

論 說 報 告

土木學會誌 第十八卷第一號 昭和七年一月

水源としての地下水の利用に就て(續)

會員 吉 田 彌 七

On the Utilization of Ground Water as Sources of Water

By Yashichi Yoshida, Member.

内 容 梗 概

第一編(第十七卷第六號所載)に於て含水層の通水性に就て述べ第二編(第十七卷第十二號所載)に於ては地下水の利用の方法としての各種集水井及び集水渠に就て論じたが本編はその続編である。

第 三 章 アルテシアン井 (Artesian Wells)

第 一 節 概 論

アルテシアン構成の含水層内の水は多少に拘らず壓力を有するもので、之れに井を沈下する時は非水面は含水層面より兎に角上昇し、時には地上に噴水することがある。此の含水層は普通の含水層とは趣を異にするものなれば本章では専ら此のアルテシアン地層中の井に就て論じた。その論及する所は普通アルテシアン井、特殊アルテシアン井、含水層の厚さが特に大なる場合の井に就てあつて、主として水理學上の計算法を述べ、進んで井の選定上の注意を與へ利用を誤りなからしめた。

第 二 節 普通アルテシアン井

1. アルテシアン系統 (Artesian Systems) の概要

普通アルテシアン構成の地層は地中深くに存在する場合が多い。依つてアルテシアン井は鑿井又は鑽井が多く自然含水層の全深に strainer が接合してある場合が標準とされて居る。故に著者は之れを普通又は標準アルテシアン井と名付ける。之れに關しては古くから研究されて略々理論は一定してゐる。著者は之れに關する先進の説を紹介し、且つ足らざるを補ふと思ふ。我國ではアルテシアン井をよく掘抜井と稱する習慣がある。

2. 流れに關する一般公式の誘導

(1) 井の中心線及び含水層底を直角軸とせる解法

掘抜井の場合一定量の汲出をなす時は井の水面は降下し、含水層中の水壓は變化を來して第九十三圖に示すが如くなる。この水壓曲線は普通井の地下水面曲線に似てゐる。

第九十三圖に於て

l: 含水層の厚さ

AB: 原壓力線(地表面以下或は以上に位す)

OD, EF: 汲上當時の安定壓力線

とし、湧出量の公式を誘導しやう。

第二章第二節5, と同様にして

$$Q = 2\pi k l x \frac{dy}{dx} \dots\dots\dots(209)$$

を得る。之れを解きて次式を得る。即ち

$$y = \frac{Q}{2\pi k l} \log_e \frac{x}{r} + h \dots\dots\dots(210)$$

次に壓力線の變化を實際認め得ない點の x を R と置けば y は H となる。故に

$$H - h = \frac{Q}{2\pi k l} \log_e \frac{R}{r} \dots\dots\dots(211)$$

此の(211)式は普通井の場合同様にして初めて J. Dupuit 氏によりて誘導されたもので、前述の *Études théoriques et pratiques*, 2. éd. 1863, S. 261 に掲げてある。此の方程式は地下水が井に向つて無限の距離より流入し、而も AB なる壓力線には變化なき場合に限り眞實である。

(2) 井の中心線及び原壓力線を直角軸とせる

解法(第九十四圖参照)

$$v = -k \frac{d\eta}{dy} \quad F = 2\pi x l$$

$$\therefore Q = -k 2\pi x l \frac{d\eta}{dx} \quad d\eta = -\frac{Q}{2\pi k l} \frac{dx}{x}$$

$$\therefore \eta = -\frac{Q}{2\pi k l} \log_e x + c \dots\dots\dots(212)$$

今 R を影響圓の半徑とすれば、 $x=R$ なる時は $\eta=0$ と看做すことが出来る。故に

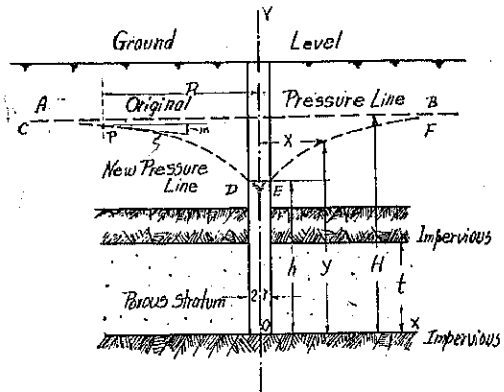
$$0 = -\frac{Q}{2\pi k l} \log_e R + c$$

$$\therefore c = \frac{Q}{2\pi k l} \log_e R \dots\dots\dots(213)$$

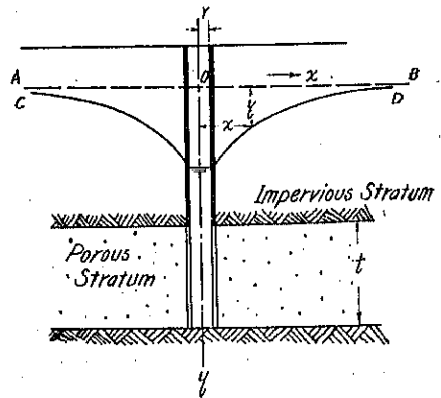
故に(212)式は次の如くなる。

$$\eta = -\frac{Q}{2\pi k l} \log_e x + \frac{Q}{2\pi k l} \log_e R$$

第九十三圖



第九十四圖



簡單にして

$$y = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{x} \dots\dots\dots (214)$$

通常對數に直す時は

$$y = \frac{2.30 Q}{2\pi kt} \log_{10} \frac{R}{x} \dots\dots\dots (214a)$$

而して

$$y_{\max} = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{r} \dots\dots\dots (215)$$

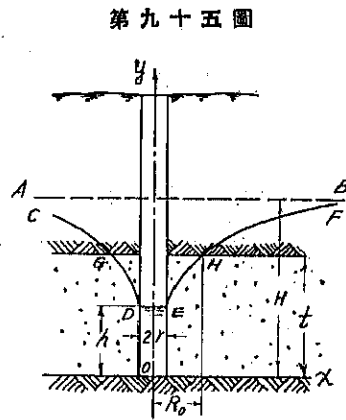
今 R を常數と看做す事が出来れば、

$$\left. \begin{aligned} Q &= K(H-h) \\ \text{又は} \quad Q &= Ky \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (216)$$

と書くことを得る。即ち井の湧出量は水面降下に正比例する。此の K は $\frac{2\pi kt}{\log_e \frac{R}{r}}$ にして、之れを specific capacity of well (比湧出量) と稱する、即ち K は單位長さの draw-down に對する湧出量である。

(3) 井の水面が含水層内まで降下せし場合 (J. Schultze :— Die Grundwasserabsonkung in Theorie und Praxis, 1924, S. 40 参照)

アルテシアン井に於てアルテシアン系統の壓力が小なる時或は壓力は相當大きいけれども、汲出量が非常に大なる場合には第九十五圖に示す如く draw-down 大にして、遂には含水層内迄水位が降下する。然らば此の井の場合に於ては圖の G 及び H の外方はアルテシアン井の式により壓力曲線を計算すべきものであるが、それより内方は普通井の解法によらねばならぬ。次に之れに就て論じて見やう。



今 H 又は G 點の座標を (R_0, t) とする。

(a) $x \geq R_0$ 即ちアルテシアンの傾向の部分

本節 2. (1) より

$$y = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e x + c$$

$x = R_0$ の時は $y = t$ なるを以て

$$c_1 = t - \frac{Q}{2\pi kt} \log_e R_0$$

$$y - t = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{x}{R_0} \dots\dots\dots (217)$$

故に $x = R, y = H$ なるを以て

$$H-t = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{R_0} \dots\dots\dots (218)$$

又は

$$\log_e R = 2\pi kt \frac{H-t}{Q} + \log_e R_0$$

$$\therefore R = R_0 e^{\frac{2\pi kt(H-t)}{Q}} \dots\dots\dots (219)$$

(b) $r \leq x \leq R_0$, 即ち普通井と同傾向の部分

第二章第二節 5. と同様にして,

$$Q \log_e x = \pi k y^2 + c_2$$

然るに $y=t$, $x=R_0$ なるを以て

$$c_2 = Q \log_e R_0 - \pi k t^2$$

$$\therefore Q \log_e \frac{x}{R_0} = \pi k (y^2 - t^2)$$

又は

$$Q \log_e \frac{R_0}{x} = \pi k (t^2 - y^2)$$

即ち

$$t^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi k} \log_e \frac{R_0}{x} \dots\dots\dots (220)$$

而して $y=h$, $x=r$ なるを以て

$$t^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \log_e \frac{R_0}{r} \dots\dots\dots (221)$$

今 R_0 の代りに (219) 式の値を代入すれば,

$$t^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \log_e \frac{R}{r} - 2t(H-t) \dots\dots\dots (222)$$

即ち方程式 (222) によりて水面の降下と湧出量との関係が知られる。

3. 地下水壓力面が水平なる場合の流入の範囲の決定

(1) 在來の方法

此處に在來の方法と稱するのは (211) 式中の R を見出すに當り實測によりて決定するか、或は推定によりて決定する方法である。今 (211) 式を變化して

$$R = r e^{\frac{2\pi kt(H-h)}{Q}} \dots\dots\dots (223)$$

即ち上式より明かなる如く、 R なる影響圓の半徑は井の半徑、湧出量等によりて變化するものである。又含水層の厚さ及びその砂質にも關する。次に此の半徑を見出す在來の方法に就て述べやう。

(i) 試験井を掘り實際に湧出量の試験をなすに當つて其の附近の井戸又は試掘に就て水面降下を検し、之れを圖示して各湧出量に對する R を見出すことを得る。然し之れは普通井の場合同様理論的にも實際上に於ても色々の缺點を有する。

(ii) 上述の試験井を掘りて試験をなすに當り、今少しく理論的研究をなすもので、(223) 式中の各要素に就て詳細に調査をする。即ち含水層の厚さを試掘によりて檢し、その砂質に

ついで物理的試験を試み h の値を計算し、又 H を實測し、然る後初めて $(H-h)$ 、即ち draw-down と Q との觀測をなして、その時の R を各試掘井又は試験井の水面降下の模様により圖解的に求むるのである。斯の如き何回かの實驗により Q と R との關係又は Q と $(H-h)$ との關係を知り得るのである。此の方法は學問的には良法なるも實地に應用するに當つては行はれ難い事情も種々ある。

(iii) 任意に假定する方法此の方法は R を技師の考によつて任意に決定するもので、その井と相似の井の存する場合には、或は眞に近い値を得られるかも知れないが、實際に當つては斯様な機會は少ないと云はなくてはならぬ。此處に或る掘抜井が存する場合、能くその影響圓の半徑を無條件にて定め得る技師が果して幾人あらうか。斯の如くなるを以て任意決定法は普通井の場合の如く不徹底にして、且つ非科學的方法である。

(2) 著者の方法

掘抜井の場合には普通井の場合の如く的確に定め難い。然し次に示す様に壓力線上の或る點 P に於ける勾配、即ち含水層中初めて流れを起す點、換言すれば影響圓上の一點に於ける壓力の變化率、即ち $\frac{dy}{dx}$ をその含水層の土砂に對する m の値に等しく置くことによりて R を求むるのが最も妥當ではないかと著者は思考する。茲に m は前述の如く土砂中に於て地下水が流を起す最小勾配である。以上の意味は井の中心から R なる距離の處より水が井に向つて流れ始むると言ふことである。之れに隨つて計算を進めると次の様になる。

(209) 式より

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q}{2\pi k t x}$$

$x=R$ なる時は、

$$\frac{dy}{dx} = m$$

なれば

$$R = \frac{Q}{2\pi k m t} \dots\dots\dots (224)$$

を得る。即ち汲出量が明かなれば (224) 式より R が定まる。隨つて (211) 式によりて井の水面降下が知れる。また逆に一定の水面降下に對する湧出量 Q は (211) 式及び (224) 式によりて容易に求められる。また $(H-h)$ が解れば R を求むる事も出来る。即ち

$$R = \frac{H-h}{m \log_e \frac{R}{r}} \dots\dots\dots (225)$$

(225) 式は數回の試算によりて求むることが出来る。

即ち (224) 又は (225) 式により在來の方法よりも容易に且つ比較的適確に計算によりて R

を求むることが出来る。

以上述べたる處は著者が嘗て本誌第十四卷第一號(昭和3年2月)に發表せる井の影響圍に關する新研究なる論文にて論ぜる處であるから之れ以上贅しない。

4. 地下水壓力面が傾斜をなせる場合の流入の範圍

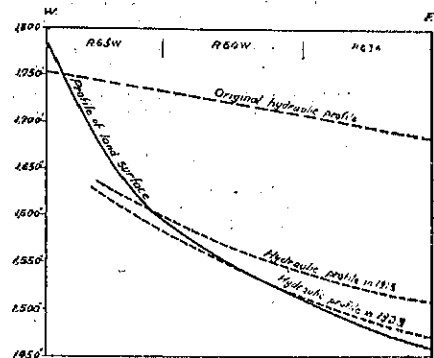
(1) 地下水壓力面の傾斜に關する考察

アルテシアン含水層が傾斜せる場合の井の流入又は配置等に就て論ずる前に、根本に溯つてアルテシアン・ベイスンに於ける地下水流の壓力面の有様に就て吟味して見やう。先づ第一に世界的に有名なる米國の Dakota アルテシアン・ベイスンに就て吟味して見やう。此のベイスンの一般に就ては Turneure & Russell 共著の Public Water-Supplies, 1924 の P.P. 108 ~ 109 に記載してある。それによると Mr. Darton の調べによれば動水勾配は 4~6 ft. per mile 又は 1:1325~1:882, 平均 1:1000 程度である。而して此のアルテシアン・ベイスンは年々水壓の低下を來してゐるが、大體の動水勾配は大した相違がない様である。即ち第九十六圖は其の模様を示したもので米國地質測量 Water Supply Paper 520, Fig. 8 で、O.E. Meinzer 及び Hard 氏の發表せる處である。

次に著者は著者の調査になる熊本の八景之水谷アルテシアン・ベイスンに就て調べて見やう。此の八景の水谷には熊本市水道の水源井が二つ穿つてある。此の計畫當時著者は市の水道部長たりし本會員堀江工學士の囑託を受け、水源試験井の調査及び水源井の設計に従事したものである。その當時の資料を纏めて讀者諸彦の参考に供しやう。第九十七圖は此のベイスンの平面圖である。圖に主なる試験井及び試験の箇所と

共にその所の地下水の靜水壓を記入して置いた。此の調査は大正9年中堀江工學士の指導のもとに施行されたものである。大體に於て含水層は表面の坪井川の流るゝ方向、即ち北より南に傾斜して居る様で傾斜率は約 1:1000 位であらう。而して靜水壓の傾斜率は調査の結果 1:330, 1:2000 及び 1:8100 であつた。以上の如く普通の場合に於ては動水勾配は m に比して無視してよい様な緩勾配の場合が多い。尤も Dakota Basin に於ける様に含水層の露頭と露頭との間をつらねたものが動水勾配を表すものとすれば、理論上相當急勾配も起り得る筈である。而してアルテシアン・ベイスンの構成は Prof. Dr. K. Keilhack 著 Grundwasser, und Quellenkunde, S. 264 以下 36 Kapitel, Lagerungsformen der Gesteine zur Erzeugung artesischen Wassers 及び U. S. Geological Survey Bulletin No. 319, Summary of the

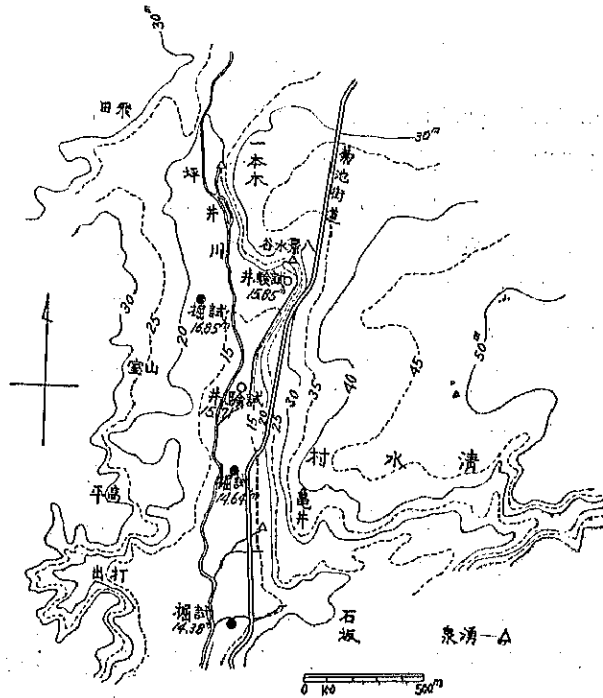
第九十六圖



Controlling factors of artesian flows, by Myron, L. Fuller, 1908 等に説明してある様に種々の場合があるので、理論上はその動水勾配が相當大なることもあらうが、實際上は其の値が m より大なる事は稀の様である。

以上の如くであるからアルテシアン・ベイスンの動水勾配は之れを無視しても實際上差支へない場合が多い。それ故に 2. 及び 3. に述べた理論をその儘地下水壓力面が傾斜せる掘抜井に適用しても大した誤差はなからうと著者は考へる。

第九十七圖 八景水谷アルテシアン・ベイスン



(2) 地下水壓力面が傾斜せる場合の流入の範圍

今最も代表的の場合を取り含水層、壓力面共に α なる勾配をなして居るとする。尤も α なる角は含水層砂質の流れを生ずべき最小勾配 m より大なるものとす、さうする時は普通井の場合と同様にして次の計算が出来る。先づ地下水が α なる勾配があれば流速がつき $K\alpha = 0$ なる値となる。それで含水層の水の汲出又は湧出が大なる時は自然 0 は大となり α も大となる譯である。

著者は今第九十八圖に就て流入の範圍を計算して見やう。

Kulminationspunkt 迄の距離

$$z_n = \frac{Q}{2\pi t c} \quad \text{又は} \quad \frac{Q}{2\pi k c t} \dots\dots\dots(226)$$

井の中心より流れ即ち傾斜に直角なる断面に於ける流入の境界までの距離は (224) 式及び (225) 式から

$$R = \frac{Q}{2\pi k m t} \quad \text{又は} \quad \frac{H-h}{m \log_e \frac{R}{r}}$$

流入の最大幅員は

$$l = \frac{Q}{tc} = \frac{Q}{tc\alpha} \left. \begin{array}{l} \text{又は } 2\pi z_n \\ \text{又は } 2\pi R \frac{m}{\alpha} \end{array} \right\} \dots (227)$$

Kulminationspunkt より地下水壓力曲線が變化し始むる點迄の流れに沿へる距離

$$z_n + z_c = l \dots (228)$$

即ち上記の公式は普通地下水の中に穿ちたる井の場合の公式中の H の代りに含水層の厚さ l を用ひたるものである。

5. 掘抜井の實施に當りての流入範圍に関する考察

- (1) 壓力面が水平なる場合の影響圓の半徑 R と放出量 Q 又は水面降下 $(H-h)$ との関係
 今一定の半徑 r を有する井に於て R と Q 又は $(H-h)$ との關係を求めて見やう。(211) 式

$Q = 2\pi kt (H-h) / \log_e \frac{R}{r}$ に於て $(H-h) = \eta$ とすれば、(215) 式の變形となる。即ち

$$Q = 2\pi k t \eta / \log_e \frac{R}{r} \dots (229)$$

即ち (229) 式より明かなる如く、 R と Q 及び R と η との關係は實驗によるに非ざれば求められない。此の關係は本節 6. (1) に述べる事と相似て居る。そこで著者は次の様にして計算することを提案す。即ち (224) 式 $R = \frac{Q}{2\pi k m t}$ より

$$\left. \begin{array}{l} Q \propto R \quad \text{又は} \quad R = \lambda Q \\ \text{茲に } \lambda = \frac{1}{2\pi k m t} \end{array} \right\} \dots (230)$$

即ち影響圓の半徑の放出量 Q に比例するは普通井と同様なり。次に (225) 式より

$$R = \frac{H-h}{m \log_e \frac{R}{r}} \quad \text{又は} \quad R = \frac{\eta}{m \log_e \frac{R}{r}} \dots (231)$$

之れを書換へて

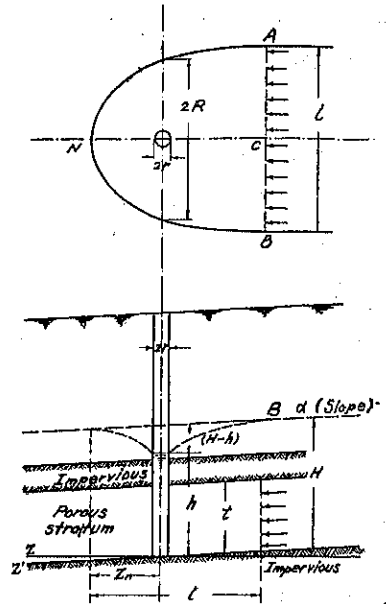
$$\left(\frac{R}{r}\right)^R = e^{\frac{\eta}{m}} \dots (232)$$

即ち (230) 及び (232) 式より R と Q 及び R と η との關係を容易に計算することを得る。

尙序に r を一定として Q と η との關係を求めやう。

(211) 式より

第九十八圖



$$Q = \frac{2\pi kt}{\log_2 \frac{R}{r}} (H-h) \quad \text{又は} \quad \frac{2\pi kt}{\log_2 \frac{R}{r}} \eta$$

なるを以て、近似的に R も常數と見る時は

$$\text{茲に} \quad \left. \begin{aligned} Q &= K\eta \\ K &= \frac{2\pi kt}{\log_2 \frac{R}{r}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(233)$$

となるべし。之れが今迄の解法である。

然るに理論上にては R は Q 又は η によりて變化するを以て、之れを考に入れる時は

(232) 式に於て R の代りに $\frac{Q}{2\pi kmv}$ を代入して、

$$\left(\frac{Q}{2\pi kmv} \right)^{\frac{Q}{2\pi kmv}} = \frac{\eta}{e^m} \dots\dots\dots(234)$$

之れより Q 及び η の關係を知り得る。次に例題を以て (211), (229), (232), (233) 及び (234) の各式を説明しやう。

例題 掘抜井あり。

計算資料

$$r = 3.81 \text{ m} \quad k = 0.003885 \text{ m/sec} \quad m = 1:600 \quad t = 9.15 \text{ m}$$

を與へて次の關係を吟味せよ。

(i) Q と R との關係

$$R = \frac{Q}{2\pi kmv} = \frac{600}{2 \times 3.1416 \times 0.003885 \times 9.15} = 0.22335 Q$$

$$\text{又は } R = 286.4 Q$$

此の關係を圖示すれば 第九十九圖 の如し。

即ち R は Q に正比例する。

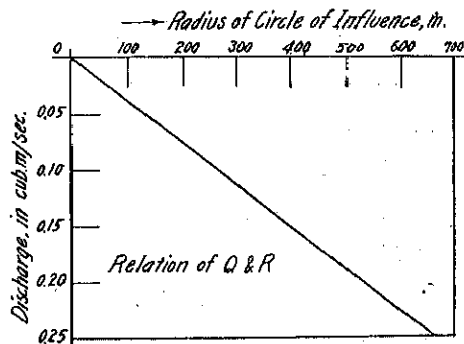
(ii) η と R との關係

$r = 3.81 \text{ m}$ なる故

$$R = \frac{600 \eta}{\log_2 0.20247 R}$$

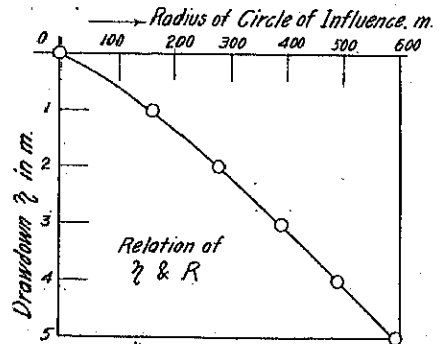
上式から η と R との關係を計算して第百圖及び次表を得る。即ち draw-down に略々比例して影響圓は大となる。

第九十九圖



第 百 圖

η (m)	R (m)
0	0
1	160
2	280
3	390
4	490
5	495



(iii) Q と η との関係 (234) 式の理論公式によれば,

$$Q = \frac{2\pi k t \eta}{\log_e \frac{Q}{2\pi k m r}}$$

而して $2\pi k m r = 1/705$ なるを以て

$$Q = \frac{0.22385\eta}{\log_e 705Q}$$

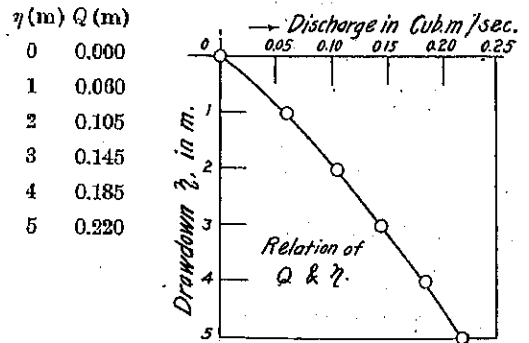
上式より Q と η との関係を計算すれば第百一圖及び右表の如くなる。

即ち右表より明かなる如く draw-down に略々比例して湧出量は増す, 故に實際には $Q = K\eta$ としても大差はなからう。勿論正確に論ずる時は draw-down が大きくなる程に湧出量はそれに正比例して増加しない。

(2) 井群の配列及び間隔と影響圏 又は流入の範圍

掘抜井の場合に就ても井群の配列及び間隔と流入範圍との關係並に唧筒設備と流入の範圍との交渉は重大な問題である。而して此の掘抜井の場合に就ても既に述べた普通井の場合と同じ理である。そこで此の問題に就て此處に重ねて贅する必要もなからうが, 唯一つ圓周に沿ふて掘抜井を配置した實例に就て一寸述べて置かう。實例といふのは安南の掘抜井で, 之れは嘗て Nov. 27, 1926, Le Génie Civil に發表されたものである。詳細は原著の御覽を願ふこととして此處には井の配列に就てのみ述べると, 地層は地盤の標高+10 m, 含水層上部

第 百 一 圖



η (m)	Q (m)
0	0.000
1	0.060
2	0.105
3	0.145
4	0.185
5	0.220

+4~5 m, 下部-7 m で, 水壓面は雨期は +10 m, 乾燥期の終には +4 m となる。影響圓の半徑は實驗の結果 100 m である。井の配置は pump の設備, その他經濟上より直徑 600m の圓周上に 12 個を約 160 m 位隔てゝ配置したもので, 中央に仰筒井を造つて各井と syphon にて連結してある。syphon は排氣管にて連結し, 24 IP の Spiros 型の排氣仰筒で syphon 作用を誘導する。かくして充分水を集め得たと云ふ。尤も井の構造は 2. に取扱つた様な標準井とは少しく異なつて居たけれども, 一半を知りて全般を窺ふことを得るであらう。以上の如くなるを以て餘り影響圓の半徑にとらはれて pump 設備その他經濟上の問題を忘却してはならない。要は凡てを考慮して最も經濟的設計をなすことである。それに就てはどうしても此の流入の範圍と云ふことは忘れてならない根本的資料である。

6. 流に關する公式の吟味

(1) 井の水面降下一定なる場合

- (i) 湧出量 Q が井の半徑 r の大小によつて如何に變ずるか。
- (ii) 影響圓の半徑が井の半徑 r の大小によりて如何に變ずるか。

(i) Q と r の關係 (211) 式,

$$Q = \frac{2\pi k t \eta}{\log_e \frac{R}{r}}$$

より

$$\log_e r = \log_e R - \frac{1}{Q} (2\pi k t) \eta$$

之れに (224) 式, $R = \frac{Q}{2\pi k m t}$ を代入して,

$$\log_e r = \log_e Q - \left[\log_e 2\pi k m t + \frac{\eta}{Q} (2\pi k m t) \right] \dots\dots\dots (235)$$

上式から Q と r との關係を知り得る。

(235) 式は之れを次の如く書くことが出来る。

$$\log_e r = \log_e Q - \frac{\alpha}{Q} - \beta \dots\dots\dots (236)$$

茲に $\alpha = \eta(2\pi k t)$ 及び $\beta = \log_e 2\pi k m t$, 又は

$$\log_e \frac{Q}{r} = \frac{\alpha}{Q} + \beta \dots\dots\dots (237)$$

又は

$$r e^{\left(\frac{\alpha}{Q} + \beta\right)} = Q \dots\dots\dots (238)$$

なる指數式にて表はされる。

(ii) R と r との関係 今 draw-down η が一定であるとして R が r に比して如何に變ずるかを檢しやう。勿論 r が異なれば Q は變化するものである。(225) 式より

$$R = \frac{\eta}{m \log_2 \frac{R}{r}} \dots\dots\dots(239)$$

$R m \log_2 \frac{R}{r} = \eta$ から

$$r = \frac{R}{e^{\frac{\eta}{Rm}}} = R e^{-\frac{\eta}{Rm}} \dots\dots\dots(240)$$

(240) 式は (232) 式と同一式であることは論ずる迄もない。

次に例題を以て (235) 及び (239) 式を吟味しやう。

(iii) 例題

計算資料

$k = 0.003885 \text{ m/sec}, m = 1:600, t = 0.15 \text{ m}, \eta = 3.00 \text{ m}$

を與へて次の關係を吟味しやう。

(a) Q と r との関係 方程式 (235) 式より

$$\log_2 \frac{Q}{r} = 2\pi kt \frac{\eta}{Q} - \log_2 2\pi kmt$$

$$\therefore \log_2 \frac{Q}{r} = 0.22835 \frac{\eta}{Q} - 7.89631$$

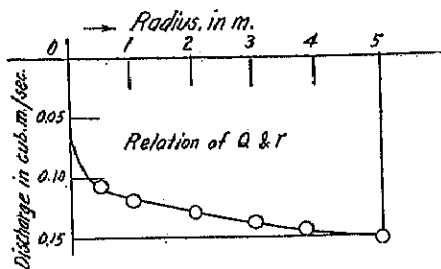
今 $\eta = 3.00 \text{ m}$ とすれば

$$\log_2 \frac{Q}{r} = 0.67005/Q - 7.89631$$

此の式から第百二圖及び次表の關係が計算される。

Value of r (m)	Q (m ³ /sec)
0	0
0.5	0.106
1	0.119
2	0.130
3	0.139
3.81	0.145
5	0.153

第百二圖



(b) R と r との関係

$$R = \frac{\eta}{m \log_e \frac{R}{r}}$$

r (m)	R (m)
0.5	284
1	313
2	349
3	373
3.81	380
5	409

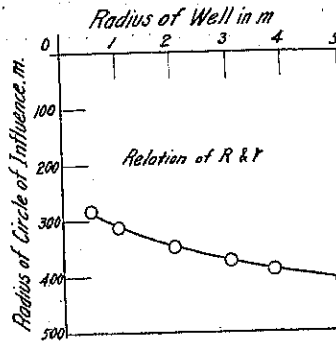
より

$$R = \frac{1800}{\log_e \frac{R}{r}}$$

を得る。此の式から**第百三圖**及び右の表を得る。

以上兩表及び**第百二圖**、**第百三圖**より明かなる如く、井の半径 r は湧出量 Q 及び影響圓の半径に關することは至つて小である。

第百三圖



(2) 一定量の湧出量に對する η_0 と r との關係

今一定量の湧水を必要とする場合各種の徑の井を穿てばその draw-down が徑の大小に從つて如何に變ずるかに就て吟味しやう。

(211) 式より

$$\eta = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{r} \quad \text{茲に} \quad \eta: \text{max. draw-down}$$

上式を變化して

$$r = R e^{-\frac{2\pi kt \eta}{Q}} \dots\dots\dots (241)$$

今 $\frac{2\pi kt}{Q} = K$ とすれば、

$$r = R e^{-K\eta} \dots\dots\dots (242)$$

又は

$$\log_e r = \log_e R - K\eta \dots\dots\dots (243)$$

(241) 式も例題を以て吟味しやう。

例題

計算資料

$$\lambda = 0.003885 \text{ m/sec}, \quad m = 1:600, \quad t = 9.15 \text{ m}, \quad Q = 0.1450 \text{ m}^3/\text{sec}$$

先づ

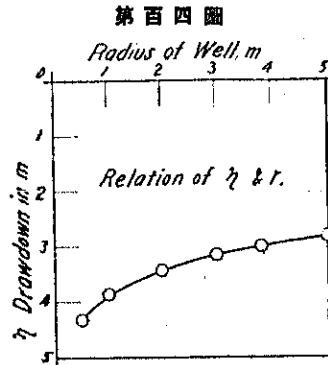
$$R = \frac{Q}{2\pi k m t} = 2686.4 \quad Q = 389.53 \text{ m} \quad \log_e R = 5.96498$$

$$K = \frac{2\pi kt}{Q} = \frac{0.22335}{0.1450} = 1.5403 \quad \log_e r = \log_e R - K\eta$$

$\therefore \log_2 r = 5.96498 - 1.5403 \eta$
 $\therefore \eta = 3.8728 - 0.6402 \log_2 r$

之れを解きて第百四圖及び次表を得。

r (m)	η (m)
0.50	4.3226
1.00	3.8728
2.00	3.4226
3.00	3.1594
3.81	3.0042
5.00	2.8278



上から判る様に井の半径が相當に大となれば此の値は井の水面降下に大した影響は及ぼさない。

7. 井の水面降下と pump 運轉開始後の経過時間との關係

アルテシアン井の場合に pump の運轉を急激に開始せる場合、その水面が時間と共に如何に變するかを吟味しやう。

(1) 影響圓の半径が不變であると假定せる解

法 (Enger の解法)

今

η : 汲出しを開始せる時より T 秒後に於ける水面の降下

Q : 汲出量

K : 湧出量、即ち $\frac{2\pi k l}{\log_2 \frac{R}{r}}$

A : 井の面積即ち πr^2

とすれば

$$Q dT = A d\eta + K \eta dT \dots \dots \dots (244)$$

なる微分方程式を得る。之れを解きて、

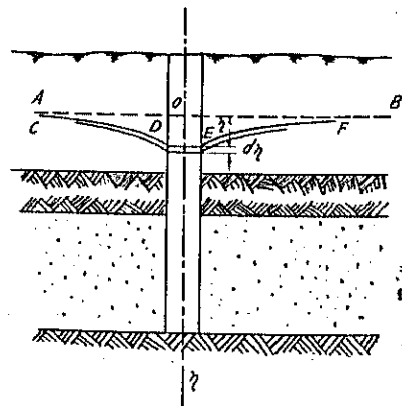
$$\frac{dT}{A} = \frac{d\eta}{Q - K\eta}$$

積分して

$$\frac{T}{A} = -\frac{1}{K} \log_2(Q - K\eta) + C$$

而して $\eta=0, T=0$ と置きて、

第百五圖



$$C = \frac{1}{K} \log_e Q$$

を得る。故に

$$T = \frac{A}{K} \log_e \frac{Q}{Q - K\eta} \dots\dots\dots(245)$$

此の解法は Melvin L. Enger 教授が Journal of the Am. W. W. Assn. Vol. 10, No. 2, March 1923, p.p. 199—203 に記載せる Some Notes on the Hydraulics of Wells なる論文に發表せる處である。本式の實際的價值は實驗によりて決定される。

(2) 影響圓の半徑が η と共に變ずるものと假定する場合の解法 (著者の解法)

(244) 式と同様の微分方程式より

$$\frac{dT}{A} = \frac{d\eta}{Q - \frac{2\pi kt}{\log_e \frac{R}{r}} \eta} \dots\dots\dots(246)$$

而して R と η との関係は (232) 式を適用して求める譯には行かない。そこで著者は次の様に考へた。

今 $R \propto \eta$ として R_0 を η_0 の時の影響圓の半徑とする時は $R = R_0 \frac{\eta}{\eta_0}$ なりとする。故に

$$\log_e \frac{R}{r} = \log_e \frac{R_0}{\eta_0 r} \eta$$

故に

$$\frac{dT}{A} = \frac{d\eta}{Q - \frac{2\pi kt}{\log_e \frac{R_0}{\eta_0 r} \eta} \eta} = \frac{d\eta}{Q - \frac{2\pi kt}{\log_e \frac{R_0}{\eta_0 r} + \log_e \eta} \eta} = \frac{d\eta}{Q - \frac{a}{b + \log_e \eta} \eta} \dots\dots\dots(247)$$

茲に $a = 2\pi kt, \quad b = \log_e \frac{R_0}{\eta_0 r}$

本式は積分不可能なる故 summation の方法によつて解く外致方がない。

8. 掘抜井の水面上昇と pump 運轉中止後の経過時間との關係

掘抜井の水を Q なる割合にて汲揚げつゝある場合に急激に pump の運轉を中止したとすれば、井の水面上昇は時間と共に如何に進行するかを論じやう。

(1) 影響圓の半徑が不變であると假定した場合の解法 (Slichter 氏の解法)

今

- η_0 : 唧筒運轉中の平衡状態に於ける水面の降下
- η : 汲出しを中止した瞬間より T 秒後に於ける水面の降下

とすれば

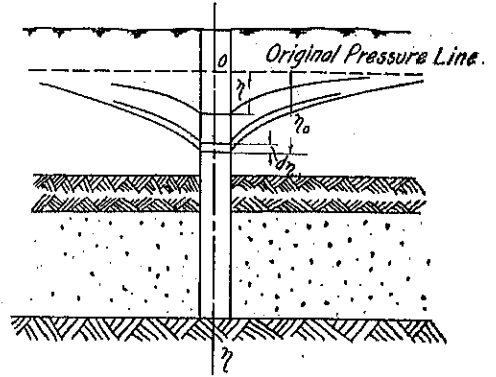
$$-A d\eta = K\eta dT \dots\dots\dots(248)$$

此の微分方程式を解いて

$$T = \frac{A}{K} \log_e \left(\frac{\eta_0}{\eta} \right) \dots\dots\dots(249)$$

此の解法は U. S. Geological Survey の Water Supply & Irrigation Paper No. 140 に登載の Charles S. Slichter 著の "Field Measurements of the Rate of Movement of Underground Waters" 中に示してある式である。Slichter 氏は上式の理論と実験とがよく符合すると述べて居る。又前述の Enger 教授もその事實を認めて居る。著者も実験によりて此の式は實際上使用し得ることを認めた。

第百六圖



(2) 影響圓の半徑が η と共に變ずるものと假定しての解法

$$dT = -\frac{K}{A} \frac{d\eta}{\eta} = -\frac{2\pi kt}{A \log_e \frac{R}{r}} \frac{d\eta}{\eta}$$

前同様 $R = R_0 \frac{\eta}{\eta_0}$ とせば,

$$\therefore dT = -\frac{a}{A(b + \log_e \eta)} \frac{d\eta}{\eta} \dots \dots \dots (250)$$

茲に $a = 2\pi kt, b = \log_e \frac{R_0}{\eta_0 r}, A = \pi r^2$

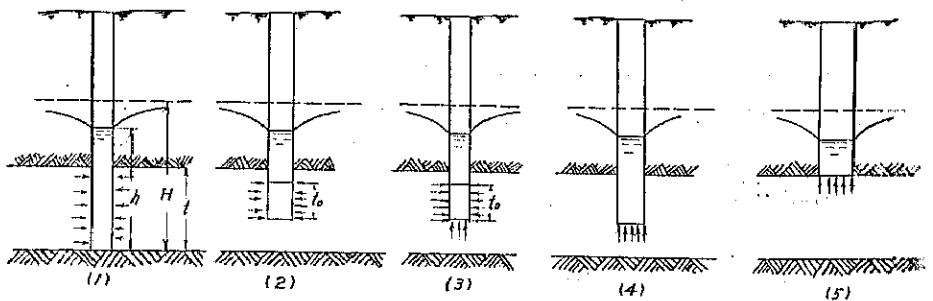
上式も解法不可能なる故 summation の方法による外仕方がない。

第三節 特殊アルテシアン井 (Artesian Wells of Special Type)

1. 概 説

第二節に於ては均等なる土砂の含水層を有するアルテシアン井に就て論じた。而も井は含水層の全深に亘つて strainer を有する場合である。即ち第百七圖に於ける (1) の場合であつたので此の節では其の他の第百七圖 (2)~(5) の場合に就て述べやうと思ふ。

第百七圖
Artesian Well.



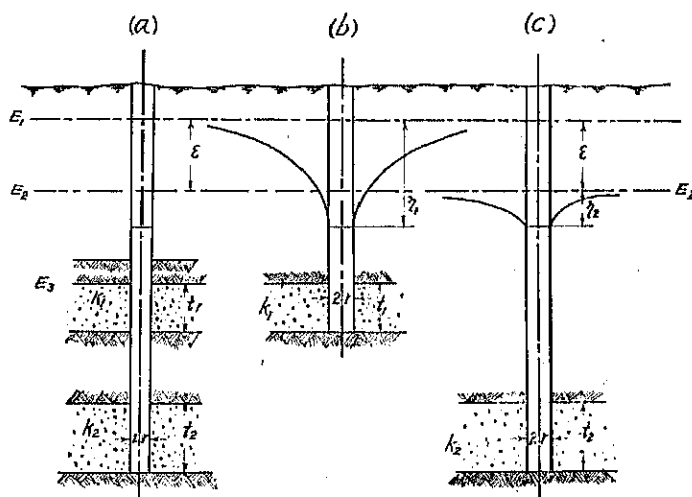
次に含水層が不均等なる土砂よりなる場合は實際上無いとは言へないが、地質構成上普通含水層の場合と異なるから、斯様な場合に就ては論じない。その代りにアルテシアン系統の場合には上下に數層の含水層のある場合があるので、斯かる場合に就て一寸觸れて置きたいと思ふ。

2. 二つ又は夫れ以上の含水層に亘るアルテシアン井

地質構造の如何によつては二つ又は夫れ以上のアルテシアン含水層より水を汲出すことがある。以下之れに就て湧出量及び水面の降下に就て論じやうと思ふ。

第百八圖(a)の如き地層がある時、その二つの含水層より水を取らんとするに當つては、先づ上層の含水層は厚さ t_1 、透滲係数 k_1 、壓力線高 E_1 、第二層の含水層は夫々 t_2 、 k_2 及び E_2 とすれば第百八圖(b)及び(c)の如く別々のアルテシアン井と考へて解くことが出来る。

第 百 八 圖



(1) の場合 (draw-down が ϵ より小なる場合)

井の水面降下 η_1 が上下含水層の壓力面の高低差 ϵ より小なる場合には圖の第二層の水は流入せないから

$$Q = Q_1 = \frac{2\pi k_1 t_1}{\log_e \frac{R}{r}} \eta_1 \dots \dots \dots (251)$$

(2) の場合 (draw-down が ϵ より大なる場合即ち井の水面が E_2 面より低下する場合)

第百八圖(b)及び(c)より明かなる様に上部含水層よりの湧水は

$$Q_1 = \frac{2\pi k_1 d_1}{\log_e \frac{R_1}{r}} \eta_1$$

下部含水層よりの湧水は

$$Q_2 = \frac{2\pi k_2 t_2}{\log_e \frac{R_2}{r}} \eta_2 = \frac{2\pi k_2 t_2}{\log_e \frac{R_2}{r}} (\eta_1 - \epsilon)$$

故に全湧水量は

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2\pi \eta_1 \left(\frac{k_1 t_1}{\log_e \frac{R_1}{r}} + \frac{k_2 t_2}{\log_e \frac{R_2}{r}} \right) - \frac{2\pi k_2 t_2}{\log_e \frac{R_2}{r}} \epsilon$$

$$\therefore Q = 2\pi \left[\eta_1 \left(\frac{k_1 t_1}{\log_e \frac{R_1}{r}} + \frac{k_2 t_2}{\log_e \frac{R_2}{r}} \right) - \epsilon \frac{k_2 t_2}{\log_e \frac{R_2}{r}} \right] \dots \dots \dots (252)$$

(252) 式は井の水面が上層水層の上方不透層面即ち E_0 面まで降下する間は適用し得る。含水層が3段あつても前同様にして解くことが出来る。又近似的には R_1 は R_2 に等しいものと見てもよい。

3. Strainer が含水層の全深に及ばざる場合

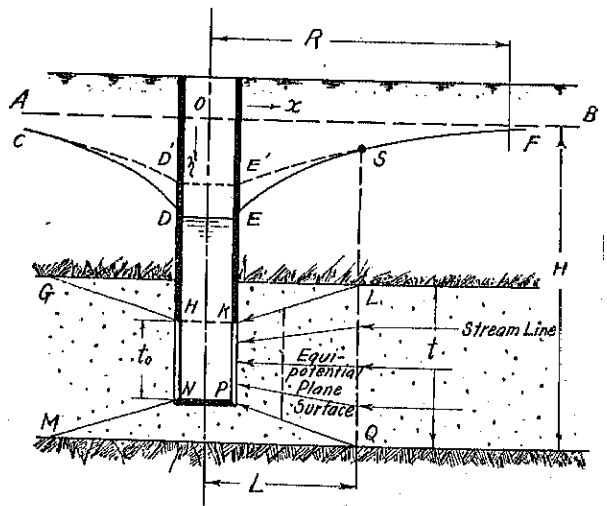
(1) 水が側面のみより流入する場合 (佐野藤次郎博士の解法)

本項に於ては集水口の長さが含水層の全厚さに達しない場合に就て論ずる。以下述べる處は大體に於て土木學會誌第三卷第四號記載工學博士佐野藤次郎著“掘抜井の水理”の假説に随ふものとす。

第百九圖に示す如く井より L なる距離外に於ては流線は含水層内に均等に配置さるゝものであるが、夫れ以内に於ては圖示の如く縮少さるゝものと思はれる。随つて損失水頭は急に大となるものである。點線にて示す壓力線は含水層全體より集水する場合即ち普通掘抜井のものである。次にその計算を示さう。

(a) $\alpha \geq L$

第 百 九 圖



$$\eta = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{x} \dots\dots\dots(253)$$

(b) $r \leq x \leq L$ 第百十圖から

$$F_x = \left[l + \frac{t-t_0}{L-r} (x-r) \right] 2\pi x$$

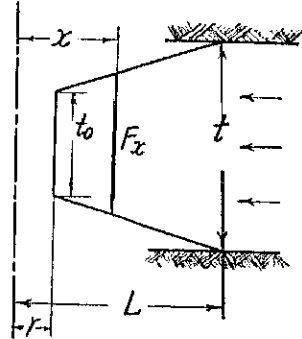
$$Q = -2k\pi x \left[l + \frac{t-t_0}{L-r} (x-r) \right] \frac{d\eta}{dx}$$

$$\therefore d\eta = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{dx}{x \left[t_0 + \frac{t-t_0}{L-r} (x-r) \right]}$$

$$\therefore \eta + \frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{t_0 - \frac{t-t_0}{L-r}} \log_e \frac{\left[t_0 + \frac{t-t_0}{L-r} (x-r) \right]}{x} + C$$

$$= + \frac{Q}{2\pi k} \frac{L-r}{Lt_0 - tr} \log_e \frac{\left[t_0 + \frac{t-t_0}{L-r} (x-r) \right]}{x} + C$$

第百十圖



而して $x=L$ のときは上式より計算せる η の値は (253) 式より出したる値と同様なり。故に

$$\frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{L} = \frac{Q}{2\pi k} \frac{L-r}{Lt_0 - tr} \log_e \frac{\left[t_0 + \frac{t-t_0}{L-r} (L-r) \right]}{L} + C = \frac{Q}{2\pi k} \frac{L-r}{Lt_0 - tr} \log_e \frac{t}{L} + C$$

$$\therefore C = \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{t} \log_e \frac{R}{L} - \frac{L-r}{Lt_0 - tr} \log_e \frac{t}{L} \right]$$

$$\therefore \eta = \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{L-r}{Lt_0 - tr} \log_e \frac{\frac{Lt_0 - tr}{L-r} + \frac{(t-t_0)x}{L-r}}{x} + \frac{1}{t} \log_e \frac{R}{L} - \frac{t_0 - r}{Lt_0 - tr} \log_e \frac{t}{L} \right]$$

簡単にすれば、

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{L-r}{Lt_0 - tr} \log_e \left\{ \frac{Lt_0 - tr}{(L-r)x} + \frac{(t-t_0)}{L-r} \right\} \frac{L}{t} + \frac{1}{t} \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots\dots(254)$$

整理して、

$$\eta = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{Lt - rt}{Lt_0 - rt} \log_e \frac{L}{(L-r)t} \left\{ \frac{1}{x} (Lt_0 - rt) + (t-t_0) \right\} + \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots\dots(255)$$

若し $x=r$, $\eta = \eta_{\max}$ とすれば

$$\eta_{\max} = \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{L-r}{Lt_0 - rt} \log_e \frac{Lt_0}{rt} + \frac{1}{t} \log_e \frac{R}{L} \right] = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{Lt - rt}{Lt_0 - rt} \log_e \frac{Lt_0}{rt} + \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots\dots(256)$$

(256) 式に於て $L=t$ (佐野博士の假定) とすると、

$$\eta_{\max} = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{t-r}{t_0 - r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots\dots(257)$$

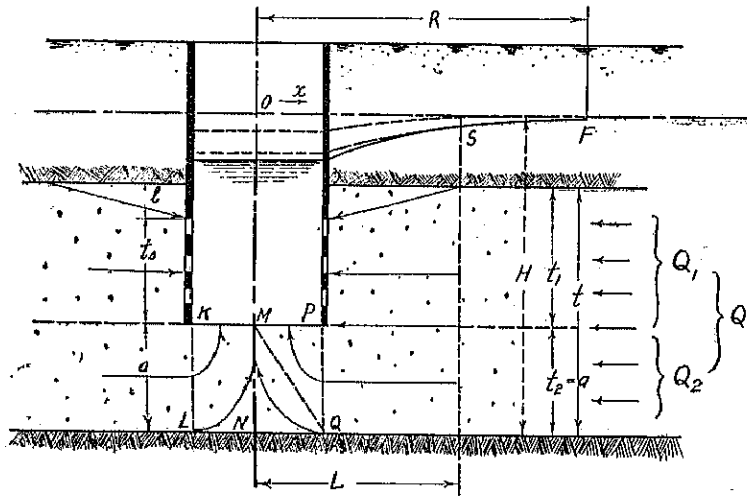
若し $t_0=t$ とすれば、

$$\eta_{\max} = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{(L-r)}{(L-r)} \log_2 \frac{Lt}{rt} + \log \frac{R}{L} \right] = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\log \frac{L}{r} + \log \frac{R}{L} \right] = \frac{Q}{2\pi kt} \log \frac{R}{r}$$

L を如何にして定むるかは流線の位置を確めなければ不可能のことである。而して L が小なる程損失水頭は小である。故に L の定め方如何によつて η_0 に影響する。而して t が小なる程その影響は大である。普通の場合には $L=t$ とする場合と $L=R$ とする場合その相違が ($L=t$ を標準とする) 100% に及ぶことはない。大方は 30% 内外の相違である。故に佐野藤次郎博士の假定でも大した不都合は認められない。故に吾々は博士に敬意を表し博士の説に随ふ。正確な数字的比較は本節 4. (8) に試みたから讀者諸彦は其處を御覽ありたい。

(2) 水が側面及び底面より流入する場合

第 百 一 圖



(a) $t_0 + \alpha < t$

I. α が中庸の場合

(i) Max. draw-down η_0 を求む。先づ含水層を t_1 及び t_2 の二つに分つ、然るときは $t_1 = t_0 + l$ にして、 $t_2 = \alpha$ である。而して t_1 の流量を Q_1 、 t_2 の流量を Q_2 とする。

$$Q_1 + Q_2 = Q, \dots \dots \dots (258)$$

而して max. draw-down を η_0 とすれば、 t_1 なる含水層からの湧水量は

$$\eta_0 = \frac{Q_1}{2\pi kt_1} \left[\frac{Lt_1 - rt_1}{Lt_0 - rt_1} \log_2 \frac{Lt_0}{rt} + \log_2 \frac{R}{L} \right] \dots \dots \dots (259)$$

又 $L = t_1$ とすれば、

$$\eta_0 = \frac{Q_1}{2\pi k t_1} \left[\frac{t_1 - r}{t_0 - r} \log_2 \frac{t_0}{r} + \log_2 \frac{R}{t_1} \right] \dots\dots\dots (260)$$

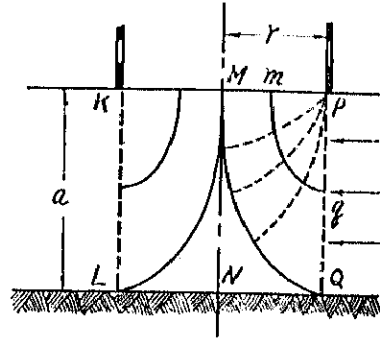
から Q_1 を求められる。

t_2 なる含水層に対しては、 t_2 が r より小なるか、又は t_2 が r より大なりとしても左程まで大きくない時は

$$\eta_0 = \frac{Q_2}{2\pi k a} \log_2 \frac{R}{r} + \frac{Q_2}{k} \frac{l_m}{A} \dots\dots\dots (261)$$

次に $\frac{Q_2 l_m}{k A}$ に就て述べやう。

第 百 十 二 圖



Lower zone の損失水頭は $x=r$ にては $\eta_r = \frac{Q_2}{2\pi k a} \log_2 \frac{R}{r}$ である。然るにそれより非底までに至るには更に損失水頭が起る。之れを h とすれば、 $Q_2 = k F \frac{d\eta}{dn}$ より求むべきものである。然るに此の式を此の場合解くのは難解なることで、又無理に正確に解く必要もなからうから近似的に次の如くして差支へない。即ち

$$h = \frac{Q_2}{k} \frac{l_m}{A}$$

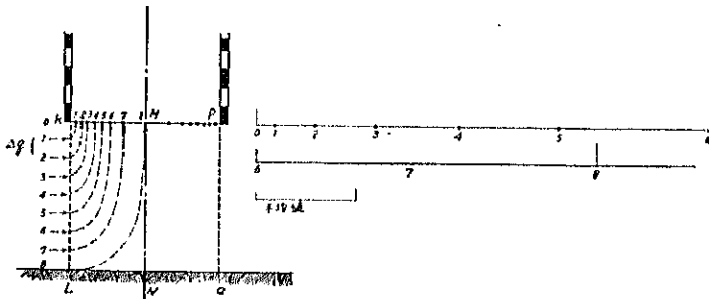
茲に l_m : 流線の平均長さ
 A : equipotential surface の平均面積

とする。然らば近似的に

$$A = \frac{1}{2} (\pi r^2 + 2\pi r a) = \frac{\pi r}{2} (r + 2a) \dots\dots\dots (262)$$

次に l_m を求むる爲に、最下流線が QM なる楕圓をなすとすれば全流線の平均長さ $m\eta$ は QM の $\frac{1}{4}$ として差支へない (第百十二圖参照)。その理由は次に述べる處から明かである。

第 百 十 三 圖



今第百十三圖に於て井底も KLPQ なる流入面積も n 等分して流量を計算しやう。而して任意の division を考へる。

A_1 : 井底の面積, A_2 : KLPQ の面積

此の division の流量を Δq とすれば,

$$\Delta q = ka \frac{d\eta}{dl}, \quad d\eta = \frac{\Delta q}{k} \frac{dl}{a}$$

然るに第百十四圖から

$$a = \frac{A_2}{n} + \left(\frac{A_1 - A_2}{n} \right) \frac{l}{l_r} = \frac{A_2}{n} + \alpha l$$

$$\therefore d\eta = \frac{\Delta q}{k} \frac{dl}{\frac{A_2}{n} + \alpha l}$$

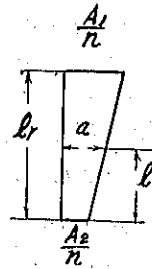
$$\therefore \eta = \frac{\Delta q}{k} \int \frac{dl}{\frac{A_2}{n} + \alpha l} + C = \frac{\Delta q}{k\alpha} \log_2 \left(\frac{A_2}{n} + \alpha l \right) + C$$

$$l=0, \quad \eta=0, \quad \therefore C = -\frac{\Delta q}{k\alpha} \log_2 \frac{A_2}{n}$$

$$\therefore \eta = \frac{\Delta q}{k\alpha} \log_2 \frac{\frac{A_2}{n} + \alpha l}{\frac{A_2}{n}} \quad \therefore h = \frac{\Delta q}{k\alpha} \log_2 \frac{\frac{A_2}{n} + \alpha l_r}{\frac{A_2}{n}}$$

$$\therefore \Delta q = hk \frac{\alpha}{\log_2 \frac{\frac{A_2}{n} + \alpha l_r}{\frac{A_2}{n}}} \quad \therefore Q_2 = kh \Sigma \frac{\alpha}{\log_2 \frac{\frac{A_2}{n} + \alpha l_r}{\frac{A_2}{n}}}$$

第百十四圖



又は第百十五圖から

$$h = \frac{Q_2}{k} \frac{1}{\sum_1^n \frac{\alpha}{\log_2 \frac{A_1}{A_2}}} = \frac{Q_2}{k} \frac{\log_2 \frac{A_1}{A_2}}{\sum_1^n \alpha} \quad \dots\dots\dots(263)$$

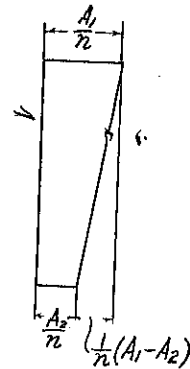
茲に $\alpha = \frac{1}{n l_r} (A_1 - A_2)$

實例を以て (263) 式の計算をなし、之れを近似計算式へ轉換し應用を容易ならしめやう。

例題 掘抜井あり(寸法は第百十六圖に示す通りである)

(i) 次の資料を與へて l_m を計算せよ

第百十五圖



計算資料

$$a = 1.15 \text{ m}$$

$$A_1 = \pi r^2 = 45.6037 \text{ sq. m}$$

$$A_2 = 2\pi r a = 27.53 \text{ sq. m}$$

今面積を5等分して計算して見る。

$$\frac{A_1}{n} = \frac{45.60}{5} = 9.12 \text{ sq. m}$$

$$\frac{A_2}{n} = \frac{27.53}{5} = 5.506 \text{ sq. m} \text{ 又は } 5.51 \text{ sq. m}$$

$$\frac{A_1}{n} - \frac{A_2}{n} = 9.12 - 5.51 = 3.61 \text{ sq. m}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{3.81}{2 \times 1.15} = \frac{3.81}{2.30} = 1.6565$$

$$\therefore \log 1.6565 = 0.50470$$

次に $\sum_0^n \alpha$ を求む。

$$\alpha = \frac{1}{n l_r} (A_1 - A_2) = \frac{3.61}{l_r}$$

此の l_r を作圖によりて求むる時は

No.	$l_r(\text{m})$	α
1	0.30	12.03
2	0.80	4.51
3	1.35	2.67
4	2.10	1.72
5	3.30	1.09

$$\sum_1^5 \alpha = 22.02$$

$$\therefore h = \frac{0.50470}{22.02} \frac{Q}{k} = \frac{1}{48.63} \frac{Q}{k} \dots\dots\dots(a)$$

上式を

$$h = \frac{Q}{k} \frac{l_m}{A} \dots\dots\dots(b)$$

の形にて表はすと、

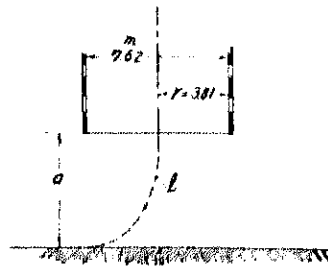
$$A = \text{mean area of stream flux} = \frac{1}{2} (A_1 + A_2) = \frac{1}{2} (73.13) = 36.57$$

$$\therefore \frac{1}{48.63} = \frac{l_m}{36.57} \quad \therefore l_m = 0.8332$$

$$\therefore l = 4.1 \text{ m} \quad \therefore l_m = \frac{l}{4.891}$$

故に此の場合は近似的に $l_m = \frac{l}{5}$ としてよからう。

第百十六圖



(ii) 次の資料を與へて l を計算せよ

$\alpha = 5.15\text{m}, \quad A_1 = 45.00 \text{ sq. m}, \quad A_2 = 123.29 \text{ sq. m}$

$\frac{1}{n}(A_1 - A_2) = \frac{1}{5} \times (-77.69) = -15.54$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{45.00}{123.29} = 0.36985, \quad \log_e \frac{A_1}{A_2} = -0.99405$

No.	l_r	$1/l_r$
1	0.6	1.667
2	1.7	0.588
3	3.1	0.323
4	4.4	0.227
5	6.0	0.167

$\sum \frac{1}{l_r} = 2.972$

$\therefore \sum_1^5 \alpha = -15.54 \times 2.972 = -46.185 \quad \therefore h = \frac{-0.99465}{-46.185} \frac{Q}{k} = \frac{1}{46.45} \frac{Q}{k}$

$A = \frac{1}{2}(168.89) = 84.45$

$\frac{1}{46.45} = \frac{l_m}{84.45} \quad \therefore l_m = 1.818$

$l = 7.00 \quad \therefore l_m = \frac{l}{3.85} \quad \text{又は} \quad l_m = \frac{l}{4}$

(iii) $\alpha = 7.15 \text{ m}, \quad A_1 = 45.60 \text{ sq. m}, \quad A_2 = 171.16 \text{ sq. m}$ とせば,

$\frac{1}{n}(A_1 - A_2) = \frac{1}{5}(-125.56) = -25.112$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{45.60}{171.16} = 0.26642, \quad \log_e \frac{A_1}{A_2} = -1.32263$

No.	l_r	$1/l_r$
1	0.75	1.333
2	2.25	0.444
3	4.00	0.250
4	6.00	0.167
5	8.00	0.125

$\sum \frac{1}{l_r} = 2.319$

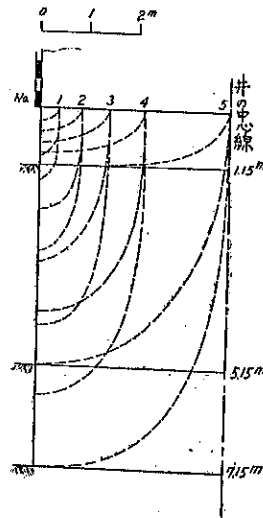
$\therefore \sum_1^5 \alpha = -25.112 \times 2.319 = 58.235$

$h = \frac{1.32263}{58.235} \frac{Q}{k} = \frac{1}{44.03} \frac{Q}{k}$

$A = \frac{1}{2} \times 216.76 = 108.38$

$\frac{1}{44.03} = \frac{l_m}{108.38} \quad \therefore l_m = 2.4616$

第 百 十 七 圖



$$l=0.15 \quad \therefore l_m = \frac{l}{3.717} \text{ 又は 近似的に } l_m = \frac{l}{4}$$

以上 (i)~(iii) の流線の有様は第百十七圖に示す通りである。

以上例を以て説明せる如く a が差違大ならず、又小ならざる場合には $l_m = l/4$ としても實際上差支へはない。

(iv) l_m を求むる實用表

以上計算せる如く a の値が中庸のときは $l_m = l/4$ としても大した誤はなからう。

次に計算に便なるため $l_m = l/4$ の假定の下に l_m の値を示さう。

$$l_m = C a \dots\dots\dots(264)$$

(264) 式は $a \geq r$ (但し a は r に比して左程まで大ならず) の場合なり。

第 十 一 表 Value of C

$\frac{r}{a}$	C	$\frac{r}{a}$	C	$\frac{r}{a}$	C	$\frac{r}{a}$	C
0.20	0.2026	0.41	0.2891	0.62	0.3225	0.83	0.3601
0.21	0.2037	0.42	0.2906	0.63	0.3242	0.84	0.3620
0.22	0.2047	0.43	0.2920	0.64	0.3259	0.85	0.3638
0.23	0.2058	0.44	0.2935	0.65	0.3276	0.86	0.3657
0.24	0.2069	0.45	0.2950	0.66	0.3293	0.87	0.3676
0.25	0.2081	0.46	0.2966	0.67	0.3311	0.88	0.3695
0.26	0.2092	0.47	0.2981	0.68	0.3329	0.89	0.3714
0.27	0.2704	0.48	0.2996	0.69	0.3346	0.90	0.3733
0.28	0.2714	0.49	0.3012	0.70	0.3364	0.91	0.3752
0.29	0.2720	0.50	0.3028	0.71	0.3382	0.92	0.3772
0.30	0.2741	0.51	0.3043	0.72	0.3400	0.93	0.3791
0.31	0.2754	0.52	0.3059	0.73	0.3418	0.94	0.3810
0.32	0.2767	0.53	0.3075	0.74	0.3435	0.95	0.3829
0.33	0.2780	0.54	0.3092	0.75	0.3454	0.96	0.3849
0.34	0.2793	0.55	0.3108	0.76	0.3472	0.97	0.3868
0.35	0.2807	0.56	0.3124	0.77	0.3490	0.98	0.3888
0.36	0.2820	0.57	0.3141	0.78	0.3508	0.99	0.3907
0.37	0.2834	0.58	0.3157	0.79	0.3527	1.00	0.3927
0.38	0.2848	0.59	0.3174	0.80	0.3545		
0.39	0.2862	0.60	0.3191	0.81	0.3569		
0.40	0.2877	0.61	0.3208	0.82	0.3582		

今 $r \geq a$ の時は第十一表の r/a は a/r の値となり、(264) 式は

$$l_m = C r \dots\dots\dots(265)$$

となる。かくて Q_1 及び Q_2 は次の如くして求められる。

(260) 及び (261) 式より ($L=t_1$ として)

$$\frac{Q_1}{2\pi kt_1} \left[\frac{t_1-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log \frac{R}{t_1} \right] = \frac{Q_2}{2\pi ka} \log_e \frac{R}{r} + \frac{Q_2}{k} \frac{l_m}{A}$$

$Q_1=Q-Q_2$ なるを以て

$$Q_2 = \frac{\frac{Q}{2\pi kt_1} \left[\frac{t_1-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{t_1} \right]}{\left(\frac{\frac{t_1-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{t_1}}{2\pi kt_1} + \frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi ka} + \frac{l_m}{kA} \right)} \dots\dots\dots(266)$$

(v) η_0 を求む

η_0 を求むるには先づ upper zone と lower zone とに分ちて夫々計算する。

Upper zone に対しては

$$\eta_0 = \frac{Q_1}{2\pi kt_1} \left[\frac{Lt_1-rt_1}{Lt_0-rt_1} \log_e \frac{L}{(L-r)t_1} \left\{ \frac{1}{x} (Lt_0-rt_1) + (t_1-t_0) \right\} + \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots(267)$$

而して $L=t_1$ とすれば,

$$\eta_{r_1} = \frac{Q_1}{2\pi kt_1} \left[\frac{t_1-r}{t_0-r} \log_e \frac{1}{t_1-r} \left\{ \frac{t_1}{x} (t_0-r) + (t_1-t_0) \right\} + \log_e \frac{R}{t_1} \right] \dots\dots\dots(268)$$

Lower zone に対しては

$$\eta_{r_2} = \frac{Q_2}{2\pi ka} \log_e \frac{R}{x} \dots\dots\dots(269)$$

II. a が甚だ小なる場合

a が非常に小なる時は下部よりの流入は甚だ少ないから stream line は 3. (1) の如くなり、従つて水は側面のみより流入するとして解く方がよい。

III. a が甚だ大なる場合

a が甚だ厚い時は無限大の深さの含水層に穿ちたるアルテシアン井として解く方がよい。

(b) $t_0+a=t$ 即ち $l=0$ の場合

I. a が中庸の長さの場合

(i) η_0 を求む

η_0 を求むるには井底よりの流入に対する損失水頭を考慮に入れねばならぬ。今

Q_1 : t_0 なる strainer より流入する量

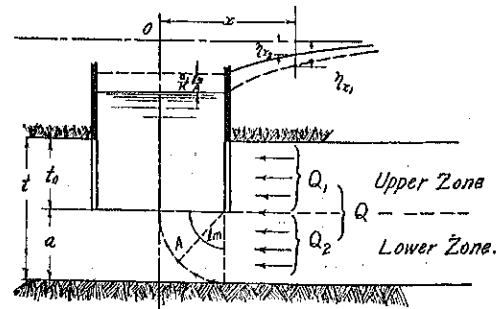
Q_2 : 井底より流入する量

とすると,

$$Q_1+Q_2=Q \dots\dots\dots(270)$$

而して

第百十八圖



$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{Q_1}{2\pi k t_0} \log_e \frac{R}{r} \quad \text{又は} \quad \eta_0 = \frac{Q_2}{2\pi k a} \log_e \frac{R}{r} + \frac{Q_2}{k} \frac{l_m}{A} \\ \therefore \frac{Q_1}{2\pi k t_0} \log_e \frac{R}{r} &= \frac{Q_2}{2\pi k a} \log_e \frac{R}{r} + \frac{Q_2}{k} \frac{l_m}{A} \\ \frac{Q_1 - Q_2}{2\pi k t_0} \log_e \frac{R}{r} &= \frac{Q_2}{2\pi k a} \log_e \frac{R}{r} + \frac{Q_2}{k} \frac{l_m}{A} \\ \frac{Q}{2\pi k t_0} \log_e \frac{R}{r} &= Q_2 \left[\frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi k} \left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{a} \right) + \frac{1}{k} \frac{l_m}{A} \right] \\ \therefore Q_2 &= \frac{Q \log_e \frac{R}{r}}{2\pi k t_0 \left[\frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi k} \left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{a} \right) + \frac{l_m}{A} \right]} \dots\dots\dots(271) \end{aligned}$$

(ii) η_x を求む

次に $x \geq a$ の時はアルテシアン含水層を upper zone と lower zone と別々に考へる。随つて x なる横距の縦断面に於ては、上下の部分により損失水頭は異なるものである。即ち

upper zone にては, $\eta_{x_1} = \frac{Q_1}{2\pi k t_0} \log_e \frac{R}{x} \dots\dots\dots(272)$

lower zone にては, $\eta_{x_2} = \frac{Q_2}{2\pi k a} \log_e \frac{R}{x} \dots\dots\dots(273)$

となるべし。

II. a が極く小又は極く大なる場合

(a) に於て述べた事を其の儘適用し得る。

4. 水が底面のみより流入する場合 (dug well の場合)

(1) 井が上部不透層を穿入して含水層に及べる場合

(a) $x \geq L$ の場合

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k t} \log_e \frac{R}{x} \dots\dots\dots(274)$$

(b) $r \leq x \leq L$ の場合

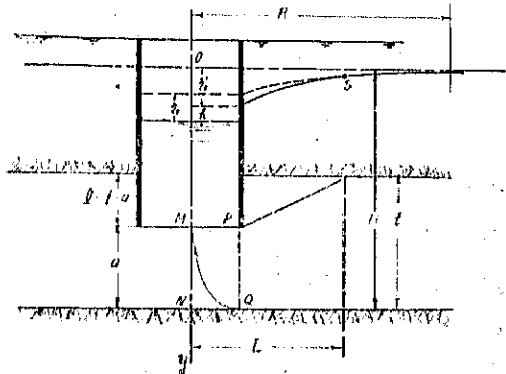
$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q}{2\pi k t} \left[\frac{Ll - rt}{La - rt} \log_e \frac{L}{(L-r)t} \left\{ \frac{(La - rt)}{x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (t-a) \right\} + \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots\dots(275) \end{aligned}$$

$L = t$ とすれば

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q}{2\pi k t} \left[\frac{t-r}{a-r} \log_e \frac{1}{t-r} \left\{ \frac{t}{x} (a-r) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (t-a) \right\} + \log_e \frac{R}{t} \right] \dots\dots\dots(276) \end{aligned}$$

$$\eta_0' = \frac{Q}{2\pi k t} \left[\frac{t-r}{a-r} \log_e \frac{a}{r} + \log_e \frac{R}{t} \right] \dots\dots\dots(277)$$

第百十九圖



$$\eta_0 = \eta_0' + h \dots\dots\dots(278)$$

(c) 損失水頭 h

今 流入の平均面積 $A = \frac{\pi r}{2}(r+2a)$
 平均流線の長さ $= l_m$

とせば, $Q = kvA$ より

$$\therefore h = \frac{Ql_m}{kA} \dots\dots\dots(279)$$

(2) 井が上部不透層の下部即ち含水層の上面迄及べる場合 (第百二十圖参照)

(1) に於て $l=a$ ならば, $l-a=0$ である。

故に $x=r$ では,

$$\eta_0' = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{r} \dots\dots\dots(280)$$

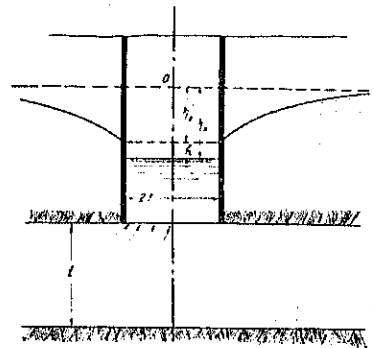
次に損失水頭 h は

$$h = \frac{Ql_m}{kA} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots(281)$$

茲に $A = \frac{\pi r}{2}(r+2l)$
 平均流線の長さ $= l_m$

$$\eta_0 = \eta_0' + h \dots\dots\dots(282)$$

第百二十圖



(3) どの吟味

第百二十一圖に於て

$$\eta_{max} = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{Lt-rt}{La-rt} \log_e \frac{L}{(L-r)t} \left\{ \frac{(La-rt)}{r} + (l-a) \right\} + \log_e \frac{R}{L} \right] + \frac{Ql_m}{kA}$$

之れを簡單にして,

$$\eta_{max} = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{Lt-rt}{La-rt} \log_e \frac{La}{rt} + \log_e \frac{R}{L} \right] + \frac{Ql_m}{kA}$$

今

$$\zeta = \left[\frac{Lt-rt}{La-rt} \log_e \frac{La}{rt} + \log_e \frac{R}{L} \right] \dots\dots\dots(a)$$

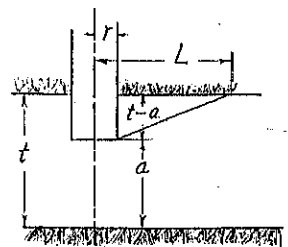
とする。

上式に於て佐野藤次郎博士は $L=t$ と假定された。吾人は次に之れに就て吟味しやう。即ち L に t の或る倍數を代入して ζ の値が如何に變ずるかを見やう。

今簡單に次の例を取つて説明しやう。

(a) $L=t$ (佐野博士の假定)

第百二十一圖



$$\zeta = \frac{t-r}{a-r} \log_e \frac{a}{t} + \log_e \frac{R}{t} \dots\dots\dots (b)$$

(b) $L=2t$

$$\zeta = \left[\frac{2t-r}{2a-r} \log_e \frac{2a}{r} + \log_e \frac{R}{2t} \right] \dots\dots\dots (c)$$

(c) $L=5t$

$$\zeta = \left[\frac{5t-r}{5a-r} \log_e \frac{5a}{r} + \log_e \frac{R}{5t} \right] \dots\dots\dots (d)$$

(d) $L=10t$

$$\zeta = \left[\frac{10t-r}{10a-r} \log_e \frac{10a}{r} + \log_e \frac{R}{10t} \right] \dots\dots\dots (e)$$

(e) $L=R$

$$\zeta = \frac{Rt-rt}{Ra-rt} \log_e \frac{Ra}{rt} \dots\dots\dots (f)$$

(f) $L=r$

$$\zeta = \log_e \frac{R}{r} \dots\dots\dots (g)$$

例題

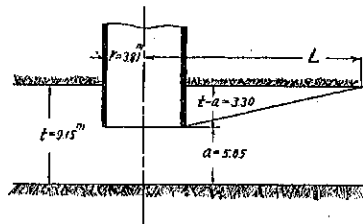
Case (i) $a \geq r$ の場合 (第二百二十二圖参照)

計算資料

- $r=3.81$ m, $t=9.15$ m
- $t-a=3.33$ m, $a=5.85$ m
- $t-r=5.34$ m, $a-r=2.04$ m

を與へて ζ と L との關係を求むれば第十二表の如くなる。

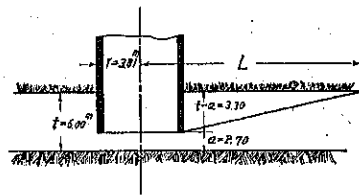
第二百二十二圖



第十二表

Value of L	Value of ζ	Relative ζ or λ
r	4.8614	0.9469
t	4.6061	1.0000
$2t$	4.8512	1.0532
$5t$	5.2343	1.1364
$10t$	5.5600	1.2071
R	6.1671	1.3393

第二百二十三圖



Case (ii) $a \leq r$ の場合 (第二百二十三圖参照)

計算資料

- $a=2.70$ m, $r=3.81$ m, $t=6.00$ m, $t-a=3.30$ m

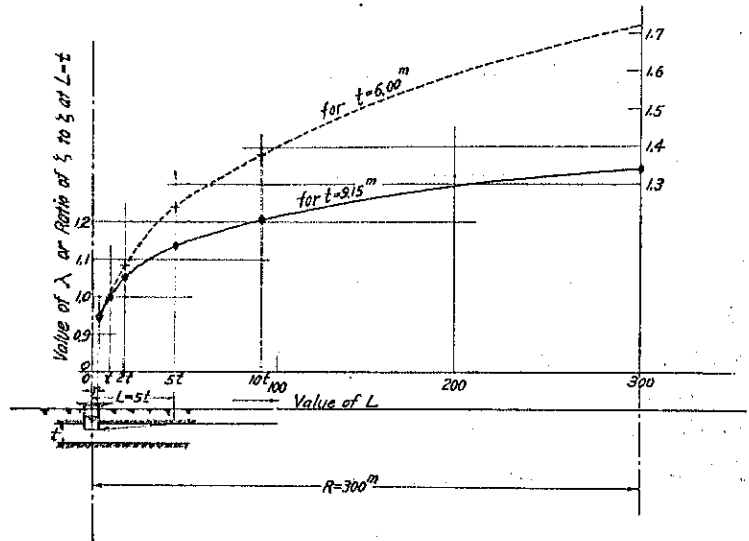
を與へて ζ と L との關係を求むれば第十三表の如くなる。

第十三表

Value of L	Value of ζ	Relative ζ or λ
r	4.3614	0.9497
t	4.5923	1.0000
$2t$	5.0118	1.0913
$5t$	5.7179	1.2448
$10t$	6.3491	1.3825
R	8.0454	1.7519

以上計算せる Case (i) 及び (ii) の表の値を圖示すれば第二百二十四圖の如し。

第二百二十四圖



以上の吟味より觀る時は、 ζ ひいては draw-down は L の長短によりて大した影響は受けない。特に含水層の深さ大なる場合に然りとする。今 $L=r$ とすれば、含水層全部に strainer を有する井の場合と同様であるから、流入抵抗が零となり、不合理である。故に L は r 以上にして夫れ以上は何れを取つても計算上大した差はないことが判る。

(4) 結 言

計算の結果次の如く結言することが出来やう。

$$\zeta = \left[\frac{Lt - rt}{La - rt} \log_2 \frac{La}{rt} + \log_2 \frac{R}{L} \right]$$

上式を變形して

$$\zeta = \left[\frac{Lr \frac{t}{a} + r \frac{t}{a}}{Lr - r \frac{t}{a}} \log_2 \frac{Lr \frac{a}{t}}{r \frac{t}{a}} + \log_2 \frac{R}{L} \right]$$

となる。故に t/a の値が大なる程 ζ の値も大になる。即ち含水層の厚さ大にして井底より下方の不透層迄の距離小なる程 ζ の値は大となる。即ち draw-down が大になる。故に此の點より論ずる時は large dug well の場合に於ては井の側面から水が流入する様な構造にして置かないと、井は含水層の中に深く穿入すればする程損失水頭が大になつてくる。次に L の値の定め方如何は左迄大なる影響を ζ に及ぼさない。故に普通の場合は佐野博士の假説の如く $L=t$ とするも差支はないであらう。而して此の影響は t/a の値が大なる程大であることは上の計算例によるまでもなく明かなことである。

5. 各種構造の井の比較

3. 及び 4. に述べた特殊井の湧出量及び draw-down を比較研究し、何れの型が如何なる特性を有するかを、例を以て説明しやう。

A. Large dug well の場合

(1) 一般資料

$$r = \text{dia. of well} = 3.81 \text{ m}$$

$$t = \text{thickness of artesian aquifer} = 9.15 \text{ m.}$$

$$k = \text{transmission constant} = 0.003885 \text{ m/sec at } 20.5^\circ\text{C}$$

$$Q = \text{discharge} = 0.1217 \text{ cub.m/sec}$$

(2) 普通アルテシアン井

比較研究に當つては流量 Q を一定として ζ_0 を計算する。先づ R は著者の公式より求むる $m=1/600$ とす。

$$R = \frac{Q}{2\pi k m t} = \frac{0.1217 \times 600}{2 \times 3.1416 \times 0.003885 \times 9.15} = 327 \text{ m}$$

$$\therefore R = 300 \text{ m}$$

を採る。

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k t} \log_e \frac{R}{r} = \frac{0.1217}{2\pi \times 0.003885} \log_e 78.74 = 0.5449 \times 4.3614 = 2.3705 \text{ m}$$

(3) Strainer が含水層の全深に及ばざる場合

(i) 水は側面のみより流入する場合 (第百二十五圖参照)

此の場合の水面降下 η_0 は次の (256) 式より求められる。

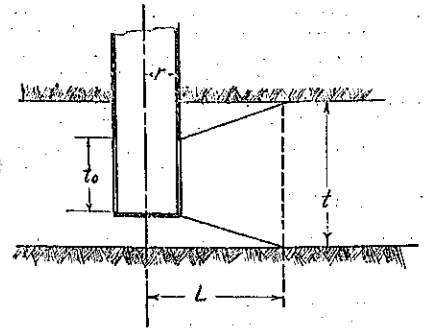
$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k t} \left[\frac{Lt - rt}{L'0 - rt} \log_e \frac{L'0}{rt} + \log_e \frac{R}{L} \right]$$

今佐野藤次郎博士に従ひ $L=t$ と假定するときは
(256) 式は次の (257) 式となる。即ち

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi kt} \left[\frac{t-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{t} \right]$$

上式から t_0 と η_0 の関係を計算すれば第十四表の如くなる。

第 百 二 十 五 圖



第 十 四 表

Value of t_0	$t_0 - r$	$\frac{t-r}{t_0-r}$	$\frac{t_0}{r}$	$\log_e \frac{t_0}{r}$	$\frac{t-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r}$	$\frac{t-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{t}$	η_0
5	1.19	4.4874	1.81235	0.27182	1.21977	4.70981	2.56638
6	2.19	2.4383	1.57482	0.45414	1.10783	4.59787	2.50511
7	3.19	1.6740	1.83729	0.60830	1.01829	4.50833	2.45659
8	4.19	1.2745	2.09970	0.74183	0.94546	4.43550	2.41690
9	5.19	1.0239	2.36223	0.85961	0.88445	4.37449	2.38366
1	-2.81	-1.9004	0.26247	-1.33763	2.54198	0.03202	3.28685
2	-1.81	-2.9502	0.52494	-0.54447	1.90132	5.39136	2.93775
4	0.19	28.1052	1.04938	0.04870	1.36872	4.75876	2.59305

(ii) 水は側面及び底面より流入する場合

(イ) $t_0 + a < t$ 而して $t_1 + a = t$ の場合

今第百二十六圖に於て $a=3.15$ m, $t_1=6$ m として t_0 を變じて draw-down η_0 を検しやう。

(261) 式,

$$\eta_0 = \frac{Q_1}{2\pi ka} \log_e \frac{R}{r} + \frac{Q_2}{k} \frac{t_m}{A}$$

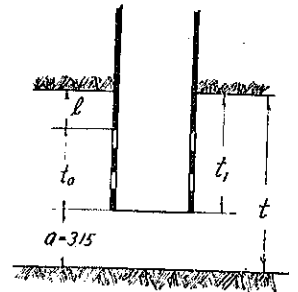
より η_0 が計算出来る。而して

$$Q_1 + Q_2 = Q$$

及び (266) 式,

$$Q_2 = \frac{\frac{Q}{2\pi kt_1} \left[\frac{t_1-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{t_1} \right]}{\left[\frac{t_1-r}{t_0-r} \log_e \frac{t_0}{r} + \log_e \frac{R}{t_1} + \frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi ka} + \frac{t_m}{kA} \right]}$$

第 百 二 十 六 圖



$$\text{又は } Q_2 = \frac{\frac{Q}{2\pi kt_1} [v]}{[\sigma]} \dots \dots \dots (266a)$$

が判る。

故に η_0 を求むる事が出来る。

$$\frac{1}{2\pi k t_1} = \frac{1}{2 \times 3.1416 \times 0.003885 \times 6} = \frac{1}{0.146461} = 0.8278$$

$$\frac{R}{r} = 50, \quad \therefore \log_e \frac{R}{r} = 3.91202$$

$$\frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi k a} = \frac{178.669}{3.15} = 56.72$$

$$\frac{L_0}{kA} = 5.8340, \quad t_1 - r = 2.19, \quad \log_e \frac{R}{t_1} = 3.91202$$

$$\frac{t_1}{t} = 0.65574, \quad \frac{a}{t} = 0.34426$$

以上から t_0 と Q_2 及び Q_1 又は η_0 との関係を知り得る。第十五表及び第十六表が即ち夫れである。

第 十 五 表

t_0	$t_0 - r$	$\frac{t_1 - r}{t_0 - r}$	$\frac{t_1}{r}$	$\log_e \frac{t_0}{r}$	$\frac{t_1 - r}{t_0 - r} \log_e \frac{t_0}{r}$	$[v]$	$\frac{1}{2\pi k t_1} [v]$	$[Q]$	Q_2	Q_1
1	-2.81	-0.7793	0.26247	1.34185	1.04570	4.95772	33.8502	96.4042	0.3511 Q	0.6489 Q
2	-1.81	-1.2100	0.52494	-0.64447	0.77981	4.69183	32.0347	94.5887	0.3386 Q	0.6614 Q
4	+0.19	11.5263	1.04988	+0.04868	0.56110	4.47312	30.5414	93.0953	0.3281 Q	0.6719 Q
6									0.3225 Q	0.6775 Q

第 十 六 表

t_0	$\frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi k a} Q_2$	$\frac{L_0}{kA} Q_2$	η_0
1	19.9144 Q	2.4236	1.9311 Q
2	19.2054 Q	2.3373	1.8611 Q
4	18.6098 Q	2.2648	1.8010 Q
6	18.2922 Q	2.2261	1.7695 Q

(口) $t_0 + a = t$ とし a と t との割合を變じて draw-down の比較をなす(第百二十七圖参照)

(270) 式,

$$Q_1 + Q_2 = Q, \quad \eta_0 = \frac{Q_1}{2\pi k t_0} \log_e \frac{R}{r}$$

及び (271) 式

$$Q_2 = \frac{Q \log_e \frac{R}{r}}{2\pi k t_0 \left[\frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi k} \left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{a} \right) + \frac{L_0}{kA} \right]}$$

より η_0 を計算する事が出来る。

第 百 二 十 七 圖



而して

$$\frac{Q \log_e \frac{R}{r}}{2\pi k} = 21.7440, \quad \frac{\log_e \frac{R}{r}}{2\pi k} = 178.069$$

$$k^{-1} = 257.40$$

$$\therefore Q_2 = \frac{21.7440}{t_0 [178.069 \left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{a} \right) + k^{-1} \frac{l_m}{A}]} = \frac{21.7440}{t_0 [\xi]}$$

上式より t_0 と η_0 の關係を求むれば第十七表の如くなる。

第 十 七 表

t_0	a	$\frac{t_0}{t}$	$\frac{a}{t}$	l_m	A	$\frac{l_m}{A}$	$k^{-1} \frac{l_m}{A}$	at_0	$\frac{t}{at_0}$	$178.069 \frac{t}{at_0}$
2	7.15	0.21858	0.78142	4.397	108.38	0.02029	5.2214	14.30	0.6999	114.3309
4	5.15	0.43716	0.56284	3.538	84.44	0.02095	5.3926	20.60	0.4442	79.3652
6	3.15	0.65574	0.34426	2.743	60.51	0.02267	5.8340	18.90	0.4841	86.4941
8	1.15	0.87432	0.12568	2.115	36.11	0.02929	7.5380	9.20	0.9946	117.7052

t_0	$\frac{21.744}{t_0}$	$[\xi]$	Q_2		Q_1	$\frac{Q_1}{t_0}$	η_0
2	10.8720	119.5522	0.09094	0.7491 Q	0.2509	1255	2.7289
4	5.4360	84.7577	0.06413	0.5270 Q	0.4730	1183	2.5723
6	3.6240	92.3280	0.03925	0.3225 Q	0.6775	1129	2.4549 ⁽¹⁾
8	2.7180	185.2431	0.0147	0.1208 Q	0.8792	1099	2.3897

備考: (1) はイの場合より大に現れるのは影響圏の半徑が異なるためである。

(4) 水が井の底面のみより流入する場合 (第二十八圖参照)

(i) 井が上部不透層を通り含水層中に穿入せる場合

此の場合には (277) 式

$$\eta_0' = \frac{Q}{2\pi k t} \left[\frac{t-r}{a-r} \log_e \frac{a}{r} + \log_e \frac{R}{t} \right]$$

(279) 式,

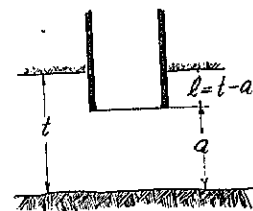
$$h = \frac{Q}{k} \frac{l_m}{A}$$

(278) 式,

$$\eta_0 = \eta_0' + h$$

から η_0' , h 及び η_0 を求むることが出来る。 a と η_0 との關係は第十八表の如し。

第 百 二 十 八 圖



第 十 八 表

a	A	l_m	$\frac{l_m}{A}$	$\frac{Q}{k} \frac{l_m}{A} = h$	η_0'	η_0
2	40.74	2.343	0.05013	0.7852	2.9378	3.7230

4	70.68	3.064	0.04335	0.0790	2.5931	3.2721
6	94.62	3.911	0.04133	0.0474	2.5051	3.1525
8	118.56	4.794	0.04043	0.0393	2.4169	3.0503
9	130.53	5.230	0.04007	0.0276	2.3837	3.0113
9.15	132.38	5.317	0.04000	0.0205	2.3765	3.0030

(ii) 井底が丁度含水層迄達したる場合

(i) の場合の $a=9.15$ m の時に於ては

$$\eta_0 = 3.0030 \text{ m}$$

今 t が無限大なる厚さの時は

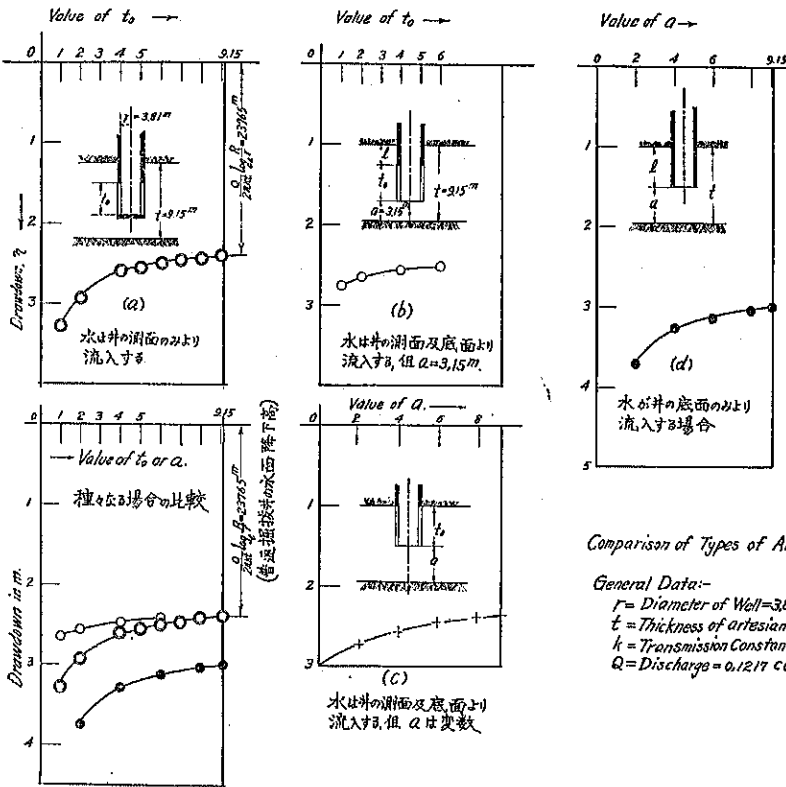
$$\eta_0 = \frac{1}{4} \frac{Q}{kr} = 2.0550 \text{ m}$$

となる。故に t が非常に大になる時はむしろ $\eta_0 = \frac{1}{4} \frac{Q}{kr}$ なる式による方がよらしい。

(5) 種々なる場合の比較

以上計算した種々なる場合の井の水面降下を比較すると第百二十九圖の如くなる。

第百二十九圖



(6) 結 言

第二十九圖から吾々はアルテシアン式大型 dug well の構造に關し次の結言を得る。

1° 井は成可く深く沈め、且つその側面より地下水が流入し得る様な構造となすこと。尙底部よりも流入する構造とするがよい。

2° 井の側面の流入面積が相當の廣さなる時は底面から水が流入すると否とは大して水面降下に影響しない。

3° 井の側面より地下水が流入する場合に於ては、その流入面積の大小は水面降下に左迄影響を及ばさない。

4° 井の側面より地下水が流入せずして單に底部のみから滲入する時は成可く井を含水層中に穿入させない方がよい。

以上の結言は含水層の厚さが左迄大きくない場合に適用が出来るものである。若し含水層の厚さが非常に大きい時は次節に述べる含水層が無等大の深さの場合の公式によるべきである。故に井の實施に當りては吾人は調査に時日と費用とを吝しまず、試掘をなして充分に含水層の深さ共の他を確知し設計を誤らない様にすべきである。

B. Tubular well の場合

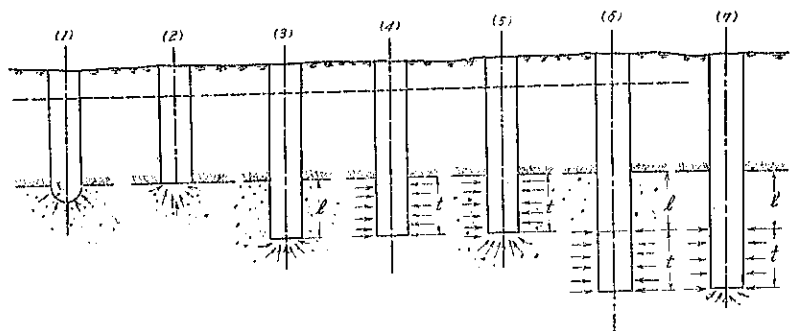
Tubular well の時は strainer より水が流入するから問題は自ら簡單で draw-down と strainer の價格とを吟味して井の寸法を決定すればよい。即ち問題は 3. の (1) に制限され只 m と n とを比較研究すれば足りる。尤も m を餘りに小とし管側の流速が critical velocity を超過しない様に注意しなくてはならない。

第 四 節 含水層が無等に深き場合のアルテシアン井

1. 概 説

第二節及び第三節に於ては有限深又は薄い含水層内に掘抜井を穿ちたる場合であつたが、

第 百 三 十 圖



此の含水層が深くなつてくれば既述の公式は採用されない。それで著者は更に進んでアルテシアン含水層が無限に深い場合の井の湧出量, draw-down 等を吟味して見やう。而して以下述ぶる處は含水層が可成に深い場合にも適用してよい。

本節で取扱ふのは**第百三十圖**に示す井の場合である。即ち (1) 圖は井の底が半球形の場合でその表面より水が流入する場合, (2) 圖はアルテシアン系統の含水層の上面まで井を沈下しその底面より水が流入する場合, (3) 圖は (2) 圖同様井底のみより水は流入するけれども井底は含水層中に相當深く穿入された場合, (4) 圖は tubular well の場合の如く井を含水層中相當深く沈めその側面のみより水が流れ込む場合, (5) 圖は井の側面のみならず底部よりも水が流入する場合, 即ち dug well の場合, (6) 圖は井を相當深く沈めその側面の一部及び底面より水を集むる場合に就て水理學的考察を試みた。

2. 底面が半球形なる井

第百三十一圖に示すが如く, 底面が半球形にして水の侵入自由なる井あるものとして, その湧出量と draw-down とを吟味しやう。第百三十一

圖に示す如く, 原壓力線を OA, η_0 なる draw-down に對する湧出量を Q, 壓力線を CD, 井の半径を r, 井の底は O' を中心とする半球形とする。今横距 a なる點の壓力線の降下を求めやう。説明する迄もなく equipotential surface は O' を中心とする球面にして stream line は radial line である。故に

$$Q = -kF \frac{d\eta}{da}$$

而して

$$F = 2\pi a^2$$

$$\therefore Q = -2\pi k a^2 \frac{d\eta}{da}$$

$$\therefore d\eta = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{da}{a^2} \dots\dots\dots(283)$$

(283) 式の微分方程式を解きて

$$\eta = -\frac{Q}{2\pi k} \left(-\frac{1}{a} + C \right)$$

而して $a = \infty, \eta = 0$ であるから,

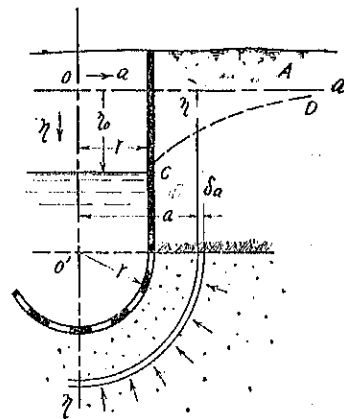
$$C = 0$$

$$\therefore \eta = \frac{Q}{2\pi k a} \quad \text{又は} \quad \frac{Q}{2\pi k r} \frac{r}{a} \dots\dots\dots(284)$$

及び

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k r} \dots\dots\dots(285)$$

第百三十一圖



3. アルテシアン含水層の上面迄沈めたる井

井を丁度含水層の上面まで沈めた場合の湧出量及び draw-down に就て論じやう。 large dug well の場合には斯様な設計にすることが屢々ある。

(1) General hydraulics

Prof. Dr. H. Lorenz 著 "Technische Hydromechanik", 其の他水力學の教ふる處に依れば, 本問題の場合に於ては**第百三十二圖**に示す様に stream line は井底を foci とする同心 hyperboloid of revolution, equal pressure surface は同上 foci の同心 ellipsoid of revolution である。而してその方程式は次の如し。

今

- x, y : Koordinaten
- ϕ : Geschwindichkeitspotential
- ψ : Stromfunktion

とすれば

$$\frac{x^2}{\frac{r^2}{4}(e^\phi + e^{-\phi})^2} + \frac{y^2}{\frac{r^2}{4}(e^\phi - e^{-\phi})^2} = 1$$

又は

$$\frac{x^2}{\text{Cos}^2\phi} + \frac{y^2}{\text{Sin}^2\phi} = r^2 \dots \dots \dots (286)$$

及び

$$\frac{x^2}{r^2 \cos^2\psi} + \frac{y^2}{r^2 \sin^2\psi} = 1$$

又は

$$\frac{x^2}{\cos^2\psi} + \frac{y^2}{\sin^2\psi} = r^2 \dots \dots \dots (287)$$

而して

$$a = \frac{r}{2}(e^\phi + e^{-\phi}), \quad b = \frac{r}{2}(e^\phi - e^{-\phi})$$

及び

$$a' = r \cos \psi, \quad b' = r \sin \psi$$

とすれば

$$\text{equal pressure ellipse; } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots \dots \dots (288)$$

$$\text{stream line; } \frac{x^2}{(a')^2} - \frac{y^2}{(b')^2} = 1 \dots \dots \dots (289)$$

上式(中)

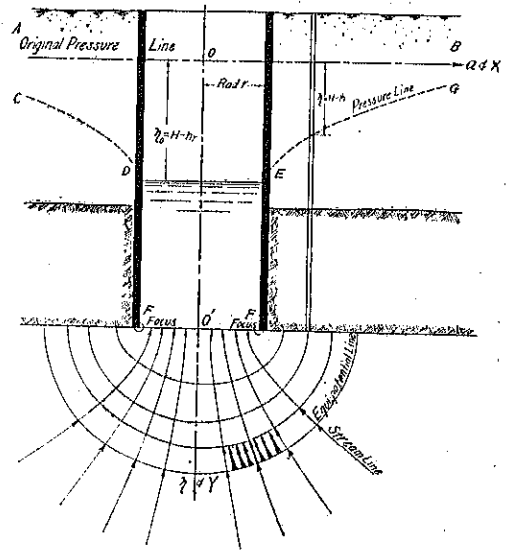
$$a^2 - b^2 = r^2 = (a')^2 + (b')^2 \dots \dots \dots (290)$$

$$\text{eccentricity; } E = \frac{r}{a} = (\text{Cos}\phi)^{-1} \dots \dots \dots (291)$$

(2) Prof. Dr. Ph. Forchheimer の解法

Dr. Ph. Forchheimer は (1) の原理に基き本問題の解法をなさうと試みた。その試みは Zoit.

第百三十二圖



d. öst. Ing. u. Arch. V. の LVII Nr. 48, 27. Oct. 1905, S. 585~592 に發表された。著者はその大要を説明しやう(第百三十三圖参照)。

(1) の general hydraulics より stream line の hyperbola の式は

$$\frac{x^2}{(a')^2} - \frac{y^2}{r^2 - (a')^2} = 0 \dots\dots\dots(202)$$

$$\therefore r^2 = (a')^2 + (b')^2$$

a' が小さい間は $r^2 - (a')^2 \cong r^2$ と假定することが出来るから

$$\frac{x^2}{(a')^2} - \frac{y^2}{r^2} = 1 \dots\dots\dots(203)$$

y なる横距の處に於ける第百三十三圖に示す hyperboloid of revolution の斷面積は

$$\pi x^2 = \pi(a')^2 \frac{r^2 + y^2}{r^2} \dots\dots\dots(204)$$

R が非常に大なる時は equipotential oblate spheroid は spheroid であると考へても實際上差支へないから、 Q を湧出量又は汲出量とすれば單位面積よりの流量は

$$\frac{Q}{2\pi R^2} \dots\dots\dots(205)$$

而して、 R なる半径の球と hyperboloid of revolution との crossing area は實際上次の如く考へられる。即ち

$$\frac{a'}{r} = \sin \psi'$$

今 ψ' が非常に小なる時は

$$\frac{a'}{r} \cong \tan \psi' \cong \psi' = \frac{\pi}{2} - \psi, \quad \therefore \text{area} = \pi(a')^2 \frac{R^2}{r^2}$$

此の面積を通る流量を ΔQ とすれば、

$$\Delta Q = \pi(a')^2 \frac{R^2}{r^2} \frac{Q}{2\pi R^2} = \frac{Q(a')^2}{2r^2} \dots\dots\dots(206)$$

而して圖示の hyperbola は stream line であるから equipotential ellipse の大小によつて各點に於ての流速異なる。故に y なる縦距の處の流速を v_y とすれば、

$$v_y = \frac{\Delta Q}{\pi x^2} = \frac{\frac{Q(a')^2}{2r^2}}{\pi(a')^2 \frac{r^2 + y^2}{r^2}} = \frac{Q}{2\pi(r^2 + y^2)} \dots\dots\dots(207)$$

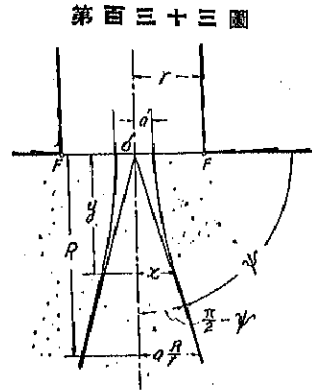
然るに Darcy の公式より

$$v = -k \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore dy = -\frac{v_y}{k} dx, \quad \therefore$$

$$dx = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{dy}{r^2 + y^2}$$

之を解いて



第百三十三圖

$$\eta = -\frac{Q}{2\pi k} \int \frac{dy}{r^2 + y^2} + C$$

$$\therefore \eta = -\frac{Q}{2\pi k} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{y}{r} \right) \dots\dots\dots(298)$$

而して

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \dots\dots\dots(299)$$

(299) 式は井底が半球形の井の場合の 2 倍の draw-down を示して居る。

(3) 著者の研究

(2) に於て Dr. Ph. Forchheimer の solution を示したから、著者が之れに就て重ねて蛇足を附する必要はない様にも思はれるが、只その解法の道中の approximation が如何に結果に影響を及ぼしてゐるか、又彼の公式が實際上眞値を表せるか否かを検する目的で次の解法を試みた。

著者の解法も亦 (1) に述べた理論及び Darcy の公式によれる誘導法であることは言ふ迄もない。

Darcy の公式より

$$Q = -kF \frac{dy}{dn}$$

F なる equal pressure surface を (1) の理論によつて求めやうと思ふ。既に述べた様に F は井の軸を軸とせる oblate spheroid である。而して此の面積は

$$F = \pi a^2 + \frac{\pi b^2}{2E} \log_2 \left(\frac{1+E}{1-E} \right) \dots\dots\dots(300)$$

此處に E は ellipse の eccentricity である。而して $E = \frac{r}{a}$ であるから此の値を (300) 式に代入して展開する時は

$$\begin{aligned} F &= \pi a^2 + \frac{\pi}{2} \frac{a^2 - r^2}{r} \times 2 \left[\left(\frac{r}{a} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{r}{a} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{r}{a} \right)^5 + \frac{1}{7} \left(\frac{r}{a} \right)^7 + \dots \right] \\ &= \pi a^2 + \pi a^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{7} \left(\frac{r}{a} \right)^6 + \dots \right] - \pi r^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{7} \left(\frac{r}{a} \right)^6 + \dots \right] \\ &= 2\pi a^2 - \pi r^2 \left[\frac{2}{3} + \frac{2}{15} \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{2}{35} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{2}{63} \left(\frac{r}{a} \right)^6 + \dots \right] \\ &= 2\pi a^2 - 2\pi r^2 \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{1}{35} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{63} \left(\frac{r}{a} \right)^6 + \dots \right] \dots\dots\dots(301) \end{aligned}$$

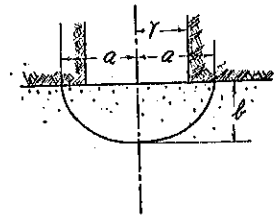
$\frac{r}{a} = 1$ の時は

$$F = 2\pi r^2 - \pi r^2 = \pi r^2 \dots\dots\dots(302)$$

$\frac{r}{a} \neq 0$ の時は

$$F = 2\pi a^2 - \frac{2}{3} \pi r^2 \dots\dots\dots(303)$$

第百三十四圖



而して δn は δa 及び δb の中間に位するもので近似的に $(\delta a + \delta b)/2$ と假定すれば

$$\delta n = \frac{1}{2} \left(\delta a + \frac{a}{b} \delta a \right) = \frac{a+b}{2b} \delta a \dots\dots\dots (304)$$

となる。故に次式を得る。

$$\begin{aligned} Q &= -k \left\{ 2\pi a^2 - 2\pi r^2 \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{1}{35} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{63} \left(\frac{r}{a} \right)^6 + \dots \right] \right\} \frac{2b}{a+b} \frac{dy}{da} \\ &= -\frac{4\pi k \sqrt{a^2 - r^2}}{a + \sqrt{a^2 - r^2}} \left\{ a^2 - r^2 \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \frac{1}{35} \left(\frac{r}{a} \right)^4 + \frac{1}{63} \left(\frac{r}{a} \right)^6 + \dots \right] \right\} \frac{dy}{da} \end{aligned} \dots\dots\dots (305)$$

(305) 式は解くこと困難なる故次の如くして成可く近似的の解を得んとする。先づ F の近似値を求むるのに、 $r/a=1$ の時は $2\pi a^2 - \pi r^2 = \pi r^2$ にして、 r/a が零に近き場合は $(2\pi a^2 - 2/3 \times \pi r^2)$ である。而して a が非常に大なるに及びて、 $2\pi a^2$ となる。故に眞の F の値は $(2\pi a^2 - 2/3 \pi r^2)$ より小にして $(2\pi a^2 - \pi r^2)$ より大である。即ち此の関係を式で表はすと、

$$2\pi a^2 - \pi r^2 \leq \text{true } F \leq 2\pi a^2 - \frac{2}{3} \pi r^2 < 2\pi a^2 \dots\dots\dots (306)$$

實際に於て損失水頭又は湧出量に關するのは a/r が 1 に近き處であるから、 F の値が $(2\pi a^2 - \pi r^2)$ 及び $(2\pi a^2 - 2/3 \pi r^2)$ の間であれば大なる影響はないものである。著者は此の事實を計算を以て示さう。次に δn であるが之れは δa と δb の平均であると考へる。然るに $\delta n = \frac{a + \sqrt{a^2 - r^2}}{2\sqrt{a^2 - r^2}} \delta a$ を用ひて微分方程式を立てる時はその解は不可能に陥るから、著者は δa 及び δb を用ひて換言すれば a 及び b を variable と看做したる場合の平均を取つて眞値とした。即ち次の通りである。

Case (i) $F = 2\pi a^2 - \pi r^2$ 又は $2\pi b^2 + \pi r^2$ とせる場合

上式の F の値は實際の値より小なるを以て同一湧出量に對しては損失水頭は大に表はれる。

(a) a を variable とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \eta &= -\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi kr} \log_3 \frac{\sqrt{2}a-r}{\sqrt{2}a+r} \\ \text{又は} \quad &\frac{Q}{\sqrt{2}\pi kr} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{r} a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (307)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{\sqrt{2}\pi kr} \operatorname{arctg} \sqrt{2} \dots\dots\dots (308)$$

又は $0.1980 \frac{Q}{kr}$

(b) b を variable とすれば、

$$\eta = \frac{Q}{\sqrt{2}\pi kr} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{r} \sqrt{a^2 - r^2} \right) \dots\dots\dots (309)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\sqrt{2}kr} = 0.353 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots (310)$$

(c) η_0 の平均値は

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 &= \frac{Q}{2\sqrt{2}\pi kr} \left(\text{Ei}(\text{E} \text{tg} \sqrt{2} + \frac{\pi}{2}) \right) \\ \text{又は} &= \frac{Q}{4kr} \left(\frac{2}{\sqrt{2}\pi} \text{Ei}(\text{E} \text{tg} \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}) \right) \\ \text{又は} &= \frac{Q}{4kr} \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi} \text{Ei}(\text{E} \text{tg} \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}) \right) \\ \text{又は} &= 0.275 \frac{Q}{kr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (311)$$

Case (ii) $F = 2\pi a^2 - \frac{4}{5}\pi r^2$ 又は $2\pi b^2 + \frac{6}{5}\pi r^2$ とせる場合

(a) a を variable とすれば,

$$\left. \begin{aligned} \eta &= -\frac{Q}{4\sqrt{\frac{2}{5}}\pi kr} \log_2 \frac{a - \sqrt{\frac{2}{5}}r}{a + \sqrt{\frac{2}{5}}r} \\ \text{又は} &= \frac{Q}{2\sqrt{\frac{2}{5}}\pi kr} \text{Ei}(\text{E} \text{tg} \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (312)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 &= \frac{Q}{2\sqrt{\frac{2}{5}}\pi kr} \text{Ei}(\text{E} \text{tg} \sqrt{2.5}) \\ \text{又は} &= 0.188 \frac{Q}{kr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (313)$$

(b) b を variable とすれば,

$$\eta = \frac{Q}{2\sqrt{\frac{3}{5}}\pi kr} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arctg} \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{r} \right) \dots\dots\dots (314)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 &= \frac{Q}{4\sqrt{\frac{3}{5}}kr} \\ \text{又は} &= 0.323 \frac{Q}{kr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (315)$$

(c) η_0 の平均値は

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{5}}\pi} \text{Ei}(\text{E} \text{tg} \sqrt{2.5}) + \frac{1}{2\sqrt{\frac{2}{5}}} \right) = 0.255 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots (316)$$

Case (iii) $F = 2\pi a^2 - \frac{3}{4}\pi r^2$ 又は $2\pi b^2 + \frac{5}{4}\pi r^2$ とせる場合

(a) a を variable とすれば,

$$\left. \begin{aligned} \eta &= -\frac{Q}{2\sqrt{\frac{3}{2}}\pi kr} \log_2 \frac{a - \sqrt{\frac{3}{8}}r}{a + \sqrt{\frac{3}{8}}r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (317)$$

$$\begin{aligned} \text{又は} &= \frac{Q}{\sqrt{\frac{3}{2}}\pi kr} \left. \begin{aligned} &\operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\frac{3}{3}}} \frac{a}{r} \\ \eta_0 &= \frac{Q}{\sqrt{\frac{3}{2}}\pi kr} \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\frac{3}{3}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(318) \\ \text{又は} &= 0.185 \frac{Q}{kr} \end{aligned}$$

(b) b を variable とすれば

$$\eta = \frac{Q}{\sqrt{\frac{5}{2}}\pi kr} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{\frac{2}{5}}}{\sqrt{\frac{5}{5}}} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{r} \right) \dots\dots\dots(319)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\sqrt{\frac{5}{2}}kr} \quad \text{又は} \quad 0.316 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots(320)$$

(a) η_0 の平均値は

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{Q}{4kr} \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{3}{3}}}\pi \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\frac{3}{3}}} + \sqrt{\frac{2}{5}} \right) \\ \text{又は} &= \frac{Q}{4kr} \end{aligned} \dots\dots\dots(321)$$

(321) 式の値は實際上眞値を示すものと思つてよからう。

Case (iv) $F = 2\pi a^2 - \frac{2}{3}\pi r^2$ 又は $2\pi b^2 + \frac{4}{3}\pi r^2$ とせる場合

上式の F の値は眞の値より大きいから同一湧出量に對しては損失水頭は小さく表はれる。

(a) a を variable とすれば,

$$\begin{aligned} \eta &= -\frac{Q}{\frac{4}{\sqrt{3}}\pi kr} \log_0 \frac{a - \sqrt{\frac{1}{3}}r}{a + \sqrt{\frac{1}{3}}r} \\ \text{又は} &= \frac{Q}{\frac{2}{\sqrt{3}}\pi kr} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\frac{3}{3}}a}{r} \end{aligned} \dots\dots\dots(322)$$

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{Q}{\frac{2}{\sqrt{3}}\pi kr} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3}{3}} \\ &= 0.1816 \frac{Q}{kr} \end{aligned} \dots\dots\dots(323)$$

(b) b を variable とすれば,

$$\eta = \frac{Q}{2\sqrt{\frac{2}{3}}\pi kr} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{r} \right) \dots\dots\dots(324)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{4\sqrt{\frac{2}{3}}kr} = 0.3062 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots(325)$$

(c) η_0 の平均値は

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} \text{arctg} \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \right) = 0.244 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots(326)$$

上述の各式の比較に便せんがために a/r に数値を代入して $\eta = K \frac{Q}{kr}$ の K を計算する時は第十九表の如し。

第 十 九 表

Case	Value of $\frac{a}{r}$	Value of η				
		1	2	3	4	5
(i)	a	0.198	0.084	0.054	0.040	0.032
	b	0.275 (0.198)	0.087 (0.086)	0.056 (0.055)	0.041 (0.041)	0.032 (0.032)
(ii)	a	0.188	0.083	0.054	0.040	0.032
	b	0.255 (0.188)	0.085 (0.084)	0.055 (0.055)	0.040 (0.040)	0.032 (0.032)
(iii)	a	0.185	0.083	0.054	0.040	0.032
	b	0.250 (0.185)	0.085 (0.084)	0.055 (0.055)	0.040 (0.040)	0.032 (0.032)
(iv)	a	0.182	0.083	0.054	0.040	0.032
	b	0.244 (0.182)	0.085 (0.084)	0.055 (0.055)	0.040 (0.040)	0.032 (0.032)
(v)	a	0.159	0.080	0.053	0.040	0.032
	b	0.209 (0.159)	0.084 (0.082)	0.055 (0.054)	0.040 (0.040)	0.032 (0.032)

備考：括弧中の数字は a 及び b case の平均値

以上の結果を圖示すれば第百三十五圖の如くなる。

第十九表及び第百三十五圖から明かである様に F を $2\pi a^2 - \pi r^2$ 及び $2\pi a^2 - \frac{2}{3}\pi r^2$ の間に取り δa 及び δb の平均を δn とすれば η_0 は殆ど眞値を得る。而して case (iii) の ($F=2\pi a^2 - \frac{3}{4}\pi r^2$) が殆ど正值を表すから (321) の式は殆ど正值を示すものと見ても差支はない。即ち η_0 の眞値は

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \dots\dots\dots(327)$$

上式は Dr. Ph. Forchheimer 教授の公式と一致する。

Case (v) $F=2\pi a^2$ 又は $2\pi b^2 + 2\pi r^2$ とせる場合

井底が spherical の場合と同様であると考ふれば次の式を得る。

(a) a を variable とすれば

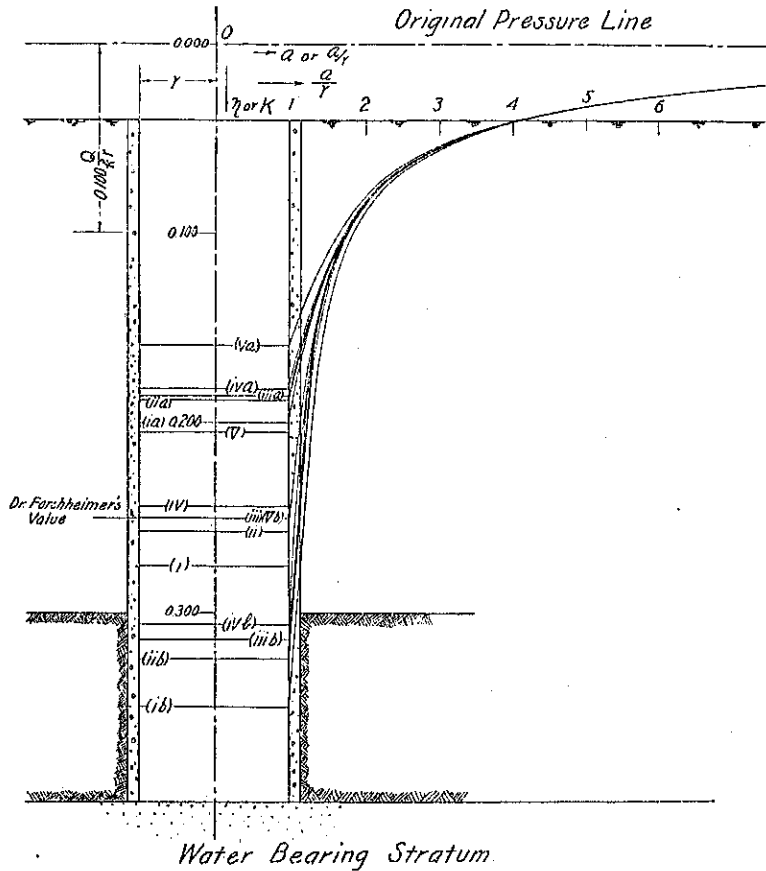
$$\eta = \frac{Q}{2\pi k a} \dots\dots\dots(328)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k r} \quad \text{又は} \quad 0.1591 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots(329)$$

(329) 式は井底が hemi-sphere の場合と同様なり。

(b) b を variable とすれば

第 百 三 十 五 圖



$$\eta = \frac{Q}{2\pi kr} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{b}{r} \right) \quad \text{又は} \quad \frac{Q}{2\pi kr} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{r} \right)$$

又は

$$\eta = \frac{Q}{2\pi kr} \text{arc sin} \frac{r}{a} \dots\dots\dots (330)$$

故に

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \quad \text{又は} \quad 0.25 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots (331)$$

(c) η_0 の平均値は

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots (332)$$

(329), (331) 及び (332) 式は F が實際より大きく見てあるから η_0 は實際よりも小さい値を與へる。而して (331) 式は F を實際より大にとり且つ δn を δb と取つたから偶然にも眞値を示す結果となつた。即ち Forchheimer 氏の解と同一である。Case (v) の計算値は第

十九表及び第百三十五圖に示して置いた。

4. 結 言

Dr. Forchheimer 教授の計算は明快に解いてあるが, stream line の hyperbola の方程式及び b 又は η を variable として解いた點に於て説明の不充分な處がある。此の點に關し著者の試みた解法は有意義なものと思ふ。即ち equipotential ellipse の面積 F の値が $(2\pi a^2 - \pi r^2)$ 乃至 $(2\pi a^2 - \frac{2}{3}\pi r^2)$ なる時は結果に大影響なく, δ_n は δ_a と δ_b の中間値を有すると看做す時は殆ど正確な値を得ることが著者の計算によりて明かとなつた。而して Case (iii) に於て述べた様に $F = 2\pi a^2 - \frac{3}{4}\pi r^2$ が最も眞價に近いから η_0 の値も眞價と見て差支はない。よつて水面降下の眞値は

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr}$$

と見て差支はない。此の結果は偶然にも Dr. Forchheimer の式と同一にして又 Case (v) の b を variable とした場合とも一致する。

4. アルテシアン含水層中に穿入せる井 (Well penetrated more or less into artesian medium)

第百三十六圖に示すが如く井を含水層中に相當深く 沈むる時は 3. の場合より draw-down η_0 を大ならしめ得るを以て多量の湧出量を望むことが出来る譯である。次に此の場合の draw-down η_0 及び Q との關係を求めよと思ふ。

(1) 井の含水層中に於ける穿入深 l が小なる場合

一般に l が深くなることは稀にして又實際上深くすることは損失である。故に普通は l は小である。かゝる場合には 3. に述べた公式

$$\eta = \frac{Q}{2\pi kr} \arcsin \frac{r}{x} \dots\dots\dots(333)$$

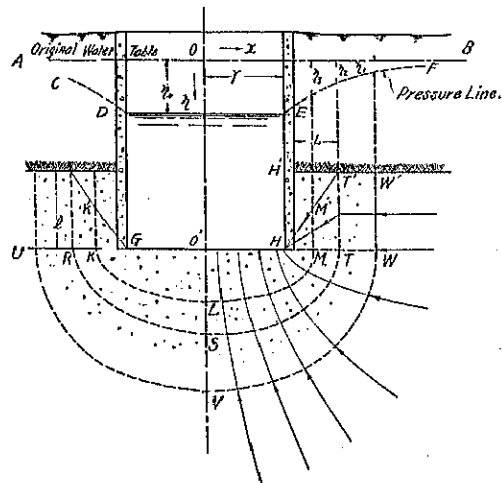
及び

$$\eta_0 = \frac{Q}{4kr} \dots\dots\dots(334)$$

を用ひて實際上差支はない。

(2) l が相當大きい場合

第 百 三 十 六 圖



今例へば η_0 を大ならしめるため換言すれば湧出量 Q を大ならしめる目的で l を相當大ならしめる時は次の如くして近似的に計算することが出来る。本解法の與へる η の値は眞値より僅かに小なるべく、又 Q は之れに反する。水は井底以下に於ては 3. に於けるが如く雙曲線回轉體を描いて流入するものと考へる。而して井底以上の部分に於ては第百三十六圖に示すが如く或る距離までは不透層の面に沿ひて流るゝも或る點よりは或る曲線を描いて H に向つて流れ込むであらう。此の際の stream line を正確に知ることは困難であるから HT' を直線として $HT=L=l$ と假定する。

(a) $\omega \geq r+l$ の場合 此の區間の draw-down を η_1 とする。本解法に於ては横距 x を variable とすから井底以下の短楕球の面積は 3. Caso (i) (a) の場合同様 $(2\pi x^2 - \pi r^2)$ とする。随つて同一の draw-down に對しては湧出量は大きく現れる。然し斯く假定しても實際上 20% 以上の誤差がないのは明かなことである。而して此の場合は井底以上の面積が相當大きいから、 l が相當大なる時は、上述の如く假定しても實際上差支へはないと思ふ。即ち

$$F = 2\pi x^2 - \pi r^2 + 2\pi lx = \pi(2x^2 + 2lx - r^2)$$

而して

$$Q = -k F \frac{d\eta}{dx} = -\pi k(2x^2 + 2lx - r^2)$$

$$\therefore d\eta = -\frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{2x^2 + 2lx - r^2} \dots\dots\dots(335)$$

而して判別式は $4l^2 + 4 \times 2 \times r^2 = 4l^2 + 8r^2 > 0$ であるから (335) 式の解は次の如し。即ち

$$\eta_1 = -\frac{Q}{2\pi r} \frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \left[\frac{2x+l-\sqrt{l^2+2r^2}}{2x+l+\sqrt{l^2+2r^2}} \right] + C$$

而して $x = \infty$ の時は $\eta_1 = 0$ であるから $C = 0$

$$\therefore \eta_1 = -\frac{Q}{2\pi k \sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{2x+l-\sqrt{l^2+2r^2}}{2x+l+\sqrt{l^2+2r^2}} \text{ 又は } \frac{Q}{\pi k \sqrt{l^2 + 2r^2}} \eta_1 \text{ Ctg } \frac{2x+l}{\sqrt{l^2+2r^2}} \dots\dots\dots(336)$$

$l=0$ とせば 3. Caso (i) (307) 式と同様となる。

(b) $r \leq \omega \leq r+l$ の場合 此の區間の draw-down を η_0 とする。先づ K'KLMM' の面積を考へる。

$$\begin{aligned} F &= 2\pi x^2 - \pi r^2 + 2\pi(x-r)x = 2\pi x^2 - \pi r^2 + 2\pi x^2 - 2\pi r x \\ &= 4\pi x^2 - 2\pi r x - \pi r^2 \\ &= \pi(4x^2 - 2rx - r^2) \end{aligned}$$

$$Q = -\pi k(4x^2 - 2rx - r^2) \frac{d\eta}{dx}$$

$$\therefore d\eta = -\frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{4x^2 - 2rx - r^2}$$

判別式は

$$4r^2 - 4 \times 4 \times (-r^2) = 4r^2 + 16r^2 = 20r^2 > 0$$

故に上式の解法は次の如くなる。

$$\begin{aligned} \eta &= -\frac{Q}{\pi k} \frac{1}{2\sqrt{5}r} \log_e \left[\frac{2 \times 4r + (-2r) - 2\sqrt{5}r}{2 \times 4r + (-2r) + 2\sqrt{5}r} \right] + C \\ &= -\frac{Q}{2\pi\sqrt{5}kr} \log_e \frac{8r - 2r - 2\sqrt{5}r}{8r - 2r + 2\sqrt{5}r} + C \\ &= -\frac{Q}{2\pi\sqrt{5}kr} \log_e \frac{4r - (1 + \sqrt{5})r}{4r + (\sqrt{5} - 1)r} + C \end{aligned}$$

此の C の値は次の如くして求むることが出来る。 $x = r + l$ のときは

$$\eta = -\frac{Q}{2\sqrt{5}\pi kr} \log_e \frac{4(l+r) - r - \sqrt{5}r}{4(l+r) - r + \sqrt{5}r} + C = -\frac{Q}{2\sqrt{5}\pi kr} \log_e \frac{4l + (3 - \sqrt{5})r}{4l + (3 + \sqrt{5})r} + C$$

及び (336) 式より

$$\begin{aligned} \eta = \eta_2 &= -\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{2(l+r) + l - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{2(l+r) + l + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \\ &= -\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \dots \dots \dots (337) \end{aligned}$$

而して $\eta_1 = \eta_3 = \eta_2$ なるべきにより

$$\begin{aligned} &-\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} + \frac{Q}{2\sqrt{5}\pi kr} \log_e \frac{4l + (3 - \sqrt{5})r}{4l + (3 + \sqrt{5})r} = C \\ \therefore C &= \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{\sqrt{5}r} \log_e \frac{4l + (3 - \sqrt{5})r}{4l + (3 + \sqrt{5})r} - \frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \right] \\ \therefore \eta_3 &= -\frac{Q}{2\pi\sqrt{5}kr} \log_e \frac{4r - (\sqrt{5} + 1)r}{4r + (\sqrt{5} - 1)r} + \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{\sqrt{5}r} \log_e \frac{4l + (3 - \sqrt{5})r}{4l + (3 + \sqrt{5})r} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \right] \dots \dots \dots (338) \end{aligned}$$

以上を簡単にして

$$\begin{aligned} \eta_3 &= - \left[\frac{Q}{2\pi k \sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{Q}{2\sqrt{5}\pi kr} \left(\log_e \frac{4r - (1 + \sqrt{5})r}{4r + (\sqrt{5} - 1)r} - \log_e \frac{4l + (3 - \sqrt{5})r}{4l + (3 + \sqrt{5})r} \right) \right] \end{aligned}$$

又は

$$\begin{aligned} \eta_3 &= -\frac{Q}{2\pi k} \left[\log_e \left\{ \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \right\} (l^2 + 2r^2)^{-\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. + \log_e \left\{ \frac{4r - (1 + \sqrt{5})r}{4r + (\sqrt{5} - 1)r} \frac{4l + (3 + \sqrt{5})r}{4l + (3 - \sqrt{5})r} \right\} (5r^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \dots \dots \dots (339) \end{aligned}$$

η_0 は次の如くして求められる。即ち (338) 式の x に r を代入すればよろしい。

$$\eta_0 = -\frac{Q}{2\pi k} \left[\log_e \left\{ \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} \right\} (l^2 + 2r^2)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$+\log_e \left\{ \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \frac{4l+(3+\sqrt{5})r}{4l+(3-\sqrt{5})r} \right\}^{(5r^2)^{-\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots(340)$$

$l=0$ と置けば右邊の第二項は零となるから、

$$\eta_0 = -\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi kr} \log_e \frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \text{ 又は } -\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi kr} \log_e \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$$

又は

$$\eta_0 = \frac{Q}{\sqrt{2}\pi kr} \eta_1 \text{ (} \eta_1 \text{ 是 } \text{tg } \sqrt{2} \text{) } \dots\dots\dots(341)$$

即ち 3. (308) 式と同一となる。

(3) 結 言

以上に述べた處から次の様に結言して置かう。

- (i) l が非常に小さい場合に就ては既に述べた處に就て議論の餘地はない。
- (ii) l が相當大なる場合 (2) に述べた様にして解く時は η_0 の値は實際よりも小にして (340) 式の値に約 1.25 を乗じたものが眞値に近い。即ち (340) 式は次の如く修正した方がよい。即ち

$$\eta_0 = -\frac{Q}{5k} \left[\frac{1}{\sqrt{l^2+2r^2}} \log_e \frac{3l+2r-\sqrt{l^2+2r^2}}{3l+2r+\sqrt{l^2+2r^2}} + \frac{1}{\sqrt{5}r} \log_e \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \frac{4l+(3+\sqrt{5})r}{4l+(3-\sqrt{5})r} \right] \dots\dots\dots(342)$$

而して尙よく觀察する時は stream line は井底以上にては既に假定せるよりも凸状となるから equipotential surface は上記の計算値より幾分大となる。よつて η_0 の眞値は上記の (342) 式が與へる値よりは幾分か小さい筈であるが、その誤差は安全側のものであるから著者は此の (342) 式を推奨する次第である。

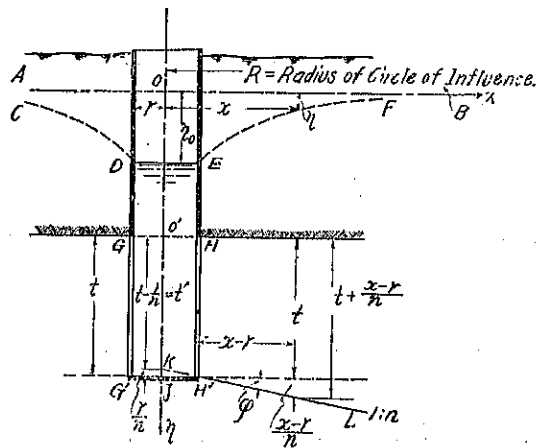
5. 井の側面のみより水が滲入する場合

Rohrbrunnen (turbular well) 即ち管井の場合の如く strainer を相當深く含水層中に沈めた場合の湧出量及び水面降下に就て吟味しやうと思ふ。以下述べる處は相當精確な計算と云ひ得るであらう。

- (1) Stream line は水平にして equal pressure surface は concentric vertical circular cylinder と考へる場合

近似計算法 Rohrbrunnen の場合に於

第 百 三 十 七 圖



て strainer の長さ t が相當大にして且つその直径小なる場合に於ては第百三十七圖に示す如く地下水は H'L を boundary line として流入するものとする。之れが水平となす角を φ とし、その勾配を $1:n$ とする。然らば次の計算を得る。

$$Q = -kF \frac{dy}{dx} \text{ より } \quad Q = -2\pi kx \left(t - \frac{r}{n} + \frac{r}{n} \right) \frac{dy}{dx}$$

今 $t' = t - \frac{r}{n}$ とすれば、

$$dy = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{dx}{t'x + \frac{x^2}{n}} \dots\dots\dots(343)$$

(343) 式を解いて

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k t'} \log_e \frac{R(n t' + x)}{x(n t' + R)} \dots\dots\dots(344)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k t'} \log_e \frac{R(n t' + r)}{r(n t' + R)} \dots\dots\dots(345)$$

角 φ は stream line の流入の方向にして實際に於て t が相當大なる場合に於てはその値は小さいだらう。故に t が小にして φ 大なる場合には之れ等の式は用ひられない。今 $n = \infty$ の時は水が水平に流入する意味にして t なる厚さのアルテシアン層の中の井を底まで沈めた場合と同様である。

即ち

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k t} \log_e \frac{R}{r} \dots\dots\dots(346)$$

今 t が相當大なる時は (346) 式によつて計算しても大した誤はなからう。

(2) 割合に正確なる解法

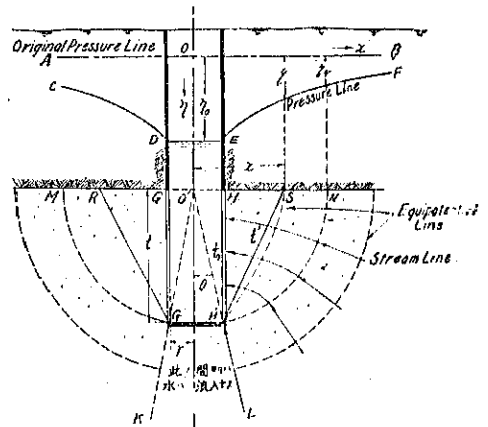
第百三十八圖に示す様な井に於てその半径が比較的大なる場合は實際上稀であるが、計算の必要があれば第百三十八圖に示すが如く stream line がつくものとして相當正確に解くことが出来る。

本節 2. に於て述べた様に流れが O' に向つて起り等壓面が半球形であるとするれば 2. に掲げた (281) 式より

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k r} \frac{r}{x} \dots\dots\dots(347)$$

である。然るに圖の場合には equal pressure surface は勿論 $x \cong O'E'$ を半径とする sphere には相違ないが、流入の面積は半球面 $2\pi x^2$ でなくて spherical zone の面積となる。

第百三十八圖



即ち次の如し。

(a) $\omega \cong \sqrt{t^2 + r^2}$ なる場合 (第百三十九圖参照)

此の場合は $G'H'-KI$ の間は流れは起らないから次の如くして F を求むることが出来る。即ち第百三十九圖から判る様に

$$F = 2\pi r H = 2\pi \cos \theta \cdot x^2$$

$$\therefore Q = -2\pi k \cos \theta \cdot x^2 \frac{d\eta}{dx} \dots \dots (348)$$

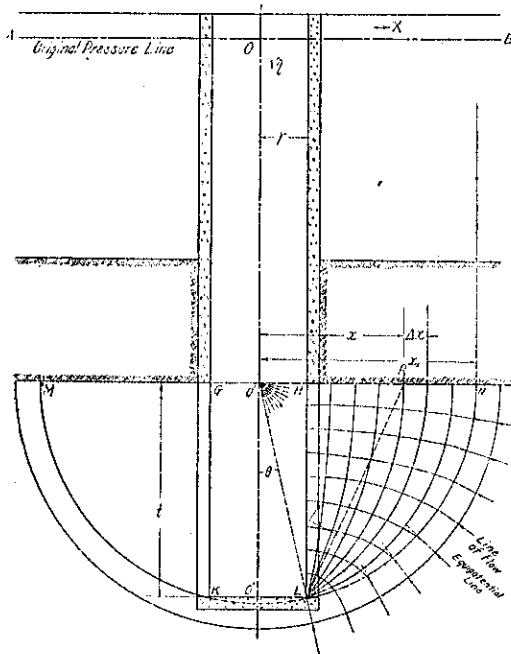
之を解いて

$$\eta = \frac{Q}{2\pi \cos \theta kr} \frac{r}{x} \dots \dots (349)$$

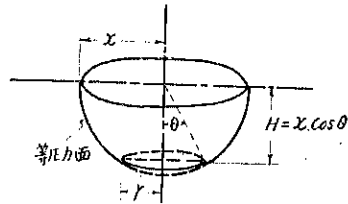
(349) 式が示す様に η の値は (347) 式の値の $\sec \theta$ 倍である。故に底から水が流入しない構造は tubular well の場合を除いては非常なる損失である。

(b) $\omega \leq \sqrt{t^2 - r^2} = t_1$ の場合 (第百四十圖参照)

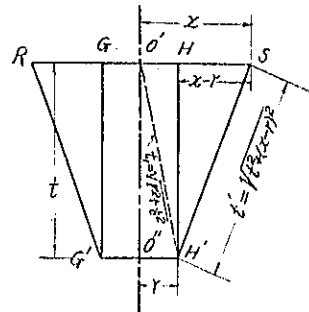
第百四十圖



第百三十九圖



第百四十一圖



今 ω が $O'N$ より小さい時は equal pressure curve は第百四十圖の如きものとするも差支へなからう。此の表面を數學的に求めることは困難にして又實際上其の必要もないであらう。今その面積を求むるには 第百四十一圖に示す如く簡単に $RS-G'H'$ なる截頭圓錐であ

ると考へる。然る時はその表面積は次の如し。

先づ斜邊長は

$$H'S = l' = \sqrt{l^2 + (x-r)^2}$$

上式に於て $l > (x-r)$ であるから Hütte Bd. I, 1920, P. 46, (13) 式より

$$l' = 0.960 l + 0.398(x-r) = 0.398x + 0.960 l - 0.398r$$

$$\therefore F = \frac{1}{2}(2\pi x + 2\pi r)l' = \pi(x+r)(0.398x + 0.960 l - 0.398r)$$

故に次の微分方程式を得る。

$$Q = kF \frac{dy}{dn} \quad \delta n = \frac{2}{3} \delta x$$

とす。然らば

$$dy = - \frac{2Q}{3\pi k} \frac{dx}{(x+r)(0.398x + 0.960 l - 0.398r)}$$

又近似的に

$$dy = - \frac{2Q}{3\pi k} \frac{dx}{0.398x^2 + 0.960 l x + (0.960 l - 0.398r)r} \dots\dots\dots(350)$$

上式の分母の判別式は

$$0.9216 l^2 - 4 \times 0.398(0.960 l - 0.398r)r = 0.9216 l^2 - 1.5283 lr + 0.6336 r^2 \\ = 0.9216(l^2 - 1.6583 lr + 0.6875 r^2)$$

よつて

$$l = \frac{1.5283 r \pm 0}{2 \times 0.9216} = \frac{1.528}{1.8432} r = 0.83 r \dots\dots\dots(351)$$

即ち第百四十二圖に示す如く $l = 0.83r$ の時が分母は等根を有する時にして、其の他の場合は常に判別式は零より大である。此の場合の θ の値を θ_1 とすれば

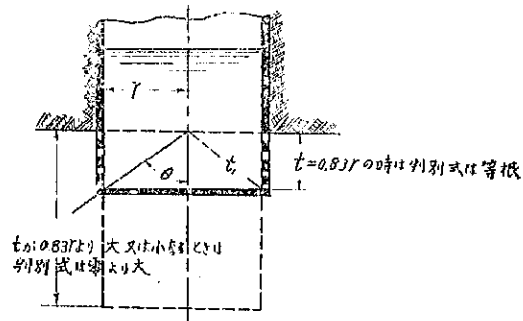
$$\theta = \theta_1 = \arctg \frac{r}{l} = \frac{r}{0.83r} \\ \therefore \theta_1 = 50^\circ 20' \dots\dots\dots(352)$$

θ が 50° 以下となれば l' が l と殆ど變らない様になる。而して l が益々長くなる時は draw-down 及び湧出量の計算は却つて (1) の方法によるべきである。

以下判別式で吟味した處に隨ひ (350) 式の微分方程式の解法を示さう。

(イ) $l > 0.83r$ の場合 l が $0.83r$ より大きいから判別式は正である。今 l が $0.83r$ よりは大なるも、而も左まで大きくない時は次の如くして解いた式を用ひ得るであらう。即ち

第百四十二圖



(350) 式は

$$d\eta = - \frac{2Q}{3 \times 0.398 \pi k} \frac{1}{x^2 + 2.412 tx + (2.412 t - r)r}$$

となる。之れを解いて

$$\eta = - \frac{2Q}{3 \times 0.398 \pi k \sqrt{5.8177 t^2 - 4r(2.412 t - r)}} \log_e \frac{2x + 2.412 t - \sqrt{5.8177 t^2 - 4r(2.412 t - r)}}{2x + 2.412 t + \sqrt{5.8177 t^2 - 4r(2.412 t - r)}} + C$$

然るに(349) 式より $x = t \sec \theta = t_1$ の時は

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k \cos \theta} \quad \text{又は} \quad \frac{Q}{2\pi k t}$$

$$\therefore C = \frac{Q}{2\pi k t} + \frac{2Q}{3 \times 0.398 \pi k \sqrt{\xi}} \log_e \frac{2t_1 + 2.412 t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412 t + \sqrt{\xi}}$$

$$\text{茲に} \quad \xi = 5.8177 t^2 - 4r(2.412 t - r)$$

$$\therefore \eta = \frac{Q}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{2}{3 \times 0.398 \sqrt{\xi}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412 t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412 t + \sqrt{\xi}} - \log_e \frac{2x + 2.412 t - \sqrt{\xi}}{2x + 2.412 t + \sqrt{\xi}} \right\} \right] \dots (353)$$

η_0 は (353) 式に $x=r$ と置いて

$$\eta_0 = \frac{Q}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{\xi}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412 t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412 t + \sqrt{\xi}} - \log_e \frac{2r + 2.412 t - \sqrt{\xi}}{2r + 2.412 t + \sqrt{\xi}} \right\} \right] \dots (354)$$

(口) 略解 (イ)の如くして解く事が出来るが次の如き近似式によつても解く事が出来る。

今 $t' = t$ とすれば (353) 及び (354) 式の代りに (355) 及び (356) 式を得る。

即ち $F = \pi(x+r)t$ とし其の他は前同様にして、

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k t} \left[1 + \frac{4}{3} \log_e \frac{t \sec \theta + r}{x+r} \right] \dots (355)$$

$$x = t \sec \theta \quad \text{のときは} \quad \eta = \frac{Q}{2\pi k t}$$

$$\therefore \eta_0 = \frac{Q}{2\pi k t} \left[1 + \frac{4}{3} \log_e \frac{t \sec \theta + r}{2r} \right] \dots (356)$$

實際に於ては井の側面のみから集水する方法は損な方法である。随つて斯の如き構造の井を設計することは著者は極力反對する。従つてアルテシアン層中に筒井を沈むるに當つては必ず側面のみならず底面より水が滲入する様にすべきである。此の場合の計算は次の節に掲げる。

(ハ) $t = 0.83 r$ の場合

$$d\eta = - \frac{1.675 Q}{\pi k} \frac{1}{x^2 + 2 \times 1.206 tx + (2.412 t - r)r} \dots (357)$$

分母が平方根に開き得るから

$$\eta = \frac{1.675 Q}{\pi k} \frac{1}{1.206 t + x} + C$$

$$x = t_1 \quad \text{の時は} \quad \eta = \frac{Q}{2\pi k t} \quad \text{なるを以て}$$

$$C = \frac{Q}{2\pi kt} \frac{1.675Q}{\pi k} \frac{1}{1.206 t + t_1}$$

$$\therefore \eta = \frac{Q}{2\pi kt} + \frac{1.675Q}{\pi k} \left[\frac{1}{x+r} - \frac{1}{r+1.118r} \right] \dots\dots\dots(358)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{\pi k} + \left[\frac{1}{1.66r} + 1.675 \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{2.324r} \right) \right] = 0.9265 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots(359)$$

(二) t が非常に大なる場合 管井の場合の如く t が r に比して大なる時は水は殆んど水平に流入すると考へる方が實際に近い。故にかゝる時は本節 5. に於て述べた (346) 式即ち t なる厚さのアルテシアン含水層中に t なる長さのアルテシアン井を沈めた場合の式によればよろしい。

(3) 各公式の比較

以下に上に述べた各公式に就て比較研究して見よ。

(a) (346) 式 $\eta_0 = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{r}$ の吟味

今假に $k=0.004m/sec$, $m=1:600$, $\eta=3.00m$ として著者の公式

$$R = \frac{\eta}{m \log_e \frac{R}{r}}$$

より $R=393m$ を得る。

今 $r=4.00m$ の場合を例に取れば $\log_e \frac{R}{r} = 4.58752$

$$\eta_0 = \frac{2.9204}{t} \frac{Q}{kr}$$

之れを書直して

$$\eta_0 = \zeta \frac{Q}{kr}$$

t の各値に對する ζ の値を計算すれば第二十表の如し。

(b) (346) 式

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R(nt+r)}{r(nt+R)}$$
 の吟味

此の式は stream line は水平にして equipotential line は垂直と考へたから φ が大なるに隨ひ (345) 式の計算の結果は不正確となる。且つ φ の決定の方法も見出し得ないから (345) 式は殆んど實驗公式としての價値が無いと言

第 二 十 表

Value of t (m)	Value of $\frac{t}{r}$	Value of $\zeta = \frac{2.9204}{t}$	Value of Q (m ³ /sec)
0	0	∞	0.000
4	1.0	0.7304	0.0657
6	1.5	0.4867	0.0986
8	2.0	0.3656	0.1314
10	2.5	0.29204	0.1644
12	3.0	0.2434	0.1972
20	5	0.14602	0.3287
40	10	0.07301	0.6574

つても過言ではあるまい。従つて態々數値を代入して計算をする必要はなからう。

(c) (354) 式

$$\eta_0 = \frac{Q}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{t}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\xi}} - \log_e \frac{2r + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2r + 2.412t + \sqrt{\xi}} \right\} \right] \text{ の吟味}$$

(354) 式を變化して

$$\eta_0 = \sigma \frac{Q}{kr} \dots \dots \dots (354a)$$

とし、 t の種々の値に對する σ の値を求めれば第二十一表の如し。

第 二 十 一 表

Value of t	Value of $\frac{t}{r}$	Value of σ	Value of Q (cub. m/sec)
$0.50r$	0.50	0.4361	0.1161
$0.83r$	0.83	0.2265	0.2119
$1.00r$	1.00	0.1975	0.2430
$2.00r$	2.00	0.1272	0.3773
$5.00r$	5.00	0.0755	0.6358
$10.00r$	10.00	0.0494	0.9717

(d) (356) 式 $\eta_0 = \frac{Q}{2\pi kt} \left[1 + \frac{4}{3} \log_e \frac{t \sec \theta + r}{2r} \right]$ の吟味

(356) 式によつて計算すれば第二十二表の如し。

第 二 十 二 表

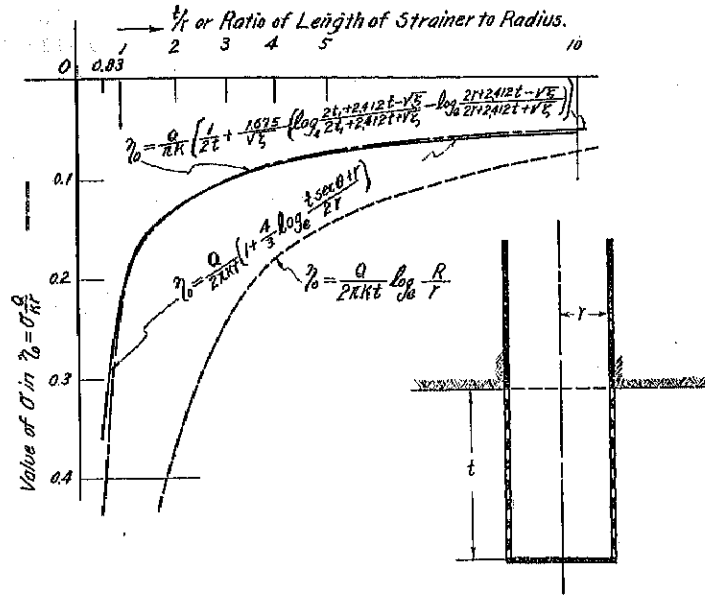
Value of t	$1 + \frac{4}{3} \log_e \frac{t \sec \theta + r}{2r}$	$\frac{r}{2\pi t}$	σ	Q (m ³ /sec)
$0.5r$	1.07636	0.31831	0.34262	0.1401
$1.0r$	1.25066	0.15915	0.19904	0.2412
$2.0r$	1.63813	0.07958	0.19036	0.9082
$5.0r$	2.48515	0.03183	0.07910	0.6068
$10.0r$	3.27643	0.01592	0.05216	0.9202

上表より明かなる如く方程式 (346) 式による計算は方程式 (354) による計算より η_0 の値に就ては大なる値を示す。之れは equipotential surface を小に見積つたためで當然の結果である。しかるに t が $10r$ 以上となれば殆んど大差がない様になる。上表に掲げた各公式の計算値を圖に示せば第四百十三圖の如し。尙 t が r 以上になれば (354) 式も (356) 式も殆んど同値であることがわかる。

(4) 結 言

以上述べた處より側面のみから水が流入する場合の井の湧出量及び draw-down に關して次の如く結言し得やう。

第四百十三圖



(i) 井の側面のみから流入する様な型は管井の場合のみに限り採用すべきものである。かかる場合には strainer の長さは相當長いたことが肝要である。然る時は draw-down 又は湧出量の計算は (346) 式

$$s_0 = \frac{Q}{2\pi kt} \log_e \frac{R}{r}$$

に依つてよからう。

(ii) 割合に直径の大なる井を使用し、その側面のみより集水するの止むなき場合には (354) 式

$$s_0 = \frac{Q}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.875}{\sqrt{\zeta}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\zeta}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\zeta}} - \log_e \frac{2r + 2.412t - \sqrt{\zeta}}{2r + 2.412t + \sqrt{\zeta}} \right\} \right]$$

茲に $\zeta = 5.8177 t^2 - 4r(2.412 - r)$

又は (356) 式

$$s_0 = \frac{Q}{2\pi kt} \left[1 + \frac{4}{3} \log_e \frac{1 + \sec \theta + r}{2r} \right]$$

の何れかに依つて draw-down 又は湧出量の計算をしてよろしい。しかし如何なる場合でも t が $2r$ より小さい構造はよろしくない。而して上 2 式は draw-down は眞値より小に、又流量は大に表はるゝは式の成立より明かである。

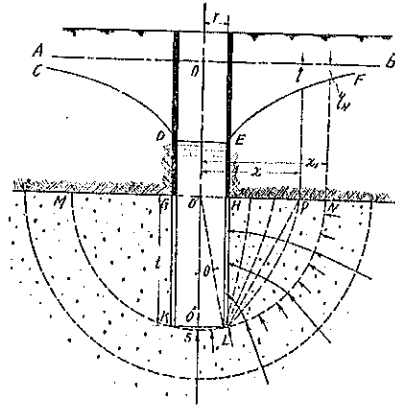
要之本節に述べた構造は管井の場合に限り採用して有効のものである。而して直径の大きい掘抜井の時は次の節に述べる如く側面のみならず井底よりも流入する様にするのが本則である。

6. 井の底面及び側面より水が流入する場合

(1) Strainer の長さ t が r に比し左まで大ならざる場合

此の場合の stream line 及び equipressure line は第百四十四圖の如くであると假定する。然らば次の如くして相常精確に水面降下及び湧出量を解き得るであらう。井の側面及び底面より水が流入する時は MKLN なる hemisphero 迄は水は放射状に、その内部に於ては圖示の如き徑路を採つて流入するものと假定すれば次の如くして水面降下及び湧出量の計算が出来る譯である。

第百四十四圖



(a) 近似的解法

(i) $x \geq \sqrt{t^2 + r^2}$ 即ち $x \geq x_1$ の場合 MKLN 外にては

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k r} \frac{r}{x} \dots\dots\dots(360)$$

但し $x > x_1 = t \sec \theta$

而して $\eta_N = \frac{Q}{2\pi k t \sec \theta} = \frac{Q}{2\pi k t} \cos \theta \dots\dots\dots(361)$

(ii) $x \leq t \sec \theta$ の場合 次に MKLN 内に於て KLS なる spherical cap の損失水頭を無視する時は解法は 5. の方程式 (355) 及び (356) に於て 1 の代りに $\cos \theta$ を入れて

$$\eta = \frac{Q \cos \theta}{2\pi k t} \left[1 + \frac{4}{3} \log_2 \frac{t \sec \theta + r}{x+r} \right] \dots\dots\dots(362)$$

但し $x \leq x_1 = t \sec \theta$

而して

$$\eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{2\pi k t} \left[1 + \frac{4}{3} \log_2 \frac{t \sec \theta + r}{2r} \right] \dots\dots\dots(363)$$

此の解法は equipotential surface を實際より小さく假定したから η_0 は眞値より大に表はれる、反之 Q は小に表はれる。

(b) 精確なる解法

(i) $x \geq x_1$ 又は $t \sec \theta$ の場合

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k x} \dots\dots\dots(364)$$

$$\eta_N = \frac{Q}{2\pi k t} \cos \theta \dots\dots\dots(365)$$

(ii) $x \leq t \sec \theta$ の場合 井の側面より流入する水量は $Q \cos \theta$ である。

故に (354) 式同様にして

$$\eta = \frac{Q \cos \theta}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{\xi}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\xi}} - \log_e \frac{2x + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2x + 2.412t + \sqrt{\xi}} \right\} \right] \dots\dots (360)$$

然るに $x=r$ のときは、 $\eta = \eta_0$ なるを以て

$$\eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{\xi}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\xi}} - \log_e \frac{2r + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2r + 2.412t + \sqrt{\xi}} \right\} \right] \dots\dots (367)$$

(2) Strainer の長さ t が r に比して大差ないか又は小なる場合例へば large dug well の兩側及び底部より水が流入する場合

此の場合は次の解法による。

第百四十五圖の如き場合に於ては、半球 MSN 内に於ては球頭 KSL の部分の損失水頭があるから理論的に論ずる時は

$$\eta = \frac{Q \cos \theta}{2\pi k t} \left[1 + \log_e \frac{t \sec \theta + r}{x + r} \right]$$

なる式は用ひられず。

然るに $t > 2r$ 即ち井の徑と同じ深さ位含

水層中に井を穿入沈下する時は上式によつても實際上誤差は僅少である。今 $r \leq t \leq 2r$ の間に於ては η_0 を求むるには spherical bottom の井の場合と同様に考へる。但し此の場合に於ては r の代りに r と t の平均値を取り之れを $\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k r} \frac{r}{x}$ の x の代りに代入して

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k r} \frac{r}{\frac{r+t}{2}} = \frac{Q}{\pi k(r+t)} \dots\dots (368)$$

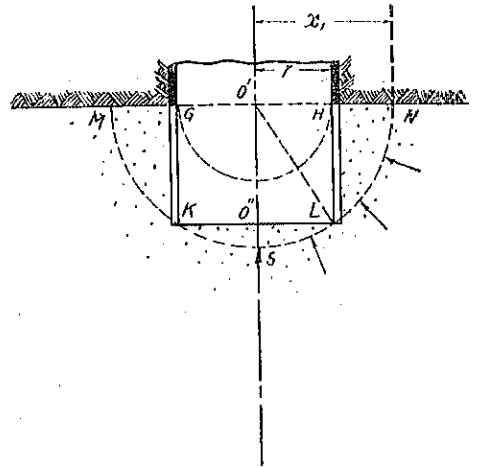
次に第百四十六圖に示す如く t が r より小なれば spherical cap の損失水頭が反つて大となるのである。故に若し t が非常に小となれば、

$$\eta_0 = \frac{Q}{2\pi k r} \text{arc sin } \frac{r}{x} \dots\dots (369)$$

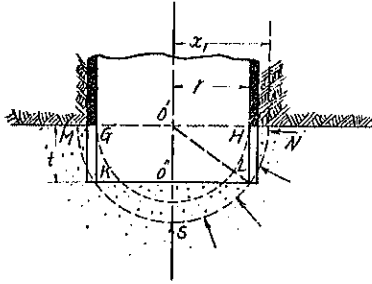
によりて η_0 又は Q を計算すべきである。勿論眞實の値は之れより幾分小なる筈であるが實際上は上式によりて差支へない。

(3) t が r に比して大なる場合

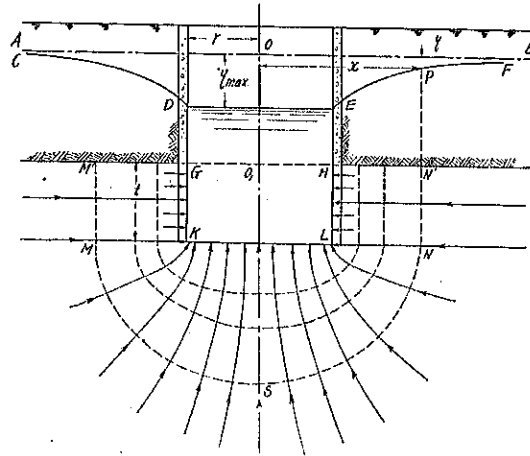
第百四十五圖



第四百十六圖



第四百十七圖



(a) Stream line は井底以下に於ては雙曲線、夫れ以上にては水平と假定する解法
本解法は近似的にして η は眞値より小に表れ、随つて Q は大に表はれる。

井の側面及び底面より地下水が流入する場合に於て第四百十七圖の如き stream line が起るものと假定すれば次の如くして η と Q との關係を求め得る。先づ

$$I' = 2\pi x^2 - \pi r^2 + 2\pi x t$$

$$\therefore d\eta = -\frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{2x^2 + 2tx - r^2}$$

而して $(2t)^2 + 4 \times 2r^2 > 0$ なるときは

$$\eta = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{\sqrt{t^2 + 2r^2}} \log_a \frac{2x + t - \sqrt{t^2 + 2r^2}}{2x + t + \sqrt{t^2 + 2r^2}} \dots\dots\dots(370)$$

$$\text{又は} \quad \eta = \frac{Q}{\pi k \sqrt{t^2 + 2r^2}} \operatorname{arctg} \frac{2x + t}{\sqrt{t^2 + 2r^2}}$$

$$\therefore \eta_0 = \frac{Q}{\pi k \sqrt{t^2 + 2r^2}} \operatorname{arctg} \frac{2r + t}{\sqrt{t^2 + 2r^2}} \dots\dots\dots(371)$$

$$\text{又は} \quad \eta_0 = \frac{Q}{2\pi k \sqrt{t^2 + 2r^2}} \log_a \frac{2r + t - \sqrt{t^2 + 2r^2}}{2r + t + \sqrt{t^2 + 2r^2}}$$

t が大なる時は井底より流入する水量は側面より流入するものに比して少ないのである。
かゝる場合には上述の公式を適用して相當精密なる結果を得べし。

(b) 側面及び底面より流入する量を別々に分ちて計算する方法

t が r に比して大なる場合には stream line が (a) の場合と同様に起るものとして、井の上部は t なる厚さの含水層に穿ちたる普通アルテシアン井と考へ、底部の方は平底井と考へて次の解法を得る。即ち

$$Q = \frac{2\pi k t \eta_0}{\log_e \frac{R}{r}} + 4kr\eta_0$$

又は

$$Q = 2k\eta_0 \left(\frac{\pi t}{\log_e \frac{R}{r}} + 2r \right) \dots\dots\dots(372)$$

$$\eta_0 = \frac{Q}{2k} \left[\frac{\pi t}{\log_e \frac{R}{r}} + 2r \right]^{-1} \dots\dots\dots(373)$$

(4) 各公式の比較研究

上述の各公式の精度を例題を以て説明しよう。

計算資料

$$\eta_0 = 3\text{m}, \quad k = 0.004\text{m/sec}, \quad r = 4\text{m}$$

$$(363) \text{ 式} \quad \eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{2\pi k t} \left[1 + \frac{1}{3} \log_e \frac{t \sec \theta + r}{2r} \right] = \sigma \frac{Q}{kr}$$

によつて計算すれば第二十三表の如くなる。上式は t が r に比して大なる場合正確な値を與へる。而して式本來の誘導道程より明かなる如く η_0 は眞値より小に現はれる。

第 二 十 三 表

Value of t	Value of $\frac{t}{r}$	Value of σ	Value of Q (m ³ /sec)
0.5 r	0.5	0.1532	0.3133
1.0 r	1	0.14077	0.3410
2.0 r	2	0.1166	0.4117
5.0 r	5	0.0776	0.6186
10.0 r	10	0.0519	0.9249

(368) 式によつて計算すれば $r < t \leq 2r$ の間にては、

$$\eta_0 = \frac{Q}{\pi k(r+t)}$$

上式から第二十四表を得る。

第 二 十 四 表

Value of t	Value of $\frac{t}{r}$	Value of σ	Value of Q (m ³ /sec)
1 r	1	0.1592	0.3016
2 r	2	0.1061	0.4524

Flat bottomed well の時は $\sigma = 0.2500, Q = 0.1920 \text{ m}^3/\text{sec}$

Spherical bottomed well の時は $\sigma = 0.1592, Q = 0.3016 \text{ m}^3/\text{sec}$

となる。

(367) 式

$$\eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{\zeta}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\zeta}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\zeta}} - \log_e \frac{2r + 2.412t - \sqrt{\zeta}}{2r + 2.412t + \sqrt{\zeta}} \right\} \right] = \sigma \frac{Q}{\pi k}$$

に従ひ t と Q との関係を求めれば第二十五表の如くなる。

第 二 十 五 表

Value of t	$\cos \theta$	σ	Value of Q (m^3/sec)
$0.5r$	0.44722	0.1950	0.2403
$1.0r$	0.70721	0.1397	0.3436
$2.0r$	0.89441	0.1133	0.4218
$5.0r$	0.98058	0.0740	0.6487
$10.0r$	0.99502	0.0492	0.9756

(371) 式

$$\eta_0 = \frac{Q}{\pi k \sqrt{t^2 + 2r^2}} \mathfrak{W}(\mathfrak{r} \mathfrak{C} \operatorname{tg} \frac{2r+t}{\sqrt{t^2 + 2r^2}}) = \sigma \frac{Q}{kr}$$

から第二十六表を得る。

第 二 十 六 表

Value of t	Value of $\frac{2r+t}{\sqrt{t^2 + 2r^2}}$	$\mathfrak{W}(\mathfrak{r} \mathfrak{C} \operatorname{tg} \frac{2r+t}{\sqrt{t^2 + 2r^2}})$	σ	Q (m^3/sec)
$0.5r$	0.60000	0.6930	0.1471	0.3263
$1.0r$	0.57737	0.6585	0.1210	0.3907
$2.0r$	0.61238	0.7130	0.0927	0.5178
$5.0r$	0.74231	0.9560	0.0586	0.8191
$10.0r$	0.84166	1.2270	0.0387	1.2403

(373) 式

$$\eta_0 = \frac{Q}{2k} \left[\frac{\pi t}{\log_e \frac{R}{r}} + 2r \right]^{-1} = \sigma \frac{Q}{kr}$$

から計算して第二十七表を得る。

第 二 十 七 表

Value of t	Value of $\frac{2\pi k l \eta_0}{\log_e \frac{R}{r}}$	Value of $4kr\eta_0$	σ	Q (m^3/sec)
0	0.0000	0.1920	0.2500	0.1920
$1r$	0.0657	0.1920	0.1863	0.2577
$2r$	0.1314	0.1920	0.1484	0.3234

Value of t	Value of $\frac{2\pi kbt_0}{\log_e \frac{R}{r}}$	Value of $4kr\eta_0$	σ	Q (m ³ /sec)
5r	0.3287	0.1920	0.0922	0.5207
10r	0.6374	0.1920	0.0565	0.8194

以上計算せる結果を圖示すれば第百四十八圖の如くなる。

第百四十八圖

(B) 結 言

以上誘導せる公式及び計算例題によつて吾人は次の如く結言し得るものと信ず。

(i) 管井の場合又は t が r に比して大なる掘井の場合

上述の研究より明かなる如く t が r に比して大なる時は何れの方程式も殆ど同一の値を表はす。随つて何れの解法によつても差支へない譯である。随つて各式の中で最も簡單なる (373) 式

$$\eta_0 = \frac{Q}{2k} \left[\frac{\pi t}{\log_e \frac{R}{r}} + 2r \right]^{-1}$$

によるを便とす。

(ii) Large dug well

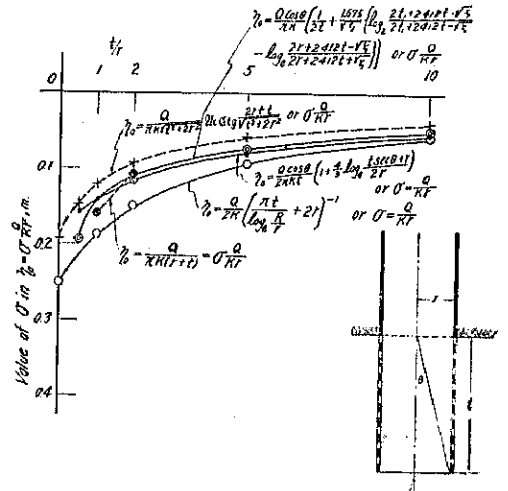
Large dug well の場合には井の側面及び底面より水が流入する様にすることが得策なることは言を俟たない處である。而して此の場合何れの公式に随ふべきかと言ふに η_0 に就て言へば (371) 式は小に失し (373) 式は大に失する。 Q に對しては正にその反對である。而して equipotential surface の取り方は (367) 式の場合が最も真に近い、故に此の (367) 式の結果が最も真に近い譯である。而して (363) 式は近似的解法であるが (367) 式と殆ど同一の結果を與へるものである。故に吾人は $r \leq t \leq 20r$ の範囲内では、(367) 式

$$\eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{k}} \left\{ \log_e \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{k}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{k}} - \log_e \frac{2r + 2.412t - \sqrt{k}}{2r + 2.412t + \sqrt{k}} \right\} \right]$$

又は (363) 式、

$$\eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{2\pi kt} \left[1 + \frac{4}{3} \log_e \frac{t \sec \theta + r}{2r} \right]$$

の何れかに依つて η_0 又は Q を計算してよい。之れ等の式に於ては井底の spherical cap の含水層中の損失水頭を無視してあるから、 $t=0$ の時は



$$\eta_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{kr} = 0.1592 \frac{Q}{kr}$$

となる、従つて t が非常に小さい時は最大 20% の誤差が生ずるものであるから t が r 以下のときは (367) 式又は (363) 式は用ひられない。第百四十八圖に於て (371) 式と (367) 式とを比較する時は equipotential surface の取方及び differential equation の variable の取方が η に如何なる影響を及ぼすかゞ伺はれる。

次に t が r より小なる時に就て吟味すれば、

$$t=0 \text{ の時は } \eta_0 = 0.25 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots (a)$$

$$t=r \text{ の時は } \eta_0 = 0.14 \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots (b)$$

spherical bottom の時は $\eta_0 = 0.1592 \frac{Q}{kr}$ であるから $0 \leq t \leq r$ なる場合に對しては、 η_0 又は Q は

$$\eta_0 = \left(0.25 - 0.11 \frac{t}{r} \right) \frac{Q}{kr} \dots\dots\dots (374)$$

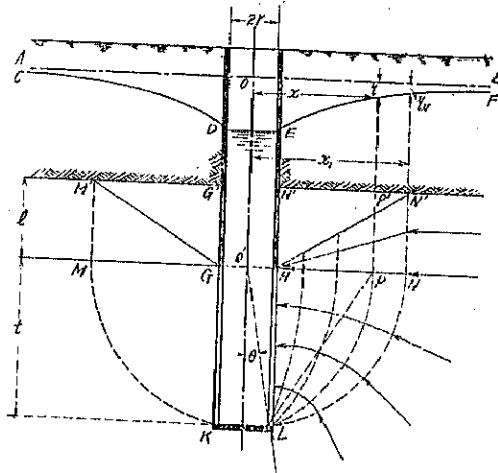
から計算してよからう。

7. 井の下部側面にのみ流入口がある場合

(1) t が割合に短かくして r が大なる場合

管井の場合湧出量を大ならしめるため自然 η_0 の大なるに備へるために第百四十九圖に示すが如き構造にすることがある。此の場合の流入量及び水面降下の計算を試みようと思ふ。

第百四十九圖



(a) t が割合に大なる場合 (實際問題

としては此の如き場合は稀である)

(i) $x \geq \sqrt{t^2 + r^2} = x_1$ の場合

任意の點の水面降下は次の如くなる。

$$\begin{aligned} F &= 2\pi x \alpha \cos\theta + 2\pi x l \\ &= 2\pi \cos\theta x^2 + 2\pi l x \\ &= 2\pi(\cos\theta x^2 + lx) \end{aligned}$$

$$\therefore d\eta = - \frac{Q}{2\pi k \alpha (\cos\theta x + l)}$$

積分して

$$\eta = \frac{Q}{2\pi k l} \log_e \frac{\cos\theta x + l}{x} + C$$

$x = \infty, \eta = 0$ なるを以て

$$C = 0$$

$$\therefore \eta = \frac{Q}{2\pi k l} \log_e \frac{\cos\theta x + l}{x} \dots\dots\dots (375)$$

(ii) $x \leq \sqrt{t^2 + r^2}$

次に M'MKLI'N' 内に於ける draw-down は次の如くである。

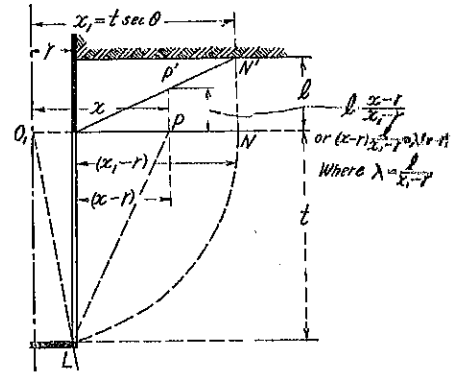
先づ stream line は第百四十九圖及び第百五十

第百五十圖

圖の如くであるとして次の解を得る。

$$\begin{aligned}
 F &= \pi(x+r)(0.398x+0.960t-0.398r) \\
 &\quad + 2\pi x\lambda(x-r) \\
 &= \pi[0.398x^2+0.960tx+(0.960t-0.398r) \\
 &\quad + 2\lambda x^2-2\lambda rx] \\
 &= \pi[(0.398-2\lambda)x^2+(0.960t-2\lambda r)x \\
 &\quad + (0.960t-0.398r)]
 \end{aligned}$$

l が相當大なる時は stream line は N'H よりも凹状をなすべく、随つて此の場合には $\delta n \doteq \delta x$ と假定してよろしからう。故に



$$d\eta = -\frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{(0.398-2\lambda)x^2+(0.960t-2\lambda r)x+(0.960t-0.398r)}$$

而して分母は常に+(正)であるから、

$$\begin{aligned}
 \eta &= -\frac{Q}{\pi k \sqrt{(0.960-2\lambda r)^2-4(0.398-2\lambda)(0.960t-0.398r)}} \times \\
 &\quad \log_2 \frac{2(0.960t-0.398r)x+(0.960t-2\lambda r)-\sqrt{(0.960-2\lambda r)^2-4(0.398-2\lambda)(0.960t-0.398r)}}{2(0.960t-0.398r)x+(0.960t-2\lambda r)+\sqrt{(0.960-2\lambda r)^2-4(0.398-2\lambda)(0.960t-0.398r)}} + C
 \end{aligned}$$

$x = l_1$ 又は $t \sec \theta$ の時は

$$\eta_N = \frac{Q}{2\pi k l} \log_2 \frac{l+l}{l \sec \theta}$$

今 $\sqrt{(0.960-2\lambda r)^2-4(0.398-2\lambda)(0.960t-0.398r)} = \sqrt{\mu}$ とすれば、

$$\begin{aligned}
 \eta_0 &= \frac{Q}{\pi k \sqrt{\mu}} \left[\log_2 \frac{2(0.960t-0.398r)l \sec \theta + (0.960t-2\lambda r) - \sqrt{\mu}}{2(0.960t-0.398r)l \sec \theta + (0.960t-2\lambda r) + \sqrt{\mu}} \right. \\
 &\quad \left. - \log_2 \frac{2(0.960t-0.398r)x + (0.960t-2\lambda r) - \sqrt{\mu}}{2(0.960t-0.398r)x + (0.960t-2\lambda r) + \sqrt{\mu}} \right] \\
 &\quad + \frac{Q}{2\pi k l} \log_2 \frac{l+l}{l \sec \theta} \dots \dots \dots (376)
 \end{aligned}$$

η_0 は $x=r$ と置いて求めらるゝ。即ち

$$\begin{aligned}
 \eta_0 &= \frac{Q}{\pi k \sqrt{\mu}} \left[\log_2 \frac{2(0.960t-0.398r)l \sec \theta + (0.960t-2\lambda r) - \sqrt{\mu}}{2(0.960t-0.398r)l \sec \theta + (0.960t-2\lambda r) + \sqrt{\mu}} \right. \\
 &\quad \left. - \log_2 \frac{2(0.960t-0.398r)r + (0.960t-2\lambda r) - \sqrt{\mu}}{2(0.960t-0.398r)r + (0.960t-2\lambda r) + \sqrt{\mu}} \right] + \frac{Q}{2\pi k l} \log_2 \frac{l+l}{l \cos \theta} \dots \dots (377)
 \end{aligned}$$

(377) 式が與へる η_0 の値は、 δn を眞値よりも少しく大に取つて居るから、眞値よりも多少大に表はれるものである。

(b) l が甚だ小なる場合

此の場合は 5. に掲げた (354) 式又は (356) 式を用ひて計算して差支へない。

(2) t が割合に長くして r が小なる場合

管井の場合の如く r が小で t が大なるときは寧ろ (1) の解法によるよりは第三節 3. の解法による方がよしい。即ち $(l+t)$ を含水層の全深とし、 t を strainer の長さとして、それ等の値を (254) 式及び (256) 式に代入して水面降下又は湧出量を求めることが出来よう。

(3) 結 言

(i) 管井の場合に於て水が滲透し得ざる部分を長くすることは η_0 を特に大ならしむる必要がある場合の外は甚だ損失である。而して斯かる場合には湧出量及び draw-down の計算は (2) に述べた様に第三節 3. に論じた處に随ふ方がよいと思ふ。

(ii) Large dug well の場合には井底より水が流入する様な構造にすることは湧出量を増す點より言つても、又井工の沈下作業の點より論じても是非かくすべきのものである。而して井底を閉塞するが如き構造は實際上有り得べからざる事である。

(iii) 要之管井の場合には稀には本節の如き構造に遭遇することがあるかも知れないが、large dug well の場合には、かゝることは殆どないものと思つてよい。故に上に論じた精確なる計算法も此の場合には割合に意味をなさない。

8. 井の底部及び側面の一部より水が流入する場合

Large dug well の場合湧出量を大ならしめる目的で井の側面の下部及び底部から水を集めることが屢々あるのである。第百五十一圖は斯かる井の流線及び水面降下の模様を示したものである。

(1) t が r に比し大にして且つ l も相當大なる場合

(a) 第百五十一圖の如く井底以上の stream line は水平にして井底以下は双曲線曲轉體と假定しての解法

先づ第百五十一圖に於て R''RQPP'' 以外に於ては、 x なる横距の點の水面降下は 6. (3) (a) に於て掲げた (370) 式から計算することが出来る。

$$\eta = -\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 2r^2}} \log_e \frac{2x + L - \sqrt{L^2 + 2r^2}}{2x + L + \sqrt{L^2 + 2r^2}}$$

又は

$$\eta = -\frac{Q}{\pi k} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 2r^2}} \eta_0 \operatorname{tg} \frac{2x + l}{\sqrt{L^2 + 2r^2}}$$

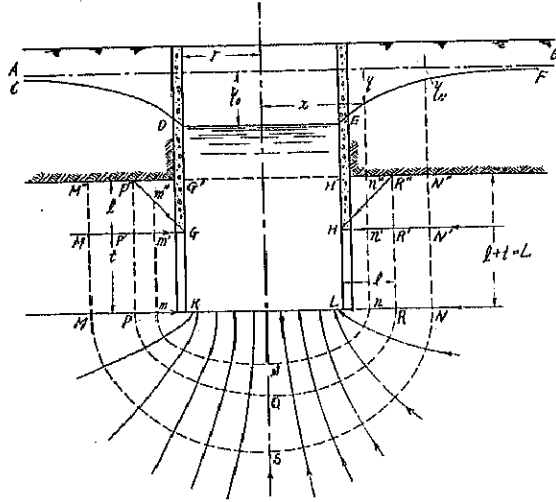
次に PQR 以内にては

$$\begin{aligned} F &= 2\pi x^2 - \pi r^2 + 2\pi x t + 2\pi(x-r)x = 2\pi x^2 - \pi r^2 + 2\pi x t + 2\pi x^2 - 2\pi r x \\ &= 4\pi x^2 + 2\pi(t-r)x - \pi r^2 \dots\dots\dots (a) \end{aligned}$$

$$\therefore Q = -k\pi[4x^2 + 2(t-r)x - r^2] \frac{d\eta}{dx}$$

$$\therefore d\eta = -\frac{Q}{\pi k} \frac{dx}{4x^2 + 2(t-r)x - r^2} \dots\dots\dots (378)$$

第百五十一圖



上式の分母の判別式は $4(t-r)^2 - 4 \times 4(-r^2) = 4(t-r)^2 + 16r^2 > 0$ となる。

$$\begin{aligned} \therefore \eta &= -\frac{Q}{\pi k} \frac{1}{\sqrt{4(t-r)^2 + 16r^2}} \log_e \frac{2 \times 4x + 2(t-r) - \sqrt{4(t-r)^2 + 16r^2}}{2 \times 4x + 2(t-r) + \sqrt{4(t-r)^2 + 16r^2}} + C \\ &= -\frac{Q}{2\pi k} \frac{1}{\sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} \log_e \frac{4x + (t-r) - \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}}{4x + (t-r) + \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} + C \dots\dots\dots (b) \end{aligned}$$

而して

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{\sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} \log_e \frac{4(r+l) + (t-r) - \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}}{4(r+l) + (t-r) + \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{L^2 + 2r^2}} \log_e \frac{2(r+l) + L - \sqrt{L^2 + 2r^2}}{2(r+l) + L + \sqrt{L^2 + 2r^2}} \right] \dots\dots\dots (c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \eta &= \frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{\sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} \left\{ \log_e \frac{4(r+l) + (t-r) - \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}}{4(r+l) + (t-r) + \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \log_e \frac{4x + (t-r) - \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}}{4x + (t-r) + \sqrt{(t-r)^2 + 4r^2}} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{L^2 + 2r^2}} \log_e \frac{2(r+l) + L - \sqrt{L^2 + 2r^2}}{2(r+l) + L + \sqrt{L^2 + 2r^2}} \right] \dots\dots\dots (379) \end{aligned}$$

$x=r$ として η_0 を求むることが出来る。既に述べた 6. (3) (a) は本場合の特別な場合である。

本解法は近似的にして η_0 の値は眞値より多少は小さいがその誤差は僅少である。

(b) 側面及び底面より流入する量を別々に計算する方法

即ち井底以上は第二節 2. に述べた様に L なる厚さの含水層の中にもなる長さの集水口又は strainer を有するアルテシアン井と考へ、又井底よりの湧出量は第四節 3. に述べた様に

(299)式, $Q=4kr\eta_0$ によつて計算する。即ち本節 6. (3) (b) の (372) 式及び (373) 式と同様の方法によつて誘導し得る。

従つて此の解法による時は湧出量は眞値よりも小に, draw-down は眞値より大に現はれるであらう。

(c) t が非常に大なる時

t が非常に大なる時は井底よりの流入は無視して解いても差支へない。

(2) (1) の場合に於て l が小なる場合

此の場合は l を無視して 6. に述べた公式を其の儘使用してよるしい。

(3) 結 言

本節の型式の井は 6. に掲げた構造の井に比して η_0 を大ならしめ得るものであつて, 時には吾人が遭遇する構造である。その水面降下及び湧出量の計算の方法は既に述べたので此處に重ねて繰返す必要はあるまい。

9. 各種構造の井の比較

既に述べた様に井はその構造により湧出量, 水面の降下に影響あるものであるから, その構造の如何が夫れ等に如何程の影響を及ぼすかを計算例を以て吟味して見よう。

(1) Large dug well の場合

計算資料

$$k=0.004 \text{ m/sec}, \quad m=1/300, \quad r=4.00 \text{ m}$$

(a) η_0 を常數として各種構造井の Q を比較す (η_0 を 3.00 m とする)

(i) 球底井 (285) 式, $\eta_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{kr}$ より

$$\eta_0 = 0.1592 \frac{Q}{kr}$$

$$Q = 2\pi kr \eta_0 = 2 \times 3.1416 \times 4 \times 3 \\ \times 0.004 = 0.3016 \text{ eub. m/sec}$$

(ii) 平底井 (299) 式 $\eta_0 = \frac{1}{4} \frac{Q}{kr}$ より

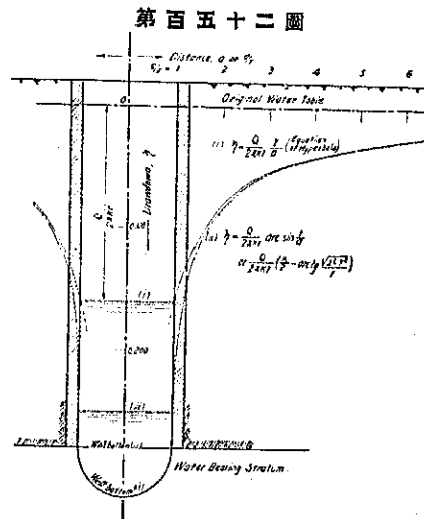
$$\eta_0 = 0.25 \frac{R}{kr}$$

$$Q = 4 \times 0.004 \times 4 \times 3 = 0.1920 \text{ eub. m/sec}$$

而して draw-down の様子は第五十二圖に示すが如し。

(iii) 含水層中に穿入せる平底井 (310) 式

$$\eta_0 = -\frac{Q}{2\pi k} \left[\frac{1}{\sqrt{l^2 + 2r^2}} \log_e \frac{3l + 2r - \sqrt{l^2 + 2r^2}}{3l + 2r + \sqrt{l^2 + 2r^2}} + \frac{1}{\sqrt{5}r} \log_e \left\{ \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \frac{4l + (3 + \sqrt{5})r}{4l + (3 - \sqrt{5})r} \right\} \right]$$



を變化して $\eta_0 = \frac{Q}{2\pi b} [\xi]$ とする、之れは又 $\eta_0 = \frac{[\xi]r}{2\pi} \frac{Q}{kr} = \sigma \frac{Q}{kr}$ となすことが出来る。上式から Q を計算する時は第二十八表の如くなる。又表から l/r と σ 及び Q との關係を圖示すれば第百五十三圖の如くなる。

第二十八表

Value of l	Value of l (m)	Value of ξ	Value of σ $\xi r/2\pi$	Value of Q (m ³ /sec)	Corrected Value of σ	Corrected Value of Q (m ³ /sec)
0	0	0.3111	0.1980	0.2424	0.2500	0.1920
1.0 r	4	0.2557	0.1628	0.2949	0.2035	0.2359
1.5 r	6	0.2384	0.1518	0.3163	0.1898	0.2529
2.0 r	8	0.2342	0.1491	0.3219	0.1864	0.2575
2.5 r	10	0.2309	0.1470	0.3266	0.1838	0.2612
3.0 r	12	0.2288	0.1457	0.3295	0.1821	0.2636
5.0 r	20	0.2241	0.1427	0.3364	0.1784	0.2691
10.0 r	40	0.2180	0.1387	0.3461	0.1734	0.2768

上表に於て $l=0$ の場合の値は 3. (3) Case (i) に述べた (308) 式の眞値と一致すべきであるが、(340) 式の假定が不當なりしたため表中の Q は眞値よりは約 20% 大に現はれて居る。

即ち (340) 式からは $Q=0.2424$ cub.m/sec と現はるゝも實際の眞値は本節 (ii) に計算する如く 0.1920 cub. m/sec である。即ち Q は約 20% 大に現はれて居る。而して $\xi r/2\pi$ 即ち σ の値は實際より小に表れてゐるのである。即ち l が小なる場合には Q に對しては

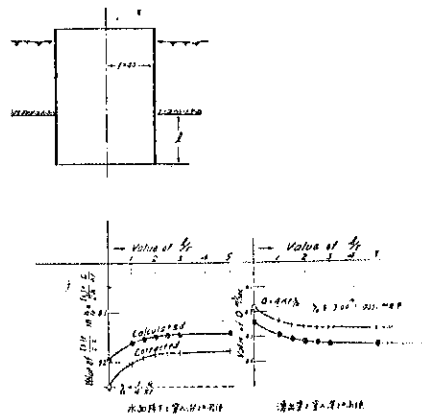
estimate であるから l が小さい時には (ii) の $Q=4kr\eta_0$ の式による方が實際に近い値を得られよう。故に著者は (340) 式の代りに次の (342) 式の訂正公式をおすすめする。

以上の如く (340) 式は多少の誤差がある。即ち l を零とすれば (340) 式によるときは σ は 0.1980 であるが、眞値は 0.25 である。即ち η_0 の眞値は (340) 式の計算値に 1.25 を乗じたものと見るのが正當であると考へる。故に訂正公式は (342) 式

$$\eta_0 = -\frac{Q}{5k} \left[\frac{1}{\sqrt{l^2+2r^2}} \log_2 \frac{3l+2r-\sqrt{l^2+2r^2}}{3l+2r+\sqrt{l^2+2r^2}} + \frac{1}{\sqrt{5}r} \log_2 \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \frac{4l+(3+\sqrt{5})r}{4l+(3-\sqrt{5})r} \right]$$

となる。此の式によつて σ 及び Q の値を計算した値を訂正值と稱し、第二十八表に表は

第百五十三圖



て置いた。

(iv) t なる長さの流入部又は strainer を有する井 既に述べた様に (354) 式の計算値を以て眞値を考へれば

$$\eta_0 = \frac{Q}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{\xi}} \left\{ \log_2 \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\xi}} - \log_2 \frac{2r + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2r + 2.412t + \sqrt{\xi}} \right\} \right]$$

又は $\eta_0 = \sigma \frac{Q}{kr}$ 上式の計算値を表示すれば第二十九表の如し。

第 二 十 九 表

Value of t	Value of t/r	Value of σ	Value of Q (m ³ /sec)	Remarks
0.50 r	0.50	0.4801	0.1101	
0.83 r	0.83	0.2265	0.2119	(359) 式による
1.00 r	1.00	0.1975	0.2490	
2.00 r	2.00	0.1272	0.3775	
5.00 r	5.00	0.0755	0.6358	
10.00 r	10.00	0.0494	0.9717	

(v) 底面及び側面より水が流入する場合 $r \leq t \leq 20r$ の場合に就て計算すれば, (367) 式

$$\eta_0 = \frac{Q \cos \theta}{\pi k} \left[\frac{1}{2t} + \frac{1.675}{\sqrt{\xi}} \left\{ \log_2 \frac{2t_1 + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2t_1 + 2.412t + \sqrt{\xi}} - \log_2 \frac{2r + 2.412t - \sqrt{\xi}}{2r + 2.412t + \sqrt{\xi}} \right\} \right]$$

又は $\eta_0 = \sigma \frac{Q}{\pi k}$ より第三十表の計算値を得る。

第 三 十 表

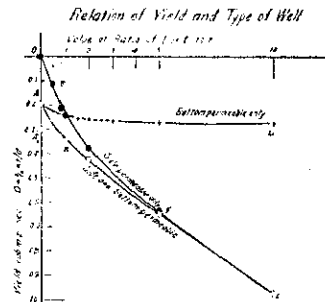
Value of t	Value of σ	Value of Q (m ³ /sec)
1 r	0.1397	0.3436
2 r	0.1138	0.4218
5 r	0.0740	0.6487
10 r	0.0492	0.9756

以上計算した各型の井の湧出量は η_0 を常數とする時は第百五十四圖に示す様である。

圖より明かなる如く large dug well の場合には井底よりの流入量は大なるものであるから成可く有効に之れを利用する様な構造とするのは勿論のこと、側面よりの湧出量も井が浅い時は大なるものがあるから井工の強度に關しない限り、又砂の流入の心配がない場合に限り側面よりの水の滲入を容易ならしむる様努むべきであらう。

(b) Q を常數として各種構造井の draw-down を比較す

第百五十四圖



(n) に述べた計算の結果を利用して Q が一定常数の場合の各種井の水面降下 η_0 を比較すれば第五十五圖の如くなる。

(c) Well type 決定上の實際問題

以上論じた様に井の湧出量を大ならしめる構造たらしめんがためには井底のみならず、側面よりの流入を容易ならしむべきである。而して井底を含水層中に深く穿入させる程湧出量は増加するが、その穿入の度が r の 5 倍以上となれば穿入度の影響は僅小となる。

(2) Rohrbrunnen の場合

Tubular well の場合には井底の湧出量は皆無又は殆どないから、strainer の長さを増して湧出量の増加を計るべく、且つ井が含水層に穿入せる部分は全部 strainer を取付けるべきである。

10. 流れの公式に関する吟味

(1) 井の直径の吟味

(a) 井の水面降下とその直径との関係

一定量の汲出をなすに當りその水面降下と井の径との間には如何なる関係があるかと言ふに、既に述べた様に本節の場合に於ては η は r に逆比例して減するものである。即ち式を以つて示せば

$$\eta_0 = \frac{K}{r} \quad \text{又は} \quad \eta_0 r = K \dots\dots\dots (380)$$

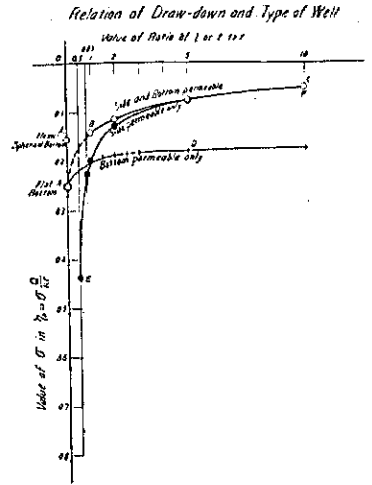
即ち第五十六圖に示す如く η_0 及び r を直角軸にとれば (380) 式は此の兩軸を asymptotes とする rectangular hyperbola である。随つて井の直径は draw-down に關する處け大なるものがある。

而して本節の無限深の含水層に穿ちたるアルテシアン井の場合に於てはその形の如何に關せず η_0 は

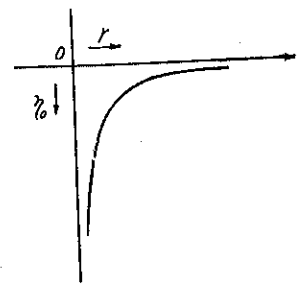
$$\eta_0 = f(r, t) \dots\dots\dots (381)$$

を以つて表し得るものである。而して large dug well の時は井底より流入する量が多いから殆んど、或は正確に (380) 式の關係が成立する。故に本節の如く深さが無限大のアルテシアン含水層中に穿ちたる井の場合には井の直径は大きい程 draw-down は之れに逆比例して又は殆んど逆比例して小となるものである。然るに tubular well

第五十五圖



第五十六圖



となれば r は對數函數として含まれて居るから (380) 式が示す様な大影響はないものである。

(b) 湧出量と井の直徑との關係

井の水面降下を一定と假定すれば井の直徑が湧出量に如何なる關係を及ぼすかを吟味しよう。(a) に述べた様に r が相當大きい場合には

$$Q = \alpha r \dots\dots\dots (382)$$

茲に、 α は常數即ち Q は r に正比例するものである。しかし井の直徑が小であつて tubular well の構造となれば Q は r の對數函數によつて變化すると見る方が眞實に近い、随つて井の直徑が小さい管井の時はその直徑は左迄湧出量に關せないが large dug well の場合には井の直徑に正比例して湧出量は増すものである。

(2) 井の水面降下及び上昇と時間との關係

本節に於ける井の場合には draw-down と湧出量との間には凡て、

$$Q = K v_0 \dots\dots\dots (383)$$

K は常數にして井の構造によつて異なる

によつて表される。故に水面の上昇及び降下と時間との關係は一定の深さの含水層の場合の井の場合と同様にして解くことが出来る。即ち第三節 7. 及び 8. に倣つて解くことが出来る。

(3) 含水層の上面或は原壓力面が傾斜してゐる場合

既に述べた如く原壓力線又は含水層の上面が非常な傾斜をなしてゐることは稀であつて、普通は傾斜が僅かな場合が多い。かゝる場合には上に述べた公式を直ちに適用することが出来る。

(4) 井の相互干涉

井を接近して配置する時は互に干涉して各井の湧出量に關することは已に第二章に述べた通りであつて本章に於ても亦同様である。井の配列に就ては第二節 5. (2) に述べた理論に隨へばよい。

(6) 井の構造に関する考察

(a) Large dug well

Large dug well の場合には底部より水が流入する構造とするのが常である。此の場合には井底は細砂より漸次粒を大にして砂利に及び、濾過作用を有せしめ且つ砂が浮上らない様にする。又 suction pipe の下端は井底以上少くとも 0.3 m (1 ft) 位の處に位せしめ、又水面以下 0.6 m (2 ft) 位は必要であらう。それで井中の最小水深は 0.9 m (3 ft) 位は必要であらう。此の掘井の場合には被覆をなして日光を遮斷し、algae 其の他藻類の繁殖を防ぎ、湧出

量が減じない様に注意を要する。

又井の側面より水が流入する時は少くとも *min. procity* に相當するだけの水の流入口を設くべく、その流入口は相當大なるを要し、然かも土砂が井の中に流れ込まない様注意することを要する。此の流入口が小さい時は *entrance friction* 大となり湧出量に關する。

既に知れる如く井底は水平より半球形になるに隨ひ湧出量が増すから築造に當つては井底は成可く下方に向つて凸狀に掘り、その部分に砂利の類を充す様にするのを得策とする。又井の直徑が大なるに隨ひ湧出量は増加するから小さい井を數箇作るより徑の大きい井を數少く作る方が得策であると思ふ。

(b) Tubular well

Tubular well にするか *large dug well* とするかは興味ある問題であるが、之れは土地の狀況、築造の技術等によりて異なるものであるが、概して含水層が地表以下淺い處に位する場合には *dug well* がよろしく、反之する時は *tubular well* を可とする。

此の *tubular well* の時は湧出量はその直徑よりも *strainer* の長さに關するものであるから自然此の *strainer* には考慮を拂はねばならぬ。 (第二編終り)

附 記

集水井及び集水渠に關する實例は都合上一括して最後に掲げ、之れによりて著者の提案の正しきことを證することとする。