、と云ふにある。現在曲線に對し如何なる曲度變化の如何なる長さの曲線を正しき曲線として假定するかは、一に現場の條件に依るものであつて、之れに應ずる技術者の頭腦の働きに俟つ外はないが、圓距法の理論よりして修正法の共通法則があるから茲に夫を略述する。

先づ 27. より曲度は正矢より

$$\frac{1}{r} = \frac{2f}{1000 \Delta s^2} = \frac{f}{500 \Delta s^2} \dots\dots\dots (98)$$

但し f は mm 單位にて $r, \Delta s$ は m 單位なり

然るに角變化 φ は

$$\varphi_k = \Delta s \sum_1^k \frac{1}{r_k} = \frac{1}{500 \Delta s} \sum_1^k f_k \dots\dots\dots (99)$$

故に歪める曲線の正矢を測り之れより角變化 φ_k を求め、此の φ_k に對し正しき曲線の長さ及び曲度變化 $1/r$ 、(従つて正矢 f') を假定し、之れより角變化 φ_k' を同様に算出して、 φ_k に對立せしめる。

然らば歪める曲線と、假定したる正しき曲度を有する曲線との間隔 e は

$$e_i = \Delta s \sum_1^i \theta_k = \Delta s \sum_1^i (\varphi_k - \varphi_k') = \frac{1}{500} \sum_1^i \left[\sum_1^k f_k - \sum_1^k f_k' \right] \dots\dots\dots (100)$$

従つて正矢 f を mm にて測り e も mm で求むれば、

$$e_i = 2 \sum_1^i \left[\sum_1^k f_k - \sum_1^k f_k' \right] \quad (\text{單位 mm にて})$$

なる式にて其の大きさを得る。此の式は又

$$\begin{aligned} e_i &= 2 \sum_1^i \sum_1^k [f_k - f_k'] \quad (\text{單位 mm にて}) \\ &= 2 \sum_1^i \sum_1^k d_k \dots\dots\dots (101) \end{aligned}$$

$$(茲に d_k = f_k - f'_k)$$

にて示される。

従つて歪める曲線の正矢 f_k と正しき曲線の正矢 f'_k との差 d を加合せたるものを更に加へ合せ、之れに 2 を乗すれば求むる移程が mm にて出るのである。

今 e_i が正となりたる場合は結局現在曲線の曲度が正しき曲線の曲度より大で正しき曲線の方が i 點にて現在曲線の外側に出づべき事を示すのである。従つて歪める現在曲線を正しき形状に直すには、 $+e_i$ だけ曲線外方に其の法線上を移動させねばならない。 e_i が負の場合は此の逆であつて、負の移程丈現在曲線を曲線内側に移動させれば正しき曲線となるのである。

さて曲線修正の一般理論の實地應用として、現在曲線を移動して正しき曲線に直す場合、次の 2 條件が普通必要である。

(1) 曲線の始終兩切線のなす角は、正歪兩曲線に於て同様なるべき事

式にて示せば、

$$\varphi_i = \frac{1}{500 d_s} \sum_1^i f_i = \varphi'_i = \frac{1}{500 d_s} \sum_1^i f'_i \dots\dots\dots(102)$$

なる條件の成立すべき事である。此の條件は必ず成立せねばならぬから結局現在曲線の正矢の總和と、正しき曲線の正矢の總和とは必ず等しくなければならぬのである。

(2) 正しき圓は従來の始終兩切線と切しなければならぬ事

之れは歪める曲線を修正して行つて最後に正しき圓と最後の切線とが切せず、喰違ひが出来てはならぬ事を示すもので、結局正歪兩曲線の終始點で兩者の間隔が 0 である事を必要とする。式で示せば

$$e_0 = 0, \quad a_i = 0$$

である。

即ち始切線より正しき圓を起せば終切線に此の圓が切しなければならぬ。即ち

$$e_i = 2 \sum_1^i \sum_1^k [f_k - f'_k] = 2 \sum_1^i \sum_1^k d_k = 0 \dots\dots\dots(103)$$

なる條件が必要となるのである。

尚ほ (2) の條件は特に曲線の最後で切線との喰違ひを d だけ作る場合には、喰違ひを曲線内方に作る場合は

$$e_i = -d$$

曲線外方に作る場合は

$$e_i = d$$

と置いて之れを一の條件とすればよいのである。

今之れ等の條件を説明するために、單一圓(半徑 R なる正しき圓) について其の正矢を測りたる例を茲に説明しやう。第九十圖に於て B, C 點が特に正矢の測點 1 と一致し、E, C 點は正矢測點 6 より $0.6\Delta s$ だけずれた所にあるとする。正矢は附表第四より

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 0.5f, & f_2 &= f_3 = f_4 = f_5 = f \\
 f_6 &= 0.92f, & f_7 &= 0.18f \\
 \therefore \varphi_7 &= \frac{2}{\Delta s} \sum_1^7 f_i \\
 &= \frac{2}{\Delta s} (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7) \\
 &= \frac{2}{\Delta s} 5.0f = \frac{2}{\Delta s} \frac{5.0\Delta s^2}{2R} = \frac{5.0\Delta s}{R} \\
 \therefore f &= \frac{\Delta s^2}{2R}
 \end{aligned}$$

これは即ち始終兩切線のなす角である。

次に各々角變化を求めて見ると 28₁ により、

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= 0.5f \frac{2}{\Delta s}, & \therefore f_1 &= 0.5f \\
 \varphi_2 &= \varphi_1 + f_2 \frac{2}{\Delta s} = 1.5f \frac{2}{\Delta s}, \\
 \varphi_3 &= \varphi_2 + f_3 \frac{2}{\Delta s} = 2.5f \frac{2}{\Delta s} \\
 \varphi_4 &= \varphi_3 + f_4 \frac{2}{\Delta s} = 3.5f \frac{2}{\Delta s}, & \varphi_5 &= \varphi_4 + f_5 \frac{2}{\Delta s} = 4.5f \frac{2}{\Delta s} \\
 \varphi_6 &= \varphi_5 + f_6 \frac{2}{\Delta s} = (4.5 + 0.92)f \frac{2}{\Delta s} = 5.42f \frac{2}{\Delta s}, & \therefore f_6 &= 0.92f \\
 \varphi_7 &= \varphi_6 + f_7 \frac{2}{\Delta s} = (5.42 + 0.18)f \frac{2}{\Delta s} = 5.6f \frac{2}{\Delta s}, & \therefore f_7 &= 0.18f
 \end{aligned}$$

例へば φ_3 の例をとれば

$$\varphi_3 = 2.5f \frac{2}{\Delta s} = \frac{2.5\Delta s}{R}$$

となるから、第九十圖は此の關係の満足せられて居る事を示してをる。

斯くして角圖より間隔(始切線より曲線までの)を求めれば

$$e_i = \Delta s \sum \varphi = 2f(0.5 + 1.5 + 2.5 + 3.5 + 4.5 + 5.42 + 5.0) = 2 \sum \varphi f$$

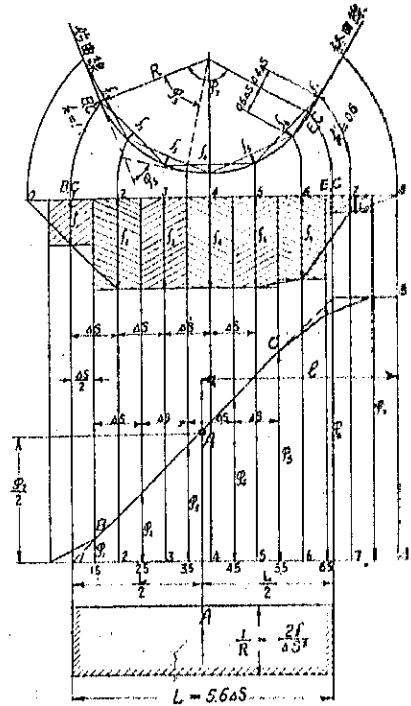
(但し本計算の正確度については第一編を参照すべし)。

故に

$$e_i = 23.52 \times 2f$$

を得る。今

第九十圖



$$\frac{e_1}{\varphi_1} = \frac{23.52 \times 2f}{5.6f \frac{2}{4s}} = \frac{23.52}{5.6} 4s = 4.24s$$

を作れば、之れは角圖より知り得る如く曲線長 $L=5.64s$ の中央・A 點と最後の測點 8 點との距離である。即ち圖にて

$$l = \frac{e_1}{\varphi_1} = 4.24s$$

さて前述せる 2 條件を満足せしむるには、先づ第一條件の $\varphi_1 = 5.6f \frac{2}{4s}$ が正歪兩曲線につき變らざる事、次に第二條件の $e_1 = 23.52 \times 2f$ が正歪兩曲線にて變らざる事であつて、此の 2 條件の許す範囲内ならば曲線の曲度を變化せしむる事も出来るのである。故に第九十圖にて半徑 R なる圓の代りに半徑 R' なる圓を描き、B, C 又は E, C を動かす事も出来る。但し其の場合の圓の長さ L 及び B, C 若くは E, C の位置を制限する條件として、其の曲線の角圖の線（第九十圖の B, C 線）が A 點を通るべき條件がある。A 點は角圖にて高さ $\varphi=0$ より $\varphi_1/2$ 丈の所にある、且つ其の横の位置は最終測點 8 點より

$$l = \frac{e_1}{\varphi_1} = 4.24s$$

にあるべきである。何となれば任意の曲線の角圖が此の點を通れば、其の $e=4s\varphi$ は梯形をなす角圖の面積となるのであるから、必ず

$$e = \varphi_1 l = \varphi_1 \times 4.24s = \frac{2}{4s} 5.6f \times 4.24s = 23.52 \times 2f$$

となり、第二の條件を満足するからである。

尚ほ本計算法にて注意すべき事は、正矢 f_1, f_2 の測點 1, 2 等と角圖從つて間隔圖の φ_1, φ_2 又は e_1, e_2 の測點 1.5, 2.5 等とは $4s/2$ 丈ずれて居る事である。從つて正矢 f_1 を用ひて計算したる間隔 e_1 は 1 點の移動間隔に非ずして（1 點より曲線上始點より終點に向ひ $4s/2$ 丈ずらした）、1.5 點の移動の間隔である。從つて第九十圖にて正矢測點は 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 點であつたが、 $\varphi_1, \varphi_2 \dots e_1, e_2 \dots$ 等の角又は間隔の關する點は 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5 及び 6.5 である。

33. 一般の整正計算方法

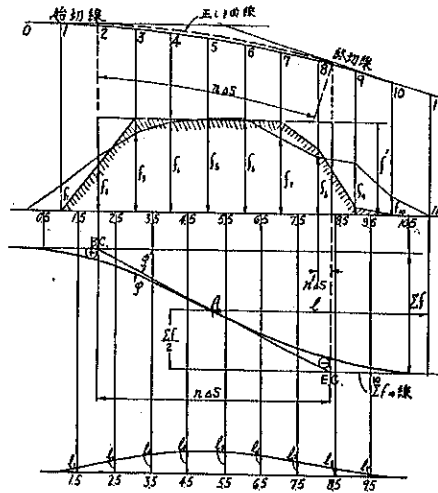
一般の歪める曲線を整正する圓距法の計算は、前項に述べたる處に依り次の如き形式に作るのを最も簡單とする。

此處には單一の圓曲線に整正する場合の野帳其の他の計算のみを示すが、之以外の複雑なる場合もたゞ此の方法の應用に過ぎぬから、次項の應用例に於て説明する事として茲には詳述しない事とする。

第九十一圖の平面圖は始切線より右に派出する長さ約 100 米の曲線を、 $4s=10m$ の間隔に

割つて正矢を測定し曲線を多少外側に移動して正しき圓曲線に整正した一例を示すものである。先づ現在曲線の正矢 f を測定して附表第六に示す野帳の相當欄に書入れる。次に野帳上 $4s/2=5m$ すらせて $\varphi=2 \Sigma f/4s$ の項を、 $2/4s$ なる常數項を除いて Σf の欄に計算する。次に 10 點までの Σf を更に加合せ $\Sigma \Sigma f$ を計算し、 $\Sigma \Sigma f$ 欄の 10 と 11 項の間の所に書いて置く。

第九十一圖



前 32. に述べたる如く此の $\Sigma \Sigma f$ も實は $e=2 \Sigma \Sigma f$ の 2 なる常數項を除いて居るのである事を忘れてはならぬ。

今之れ等の $\Sigma \Sigma f$ と Σf より

$$\frac{\Sigma \Sigma f}{\Sigma f} = \frac{10f_1 + 9f_2 + 8f_3 + \dots + 2f_{10} + f_{11}}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_{10} + f_{11}}$$

を作れば、之れは

$$\frac{\Sigma \Sigma f}{\Sigma f} = \frac{2 \Sigma \Sigma f}{2 \Sigma f} = \frac{2 \Sigma f \cdot \frac{1}{4s}}{2 \Sigma f \cdot \frac{1}{4s}} = \frac{l}{4s}$$

(但し l は 11 點より A 點までの距離)

を示すものである (32. 参照)。

故に A 點の最終點 11 よりの距離は

$$l = \frac{\Sigma \Sigma f}{\Sigma f} \cdot 4s = \frac{10f_1 + 9f_2 + 8f_3 + \dots + 2f_{10} + f_{11}}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_{10} + f_{11}} \cdot 4s$$

で示される。

然らば 32. に證明したる如く、正しき圓曲線の角圖が必ず通るべき點 A. の位置を角圖

に於て與へる長さ l が判つた譯である。

次に f 並に以上加合せたる Σf を第九十一圖の如くに任意の尺度にて書いて曲度並に角變化の大體の情勢を知り、此の Σf の圖即ち角圖に l をとつて定點 A を定める。 A を通る任意の直線は直に求むる圓曲線の角圖を與ふるのであるが、修正すべき曲線の頂點等を動かす間隔即ち中央移程等を考慮して今 B, C を 2 點に定め 2 點と A を結び其の延長と $\sum_{10} f$ の線との交點に E, C を定める。斯くて正しき圓曲線の長さ $n ds$ を得る (32. の第二條件)。

然らば正しき圓曲線の正矢は 32. の第一條件より

$$f' = \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{10}}{n}$$

で與へられる。此の場合正しき圓の B, C 點は 2 點と一致して居るのであるから、 f' 欄に記入すべき最初の項は正しき圓の 2 點 ($h=1$ の f_a 附表第四) の正矢 $0.5f'$ であり、以下 2, 3, 4, 5, 6, 7 點等は正矢 f' をそのままとる。次に 8 點及び 9 點の正矢は $n' ds = n ds - 6 ds$ (第九十一圖) が例へば $0.3 ds$ とすると附表第四より $0.75 f'$ 及び $0.04 f'$ を此の欄に記入する。

次に $f - f' = d$ を d 欄に記入し、次に此の d を順次に代數的に加へ合せて Σd を計算し正負の符號を正しくつけて、 Σd 欄に書き込む。更に Σd を代數的に加へて $\Sigma \Sigma d$ の項を作り、此の $\Sigma \Sigma d$ を 2 倍し之れを mm 單位と見做したものが即ち求むる移程 e である。 e が正なる場合は歪める曲線を外側に法線上 e mm だけ動かせば正しい圓曲線の位置となる事を示し、 e が負なる場合は此の逆に曲線を内側に法線上 e mm だけ動かせば正しい圓曲線の位置となる事を示すのである。常數項の 2 倍と云ふのは $e = 2 \Sigma \Sigma d$ の 2 である。

茲に特に注意すべき事は、 $n ds$ なる正しき圓曲線の長さの採り方は現場の事情に應じ任意なる事である。即ち上述した所では B, C を 2 點に定めたが之を 1 點にしてもよいし又 3 點にしてもよい。又其の中間の半端の點でもよい。但し必ず A 點を通つて正しい圓の角圖を引き之れが $\sum_{10} f$ 線と交る點を E, C とせねばならぬ (第九十一圖参照)。

即ち A 點は前述したる如く定まれる點であるが、 B, C 點或は E, C 點は任意に採る事が出来る。曲線長を短くすれば曲度 $1/R$ は大となるし、曲線長を長くすれば曲度 $1/R$ は小となる。曲度のみならず移程の大きさが之れに依つて支配されるもので、角圖の φ の線と φ' の線との間の面積 (即ち $\Sigma \varphi$ と $\Sigma \varphi'$ の差) が小さい程、移程も小さくなる。今 φ の線より上部を正、下部を負として此の φ と φ' 線との間の面積を考ふれば、最後の 11 點までには必ず此の正負の面積は平衡して居る。即ち $\Sigma \varphi$ と $\Sigma \varphi'$ とが等しい、換言すれば $\Sigma \Sigma d = 9d_1 + 8d_2 + \dots + d_{10}$ が 0 となるのである。さもなければ曲線と切線は 11 點で食違つて了ふ。若し中央の例へば 5 點までのうちに此の角圖の正負の面積が平衡し 0 となつて居れば、5 點で移

程が 0 となる事を示すのである。斯様に曲線長の 撰び方は整正の巧拙の據つてかゝる處なのである。

尙ほ Σd 欄の $\Sigma d = d_1 + d_2 + \dots + d_{10}$ も 0 とならねばならない。何となれば φ と φ' が 11 點に於ては同様であるべく従つて

$$\varphi - \varphi' = \frac{1}{500d_s} \Sigma (f - f') = \frac{1}{500d_s} \Sigma d = 0$$

でなければならぬからである。

斯様に $\Sigma d = 0$ 及び $\Sigma \Sigma d = 0$ は實は 32. の (1) 及び (2) の條件を示すものであつて、野帳の計算に際しては之が計算のチェックとなつて便利である。

尙ほ計算は珠算と計算尺程度のものであるから、往々にして Σd 及び $\Sigma \Sigma d$ が 0 とならぬ事も見られる處であるが、多少の誤差 (3 mm 以下) は略算誤差として致方ない。若し誤算であれば $\Sigma \Sigma d$ などは非常の大きさとなり直に知れるのである。例へば d_3 を 1.0 mm だけ誤ると Σd に於て 1.0 mm, $\Sigma \Sigma d$ に於て $10 - (3 - 1) = 8$ 倍の 8 mm となつて表はれる。

又特に終切線を舊曲線の場合より曲線の外方又は内方に a mm だけ並行に動かさんとするならば

$$\Sigma \Sigma d = \pm \frac{a}{2}$$

でなければならぬ。従つて

$$v' = \frac{\Sigma \Sigma f \mp \frac{a}{2}}{f_1 + \dots + f_{10}} d_s = n' d_s$$

なる式にて v' を求め、此の n' を用ひて正矢 f''

$$f'' = \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{10}}{n'}$$

を求め、前述と同様の計算を行へばよいのである。

34. 曲線の一部のみ整正する例

(i) 中間の一部を整正する場合

これは 第九十二圖に示す如く曲線の一部 AB 間だけを、曲度を正しくしようとする場合である。圖より明かなる如く曲度圖を 3 の如き一直線で整正すれば、角圖は AB なる點線の一直線となり、之れでは ACB なる歪んだ曲線の角圖との間に大なる面積が出来て $\Sigma \Sigma d$ が 0 とはなり得ない。従つて 1, 2 の如き複合曲線を用ひねばならぬ事となる。複合曲線を適當に選べば 1, 2 線の角圖 1', 2' 線と ACB 線との間の面積を +, - 將に平衡する如くせしめ得るから、正しい整正が出来るのである。

理論は以上に留めて置いて實例を示さう。第九十三圖並に附表第七は 10 點より 24 點に

いたる部分の修正例である。先づ正矢 f を測り $\sum_{10}^{20} f = 1025$ を求め、之れを項数の 15 で割つて f' を求め先づ第九十二圖の 3 の如き一直線に修正して見る。すると $f' = 68 \text{ mm}$ と採つたから、 Σd に於て 5, $\Sigma \Sigma d$ に於て 467 の差が残つた。之れは前述したる理論の如く複合曲線にして Σd 並に $\Sigma \Sigma d$ が 0 になる様に訂正せねばならぬのであるから、10 點乃至 17 點の範圍を

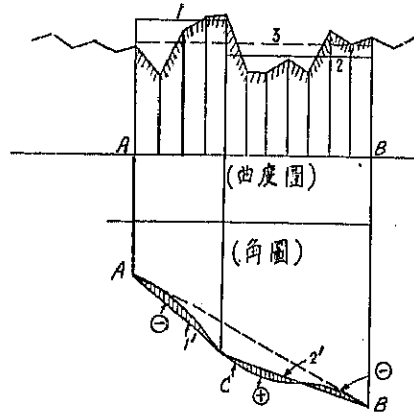
$$f'_1 = 68 + 8 = 76 \text{ mm}$$

18 點乃至 24 點の範圍を

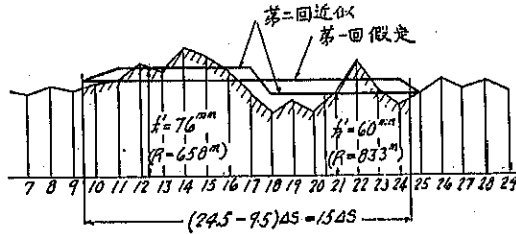
$$f'_2 = 68 - 8 = 60 \text{ mm}$$

と直して見る。すると第二回近似計算に示す如く $\Sigma d = 0, \Sigma \Sigma d = 0$ となつて正しい訂正が出来た。

第九十二圖



第九十三圖



何故に 10 項の f を $68 + 5 = 73$ とし、11 乃至 17 點 (7 點分) の f を 76 とし、18 點乃至 24 點 (7 點分) の f を 60 にしたかは

$$5 \times 15 + 8 \times (18 - 11) \times 7 = 467$$

なる計算により知らるゝ如く訂正によつて得らるゝ $\Sigma \Sigma d$ の減が、結局 467 になる様に直したにすぎぬ。此の場合 10 點の $68 + 5 = 73$ の 5 によつて Σd も訂正された値は 0 となる。斯様な訂正は計算に熟練すれば容易に行ひ得る處である (30, 等参照)。

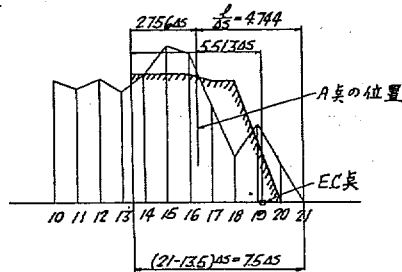
結局本例では 移程の正負に應じ 10.5 點乃至 14.5 點を曲線内側に、15.5 點乃至 20.5 點を曲線外側に、21.5 點 22.5 點を曲線内側に與へられた移程だけ動かせば圓の此の部分 $R = 658 \text{ m}$ ($f = 76 \text{ mm}$) と $R = 833 \text{ m}$ ($f = 60 \text{ mm}$) の複合曲線に修正し得たのである (從來の歪める曲線は $R_{14} = 538 \text{ m}$ ($f = 93 \text{ mm}$) 乃至 $R_{20} = 1042 \text{ m}$ ($f = 48 \text{ mm}$) の曲度半徑を有して居つた)。

(ii) 曲線の一端を修正する場合

之れは第九十四圖に示す如く曲線の一端のみ (185 點より右側のみ) 修正する場合である。

此の場合は 33. の計算と少しも異なる。即ち A 點の位置は附表第八に於て

第九十四圖



$$\frac{l}{4.5} = \frac{\sum \Sigma f}{\Sigma f} = 4.744$$

で決定され、修正すべき圓の一端が 13.5 點を通らねばならぬから、此の點と A 點とから正しい圓の曲線長が直に決定されて了ふ。即ち曲線長は

$$[(21-13.5)4.5 - 4.744 \cdot 4.5] \times 2 = 5.5134.5$$

である。曲線長が定まれば f' も定まり之れより直に Σd 及び $\Sigma \Sigma d$ の計算も出来る、

Σd の誤差は略算の結果である。 $\Sigma \Sigma d$ が 0 にならぬのは色々理由があるが、曲度圖で比較すべき所を正矢圖で比較して居るから幾分の誤差が生じ、(12. 参照)、之れが項数が少いために大きい影響となつて現はれて居るのである。前項に似た訂正を行つた。

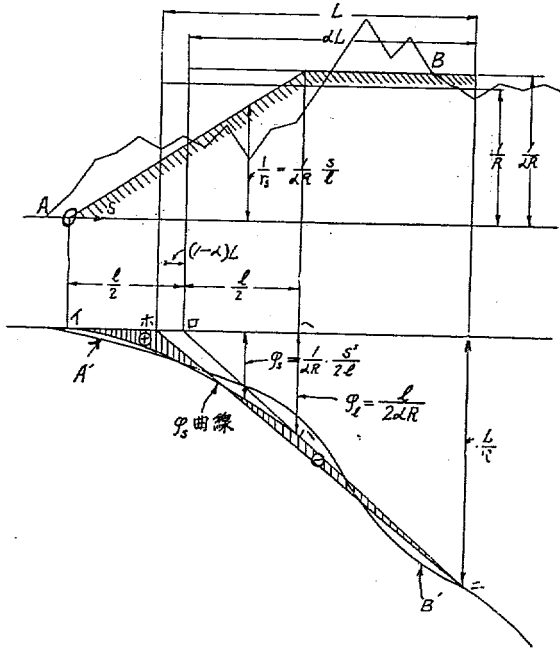
(ii) 曲線の一端を緩和曲線に修正する場合

曲線の一端を緩和曲線に修正するには、先づ前項の方法により正しい圓曲線に修正し次に第二編に述べた所に依つて緩和曲線を入れてもよし、又更に巧に行へば圓曲線に修正する其の移程に第二編の移動距離を加合せて現場に於て直に夫れ丈け動かして了つてもよいのである。然し本項では第二編を用ひず第三編の考へのみよりして行ふ修正方法を述べる事とする。孰れの方法が便利であるかは現場の事情によるが、茲には第二編に述べなかつた最も一般的な場合について理論を示し且つ例題を擧げておく。

第九十五圖は先づ曲度圖が AB, 其の角圖 A'B' の如き歪める曲線を、曲度 $1/R$, 曲線長 L , 角圖がイホ=の如き直線となる、或る圓曲線に修正し (34. (ii) の方法に依り) 次に此の圓曲線と同様の曲度圖面積及び角圖面積を有する、曲度 $1/\alpha R$, 曲線長 αL , 角圖イハ=, 緩和曲線長 l を有する曲線に直した場合を示してをる。

今 α の値を求めると次の如くである。先づイホ=なる直線が基準であるから、それより下の角圖面積を +, 上の角圖面積を - とする。此の +, - 面積を平衡せしむるためには

第九十五圖



イロハなる面積と三角形ホロニなる面積とが等しければよい。先づイロハなる面積は緩和曲線の曲度

$$\frac{1}{r_s} = \frac{1}{\alpha R} \frac{s}{l}$$

従つて其の角圖

$$\phi_s = \int_0^s \frac{1}{r_s} ds = \frac{1}{\alpha R} \frac{s^2}{2l}$$

角圖の面積イハへは

$$A_1 = \int_0^l \phi_s ds = \frac{1}{2\alpha R l} \int_0^l s^2 ds = \frac{l^2}{6\alpha R}$$

之れより三角形面積ロハへを減ずればイロハ面積 A_2 は

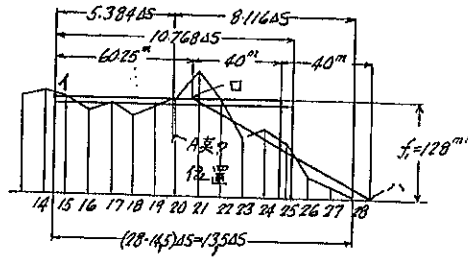
$$A_2 = A_1 - \frac{1}{2} \times \frac{l}{2} \frac{l}{2\alpha R} = \frac{l^2}{24\alpha R}$$

然るにロホニ面積 A_3 は

$$A_3 = \frac{1}{2} (1-\alpha) L \frac{L}{R} = \frac{(1-\alpha)L^2}{2R}$$

此の兩面積は等しくなければならぬから

第九十六圖



$$A_2 = A_1, \quad \frac{l^2}{24\alpha R} = \frac{(1-\alpha)L^2}{2R}$$

$$\therefore 12\alpha(1-\alpha) = \frac{l^2}{L^2} \quad \text{或は} \quad \alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{l^2}{3L^2}}}{2} \dots\dots\dots(104)$$

これにて α の値が定るのである。今 $L=l$ なる極端なる例をとると $\alpha=3/4$ を得る。之れは第二編 14. の A 法の場合であつて其の時の結果と一致して居る附圖第一(a) 参照)。

例題は第九十六圖に示す如く圓曲線の一部 $13.5\Delta s=135m$ の範圍を圖の如く緩和曲線を入れ曲度圖をイロハの如くなる様に整正せんとするものである。先づ前項の方法に依り基準となる圓の A 點の位置を $\Sigma\Sigma f/\Sigma f$ で知り、之れより曲線長 $L=(13.5-8.116)\times 24s=10.768\Delta s$ を得る。緩和曲線長を 80m と假定せば α の値は附表第九の計算の如く 0.9517 となる。従つて緩和曲線を入れた場合の曲線長 $\alpha L=0.9517\times 10.768\Delta s=10.25\Delta s$ 及び其の場合の正矢 $f_1=\Sigma f/\alpha L=1.313/10.25=128.1mm$ を得る。従つて緩和曲線部分ロハの正矢及び E, T, C 點, B, T, C 點の正矢は 29. (附表第五参照) に述べた所に依り計算し、之れを f' にとつて野帳の計算をすれば直ちに緩和曲線を有する正しい曲線とするための移程即ち整正值を得るのである。

附表第九の計算例で Σd は殆ど 0 である。 $\Sigma\Sigma d$ に於て 16.2 なる殘額が出た。之れは前項にも述べた様な理由で生ずるのであるが、此の場合は曲線の 14 點の正矢と融和せしむるために f_{15} を 1.3 丈大きくなる様に訂正し 27 點及び 28 點で之れを相殺するため 0.7 宛を減じておく。すると訂正せられた $\Sigma\Sigma d$ の値は將に正しい値となる。移程は殆ど皆負であるから此の曲線は一端約 135m の範圍に互り内側に夫々の量だけ動かせば望む如き緩和曲線を有する圓曲線に整正し得るのである。

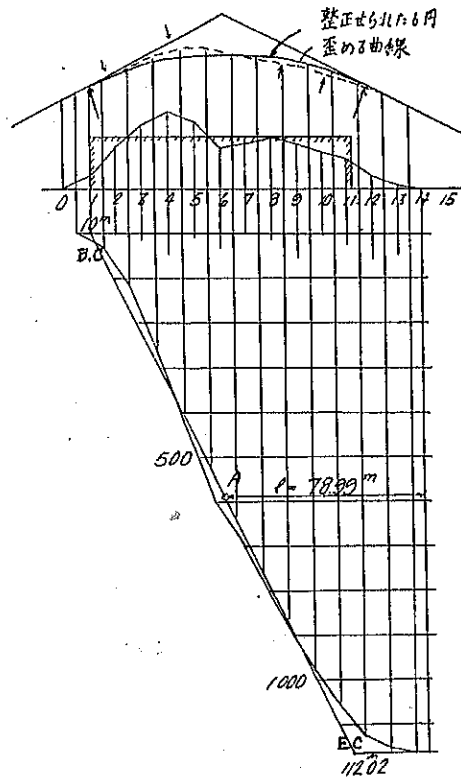
35. 單一の圓曲線に整正する例

至める曲線を單一の正しい圓曲線に整正する場合は、33. に述べ第九十一圖及び附表第六に示した所と同様であるから更に理論をつけ加へない。次に實例をのみ示す。

第九十七圖及び、附表第十は曲線長約 140 m 最小曲度半徑 295 m ありしものを、曲度半徑 438 m の圓に修正した例である。特に説明する迄もないが、 Σf , $\Sigma \Sigma f$ 共に何等の修正なくして殆ど 0 であり、移程は曲線前半を内側に、後半を外側に、動かす事となつて居る。單一の圓に修正するのが最も簡單であり應用も廣い。

尚ほ正矢 f'_1, f'_2, f'_3 は 28. (附表第四参照) の算法に依り求めて居る。

第九十七圖



36. 緩和曲線を有する圓曲線に修正する例

歪める曲線を前後に緩和曲線を有する正しい圓曲線に修正する場合は、前の 35. 單一の圓曲線に修正する場合とほぼ同様であつて、たゞ任意に撰んだ B. C, E. C を中央として其の前後に緩和曲線としての曲度圖 (正矢圖) を作り之れを計算の基とすればよいのである。

唯一つ注意すべき事は角圖が A 點を通るべき事と、一般に緩和曲線長が B. C と E. C に於て同一なるべき事である。角圖が A 點を通るべき事は既に 33., 35. 其の他と同様であるが、緩和曲線長を B. C と E. C に於て同一なるべき事と云ふのは、緩和曲線を挿入する事

による角圖面積の増加が、B, C の場合に正とすれば E, C の場合は負となり、此の正負面積を平衡させねばならぬから勢ひ B, C と E, C の緩和曲線長を等しくせねばならぬ事となるのである（第二編第三十七圖等を参照）。

若し特に必要あつて B, C と E, C に於ける緩和曲線長を違へんとする場合には 34. (III) により 14. を用ひて兩曲線端を各々別々に取扱ふより致方ない。

例題 第九十八圖及び附表第十一は 35. と同様の曲線を 36. と同様の正しい圓曲線と共に前後に緩和曲線長さ 80m 宛とを入れたものに修正した例を先づ掲げた。B, C は 4 點にあるから B, C の緩和曲線の B, T, C, E, T, C は 3 點及び 5 點である。E, C は 11.202 點にあるから E, C の緩和曲線の B, T, C, E, T, C は 15.202 點及び 7.202 點にある。計算は比較的簡單で Σd 及び $\Sigma \Sigma d$ 共に何等の修正なくして殆ど 0 である。但し本例題と前例題とを比較すると明かに知り得る如く、嚮には移程が正負に互り 200mm 程度に止つて居つたに反し、今回の緩和曲線を押入した場合には移程は盡く曲線内側（負）で最高 800mm に及んで居る。これでは餘りに移程が大で實用になり難いのである。従つて次の例題（第九十九圖及び附表第十二）として、更に此の曲線を移程を少くして緩和曲線を入れて修正する方法を試みる。第九十七圖の角圖の傾きよりして明かなる如く、修正の基準の圓曲線の曲度を前回の $7/6$ 倍位にし角圖の傾きを幾分急激にして緩和曲線を入れれば頂度正歪兩曲線の角圖面積の差が正面積も負面積も小となる事が判る。従つて今回は曲度を前回の $7/6$ 倍に高めて見る。従つて圓曲線長は $0/7$ に減じ

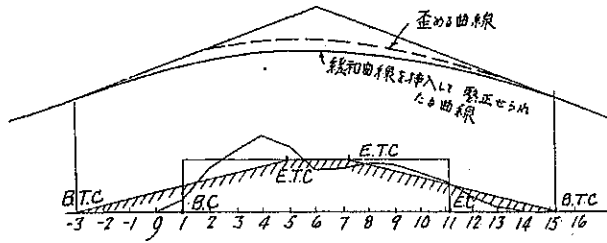
$$L = 102.02 \times \frac{6}{7} = 87.416\text{m}$$

となる。

斯くて前例題と同様に第九十九圖及び附表第十二になすが如き計算を行ひ、其の結果 Σd , $\Sigma \Sigma d$ は同様に何等修正を加ふる事なくして殆んど 0 となり、且つ移程は正負に互り 188mm の程度にて緩和曲線を有する間に修正せられた。

尙ほ上記よりしても明かなる如く、移程を少くせんには修正する圓の曲度を高めねばならぬ結果となつて居る。之れは致方ない處で、現在の緩和曲線敷設法の第一法と第二法を比較しても同様の事が言へるし、又第二編 15. と 16. とを比較しても同様である。例し乍ら曲度を高むるとは云へ、例へば本例の如く歪める場合は最大曲度半径 255m であつたものから緩和曲線を入れて正しく修正して最大曲度半径 375m になるのであるから、修正の何書得共は既に語らずして明かであらう。

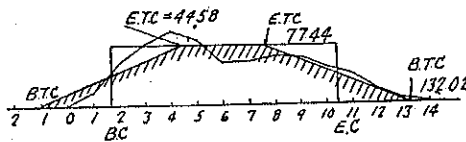
第九十八圖



緩和曲線 80m 宛を B.C. 及び E.C. に入れる。B.T.C. 及び E.T.C. の正矢は 29. に逃ぶる處により (附表第五) 次に記す如し。(附表第十二参照)

$f_3 = 1 \frac{1}{6} df = 2.38$	$\therefore k=1$ の f_a	} (附表第五参照)
$f_5 = f - 1 \frac{1}{6} df = 114.2 - 2.4 = 111.8$	$\therefore k=1$ の f_a	
$f_7 = f - \frac{0.512}{6} df = 114.2 - 1.22 = 113.0$	$\therefore k=0.80$ の f_d	
$f_8 = f - \frac{4.81}{6} df = 114.2 - 11.44 = 102.8$	$\therefore k=0.80$ の f_o	
$f_{10} = \frac{1.712}{6} df = 4.15$	$\therefore k=0.20$ の f_b	
$f_{10} = \frac{0.008}{6} df = 0.019$	$\therefore k=0.20$ の f_a	

第九十九圖



曲度を 7/6 に高めて見る。従つて圓曲線長は 6/7 にせねばならぬ。(第九十七圖及び第九十八圖参照)

$$L = 102.02 \times \frac{6}{7} = 87.446\text{m}$$

とする。(附表第十二参照)

$$f = \frac{1165}{8.7446} = 133.2\text{mm}$$

$$\text{B.O は } 140 - \left(78.99 + \frac{87.446}{2} \right) = 17.29$$

$$\text{E.O は } 140 - \left(78.99 - \frac{87.446}{2} \right) = 104.73$$

となる。-1 點に B. T. C を考ふれば緩和曲線長は $(10+17.29) \times 2 = 27.29 \times 2 = 54.58\text{m}$ 従つて E. T. C は 4.458 點にくる。又 E. C の方の緩和曲線は

$$\text{E. T. C は } 104.73 - 27.29 = 77.44$$

$$\text{B. T. C は } 104.73 + 27.29 = 132.02$$

である。さて

$$\Delta f = \frac{f}{5.458} = \frac{133.2}{5.458} = 24.4$$

$$f_{-1} = 1 - \frac{\Delta f}{6} = 4.1 \quad \therefore k=1 \text{ の } f_a$$

$$f_4 = f - 2.917 \frac{\Delta f}{6} = 121.2 \quad \therefore k=0.46 \text{ の } f_c$$

$$f_6 = f - 0.097 \frac{\Delta f}{6} = 132.8 \quad \therefore k=0.46 \text{ の } f_a$$

$$f_7 = f - 0.018 \frac{\Delta f}{6} = 133.1 \quad \therefore k=0.26 \text{ の } f_a$$

$$f_8 = f - 2.000 \frac{\Delta f}{6} = 125.0 \quad \therefore k=0.26 \text{ の } f_c$$

$$f_{10} = 1.717 \times \frac{\Delta f}{6} = 7.0 \quad \therefore k=0.20 \text{ の } f_b$$

$$f_{14} = 0.008 \times \frac{\Delta f}{6} = 0.0 \quad \therefore k=0.20 \text{ の } f_i$$

(附表第五参照)

37. 複合圓曲線に整正する例

歪める曲線の正矢を測定して其の角圖を作つて見ると、之れが二つ或は三つの折れ曲つた直線となつて出る事がある(第九十七圖参照)。斯かる場合は既に第二編第一章及び第二章に論述したる處より明かなる如く複合曲線に整正するのが最も移程を少にし得るのである。勿論移程を如何に大きくすると問題にならぬ場合には如何なる整正を行ふことも勝手であるが、建築限界の餘裕少き箇所とか、經濟的に整正を行はんとする場合には複合曲線に整正するのも又已むを得ざる處であると思ふ。

複合曲線に整正するのは最も複雑である。併し乍ら第二編の理論を了解したる者にとつては斯る整正法もたゞ勞力の問題に過ぎぬのである。茲には嚮に例題とした同じ曲線を複合圓曲線に整正する例題を、先づ最初に其の理論を明かにしてから行ふ事とする。其の他の種々の場合は、臨機應變第二編の理論を基として圓距法の快き應用を行はれん事を希望してやまない。尚ほ 34. 等に用ひた $\Sigma \Sigma d$ を 0 とするための修正法も、斯かる複雑なる場合には利

用して大いに便である。但し斯かる修正法は既に 80. に於て明かにしたる如く折角圓滑に修正した 圓曲線に故意に繼折れを作ると同様になる事もあるから (12. 参照), 充分に注意して其の適用を誤らざらん様にせねばならない。

扱て第百圖は $1/R_1$ 及び $1/R_2$ なる二圓曲線に修正した例であるが, 先づ曲度圖の面積より, 面積 $\alpha\beta\gamma$ は

$$\frac{1}{R_1}l_1 + \frac{1}{R_2}l_2$$

なる面積に等しくなければならぬ。

次に角圖より面積 $\alpha'\beta'\gamma'$ は下記

三角形イロハの面積	$A_1 \dots \dots \dots \sum \sum f$
矩形ロハニホの面積	A_2
梯形ロホリケの面積	$A_4 \dots \dots \dots \sum \sum f$

の總和に等しくなければならぬ。

然るに第二の條件は面積 $\alpha'\beta'$ トロハが $\sum \sum f$ であり, 面積トヰリヘが $\sum \sum f$ である事より次式にて示される。

$$\sum \sum f + A_2 + A_4 + \sum \sum f = \sum \sum f + A_2 + \sum \sum f \dots \dots \dots (105)$$

茲に A_4 は矩形トロホへの面積

$$A_4 = (\sum f - \sum f')l_2$$

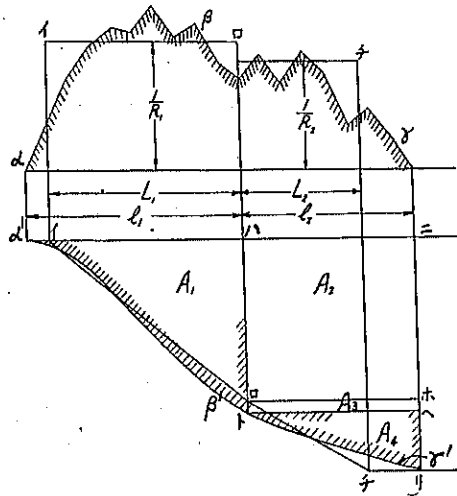
である。従つて $A_1 = \sum \sum f'$ は

$$A_1 = \sum \sum f + \sum \sum f + (\sum f - \sum f')l_2 - \sum \sum f \dots \dots \dots (106)$$

と置ける。之だけ明かとなれば次になすべき事は最早や簡單である。以下種々の方法もあらうが, 34. (ii) 一端を圓曲線に修正する方法を茲に應用し A_1 の面積をロホリケ梯形になる様にすればよい。今本方法を次の例題で説明する事としよう。

第百一圖及び附表第十三は前の例と同じ曲線であるが, 先づ曲度大なる方(即ち $1/R_1$ の方)を勝手に定めて $\sum \sum f'$ を作つて見る。即ち B, C, E, O を適當に定め $1/R_1$ の曲線長を l_1 と定め 6 點迄の $\sum f = 668$ を之れで割つて

第百圖



$$f' = \frac{668}{5} = 133.6 \text{ mm}$$

即ち 133mm と先づ假定する。

斯くて 6 點まで先づ計算して $\Sigma f - \Sigma f' = 6.6$, $\Sigma \Sigma f = 2085$, $\Sigma \Sigma f' = 2008.0$ を得る。従つて (106) 式より第二の圓 ($1/R_2$) の計算に於て考ふべき面積は

$$\sum_1^2 \Sigma f = 2441, \quad \sum_1^2 \Sigma f - \sum_1^2 \Sigma f' = 2085.0 - 2008 = 77.0, \quad (\sum_1^2 f - \sum_1^2 f')^2 = 6.6 \times 7.5 = 49.5$$

である。

従つて $A_1 = 2441 + 77.0 + 49.5 = 2567.5$ となる。 A_1 の面積が判れば最早や後は簡単で、34. (ii) の例題と同様に

第二の圓 $1/R_2$ の中心位置即ち A 點の位置は

$$\frac{l}{A_2} = \frac{A_1}{\sum_1^2 f + (\sum_1^2 f - \sum_1^2 f')} = \frac{2567.5}{497 + 6.6} = 5.098$$

で定まる。之れより第二の圓の曲線長 L_2 従つて正矢 f' 其の他を知り、結局之れ等の f' の値を野帳に入れて Σd , $\Sigma \Sigma d$ 等を計算する。

Σd , $\Sigma \Sigma d$ 等は何等の修正を行ふ事なく殆ど 0 である。移程は正負に互るが、主に正で 154 mm が最大である。曲度半径は従來の 295 m が新しく 375 m 及び 480 m の兩圓曲線に緩和されて居る。

先づ曲度大なる方の圓の B, C を 1.5 點に E, O を 6.5 點と假定し、その間の曲度半径を曲度圓の面積がほぼ舊曲線のそれと等しくなる如くに定める。6 迄の Σf は 668 であるから (附表第十三参照)

$$f_1' = \frac{668}{5} = 133.6$$

即ち先づ f_1' を $\Sigma \Sigma f$ には關係なく 133 と假定する。

$$f_1 = 0.125 \times 133 = 16.6$$

$$f_2 = 0.875 \times 133 = 116.4$$

$$\left. \begin{array}{l} \therefore k=0.5 \text{ の } f_a \\ \therefore k=0.5 \text{ の } f_b \end{array} \right\} \text{(附表第四参照)}$$

f_0 は第二の圓の正矢 f_2' が判つて居らねば出ないことであるが今 $f_2' = 104.0 \text{ mm}$ と假定して出して見ると

$$f_0 = 104.0 + 0.875 \times (133 - 104.0) = 129.4$$

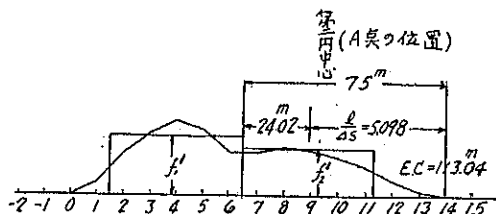
斯くて 6 點までの計算をすると $\Sigma f - \Sigma f' = 6.6$, $\Sigma \Sigma f - \Sigma \Sigma f' = 77.0$ なる差が出た、6.5 乃至 14 點は 7.5 あるから第二の圓に考ふべき面積は

$$2441 + 77.0 + 6.6 \times 7.5 = 2567.5$$

である。第二の圓の中心位置は

$$\frac{l}{A_2} = \frac{2567.5}{497 + 6.6} = 5.098$$

第 百 一 圖



で決定される、従つて第二の間の曲線長は $2 \times (75 - 50.98) = 48.04$

E.C は $65 + 48.04 = 113.04$

第二の間の正矢は

$$f' = \frac{503.6 - 3.0^*}{4.804} = 104.08$$

(備考: *此の 3.0 は f_7 が前の f_6 と同様に $f_7 = 104 + 0.125 (133 - 104) = 107.4$ と計算せられ、修正の $f' = 104$ よりも大きい。此の 3.0 の値を $\Sigma f'$ より差引いて置くのである。)

従つて真の f_6, f_7 は

$$f_6 = 104.1 + 0.875 \times (133 - 104.1) = 129.4$$

$$f_7 = 104.1 + 0.125 \times (133 - 104.1) = 107.1$$

$$f_{11} = 0.755 \times 104.1 = 78.6 \dots \dots \dots k = 0.30 \text{ の } f_b$$

$$f_{12} = 0.045 \times 104.1 = 4.7 \dots \dots \dots k = 0.30 \text{ の } f_a$$

(附表第四参照)

(以上)

附表第三

正矢 f^{m}	曲度半徑 $R^m = \frac{\Delta S^2}{2f}$		正矢 f^{m}	曲度半徑 $R^m = \frac{\Delta S^2}{2f}$		正矢 $\Delta S=10^m$	R^m $\Delta S=10^m$	正矢	R^m $\Delta S=10^m$
	$\Delta S=5^m$	$\Delta S=10^m$		$\Delta S=5^m$	$\Delta S=10^m$				
20.0	625	2500	450	278	1110	720	694		
20.5	610	2440	455	275	1100	725	690	100	500
21.0	595	2380	460	272	1090	730	685	102	490
21.5	581	2330	46.5	269	1080	735	680	104	481
22.0	568	2270	47.0	265	1060	740	676	106	472
22.5	556	2220	47.5	263	1050	745	671	108	463
23.0	543	2170	48.0	260	1042	750	667	110	455
23.5	532	2130	48.5	258	1030	755	662	112	446
24.0	521	2080	49.0	255	1020	760	658	114	439
24.5	510	2040	49.5	253	1010	765	654	116	431
25.0	500	2000	50.0	250	1000	770	649	118	424
25.5	490	1960	50.5	248	990	775	645	120	417
26.0	481	1920	51.0	245	980	780	641	122	410
26.5	472	1890	51.5	243	971	785	637	124	403
27.0	463	1850	52.0	240	962	790	633	126	397
27.5	455	1820	52.5	238	952	795	629	128	391
28.0	446	1790	53.0	236	943	800	625	130	385
28.5	439	1750	53.5	234	935	805	621	132	379
29.0	431	1720	54.0	231	926	810	617	134	373
29.5	424	1690	54.5	229	917	815	613	136	368
30.0	417	1670	55.0	227	909	820	610	138	362
30.5	410	1640	55.5	225	901	825	606	140	357
31.0	403	1610	56.0	223	893	830	602	142	352
31.5	397	1590	56.5	221	885	835	598	144	347
32.0	391	1560	57.0	219	877	840	595	146	342
32.5	385	1540	57.5	217	870	845	592	148	338
33.0	379	1520	58.0	216	862	850	588	150	333
33.5	373	1490	58.5	214	855	855	585	152	329
34.0	368	1470	59.0	212	847	860	581	154	325
34.5	362	1450	59.5	210	840	865	578	156	321
35.0	357	1430	60.0	208	833	870	575	158	316
35.5	352	1410	60.5	207	826	875	571	160	313
36.0	347	1390	61.0	205	820	880	568	162	309
36.5	342	1370	61.5	203	813	885	565	164	305
37.0	338	1350	62.0	202	806	890	562	166	301
37.5	333	1330	62.5	200	800	895	559	168	298
38.0	329	1320	63.0		794	900	556	170	294
38.5	325	1300	63.5		787	905	552	172	291
39.0	321	1280	64.0		781	910	549	174	287
39.5	316	1270	64.5		775	915	546	176	284
40.0	313	1250	65.0		769	920	543	178	281
40.5	309	1230	65.5		763	925	541	180	278
41.0	305	1220	66.0		758	930	538	182	275
41.5	301	1200	66.5		752	935	535	184	272
42.0	298	1190	67.0		746	940	532	186	269
42.5	294	1180	67.5		741	945	529	188	266
43.0	291	1160	68.0		735	950	526	190	263
43.5	287	1150	68.5		730	955	524	192	260
44.0	284	1140	69.0		725	960	521	194	258
44.5	281	1120	69.5		719	965	518	196	255
45.0	278	1110	70.0		714	970	515	198	253
			70.5		709	975	513	200	250
			71.0		704	980	510		
			71.5		699	985	508		
						990	505		
						995	503		

(注本表命註第十八卷第三圖附註)

(有效數字3位以下四捨五入)

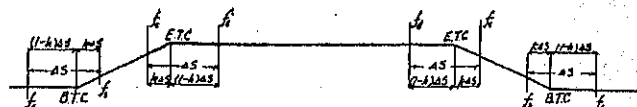
附表第四



k	$f_1 = \alpha_1 f$		$f_2 = \alpha_2 f$	
	$\alpha_1 = \frac{k^2}{2}$	$\alpha_2 = \frac{(1+k)^2}{2} - k^2$	k	$\alpha_1 = \frac{k^2}{2}$
0.01	0.0000	0.5100	0.51	0.1301
0.02	0.0001	0.5198	0.52	0.1352
0.03	0.0005	0.5296	0.53	0.1405
0.04	0.0008	0.5392	0.54	0.1458
0.05	0.0013	0.5488	0.55	0.1513
0.06	0.0018	0.5582	0.56	0.1568
0.07	0.0025	0.5676	0.57	0.1625
0.08	0.0032	0.5768	0.58	0.1682
0.09	0.0041	0.5860	0.59	0.1741
0.10	0.0050	0.5950	0.60	0.1800
0.11	0.0061	0.6040	0.61	0.1861
0.12	0.0072	0.6128	0.62	0.1922
0.13	0.0085	0.6216	0.63	0.1985
0.14	0.0098	0.6302	0.64	0.2048
0.15	0.0113	0.6388	0.65	0.2113
0.16	0.0128	0.6472	0.66	0.2178
0.17	0.0145	0.6556	0.67	0.2245
0.18	0.0162	0.6638	0.68	0.2312
0.19	0.0181	0.6720	0.69	0.2381
0.20	0.0200	0.6800	0.70	0.2450
0.21	0.0221	0.6880	0.71	0.2521
0.22	0.0242	0.6958	0.72	0.2592
0.23	0.0256	0.7036	0.73	0.2665
0.24	0.0280	0.7112	0.74	0.2738
0.25	0.0313	0.7188	0.75	0.2813
0.26	0.0338	0.7262	0.76	0.2888
0.27	0.0365	0.7336	0.77	0.2965
0.28	0.0392	0.7408	0.78	0.3042
0.29	0.0421	0.7480	0.79	0.3121
0.30	0.0450	0.7550	0.80	0.3200
0.31	0.0481	0.7620	0.81	0.3281
0.32	0.0512	0.7688	0.82	0.3362
0.33	0.0545	0.7756	0.83	0.3445
0.34	0.0578	0.7822	0.84	0.3528
0.35	0.0613	0.7888	0.85	0.3613
0.36	0.0648	0.7952	0.86	0.3698
0.37	0.0685	0.8016	0.87	0.3785
0.38	0.0722	0.8078	0.88	0.3872
0.39	0.0761	0.8140	0.89	0.3961
0.40	0.0800	0.8200	0.90	0.4050
0.41	0.0841	0.8260	0.91	0.4141
0.42	0.0882	0.8318	0.92	0.4232
0.43	0.0925	0.8376	0.93	0.4325
0.44	0.0968	0.8432	0.94	0.4418
0.45	0.1013	0.8488	0.95	0.4513
0.46	0.1058	0.8542	0.96	0.4608
0.47	0.1105	0.8596	0.97	0.4705
0.48	0.1152	0.8648	0.98	0.4802
0.49	0.1201	0.8700	0.99	0.4901
0.50	0.1250	0.8750	1.00	0.5000

(有效数字小数点以下4位,以下四舍五入)

附表第五



k	$f_1 = \alpha_1 Af$		$f_2 = \alpha_2 Af$	
	$\alpha_1 = \frac{k^2}{6}$	$\alpha_2 = \frac{(1+k)^2 - 2k^2}{6}$	k	$\alpha_1 = \frac{k^2}{6}$
0.00	0.0000	0.1667	0.50	0.0208
0.01	0.0000	0.1717	0.51	0.0221
0.02	0.0000	0.1768	0.52	0.0234
0.03	0.0000	0.1822	0.53	0.0248
0.04	0.0000	0.1875	0.54	0.0263
0.05	0.0000	0.1928	0.55	0.0277
0.06	0.0000	0.1985	0.56	0.0293
0.07	0.0001	0.2041	0.57	0.0309
0.08	0.0001	0.2098	0.58	0.0325
0.09	0.0001	0.2156	0.59	0.0342
0.10	0.0002	0.2215	0.60	0.0360
0.11	0.0002	0.2275	0.61	0.0378
0.12	0.0003	0.2337	0.62	0.0397
0.13	0.0004	0.2398	0.63	0.0417
0.14	0.0005	0.2460	0.64	0.0437
0.15	0.0006	0.2523	0.65	0.0458
0.16	0.0007	0.2588	0.66	0.0479
0.17	0.0008	0.2653	0.67	0.0501
0.18	0.0010	0.2718	0.68	0.0524
0.19	0.0011	0.2784	0.69	0.0548
0.20	0.0013	0.2853	0.70	0.0572
0.21	0.0015	0.2922	0.71	0.0596
0.22	0.0018	0.2991	0.72	0.0622
0.23	0.0020	0.3061	0.73	0.0648
0.24	0.0023	0.3133	0.74	0.0676
0.25	0.0026	0.3203	0.75	0.0703
0.26	0.0029	0.3275	0.76	0.0732
0.27	0.0033	0.3348	0.77	0.0761
0.28	0.0037	0.3422	0.78	0.0791
0.29	0.0041	0.3497	0.79	0.0822
0.30	0.0045	0.3572	0.80	0.0853
0.31	0.0050	0.3648	0.81	0.0886
0.32	0.0055	0.3724	0.82	0.0920
0.33	0.0060	0.3802	0.83	0.0953
0.34	0.0066	0.3879	0.84	0.0988
0.35	0.0072	0.3957	0.85	0.1023
0.36	0.0078	0.4037	0.86	0.1060
0.37	0.0084	0.4117	0.87	0.1097
0.38	0.0092	0.4197	0.88	0.1136
0.39	0.0099	0.4278	0.89	0.1175
0.40	0.0107	0.4360	0.90	0.1215
0.41	0.0115	0.4442	0.91	0.1256
0.42	0.0123	0.4525	0.92	0.1298
0.43	0.0132	0.4609	0.93	0.1341
0.44	0.0142	0.4693	0.94	0.1384
0.45	0.0152	0.4778	0.95	0.1428
0.46	0.0162	0.4863	0.96	0.1475
0.47	0.0173	0.4948	0.97	0.1522
0.48	0.0184	0.5034	0.98	0.1568
0.49	0.0196	0.5121	0.99	0.1617
0.50	0.0208	0.5208	1.00	0.1667

(有效数字小数点以下4位,以下四舍五入)

附表第六

番號	橫距	$\Sigma \Sigma f$	Σf	現在正矢 f	正1等正矢 f'	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	移程(mm) (+以○號片側) $2\Sigma \Sigma d$
0	0			0	0				
1	10		0	f_1	$0.5f'$	0	0	0	0
2	20		f_1	f_2	f'	$d_1=f_1-0.5f'$	d_1	d_1	$2d_1$
3	30		f_1+f_1	f_3	f'	$d_2=f_2-f'$	d_1+d_2	$2d_1+d_2$	$2(2d_1+d_2)$
4	40		$f_1+f_1+f_1$	f_4	f'	$d_3=f_3-f'$	$d_1+d_2+d_3$	$3d_1+2d_2+d_3$	$2(3d_1+2d_2+d_3)$
5	50		$f_1+\dots+f_1$	f_5	f'	$d_4=f_4-f'$	$d_1+d_2+\dots+d_4$	$4d_1+3d_2+\dots+d_4$	$2(4d_1+3d_2+\dots+d_4)$
6	60		$f_1+\dots+f_1$	f_6	f'	$d_5=f_5-f'$	$d_1+d_2+\dots+d_5$	$5d_1+4d_2+\dots+d_5$	$2(5d_1+4d_2+\dots+d_5)$
7	70		$f_1+\dots+f_1$	f_7	f'	$d_6=f_6-f'$	$d_1+d_2+\dots+d_6$	$6d_1+5d_2+\dots+d_6$	$2(6d_1+5d_2+\dots+d_6)$
8	80		$f_1+\dots+f_1$	f_8	f'	$d_7=f_7-f'$	$d_1+d_2+\dots+d_7$	$7d_1+6d_2+\dots+d_7$	$2(7d_1+6d_2+\dots+d_7)$
9	90		$f_1+\dots+f_1$	f_9	$0.755f'$	$d_8=f_8-f'$	$d_1+d_2+\dots+d_8$	$8d_1+7d_2+\dots+d_8$	$2(8d_1+7d_2+\dots+d_8)$
10	100		$f_1+\dots+f_1$	f_{10}	$0.045f'$	$d_9=f_9-0.755f'$	$d_1+d_2+\dots+d_9$	$9d_1+8d_2+\dots+d_9$	$2(9d_1+8d_2+\dots+d_9)$
11	110	$10f_1+9f_2+\dots+1f_{10}$	$f_1+\dots+f_{10}$	0	0	$d_{10}=f_{10}-0.045f'$	$d_1+d_2+\dots+d_{10}$	0	0
12	120						0		

$$\therefore \frac{1}{45} = \frac{\Sigma \Sigma f}{\Sigma f} = \frac{10f_1+9f_2+\dots+2f_9+f_{10}}{f_1+f_2+\dots+f_9+f_{10}}, \quad f' = \frac{\Sigma f}{n} = \frac{f_1+f_2+\dots+f_9+f_{10}}{10}$$

附表第七

番號	第一回假定計算					第二回近似計算					
	f	f'	修正值	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	f'	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	修正 $2\Sigma \Sigma d$
10	66	60	+6	-2	2	2	73	-7	-7	-7	-14
11	70	60	+10	2	0	2	76	-6	-13	-20	-40
12	83	60	+23	5	15	13	76	7	-6	-26	-52
13	77	60	+17	9	24	37	76	1	-5	-31	-62
14	93	60	+33	25	49	86	76	17	12	-19	-38
15	88	60	+28	20	69	155	76	12	24	5	10
16	77	60	+17	9	78	233	76	1	25	30	60
17	60	60	0	-8	70	303	76	-16	9	39	78
18	40	60	-20	-20	50	353	60	-12	-31	36	72
19	55	60	-5	-13	37	370	60	-5	-8	28	56
20	40	60	-20	-20	17	407	60	-12	-20	8	16
21	60	60	0	-8	9	416	60	0	-20	-12	-24
22	84	60	+24	-6	25	421	60	24	4	-8	-16
23	64	60	+4	-4	21	462	60	4	8	0	0
24	52	60	-8	-16	5	467	60	-8	0		
25											

$$\begin{aligned} \sum_{10}^{25} f &= 1025 & \sum_{10}^{25} f' &= 1020 & 5 \times 15 &= 75 \\ & & & & 8 \times (18-11) \times 7 &= 392 \\ f' &= \frac{1025}{25} = 68 & & & 167 &= \Sigma \Sigma d \end{aligned}$$

附表第八

番号	Σf	f	f'	訂正値	d=f-f'	Σd	ΣΣd	訂正せらるべきΣΣd	移程
12									
13									
14		94	92.7	+1.5					
15	24	114	92.7	+1	1.3	1.3	1.3	-0.2	0
16	208	110	92.7	+1	21.3	22.6	23.9	21.2	42
17	318	70	92.7	-1	17.3	39.9	63.8	56.3	113
18	388	36	92.7	-1	-22.7	17.2	81.0	71.0	142
19	424	57	46.7	-1	-56.7	-39.5	41.5	30.0	60
20	481	30	0		10.3	-29.2	12.3	0.3	0
21	511	0			30.0	(0.8)			

略算誤差

$$\sum_{14}^{21} f = 511$$

$$\sum_{14}^{20} \Sigma f = 2424$$

$$\frac{l}{25} = \frac{\Sigma \Sigma f}{\Sigma f} = \frac{2424}{511} = 4.744$$

従つて曲線長 $2(75 - 4.744)45 = 6.51345$ ECは $(13.5 + 6.512) = 19.012$ 尺である。

$$f' = \frac{511}{6.513} = 92.7$$

$$f_{19} = 0.504 \times 92.7 = 46.72 \quad \because k=0.01 \text{ の } f_b$$

$$f_{20} = 0.000 \times 92.7 = 0 \quad \because k=0.01 \text{ の } f_a$$

附表第九

	Σf	f	f'	訂正值	d=f-f'	Σd	ΣΣd	ΣΣd訂正すべき値	訂正せらるべきΣΣd	移程 (m)
14		140								(+は外側へ)
15		135	128.1	+1.3	6.9	6.9	6.9	-1.3	5.6	11.0
16	135	114	128.1		-14.1	-7.2	-0.3	-2.6	-2.9	6.0
17	249	122	128.1		-6.1	-13.3	-13.6	-3.9	-17.5	3.0
18	371	108	128.1		-20.1	-33.4	-47.0	-5.2	-52.2	10.0
19	479	121	128.1		-7.1	-40.5	-87.5	-6.5	-94.0	18.0
20	600	128	128.0		0.0	-40.5	-128.0	-7.8	-135.8	27.0
21	728	168	123.0		45.0	4.5	-123.5	-9.1	-132.6	26.50
22	896	126	108.1		17.9	22.4	-101.1	-10.4	-111.5	22.30
23	1022	80	92.1		-12.1	10.3	-90.8	-11.7	-102.5	20.50
24	1102	92	76.1		15.9	26.2	-64.6	-13.0	-77.6	15.50
25	1194	76	60.1		15.9	42.1	-22.5	-14.3	-36.8	7.0
26	1270	27	44.1		-17.1	25.0	-2.5	-15.6	-18.1	3.0
27	1297	16	28.1	-0.7	-12.1	12.9	15.4	-16.2	-0.8	2.0
28	1313	0	12.1	-0.7	-12.1	0.8	16.2	-16.2	0	0.0
			11		-1.1	-0.3				

$$\Sigma \Sigma f = \frac{10656}{1313} = 8.116$$

曲線長は $(135 - 8.116) \times 245 = 10.76845$

円の正矢は $f = \frac{1313}{10.768} = 122$

緩和曲線に入る場合、緩和曲線長 $L = 80^m$ とし

$$f_{17} = 1.75 \Delta f \quad f_{20} = 128.1 - \frac{80^3}{6} \times 16 \quad \because k = 0.25 \Delta f d$$

$$f_{16} = 2.75 \Delta f \quad = 128.0$$

$$f_{15} = 3.75 \Delta f \quad f_{21} = 128.1 - \frac{1922}{6} \times 16 \quad \because k = 0.25 \Delta f e$$

$$f_{14} = 4.75 \Delta f \quad = 123.0$$

$$f_{13} = 5.75 \Delta f \quad f_{20} = \frac{4.516}{6} \times 16 = 12.1 \quad \because k = 0.75 \Delta f b$$

$$f_{12} = 6.75 \Delta f \quad f_{21} = \frac{0.223}{6} \times 16 = 1.1 \quad \because k = 0.75 \Delta f d$$

附表第五

$$\alpha = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{2L}{R}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 0.184}}{2} = \frac{1 \pm 0.9034}{2} = \frac{1.9034}{2} = 0.9517$$

$$\alpha L = 0.9517 \times 10.76845 = 10.2545$$

従つて此の場合の円部分の正矢 $f_1 = \frac{1313}{10.25} = 128.1$

従つて $\Delta f_1 = \frac{128.1}{8} = 16.015 \approx 16$

(土木学会誌第十八巻第三編附録)

附表第十

番号	横距 (m)	Σf	Σf	f	f'	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	移程 (±は曲線外側) $2\Sigma \Sigma d$ (mm)
0				0	0				
1	10			30	$f_1=57.1$	-27.1	-27.1	-27.1	-54
2	20		30	92	114.2	-22.2	-49.3	-76.4	-153
3	30		122	138	114.2	23.8	-25.5	-101.9	-204
4	40		260	168	114.2	53.8	28.3	-73.6	-147
5	50		428	149	114.2	34.8	63.1	-10.5	-21
6	60		577	91	114.2	-23.2	39.9	+29.4	59
7	70		668	109	114.2	-17.2	22.7	+52.1	104
8	80		765	101	114.2	-5.2	17.5	+69.6	139
9	90		874	82	114.2	-13.2	4.3	+73.9	148
10	100		975	68	114.2	-32.2	-27.9	+46	92
11	110		1057	31	$f_2=77.6$	-9.6	-37.5	+8.5	17
12	120		1125	9	$f_3=2.3$	28.7	-8.8	-0.3=0	0
13	130	$202.5=133$	1156	0		9	0.2=0		
14	140		$\Sigma f=1165$	0		0			
15	150			0		0			

A点の位置は $\frac{L}{25} = \frac{9202}{1165} = 7.899$ (定)。 故に $f' = \frac{1165}{11.202-1} \approx 114.2$

正しい円のBCを1点にえらふ。 従つて
 曲線長は $L = 2 \times (130 - 78.99) = 102.02$
 故に EC は $10 + 102.02 = 112.02$

附表第十一

番号	横距 (m)	Σf	Σf	f	f'	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	移程 (±は曲線外側) $2\Sigma \Sigma d$ (mm)
-4	-40			0	0	0	0	0	0
-3	-30			0	$f_3=2.4$	-2.4	-2.4	-2.4	-5
-2	-20			0	14.3	-14.3	-16.7	-19.1	-38
-1	-10			0	28.6	-28.6	-45.3	-64.4	-129
0	0			0	42.8	-42.8	-88.1	-152.5	-305
1	10			30	57.1	-27.1	-115.2	-267.7	-536
2	20			92	71.4	20.6	-94.6	-372.3	-745
3	30			138	85.6	52.4	-42.2	-404.5	-809
4	40			168	99.9	68.1	25.9	-378.6	-757
5	50			149	$f_2=111.8$	37.2	63.1	-315.5	-631
6	60			91	114.2	-23.2	39.9	-275.6	-551
7	70			109	$f_1=113.0$	-16.0	23.9	-251.7	-503
8	80			101	$f_3=102.8$	6.2	30.1	-221.6	-443
9	90			82	80.5	12.5	42.6	-179.0	-358
10	100			68	74.2	7.8	50.4	-128.6	-257
11	110			31	60.0	8.0	58.4	-70.2	-140
12	120			9	45.6	-14.6	43.8	-26.4	-53
13	130			0	31.4	-22.4	21.4	-5.0	-10
14	140			0	17.1	-17.1	4.3	-0.7	0
15	150			0	$f_2=4.2$	-4.2	0.1		
16	160			0	$f_3=0$	0			

土木学 陸第十八巻第三回附誌

$f' = 114.2$
 $\Delta f = \frac{1}{2} f = 14.3$

略算誤差(実20)

附表第十二

序号	横距 (m)	Σf	$\Sigma f'$	f	f'	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	行程 (+100 曲线 段-80) $2\Sigma \Sigma d$ (mm)
-1				0	$f_1=41$				
0	0			0	24.5	-4.1	-4.1	-4.1	-82
1				30	48.9	-24.5	-28.6	-72.9	-654
2				92	73.3	-18.9	-47.5	-80.2	-1604
3				138	97.7	18.7	-28.8	-109.0	-2180
4				168	$f_4=121.3$	40.3	11.5	-77.5	-1950
5				149	$f_5=132.8$	46.7	58.2	-39.3	-786
6				91	133.2	16.2	74.4	35.1	702
7				97	$f_7=133.1$	-42.2	32.2	67.3	1346
8				109	$f_8=125.1$	-36.1	-3.9	63.4	1268
9				101	102.6	-16.1	-20.0	43.4	868
10				82	78.2	-16	-21.6	21.8	436
11				68	53.8	3.8	-17.8	4.0	90
12				31	29.4	14.2	-3.6	0.4	28
13				9	$f_{13}=70$	1.6	-2.0	-1.6	00
14		$\Sigma f=1165$		0	$f_{14}=00$	2.0	0.0		

略算误差

附表第十三

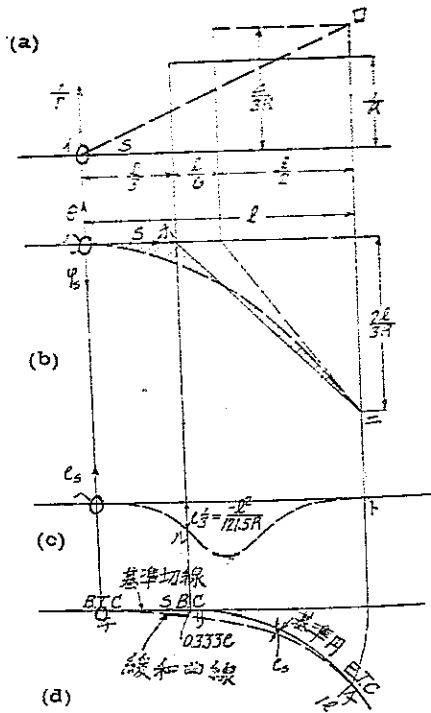
序号	Σf	$\Sigma f'$	f	f'	$d=f-f'$	Σd	$\Sigma \Sigma d$	行程 (+100 曲线 段-80) $2\Sigma \Sigma d$ (mm)
-1			0					
0	$\Sigma f'$							0.0
1	$2\Sigma f'$		30	16.6				26.8
2	16.6	30	92	116.4	13.4	13.4	13.4	4.8
3	13.30	122	138	133.0	-24.4	-11.0	2.4	-7.2
4	26.60	260	168	133.0	5.0	-6.0	-3.6	52.8
5	39.90	428	149	133.0	35.0	29.0	25.4	140.8
6	53.70	577	91	129.4	16.0	45.0	70.4	154.0
7	66.10	668	97	107.7	-38.4	6.6	77.0	147.4
8	208.0	2085.97	109	104.1	-10.7	-4.1	72.9	147.8
9	208.50	2086.27	101	104.1	4.9	0.8	73.7	147.8
10	77.0	307	82	104.1	-3.1	-2.3	71.4	147.8
11	$(668-661.4) \times 7$	389	68	78.6	-22.1	-24.4	47.0	94.0
12	$=6.6 \times 7.5 = 49.5$	437	31	4.7	-10.6	-35.0	12.0	22.0
13	244.10	480	9	0.0	26.3	-9.3	27	1.4
14	77.0	497	0		9.0	-0.3 \times 0	24.0	0.0
15	49.5	244.1						
	2567.5	497						
		66						
		503.6						

略算误差

(注:本册附录第十八页第三附表)

附圖第一

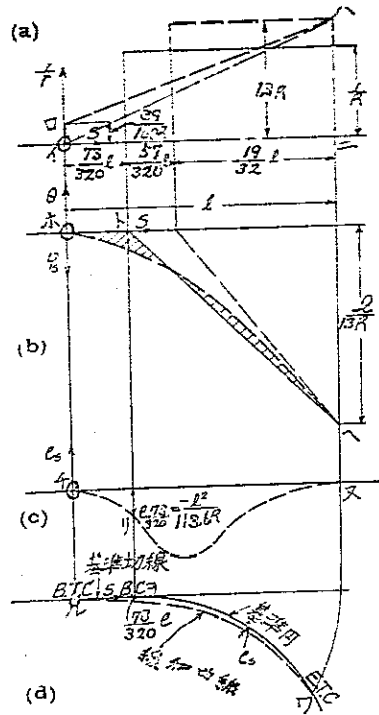
(A 法)



(十米餘量圖按十米餘量計算)

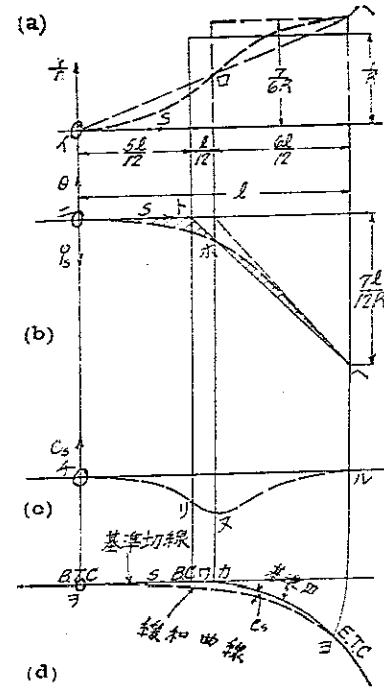
附圖第二

(B 法)

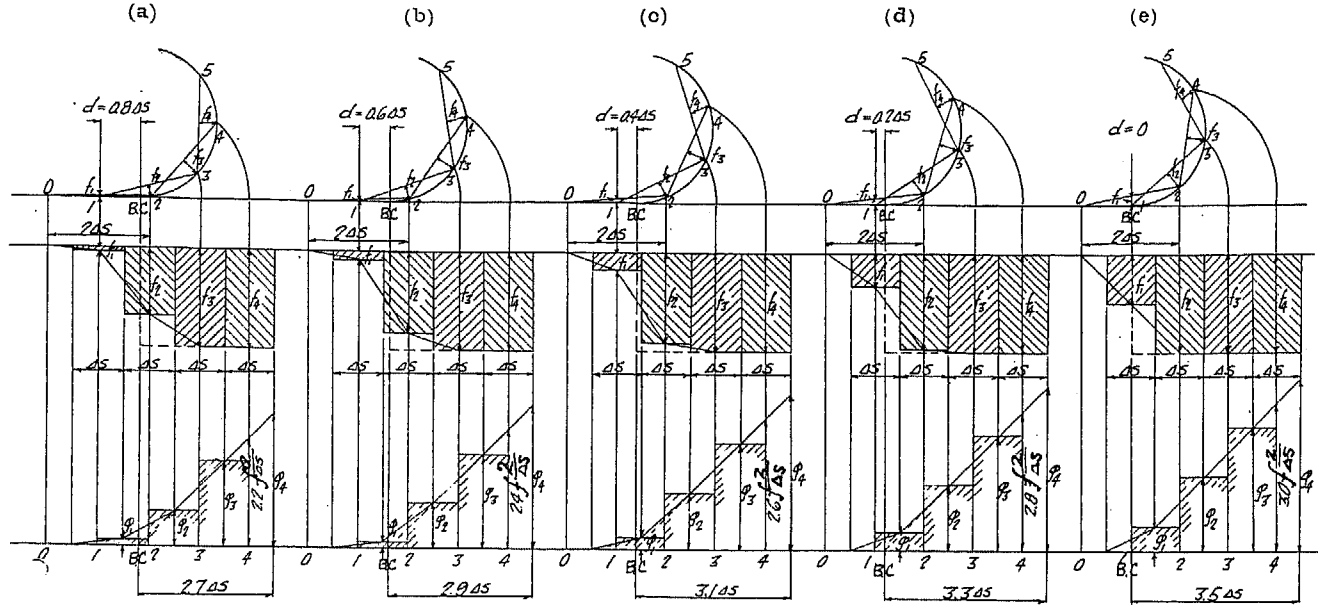


附圖第三

(C 法)



附圖第四



(土木學會誌第十八卷第三號附圖)

$$\begin{aligned}
 p_1 &= f_1 \frac{f_2}{f_3} = 0.02 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_2 &= (f_1 + f_2) \frac{f_3}{f_4} = 0.7 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_3 &= (f_1 + f_2 + f_3) \frac{f_4}{f_5} = 1.7 f \frac{f^2}{f^3} \\
 \text{正矢圖 } \Delta 1 \\
 e_4 &= (p_1 + p_2 + p_3) \cdot 0.5 = 2.2 f \cdot 2 \\
 \text{曲度圖に直して後計算すれば} \\
 e_4' &= \frac{1}{2} \cdot 2.2 \cdot 0.5 \cdot 2.2 f \frac{f^2}{f^3} \\
 &= 2.42 f \cdot 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= 0.08 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_2 &= 0.9 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_3 &= 1.9 f \frac{f^2}{f^3} \\
 \text{正矢圖 } \Delta 1 \\
 e_4 &= 2.88 f \cdot 2 \\
 \text{曲度圖に直して計算すれば} \\
 e_4' &= \frac{1}{2} \cdot 2.4 \cdot 0.5 \cdot 2.4 f \frac{f^2}{f^3} \\
 &= 2.88 f \cdot 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= 0.18 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_2 &= 1.1 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_3 &= 2.1 f \frac{f^2}{f^3} \\
 \text{正矢圖 } \Delta 1 \\
 e_4 &= 3.38 f \cdot 2 \\
 \text{曲度圖に直して計算すれば} \\
 e_4' &= \frac{1}{2} \cdot 2.645 \cdot 2.6 f \frac{f^2}{f^3} \\
 &= 3.38 f \cdot 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= 0.32 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_2 &= 1.3 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_3 &= 2.3 f \frac{f^2}{f^3} \\
 \text{正矢圖 } \Delta 1 \\
 e_4 &= 3.92 f \cdot 2 \\
 \text{曲度圖に直して計算すれば} \\
 e_4' &= \frac{1}{2} \cdot 3.045 \cdot 2.8 f \frac{f^2}{f^3} \\
 &= 3.92 f \cdot 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= 0.5 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_2 &= 1.5 f \frac{f^2}{f^3} \\
 p_3 &= 2.5 f \frac{f^2}{f^3} \\
 \text{正矢圖 } \Delta 1 \\
 e_4 &= 4.5 f \cdot 2 \\
 \text{曲度圖に直して計算すれば} \\
 e_4' &= \frac{1}{2} \cdot 3.505 \cdot 3 f \frac{f^2}{f^3} \\
 &= 4.5 f \cdot 2
 \end{aligned}$$