論說報告

土木學會誌 第十七卷第七號 昭和六年七月

河川の流出量公式

會員 工學士 都々木春美

River Discharge Formula

By Harutomi Tsutsuki, C. E., Member.

內容梗概

本文第一章に於ては或る降雨が水源地 (water shed) に降下して河川の或る觀測地點に流出量として現はるゝ場合と，或る遊水池に流入せしめたる水量が流出口に流出量として現はるゝ場合とを比較硏究し，而して水源地が降雨量に對する調節作用と遊水池が流入水量に對する調節作用との相違せる點及び相等しき點を示し，而して流入水量が遊水池の調節作用を受けて流出量となる迄の關係により河川に於ける流出量の一般公式を誘導せり。

第二章に於ては上記流出量公式を或る觀測せる流出量曲線に適用して該公式の係數を算出し，而して該曲線に相當する流出量式を求むるに就ての注意及び其の算出の一般方法を說明せり。

第三章に於ては實例を示し，且つ流出量公式の適用の範圍に就て說明せり。

第四章に於ては水位公式を誘導し，尙水位公式を水位曲線に適用して水位式を求むる實例を示せり。

第五章に於ては河川の遊水池と流出量との關係を知り，流出量式と水位式とを應用して遊水池を締め切りたる場合の問題を解きたり。

目　次

緒論 流出量公式の概要

從來一般河川の洪水量を觀測し，其の結果を圖上にて時間を橫軸とし流出量を縱軸とせる曲線圖にて表はす方法はあれども，時間 t を函數とせる式にて表はす流出量公式は未だ見出されず。而して觀測せる流出量を圖式のみならず，公式にても表はし得たらんには其の利用の範圍決して尠からざるべしと考ふる所以なり。

河川の流出量を觀測し，其の結果を圖上に表はしたる幾多の曲線圖を見るに，之れ等の曲線たるや千差萬別にして一樣ならずといへども，大體に於て水量を增加し始めたる時より逐次增大し，其の最大流出量に達したる時より更に逐次減少することは明かなり。

勿論幾多の流出量曲線圖の中には，其の最大流出量に增加するまでの間に一時增加を中止して再び增加をなし始め，又は其の最大流出量より減少する途中に於て一時減少を中止して其の後更に減少を繼續する等の曲線なきにしもあらざれども，斯の如き曲線は不規則なる變化をなすを以て或る一定の公式にて表はすこと能はざるのみならず，斯の如き曲線が重複せる2回の降雨又は流出量觀測地點より上流部に於ける堤防の破壞等に基因し，從つて其の數も亦多からざるべきは判斷せらるゝ處なるを以て，斯かる曲線は本文に於ては之れを除外するものとす。

上述の如き不規則なる變化をなす曲線を除外したる他の流出量曲線に於て，流出量觀測の際に於ける誤差を圖上にて修正するときは smooth curve となすを得べし。然るときは之れ等の曲線は規則正しき變化をなすを以て，或る一定の公理に從ひ逐次增加し，其の最大に達し

たる時より以後に於ても亦他の一定の公理に從ひ逐次減少するものと見るを得べく，從つて之れ等の曲線を增水部分と減水部分とに分ち，各別の公式を以て表はし得べきことは判斷せらるゝ處なり。

抑々河川の流出量は雨量の性質，流域面積に於ける森林の狀態，形成地表の勾配，地層の土質等數多の原因により左右せらるゝことは言を俟たざる處にして，以上の諸原因は相互に錯綜複雜せるものなれば，之れ等相互の關係を一定の公理に纒めんとすることは容易ならざることなり，卽ち之れ等諸原因を函數とせる流出量の公式を得ることは至難とせざる可からず。

然れども玆に或る面積を有する遊水池ありとし，或る規則に從ひ時間に對し變化する或る水量を該遊水池に流入せしめ，而して該遊水池の一方に設けたる流出口より流出せしむるときは，流入水量と遊水池の面積とを加減することにより該流出量をして河川の流出量と共の增水若しくは減水の狀態等總て相等しからしめ得べきは推察し得らるゝ處なり。

卽ち水源地に於ける降雨量對流出量の關係と遊水池に於ける流入水量と流出量との關係により流出量に對する公式を誘導し得べきことは明かなり。

然るときは斯くして得たる流出量公式を前述の smooth curve となしたる流出量曲線に適用することにより，該公式の係數を算定し，而して該曲線圖に相當する流出量式を得ることも亦明かなり。尙流出量曲線の增水部分と減水部分とが各々異なりたる流出量公式を以て表はさるべきことは既に述べたる處なり。

第一章　流出量公式

第一節　水源地の作用は遊水池の作用に等し

一般河川の水源地に降雨ありたる場合を考察するに，水源地に降下せる雨水の一部は高所より低地に，谷川より支川に，直接其の水路を流下して幹川に合流し，他の一部の雨水は山林の雜草，枝葉，樹幹，岩石等に其の流速を阻まれ，若しくは窪地に停滯瀦溜し，或は又土壤等に一旦吸收せられたる後再び低地に向つて逐次流下することは一般に認めらるゝ處なり。卽ち河川の水源地は雨水を流下せしむると同時に雨水を暫時貯溜するの作用をなすものと言ふを得べし。

斯く水源地の山林，土壤，岩石等は雨水を暫時貯溜するの作用をなすのみならず，連續して降下せる雨水に對し貯溜及び流下の作用を反覆して續行するが故に，其の結果は先に降下せる雨水と後に降下せる雨水とを按排し，卽ち雨水量を調節して流下せしむるの作用をなすことも明かなり。

水源地は一般に幾多の支川により區劃せらる，而して其の區劃せられたる各水源地は數多

の谷川により區分せらる，故に或る河川の水源地は谷川又は支川を具備せる小水源地の集合體と見做すを得べし，然らば各小水源地に降下せる雨水は同一時刻に降下せるものにありても其の流下水路たる谷川より支川に，支川より幹川に，各々其の集合する時間を異にするを以て，降雨の密度大なる時の雨水と大ならざる時の雨水とが幾多の各小水路より順次大なる水路へ集合する，其の都度に於て前後調節せらるゝことは容易に推察せらるゝ處なり。卽ち一旦小水源地に於て調節せられたる雨水は幾多の小水路より大なる水路に集合する度每に再三調節せらるゝものなり。尙換言すれば水源地は連續降雨に對し連續して調節作用をなすのみならず，一旦調節したる雨水に對しても尙幹川に集合するまでに再三調節作用を反覆するものなり。

實際に觀測せし流出量の曲線を視るに，緒論に述べたるが如き特別なる場合を除外するときは，一般に流出量は零より漸次增大し，更に其の最大より漸次減少するを普通とす。

之れに反し一降雨區間に於ける降雨の密度の變化に就ては，自記雨量計に現はれたる遞加雨量の曲線を密度の變化を表はす曲線に改訂して之れを檢するに，密度の一般的變化のみならず局部的小刻みの變化をも表はすことを知る。然れども斯かる密度の變化をなす降雨量(普通一般に稱する遞加降雨量の意にあらずして，流出量と同じく單位時間に降雨する水量とす，以下降雨量とあるは總て同じ)も一旦水源地の調節作用を受け，河川の流出量となりたる場合に於ては，零より漸次增大し更に其の最大より漸次減少するに至るは容易に認めらるゝ處なり。而して又水源地の調節作用を未だ受けざる降雨量にありても其の局部的小刻みの變化を修正するときは，其の一般的變化は大體に於て零より增大して降雨中の或る最大量に達し，更に減少して零となることは推察せらるゝ處とす。

然るに水源地は前に述べたる如く降雨量に對し其の調節作用を數回反覆するものなるが故に，若し此の數回の調節作用を前後2段に分割して考ふるときは，最初第一段の調節作用を受けたる降雨量の一般的變化と，其の後尙第二段の調節作用を受けたる流出量の一般的變化とは全く相等しからざるべきも，前者が後者に幾分近似するに至るべきは理の當然なり。

斯の如く水源地の大なる調節作用を分割する時は，降雨量が第一段の調節作用を受け其の局部的小刻みの變化を消却するのみならず，其の一般的變化に於ても零より漸次增大し，更に其の最大より漸次減少する連續水量となり，而して該降雨量が再び水源地の第二段の調節作用を受けたる結果河川の流出量となるものと考ふるも敢て無理ならずと信ずるものなり。此の理により以下總て第一段の調節作用を受けたる降雨量を所謂降雨量となすものとす。尙緒論に於て述べたる如く降雨が其の途中に於て一旦中絕し更に再び降雨をなし始め，其の影響が流出量曲線に現はれたる場合を除外するものとせば，降雨量は一般に之れを smooth curve にて表はすことを得べきは明かなり。

蒸發量は降雨期間中は極めて僅少なるべく，若し假令降雨期間中の蒸發量は省略すべからざるものとするも，既に水源地の第一段の調節作用を受けたる降雨量を所謂降雨量として考ふるものとせし以上は，其の降雨量の修正に一歩を進めて，蒸發量を降雨量から控除したる殘餘の水量を卽ち降雨量となさんに寧ろ理解し易く，且つ“降雨量は最初に零にして其の後漸次增大し更に其の最大より漸次減少して遂に零となる”とする降雨量の一般的變化を變改せざることは明かなり。然るときは蒸發量と降雨量との關係に就ては，降雨期間中は蒸發量は零にして，降雨が降り止みたる時より蒸發量を生ずるものと考ふるを得べし。

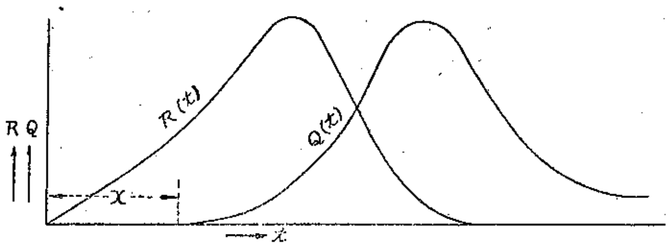
水源地の地中に一旦滲透せし水量にありても，時間の經過と共に更に湧出し逐次流出量として現はるゝ水量に對しては之れを貯藏量となすべきものにして，流出量として現はれざる他の殘量卽ち永久に地中深く滲透する水量に對しては之れを滲透量となすべきなり，而して該滲透量と雖も尙未だ時間の經過せざる時卽ち地中深く滲透せずして更に流出量として現出し得る狀態にある間は，之れを貯藏量として取扱ひ得べき理なり。換言すれば降雨量より流出量を控除したる殘量の全部は一旦貯溜量となり，貯溜量は遞加して貯藏量となり，時間の經過に從ひ該貯藏量は更に分れて其の一部は逐次流出量となり，他の殘部が卽ち滲透量となるべきものと考ふるを得べし。然るときは滲透量は貯藏量より流出量を生じ始めたる時より生ずべものなるも，尙蒸發量の場合と等しく降雨量より滲透量を控除したる殘量を所謂降雨量となすも，既に述べたる降雨量の一般的變化に影響を及ぼすことなきは，降雨期間中の滲透量が降雨量に比較して極めて少量なるべきことにより了解し得らるゝ處なり。以上の理由により蒸發量並に滲透量は共に降雨期間中は零にして，降雨が降り止みたる時より生ずるものと考へ得ることは明白なり。

降雨量が水源地の調節作用を受けて流出量となるまでには或る時間を要す，卽ち降雨量が水源地に降下してより流出量觀測地點に達する迄には或る相當の時間を要することは說明を要せざる處なり。而して降雨量及び流出量は時間 t の函數なるを以て降雨量を $R(t)$ とし，流出量を $Q(t)$ とすれば，或る特定の降雨量に對し特定の流出量を生ずるが故に，或る特定の $R(t)$ 曲線に對し $Q(t)$ も亦特定の曲線をなすものにして，尙換言すれば或る降雨ありて河川に流出量を生ずるに就ては各々其の場合に應じて $R(t)$ 及び $Q(t)$ は或る特定の曲線をなすこと明かなり。

今一般の場合として或る任意の降雨量例へば**第一圖**に於て，$R(t)$ 曲線にて示すが如き降雨量に對し降雨をなし始めたる時より α 時間後に流出量觀測地點に於て增水をなし始めたる流出量が $Q(t)$ 曲線にて示すが如き流出量をなすものとす。

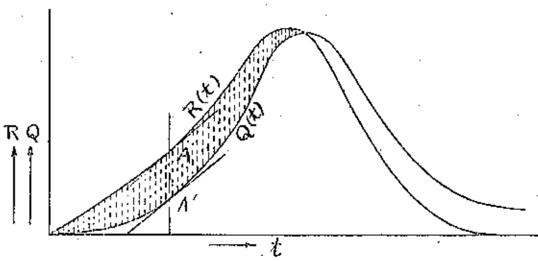
然るに本文に於ては降雨量と流出量との間の水量のみの關係を知りて，時間 t を函數とせる流出量の公式を求むるものにして，此の目的のためには降雨量が流出量となるに要する時

第一圖



間 x の値を知るを要せざるを以て，此の x 時間を省略して考ふれば，即ち降雨量及び流出量の各々增水をなし始めたる時刻を一致せしむるときは第一圖は第二圖となるべし。

第二圖



而して前に述べたるが如く，水源地は調節作用により降雨量の一部を貯溜するものにして，尙此の貯溜量(遞加貯溜量にあらずして降雨量及び流出量と等しく單位時間に於ける貯溜水量とす，以下同じ)は降雨量と流出量との差なるを以て，貯溜量を $F(t)$ にて表はすときは次の (1) 式が成立す，何となれば流出量 $Q(t)$ は降雨量 $R(t)$ が水源地に降下したる時より x 時間後の觀測地點に於ける流出量なれども，此の場合に於ては x 時間を省略して考ふるが故に，$R(t)$ が水源地に降下したる時と $R(t)$ が $Q(t)$ となりて觀測地點に現はれたる時と同時刻なりとせざるべからざるが故なり。而して (2) 式は (1)式を時間 t に就て微分したるものなり。

$$R(t)-Q(t)=F(t) \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{dR(t)}{dt}-\frac{dQ(t)}{dt}=\frac{dF(t)}{dt} \quad \cdots\cdots(2)$$

今 $R(t)$, $Q(t)$ 及び $F(t)$ の關係を項別に論究すれば，

1. (1) 式に於て $F(t)$ の符號が正なる以上は $Q(t)$ は $R(t)$ より大なる能はず，即ち水源地が其の調節作用により降雨量の一部を貯溜する間は流出量は降雨量より大なる能はず。故に時間 t が零なるときは $R(t)$, $Q(t)$ は共に零にして，從つて $F(t)$ も亦零なるも，其の後 t が增すに從ひ $R(t)$ が $Q(t)$ より先きに增大せざれば $F(t)$ の符號が正なる能はず。尙換言すれば降雨量ありて初めて流出量を生ずべきものにして，流出量は降雨量の跡を逐ふて增加すべきなり。尙第二圖に於て陰影を畫きたる部分が貯溜量を現はすこと明かなり。

2. (2) 式に於て $dR(t)/dt$ が $dQ(t)/dt$ より大なる間は $dF(t)/dt$ は正なり，即ち降雨量と流出量とが同時に零より出發して漸次增大するに就ては，先づ降雨量の增加率が流出量の增加率より大ならざる可からず，而して降雨量の增加率が流出量の增加率より大なる間は貯溜量

が増加することを示す，即ち貯溜量も亦零より漸次増加するものなること明かなり。

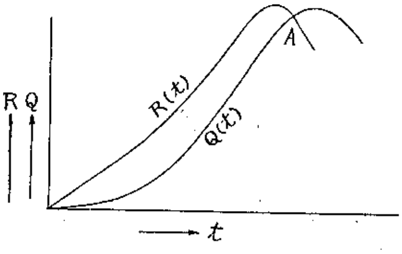
3. 其の後 $dR(t)/dt$ は漸次減少し $dQ(t)/dt$ は尚増加し，$dR(t)/dt=dQ(t)/dt$ となりたるときは (2) 式により $dF(t)/dt$ は零となる，即ち $R(t)$ 曲線の切線と $Q(t)$ 曲線の切線とが平行となりたる時は $F(t)$ の増加率は零となる，故に (1) 式の $F(t)$ の値が最大なる時なり，**第二圖**に於て A 及び A' に於ける切線が平行なりとすれば此の時が即ち貯溜量の最大なる時なり。尚換言すれば水源地は降雨の初めに於ては乾燥せるを以て降雨量の増大と共に貯溜量も増大し，流出量は比較的増大せざるも，水源地が濕潤するに及び貯溜量の増加を中止す，此の時が即ち貯溜量の最大なる時なり。

4. $dR(t)/dt$ が $dQ(t)/dt$ より小となりたる時は $dF(t)/dt$ の符號は負となる，即ち $R(t)$ の増加率が $Q(t)$ の増加率より小となりたる時に $dF(t)/dt$ の符號が負となることは $F(t)$ が減少をなし始めたるものにして，降雨量の増加率の減少すると共に水源地が愈々濕潤の度を増すときは貯溜量も亦減少すること明かなり（水源地に貯溜せし水量の減少にあらず，單位時間に貯溜する水量の減少を意味す）。

5. $dR(t)/dt$ が尚減少し更に零より負となり，即ち $R(t)$ が其の最大より減少をなし始めて $Q(t)$ と等しくなりたるときは (1) 式により $F(t)=0$ となる，此の場合は $R(t)$ の切線と $Q(t)$ の切線とが相交叉する時にして，且つ降雨量及び流出量共に減少をなしつゝある時なるを以て $dF(t)/dt$ 及び $dR(t)/dt$ は負なること明かなり。然れども $dQ(t)/dt$ が正なるか，負なるか，又は零なるかは未定の問題なり。故に $R(t)=Q(t)$ のとき即ち $R(t)$ 及び $Q(t)$ の兩曲線が相交叉する時に於て $dQ(t)/dt$ が正なるべきか，負なるべきか，又は零なるべきかに就て論究すれば，

a. $R(t)=Q(t)$ のときに $dQ(t)/dt=(+)$ となりたる場合は即ち**第三圖**に見るが如く $Q(t)$ 曲線の増加する途中の A 點に於て $R(t)$ 曲線の減少する部分と交叉する場合なり，若し**第一圖**の場合の如く降雨量が觀測地點に達するまでに要する x 時間を考ふるときは，水源地に降下したる降雨量より貯藏量を控除したる殘量が觀測地點に於て流出量として現はるゝまでには x 時間を要する理なるを以て，或る降雨量（單位時間の降雨量なること既に定義せり）がありたる時と同時刻に於て觀測地點に現はるゝ流出量は該時刻より x 時間前に水源地に降下したる降雨量より貯溜量を控除したる殘量と等しからざる可からず，故に降雨量より貯溜量を控除したる殘量は該降雨量と同一時刻に於ける觀測地點の流出量を表は

第　三　圖



さず，從つて(1)式は成立せざるを以て，貯溜量の時間と流出量の時間とは互に無關係となり，第一圖の場合の如く貯溜量が零となりたる時，即ち降雨量が流出量と相等しくなりたる時以後に於ても流出量は尙增加するを得べし。然れども本文に於ては x 時間を省略して考ふるが故に降雨量より貯溜量を控除したる殘量は直ちに x 時間後に於ける觀測地點の流出量を降雨量と同一時刻に於ける流出量として表はすことゝなる，即ち (1) 式は成立す。今或る時刻に於て降雨量より流出量となるべき水量を $q(t)$ とし，同時刻に於て貯藏量（從來の貯溜量を遞加して貯藏せし水量）より流出量となる水量があるとすれば之れを $f(t)$ とし，尙 $R(t)-q(t)=F'(t)$ とす，然るときは全流出量 $Q(t)$ は $q(t)+f(t)$ となる，又此の場合に於ては貯藏量より $f(t)$ だけ減少せしを以て $F'(t)$ より $f(t)$ だけを貯藏量に補充し，其の殘量 $F'(t)-f(t)$ を該時刻に於ける貯溜量とせざる可からず，即ち $F(t)=F'(t)-f(t)$ なるを以て，

$$R(t)-Q(t)=F(t)=F'(t)-f(t)$$

今此の式に於て $R(t)>Q(t)$ なる間は $F(t)>0$ となり，從つて $F'(t)>f(t)$ なるが故に，貯藏量より流出量となるべき水量 $f(t)$ だけを一旦貯藏量より減少するも，$F'(t)$ により補充し得らるゝのみならず，$F(t)$ 即ち $F'(t)-f(t)$ だけ貯溜するを以て，其の結果に於ては降雨量より $q(t)+f(t)$，即ち $Q(t)$ だけが流出量となり，$F'(t)-f(t)=F(t)$ だけの貯溜量をなし，而して貯藏量より流出量となる水量は最初より無きものと考ふるも相等しき結果となる，尙此の場合に於ては $F(t)$ なる貯溜量だけ貯藏量を增加す。

次に上式に於て $R(t)=Q(t)$ なるとき $F(t)=0$ となり，從つて $F'(t)=f(t)$ となる，即ち貯藏量より減少せし水量だけを漸く補充し得るのみにて貯溜量は無きが故に貯藏量は增加せず，即ち貯藏量最大の時なり，此の場合に於ても降雨量全部が流出量となり，貯藏量より流出量となる水量は無きことゝなる。

尙上式に於て $R(t)<Q(t)$ となれば $F(t)<0$ となり，從つて $F'(t)<f(t)$ となる，此の場合に於ては貯藏量を補充し得ざるのみならず $F(t)=-\{f(t)-F'(t)\}$ となるが故に，却つて $\{f(t)-F'(t)\}$ の水量だけを貯藏量より減少せしむることゝなる。而して (1) 式に $F(t)=-\{f(t)-F'(t)\}$ を代入するときは，

$$Q(t)=R(t)-F(t)=R(t)+\{f(t)-F'(t)\}$$

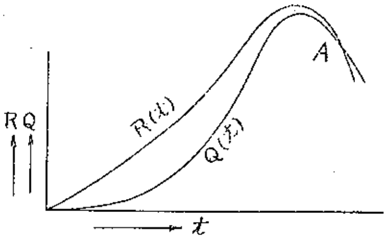
なるが故に，貯藏量より減少せし水量 $\{f(t)-F'(t)\}$ は $R(t)$ と共に流出量となること明かなり。

之れを要するに $R(t)$ が其の最大より減少して $R(t)=Q(t)$ となる時までの間に於ては，貯藏量より流出量となる水量は皆無にして貯藏量は增加し，又 $R(t)=Q(t)$ となりたる時より以後に於ては貯藏量より減少せし水量だけが降雨量と共に流出量となる，然るときは降雨量が流

出量より大なる間は流出量は増加し得べきも，降雨量が流出量と相等しくなりたる時，若しくは其の以後に於ては流出量は増加し得べきものにあらず。今若し $R(t)=Q(t)$ のとき若しくは其の以後に於て流出量が増加するものと假定せんか，此の場合に於ける貯藏量は其の最大より減少せんとし，若しくは減少をなしつゝあるときなり，而して降雨量は既に流出量より小となり，尙 $\{f(t)-F'(t)\}$ だけの流出量を生ぜしむる貯藏量も亦其の最大より減少せんとし，若しくは減少せし時に於て流出量は却つて增加することの不合理なることは明白なり。以上の理由により $R(t)=Q(t)$ の時に於ては $dQ(t)/dt$ の符號は正なること能はず。

(b) $R(t)=Q(t)$ のときに $dQ(t)/dt=(-)$ となりたる時は**第四圖**に見るが如く $Q(t)$ 曲線の減少する途中の或る A 點に於て $R(t)$ 曲線の減少する部分が交叉する場合なり，卽ち降雨量が既に減少し流出量も亦減少せるにも係はらず，尙水源地は降雨量の一部を貯溜することを現はすものなれども，降雨量が既に減少をなし且つ流出量も亦減少をなす時には

第四圖



貯藏量の一部も亦流出量となるべきものにして，此の時に於ても尙水源地に貯溜することは有り得べからざることなり。尙流出量は降雨量の增加の跡を逐ふて增加し，降雨量の減少の跡を逐ふて減少すべきものなるが故に，降雨量が流出量より小となりたる以後に於て流出量は減少すべきなり，卽ち流出量の曲線は降雨量の曲線と交叉したる後に於て減少すべきなり，而して此の場合に於ては兩曲線が交叉する以前に流出量曲線は減少をなすことを示す，卽ち有り得べからざることなり。然るときは以上 (a) 及び (b) の 2 項により $F(t)=0$ の場合に於ては $dQ(t)/dt=0$ のときのみとなる。

(c) $R(t)=Q(t)$ のときには $dQ(t)/dt=0$ となるべきものにして，**第二圖**に見るが如き場合なり，卽ち $R(t)=Q(t)$ なるが故に兩曲線が相交叉する時にして，又 $dQ(t)/dt=0$ なるを以て $Q(t)$ 曲線は其の最大の時となり，且つ此の時に於ける $Q(t)$ 曲線の切線が橫軸と平行なるが故に，$R(t)$ の切線又は降雨量の減少率が其の儘 $F(t)$ の切線又は貯溜量の減少率となることは (2) 式に於て $dR(t)/dt=0$ とし，$dR(t)/dt=dQ(t)/dt$ となることによりても明かなり。尙換言すれば $R(t)=Q(t)$ のときは水源地が飽和狀態に達したるとき，若しくは水源地の或る區域に於ては降雨量の一部を貯溜するも，其の貯溜量と等しき水量を他の區域に於て其の貯藏量より流出せしむる時にして，卽ち貯溜量は零となる可きなり，且つ又 $R(t)=Q(t)$ のときに於ては流出量の最大の時なるのみならず流出量と降雨量と相等しき時なること明かなり。

以上述べたる要點を擧ぐれば，

水源地の第一段の調節作用を受けたる降雨量を所謂降雨量とし，且つ降雨量が流出量觀測地點に達するに要する時間を省略して考ふる時は，貯溜量も亦降雨量又は流出量と等しく零より漸次增大し，其の最大より更に減少して流出量が其の最大に達したる時に於て零となるものなり，且つ此の時の流出量と降雨量とは相等し。

今或る面積を有し倘一方に流出口を有する遊水池に前に述べたる水源地の第一段の調節作用を受けたる降雨量と等しき水量を連續して流入せしめたる場合に該流入水量を $R'(t)$ とし，流出口よりの流出量を $Q'(t)$ とし，遊水池內の貯溜量を $F'(t)$ として，之れ等三者の相互關係を考究するに，遊水池に於ても亦水源地と同樣に調節作用をなすが故に，次の (1′) 式を成立し，(2′) 式は又 (1′) 式より成立すること明かなり。

$$R'(t)-Q'(t)=F'(t) \qquad \text{(1')}$$

$$\frac{dR'(t)}{dt}-\frac{dQ'(t)}{dt}=\frac{dF'(t)}{dt} \qquad \text{(2')}$$

1′. (1′) 式に於て $F'(t)$ が正なる間は $Q'(t)$ は $R'(t)$ より大なる能はず，即ち時間 t が零なるときは $R'(t)$, $Q'(t)$ 及び $F'(t)$, 總てが零にして，時間 t が增すに從ひ $R'(t)$ が先づ大とならざれば $F'(t)$ の符號が正なる能はず，換言すれば流入量ありて初めて流出量を生ずるものなるが故に，流出量は流入量の增加の跡を追ふて增加すべきなり。

2′. (2′) 式に於て $dR'(t)/dt$ が $dQ'(t)/dt$ より大なる間は $dF'(t)/dt$ は正なり，即ち流入量の增加率が流出量の增加率より大なる間は貯溜量も亦漸次增加すべきなり。

3′. 其の後 $dR'(t)/dt$ は漸次減少し，$dQ'(t)/dt$ は倘增加し，$dR'(t)/dt=dQ'(t)/dt$ となりたる時は (2′) 式により $dF'(t)/dt$ は零となる，即ち $R(t)$ 曲線の切線と $Q(t)$ 曲線の切線とが平行となりたるときは $F(t)$ の增加率は零となり，貯水量が最大となりたることを示す。

4′. 更に $dR'(t)/dt$ が $dQ'(t)/dt$ より小となりたるときは $dF'(t)/dt$ の符號は負となる，即ち流入量は其の增加率を幾分減少し，流出量は其の增加率を倘增加するを以て，貯溜量は減少すること明かなり。

5′. 倘 $dR'(t)/dt$ が減少して零より負となり，即ち $R'(t)$ が其の最大より減少し始めて $Q'(t)$ と等しくなりたる時には (1′) 式により $F'(t)=0$ となる，此の場合に於ては流入量が流出量より大なる間は遊水池の水位も亦上昇すべく，從つて貯溜量も亦有るべき理なり，即ち貯溜量があることは水位の上昇を示し，水位の上昇は流出量を增加すること明かなり，故に水位の上昇を中止し貯溜量が零となるにあらざれば流出量は減少をなし始めざる可き理なり。換言すれば貯溜量が零となる時は流出量が最大なる時にして，又其の時の流入量は流出量に等し。

即ち遊水池の場合に於ても倘貯溜量は流入量又は流出量と等しく零より漸次增大し，其の

最大より更に減少して流出量が最大なる時に零となる。而して此の時には流入量が最大なる時に零となる，而して此の時には流入量と流出量とは相等し。

以上降雨量に對する水源地の作用と遊水池の作用とを比較對照するときは，兩者相等しと言ふを得べし。次に最大流出量のときより以後に於ける水源地の降雨量，流出量及び蒸發量並に滲透量の關係を述べんに，

6. 降雨量は其の最大より逐次減少し，流出量最大の時に流出量と等しく，其の後或る時間後に零となること明かなり，又降雨量が零となりたる時より以後に於ては蒸發量並に滲透量を生ずることは既に述べたる處なり。

7. 最大流出量のときより以後に於ても尙 (1) 式の關係は存在す，且つ降雨量が先に減少して流出量は其の後より減少すべきなり，故に (1) 式に於て $R(t)$ が $Q(t)$ より小となれば $F(t)$ は負となる，卽ち流出量が其の最大より減少し始めたる以後に於ては貯溜量は負となる，卽ち從來水源地に貯溜せし貯藏量より流出せしむるものと解釋すべきなり。尙 (1) 式に於て $F(t)$ の符號を負とせしものを $f(t)$ とし，項を置換すれば，

$$R(t)+f(t)=Q(t) \qquad \text{(1'')}$$

卽ち降雨量のみならず貯藏量よりも流出せしめて流出量を生ずることを示す。

8. (1'') 式に於て $R(t)$ を零とすれば，$f(t)=Q(t)$ となり，卽ち降雨量が零となりたるときは流出量は全然貯藏量のみより流出せしむべきなり。

9. 降雨量が零となりたる時より生ずる滲透量並に蒸發量に就ては共に河川の流出量に比例すべく，又降雨なき限りは大體に於て時間にも亦比例することは推察し得らるゝ處なり。

10. 蒸發量並に滲透量は流出量として現はれざるが故に水源地の貯藏量より減ずべき水量なり。

卽ち最大流出量の時より以後に於て述べたる要點を擧ぐれば，

流出量最大なる時は降雨量は其の時の流出量に等しく，其の後或る時間後に至り零となる，而して降雨量が零となりたる時より蒸發量並に滲透量を水源地の貯藏量より減ずるものにして，其の水量は流出量に比例し，又時間に比例す。

次に前に述べたる條件を具備せる遊水池に就て考ふれば，

6'. 流入量を水源地の場合の降雨量と等しくするが故に，最大流出量の時に該水量と等しき流入量は其の後或る時間後に零となること明かなり，且つ既に述べたるが如く蒸發量並に滲透量は流入量が零となりたる時より生ずるものとなすべきなり。

7'. 最大流出量の時より以後に於ても尙 (1') 式の關係は存在し，且つ流入量が先に減少し流出量は其の後より減少すべきを以て，(1') 式に於て $R'(t)$ が $Q'(t)$ より小となれば $F'(t)$

は負となる，故に $F''(t)$ を負とせしものを $f'(t)$ とし，(1′) 式の各項を置換すれば

$$R'(t)+f'(t)=Q'(t) \qquad (1''')$$

即ち流出量は流入量及び貯藏量より流出することを現はす。

8′. (1‴) 式に於て $R'(t)=0$ とすれば $f'(t)=Q'(t)$ となる，即ち流出量は貯藏量のみより流出す。

9′. 遊水池に於ける蒸發量並に滲透量は其の貯藏量に比例すべきも，貯藏量は大體に於て流出量に比例するが故に，蒸發量並に滲透量は流出量に比例するものとなすも大差なきものと信ず，尙時間に比例すること明かなり。

10′. 滲透量並に蒸發量は流出量として現はれざるが故に，遊水池の貯藏量より減ずべきなり，尙遊水池の場合に於ても最大流出量のときの流入量は其の時の流出量に等しく，其の後或る時間後に至り零となる，而して流入量が零となりたる時より蒸發量並に滲透量を遊水池の貯藏量より減ずるものにして，其の水量は流出量に比例し，又時間に比例す。

即ち最大流出量の時より以後に於ても尙水源地の作用は遊水池の作用に等しと言ふを得べし。

以上第一項乃至第十項に述べたる事項は水源地の場合と遊水池の場合とを問はず或る任意の降雨量に就て論じたるものなれども，緒論に於て述べたるが如き特別なる降雨量の場合を除外するときは何れの降雨量に就ても同樣に說明することを得。故に第一項乃至第十項は一般に降雨量が零より漸次增大し，其の最大より更に漸次減少するものなるときは總ての降雨量に就て水源地の場合にも又遊水池の場合にも同樣に適用し得ること明かなり，然るときは降雨量が水源地に降下してより流量觀測地點に達するに要する時間を省略して考へ，尙遊水池の流入量をして水源地の第一段の調節作用を受けたる降雨量に等しからしむるときは，水源地の作用と遊水池の作用とは相等しと言ふを得べし。本節の標題のみによるときは水源地と遊水池とは其の作用全く相等しきが如く解せられ，亦水源地と遊水池とは其の作用全く相等しきが如く解せらるゝも，水源地の調節作用は遊水池の夫れより大なるを以て，兩者の差だけの調節作用により降雨量の局部的小刻みの變化を消却するものとし，尙遊水池の流入量が流出口に達するに要する時間よりも降雨量が水源池に降下して流量觀測地點に達するに要する時間の方が大なるを以て，其の差だけの時間を控除して考ふることゝし，即ち兩者の相違せる事項に對し handicap をなしおくものとす，然るときは水源地と遊水池とは其の調節作用相等しと言ふを得べし。

以上の理由により handicap の條件を認容して遊水池に就て論究すれば，自ら水源地に就て論究せしことゝなる，故に以下總べて遊水池に就て論究するものとす。尙後節に降雨量若しくは流入量とあるは兩者相等しきものにして，所謂水源地の第一段の調節作用を受けたる

もの（假設的水量）とす。

第二節　増水流出量公式

本節に於ては流出量が増水をなし始めてより其の最大に達するまでの間の時間に對する流出量の一般的關係を式にて求めんとす。今前節に於て說明したる遊水池の單位時間に於ける貯溜量 $F(t)$ に就て再び述ぶれば，

流出量が零より其の最大に達するまでの間に於て貯溜量は漸次増大し，其の最大貯溜量に達するや更に減少し，流出量が其の最大に達したるときに零となる。

今 t を時間とし，T を増水をなし始めてより最大に達するまでの時間とし，D 及び E を一般の場合に於ける係數として，尙其の値は負ならざるものとし，

$$F(t)=Dt(T-t)^E$$

なる式を檢するに，$t=0$ のときに $F(t)=0$ となり，$t=T$ のときに $F(t)=0$となる。

次に時間 t が 0 より Tまでの値にて，$F(t)$ に最大の値を與ふるtの値を求むるに，$F(t)$ の第一微分式を零と置きたる t の値を第二微分式に代入して得たる値の符號が負となりたる時の t の値なり。卽ち

$$\frac{dF(t)}{dt}=D(T-t)^{E}-D\,E(T-t)^{E-1}\{(T-t)-Et\}$$

第二因數を零とおけば，

$$t=\frac{T}{E}+1$$

第二微分式を求むれば

$$d^2F(t)/dt^2=D.E(T-t)^{E-2}\{(E-1)t-2\,D\,E\,(T-t)^{E-1}\}$$

此の式に於て　$t=T/E+1$　とすれば

$$\frac{d^2F(t)}{dt^2}=DE\left(T-\frac{T}{E+1}\right)^{E-2}\left\{\frac{(E-1)\,T}{E+1}-\frac{2DE(E.T)}{E+1}^{E-1}\right\}$$

卽ち $E>1$ 及び $D>0$ なる時は第二因數により此の式は負となる，故に $t=T/E+1$ のときに $F(t)=\max.$ となる。然るときは $F(t)=Dt(T-t)^E$ なる式は $t=0$ のとき $F(t)=0$ となり，t が漸次増加するに從ひ $F(t)$ の値も亦逐次増大して $t=T/E+1$ のときに $F(t)=\max.$ となり，其の後逐次減少して最大流出量のとき，卽ち $t=T$ のときに再び $F(t)=0$ となる，卽ち遊水池に於ける貯溜量の時間に對する關係を充分に滿足すること明らかなり。玆に D 及び E は一般の場合の係數にして，或る特定の降雨量（若しくは流入水量）に對し或る特定の流出量をなしたる場合には D 及び E も亦或る特定の値を有すべきなり。而して本文に於ては單に河川の流出量曲線に適用し得る流出量公式を得るを目的とするが故にD及びEの特定の値を知るを要せざれども，D 及び E の値は如何なる場合にありても $E>1$ にして

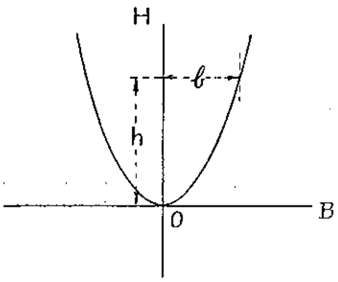
且つ $D>0$ なるべきことを必要條件とすることは明かなり。

次に遊水池の一方に設けたる流出口の形に就ては**第五圖**若しくは**第六圖**の如くなし，一般に次式の關係にて表はすことを得べし。

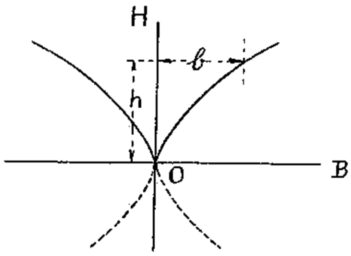
$$b^n=jh$$

n 及び j は必ず負なる能はざる一般の場合の係數とす。$n=1$ なるときは流出口の形は三角形となり，$n=2$ なるときは拋物線形となり，$n<1$ なるときは 2 個の同一なる $1/n$ 次拋物線形を**第六圖**の如く組み合せたる形となる。

第　五　圖



第　六　圖



h は水位の高さを表はし，b は h の高さに於ける流出口の幅の半分を表はすものとす。

今 h の高さに於ける流出口の面積を a とすれば，上式により $b=j^{\frac{1}{n}}h^{\frac{1}{n}}$ となるが故に，

$$a=\int_0^h 2b\,dh=2j^{\frac{1}{n}}\int_0^h h^{\frac{1}{n}}dh=2j^{\frac{1}{n}}\frac{1}{1/n+1}\Big[h^{\frac{1}{n}+1}\Big]_o^h=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}h^{\frac{1}{n}+1}$$

尙 g を重力の加速度とし，c を流出口に於ける流速の係數とすれば，遊水池より流出する流速 v は

$$v=c\sqrt{2gh}$$

となる，然るときは遊水池内の或る水位 h の高さに於て流出口より流出する流出量 Q は次式となる。

$$Q=av=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}h^{\frac{n+1}{n}}c\sqrt{2gh}=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}c\sqrt{2g}h^{\frac{n+1}{n}+\frac{1}{2}}$$

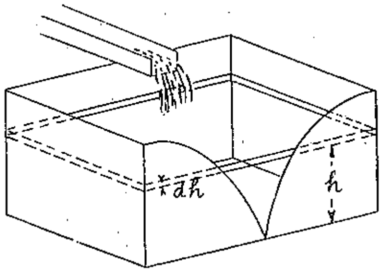
今 $[2n/(n+1)]j^{\frac{1}{n}}\,c\sqrt{2g}=B$ とし，$[(n+1)/n]+1/2=R$ とすれば

$$Q=B\,h^R$$

第七圖を遊水池（必ずしも四角形に限らざるものとす）とし，其の面積を A とし，且つ或る水位 h の高さに於て dt 時間に上昇する水位の高さを dh とすれば，單位時間に於ける遊水池内の水位上昇の流速は dh/dt となる，故に單位時間に於て遊水池内に貯溜する水量は其の面積に遊水池内の水位上昇の流速を乘じたるもの，即ち Adh/dt となる，而して又單

位時間の貯溜量は前に説明したる如く $F(t)$ なるが故に次の式を得。

第七圖



$$A\ dh/dt=Dt(T-t)^E$$

今此の微分方程式を解けば,

$$A\int dh=D\int t(T-t)^E dt$$

$$Ah=D\left\{-\frac{1}{E+1}t(T-t)^{E+1}+\frac{1}{E+1}\int(T-t)^{E+1}dt\right\}$$

$$=D\left\{-\frac{1}{E+1}t(T-t)^{E+1}-\frac{1}{(E+1)(E+2)}\left(T-t\right)^{E+2}\right\}+C$$

此の式に於て $t=0$ のときは明かに $h=0$ となるが故に,

$$0=-\frac{DT^{E+2}}{(E+1)(E+2)}+C,\qquad \therefore\ C=\frac{DT^{E+2}}{(E+1)(E+2)}$$

此の C の値を上式に代入するときは,

$$Ah=\frac{DT^{E+2}}{(E+1)(E+2)}-\frac{Dt(T-t)^{E+1}}{(E+1)}-\frac{D(T-t)^{E+2}}{(E+1)(E+2)}$$

$$h=D/A(E+1)(E+2)\left[T^{E+2}-(T-t)^{E+1}\{T+(E+1)t\}\right]$$

然るに

$$Q=Bh^R$$

なるが故に,

$$Q=Bh^R=B\left\{\frac{D}{A(E+1)(E+2)}\right\}^R\left[T^{E+2}-(T-t)^{E+1}\{T+(E+1)t\}\right]^R$$

今簡單にするために

$$B\{D/A(E+1)(E+2)\}^R=V,\qquad E+1=S$$

とすれば,

$$Q=V\{T^{S+1}-(T-t)^S(T+St)\}^R$$

之れ卽ち一般の場合に於ける時間に對する增水流出量の關係を表はす公式なり。此の式に於て係數4個なるを以て流量曲線上の或る4點を取り,之れ等4點に於ける流出量と時間とを夫々上式中の Q 及び t に代入して4式を得,而して各々4個の係數の値を求めて上式中の各係數に代入するときは該曲線に相當する增水流出量の式を得,然れども此の公式は複雜なるために遺憾ながら4式を代數的に解きて係數の値を求むること能はざるを以て,止むを得ず之れに代はる公式を更に求めんとす。

一般に流量曲線圖に於て比較的重要ならざる部分は增水をなし始めたる部分にして,其の他の部分卽ち最大流出量に近き部分を重要とせざる可からず,故に上式の代用公式を得るた

めに比較的重要ならざる部分を多少犧牲に供せんとす。即ち此の部分に就ての多少の不滿足は止むを得ざるものとす，此の理由により貯溜量 $F(t)$ の式を次の如く假定す。

$$F(t)=D(T-t)^E$$

此の式によるときは貯溜量は流出量が增水をなし始むる時に最大にして，其の後漸次減少し最大流出量の時に零となる，而して此の場合に於ても亦前節に說明したる $R(t)-Q(t)=F(t)$ なる式は成立するを以て雨が降り始むる時の降雨量は零にあらずして，最大貯溜量に等しき量から降り始め其の後漸次增大し，而して其の最大に至り更に減少することは前節に述べたると同じ。即ち前式の場合と異なる點は降雨量が零より降り始むるにあらずして最大貯溜量と等しき或る量から降り始むるものとなせる點なり。其の結果得たる公式の表はす流出量は實際の流出量に比較し幾分早く增大する傾向を有するは止むを得ざることなりとす。然れども前に輕微なる小雨ありて其の後の降雨に據る流出量を表はす公式としては前式よりも此の場合の公式の方が却て適當せるは理の當然にして，又實例によりても其の事實を認めらるゝ處なり。

今 $F(t)=D(T-t)^E$ とするときは前式の場合と等しく次の式を得。

$$A\,dh/dt=D(T-t)^E$$

此の微分方程式を解くときは

$$A\int dh=D\int(T-t)^E dt$$

$$\therefore\qquad Ah=D\left\{-\frac{1}{E+1}(T-t)^{E+1}\right\}+C$$

$t=0$ のときは水源地は乾燥せざるを以て降り始めの降雨量の全部が一時的吸收により貯溜せらるゝが故に $h=0$ となるを以て，

$$0=-\frac{D}{E+1}T^{E+1}+C$$

$$\therefore\qquad C=\frac{DT^{E+1}}{E+1}$$

此の C の値を代入し各項を整理するときは，

$$h=\frac{D}{A(E+1)}\left\{T^{E+1}-(T-t)^{E+1}\right\}$$

而して $Q=Bh^R$ なるを以て

$$Q=Bh^R=B\left\{\frac{D}{A(E+1)}\right\}^R\{T^{E+1}-(T-t)^{E+1}\}$$

茲に A, B, D, E 及び R は係數なるを以て簡單にするために

$$B\{D/A(E+1)\}^R=V,\qquad E+1=S$$

とすれば，

$$Q=V\{T^S-(T-t)^S\}^R\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

假に上式を增水流出量公式 (increasing discharge formula) とす，係數 4 個なるを以て或る流出量曲線圖により 4 式を得て係數の値を求むるときは該曲線圖の增水部分を表はす流出量の式となる，而して t が零より最大流出量に達する時間 T までの値の範圍に於て適用するものにして，其の他の t の値に對しては適用せざること明かなり。

第三節 減水流出量公式

流出量曲線圖の減水部分，即ち最大流出量より以降に於ける減水流出量に相當する公式を求めんとす，此の場合に於ては最大流出量の時を流出量曲線の原點即ち時間 t の零なる時とす。而して第一章第一節に述べたる事項を再記すれば，

流出量最大なる時の降雨量は其の時の流出量に等しく，其の後漸次減少して或る時間後に至り零となる，且つ蒸發量並に滲透量は降雨量が零となりたる時より生ずるものにして，其の水量は大體に於て時間 t 及び流出量 Q に比例す。

今 G 及び F を一般の場合の係數として

$$f(t)=(1-Gt^F)Q$$

なる式を檢するに，$t=0$ なる時に $f(t)=Q$ となる，即ち最大流出量の時を $t=0$ とせしものにして，此の時の降雨量は流出量に等しくする條件を滿足す，其の後 t を增すに從ひ降雨量 $f(t)$ は漸次減少し，或る時間即ち $t=1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時に零となる，故に $t=0$ の時より $t=1/G^{\frac{1}{F}}$ の時に至るまでの $f(t)$ の値は前節の $R(t)$ 即ち降雨量に等し。而して此の場合の $f(t)$ の符號は正なり，尙 t が增加して $t>1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時の $f(t)$ の値は負となるのみならず，大體に於て時間 t に比例し，且つ流出量 Q に比例す，故に遊水池に流入する水量を正とするときは $t>1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時の負なる $f(t)$ の値は蒸發量並に滲透量を表はすものと言ふを得べし。然るときは $f(t)$ なる式の値は流出量大なる時に降雨量に等しき水量となり，其の後 t が增加するに從ひ漸次減少して $t=1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時に零となり，尙 $t>1/G^{\frac{1}{F}}$ なる時には負量となりて蒸發量並に滲透量が遊水池より減少することを表はすのみならず，大體に於て t 及び Q に比例する條件を滿足すること明かなり。即ち遊水池は最大流出量の時より以後に於て $(1-Gt^F)\,Q$ なる水量を受入することゝなる，然るに遊水池は其の流出口より Q なる水量を流出せしむるが故に，單位時間に遊水池より減少する水量は次式にて表はすことを得。

$$\text{單位時間に於ける遊水池內の減少水量}=Q-(1-Gt^F)Q$$

此の場合に於て考慮すべきことは水源地に於ける貯藏水量は最初の間は水源地の地表若しくは地表面より僅かの厚さの地層に吸收せられて貯藏せらるゝも，時間の經過と共に該貯藏量は地中深く滲透せられ，其の一部は永久に河川の流出量とならずして滲透量となり，他の殘部は更に湧出して河川の流出量となる。之れ河川に低水量を流出せしむる所以なり。而して水源地の作用と等しき作用をなす遊水池に就ても亦同樣に考ふることを得。即ち流出量が

増水する間は未だ充分に時間を經過せざるが故に遊水池の周圍の側壁に滲透する水量も亦僅少なるべきも，其の後時間の經過と共に側壁に滲透する水量も亦漸次増大すべきは明かなり。而して該水量中には更に湧出して河川の流出量即ち低水量となるべき水量を貯溜水量として含有するが故に，該水量が滲透せし側壁の地層を遊水池の一部分として擴大して考ふる時は水位の降下に從ひ水位の面積は擴大せらるゝことゝなるべき理なり。故に最大流出量の時より以後に於ける遊水池の水位面積は水深即ち h に反比例するものとせざる可からず。

一般の場合として L を係數とすれば h^L に反比例せざる可からず，然るときは流出量が減水する場合に於ける遊水池の面積を A' とすれば $A'=A/h^L$ となる，此の場合 A も亦一般の場合の係數にして，其の符號は必ず正なる可きも，L の符號は正若しくは負にてあり得べきなり。即ち L が負なる時は $A'=Ah^L$ となり，遊水池の面積が水位の降下と共に狹少となる場合に適合す。實例としては山間部に於ける河川の或る箇所が兩岸相迫れるために其の上流部に自然の遊水池を形成せる場合にして，一般に自然の遊水池は其の水位面積が水深に比例するを普通とするが故に L の符號が負となることは有り得べきことなり。

以上の理由により最大流出量の時より以後に於ける流出量の減少の場合に於て遊水池内の水位面積は A/h^L となる。而して遊水池内に於て dt 時間に下降する水位の高さを $-dh$ とすれば，單位時間に下降する水位の流速は $-dh/dt$ なるが故に，遊水池内の單位時間の減少量は $-A/h^L\times dh/dt$ となる。倘單位時間に遊水池より減少する水量は $Q-(1-Gt^F)Q$ なるを以て次式を得。

$$-\frac{A}{h^L}\cdot\frac{dh}{dt}=Q-(1-Gt^F)Q \quad\cdots\cdots (1)$$

倘遊水池の流出口の形狀を増水流出量の場合と等しくする時は，前節に說明したる如く次の關係あり。

$$Q=B'h^{R'} \quad\cdots\cdots (2)$$

(1) 式と (2) 式より

$$\frac{A}{h^L}\frac{dh}{dt}=-Gt^FB'h^{R'} \quad\cdots\cdots (3)$$

(3) の微分方程式を解くときは，

$$\int\frac{dh}{h^{L+R'}}=-\frac{B'G}{A}\int t^Fdt$$

$$-\frac{1}{(L+R'-1)h^{L+R'-1}}=-\frac{B'G}{A(F+1)}t^{F+1}+C$$

$t=0$ のときに h は遊水池内に於て最大流出量の時の總貯藏量に相當する最大水深となるを以て，之れを H とすれば，

$$-\frac{1}{(L+R'-1)H^{L+R'-1}}=C$$

此の C の値を上式に代入し各項を整理するときは,

$$-\frac{A(F+1)}{(L+R'-1)h^{L+R'-1}}=-\frac{B'G}{A(F+1)}t^{F+1}-\frac{1}{(L+R'-1)H^{L+R'-1}}$$

$$h=\left\{\frac{A(F+1)/B'G(L+R'-1)}{t^{F+1}+A(F+1)/B'G(L+R'-1)H^{L+R'-1}}\right\}^{\frac{1}{(L+R'-1)}}$$

然るに

$$Q=B'h^{R'}$$

なるが故に

$$Q=B'h^{R'}=B'\left\{\frac{A(F+1)/B'G(L+R'-1)}{t^{F+1}+A(F+1)/B'G(L+R'-1)H^{L+R'-1}}\right\}^{\frac{R'}{L+R'-1}}$$

茲に A, B', F, G, R' 及び H は係數なるを以て簡單のために

$$F+1=N, \qquad R'/(L+R'-1)=P,$$

$$B'\{A(F+1)/B'G(L+R'-1)\}^{R'/(L+R'-1)}=W$$

及び

$$A(F+1)/B'G(L+R'-1)H^{(L+R'-1)}=K$$

とすれば

$$Q=\frac{W}{(t^N+K)^P}\cdots\cdots\cdots\cdots(D)$$

假に上式を減水流出量公式 (decreasing discharge formula) とす。或る流出量曲線圖の減水部分に於ける4點により4式を得。4個の係數の値を得るときは該流出量曲線に相當する減水流出量の式を得, t が零より大なる如何なる値に對しても適用すること明かなり。

附記 第一章第二節及び第三節に於て適用したる遊水池の流出口に於ける流速の係數 c の値は constant ならず, 然れども c の値の變化する其の兩極限の差の値は極めて小にして, 殊に流出口に於ける水深 h の値の大なる場合を主として取扱ふときに於ては該差の値は negligible となる (Gibson's Hydraulics and its Applications p. 151-p. 157 參照), 故に河川の流出量の如き大なる水量を取扱ふ場合に於ては c の値を constant となすことを得べし。

第二章 係數の一般算出方法

第一節 流出量公式の表はす曲線の Inflection Point

增水流出量公式, 卽ち

$$Q=V\{T^S-(T-t)^S\}^R$$

に於て $t=0$ のときは $Q=0$ となり, $t=T$ のときは $Q=VT^{SR}$ となる, 卽ち $t=0$ のとき流出量は零となり, 又最大流出量は VT^{SR} なること明かなり。

今上式に於て d^2Q/dt^2 を求めて零とおけば inflection point の t の値を得るが故に,

$$dQ/dt = VRS\{T^S-(T-t)^S\}^{R-1}(T-t)^{S-1}$$

$$d^2Q/dt^2 = VRS\{T^S-(T-t)^S\}^{R-2}(T-t)^{S-2}[(R-1)S(T-t)^S-(S-1)\{T^S-(T-t)^S\}]$$

即ち $d^2Q/dt^2=0$ とするためには

$$T^S-(T-t)^S=0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$T-t=0 \quad \cdots\cdots (2)$$

$$(R-1)S(T-t)^S-(S-1)\{T^S-(T-t)^S\}=0 \quad \cdots\cdots (3)$$

(1) 式より $t=0$, (2) 式より $t=T$

(3) 式より

$$\left(\frac{T-t}{T}\right)^S=\frac{S-1}{SR-1}$$

$$\therefore \quad t=T\left\{1-\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}\right\}$$

即ち t が 0 より T となるまでの間に曲線に inflection point を表はす時の t の値なり, 而して第一章第二節により S 及び R は夫々次の各式を成立する係数にして,

$$F(t)=D(T-t)^E \quad \cdots\cdots (4)$$

$$[(n+1)/n]+1/2=R \quad \cdots\cdots (5)$$

$$E+1=S \quad \cdots\cdots (6)$$

(4) 式の E は第一章第二節に於て $E>1$ なるべきことを説明せるが故に (6) 式により S は必ず $S>2$ なり, 又 (5) 式の R は $R>1$ ならざる可からず。從て $(S-1)$ 及び $(SR-1)$ は共に必ず其の符號正なるを以て, $(S-1)/(SR-1)$ も亦其の符號正なり。即ち零より大ならざる可からず, 且つ $R>1$ なるを以て $SR>S$ なり, 從て $(S-1)/(SR-1)<1$ なり, 故に必ず

$$0<\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}<1, \qquad 0<1-\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}<1$$

$$\therefore \quad 0<T\left\{1-\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}\right\}<T$$

即ち inflection point は必ず t の値が零より T までの間にあり, 故に増水流出量公式は必ず反向曲線をなし, 同向曲線となることを得ず。

次に減水流出量公式, 即ち

$$Q=\frac{W}{(t^N+K)^P}$$

に於て $t=0$ のときは $Q=W/K^P$ にして最大流出量を現はし, $Q=0$ となるためには $t=\infty$ となる。而して前記と同様に d^2Q/dt^2 を求めて零とおくときは,

$$\frac{dQ}{dt}=-PWN\frac{t^{N-1}}{(t^N+K)^{P+1}}$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2}=\frac{PWNt^{N-2}\{(NP+1)t^N-(N-1)K\}}{(t^N+K)^{P+2}}$$

今 $d^2Q/dt^2=0$ とするためには

$t^{N-2}=0$ .... (7)

$1/(t^N+K)^{P+2}=0$ .... (8)

$(NP+1)t^N-(N-1)K=0$ .... (9)

(7) 式より　$t=0$

(8) 式より　$t=\infty$

(9) 式より　$t+\{(N-1)K/(NP+1)\}^{\frac{1}{n}}$ .... (i)

即ち減水流出量公式の曲線に於ける inflection point の t の値なり，而して第一章第三節に於て次の各式の關係あり。

$Q=B'h^{R'}$ .... (10)

$P=R'/(L+R'-1)$ .... (11)

$K=A(F+1)/B'G(L+R'-1)H^{L+R'-1}$ .... (12)

$N=F+1$ .... (13)

$-A/h^L\times dh/dt=Q-(1-Gt^F)Q$ .... (14)

$f(t)=(1-Gt^F)Q$ .... (15)

$P, R, A, B, H, (L+R-1), F$ 及び G 等の各係數は夫々上記の各式が成立するに就て負なること能はざるは第一章第三節に於ける説明により理解せらるゝ處なり。從つて (11) 及び (12) 式により P 及び K は負なる能はず，且つ (13) 式により $N>1$ 卽ち $N-1>0$ なるが故に，(i) 式の右邊も亦負なる能はず，且つ (13) 式により $N>1$ 卽ち $N-1>0$ なるが故に，(i) 式の右邊も亦負なる能はず，卽ち inflection point の横距は必ず零より大なる點にあり。而して $(N-1)$ なる値は實例に見るが如く 1 より小となり得るが故に，$(N-1)/(NP+1)$ は極めて小なる分數となり得べく，且つ (i) 式の羃數なる $1/N$ は必ず分數なるを以て，K が左程大ならざる時は (i) 式の右邊の値も亦相當小なる値となり得る場合なしとせず，又 (12) 式の右邊は遊水池の面積 A なる項を含むが故に，K の値は相當大なる値となる場合ある可く，從つて (i) 式の右邊も亦大なる値となり得べし。卽ち inflection point の存在し得る横距の位置は t が零より ∞ に至るまでの間に相當大なる範圍にあることは推察せらるゝ處なり。

今觀測せる流出量曲線上の減水部分に於て最大流出量の點及び他の 3 點を採りたる時に，該 4 點を通過する而して流出量曲線と異なる他の反向曲線を畫き得る場合あり，故に該 4 點を採り減水流出量公式の係數を算出して求め得たる流出量式は，減水流出量式の inflection point の存在し得る範圍大なるを以て該 4 點を通過する他の反向曲線となる場合なしとせず。此の理由により係數の値を求むるために曲線上の 4 點を撰定するに就ては，該 4 點を通過する他の反向曲線を畫き能はざる 4 點を撰定することに注意せざる可からず。尙此の事項に關

しては第三章第四節の注意事項に於て實例を擧げて說明することゝせり。

第二節 增水流出量公式の係數の算定

流出量公式の係數を流出量曲線により算定する一般方法を述べんとす。一般に降雨ありたる場合に果して河川に相當の出水をなし得る降雨なるや，或は然らざるやを降雨の當初に於て判斷に苦しむを普通とす。故に流出量觀測者が觀測地點に達したる時は既に河川が增水をなし始めたる時期を逸すること少なからず，其の結果は流出量曲線圖に於て其の增水をなし始めたる部分を缺除する場合多し，故に曲線圖に於て增水をなし始めたる時卽ち直角座標の原點を求むる能はざるを一般の例とす。尙增水流出量公式は止むを得ざる事情のために增水をなし始めたる部分を多少犧牲に供して修正せられたるものなるのみならず，流出量の必要なる點より視るも增水流出量の最初の部分は比較的重要ならざるものとして成立せるものなり。

以上の理由により曲線圖に於て座標の原點を最大流出量の時の線上に移し，此の時より時間を遡り卽ち圖上に於て原點より m 時間前に b 流出量，$2m$ 時間前に c 流出量として求むるを便利とす。今移動したる新直角座標の横距を x とすれば，增水をなし始めたる時より最大流出量に達するまでの時間は T なるが故に，增水流出量公式の t は $t=T+x$ となる，然るときは增水流出量公式 (I) は

$$Q=V\{T^S-(T-t)^S\}^R=V\{T^S-(-x)^S\}^R$$

此の式の x を t と書き換ふる時は

$$Q=V\{T^S-(-t)^S\}^R \qquad (I')$$

今流出量曲線上に於て

$t=0$ なるときの流出量を求めて a とし，

$t=-m$ なるときの流出量を求めて b とし，

$t=-2m$ なるときの流出量を求めて c とし，

$t=-4m$ なるときの流出量を求めて d とす。

然るときは之れ等 t の値を公式 (I') に代入して次の4式を得。

$$a=VT^{SR} \qquad (1)$$

$$b=V(T^S-m^S)^R \qquad (2)$$

$$c=V(T^S-\overline{2m}^S)^R \qquad (3)$$

$$d=V(T^S-\overline{4m}^S)^R \qquad (4)$$

以上4式より次の3式を得。

$$(m/T)^S=1-(b/a)^{\frac{1}{R}} \qquad (5)$$

$$(2m/T)^S=1-(c/a)^{\frac{1}{R}} \qquad (6)$$

$$(4m/T)^S=1-(d/a)^{\frac{1}{R}} \quad\cdots\cdots (7)$$

(6)式/(5)式

$$2^S=\frac{1-(c/a)^{\frac{1}{R}}}{1-(b/a)^{\frac{1}{R}}} \quad\cdots\cdots (8)$$

(7)式/(6)式

$$2^S=\frac{1-(d/a)^{\frac{1}{R}}}{1-(c/a)^{\frac{1}{R}}} \quad\cdots\cdots (9)$$

(8)式=(9)式

$$\frac{1-(c/a)^{\frac{1}{R}}}{1-(b/a)^{\frac{1}{R}}}=\frac{1-(d/a)^{\frac{1}{R}}}{1-(c/a)^{\frac{1}{R}}}$$

各項を置き換ふるときは，

$$\{1-(b/a)^{\frac{1}{R}}\}\{1-(d/a)^{\frac{1}{R}}\}-\{1-(c/a)^{\frac{1}{R}}\}^2=0 \quad\cdots\cdots (10)$$

之れ以上代數的に解くこと能はざるを以て，數回の試算により R の値を求むる以外に方法を見出し能はざるを遺憾とす。

今試算の便利のために

$$1/R=Y, \quad (b/a)^Y=\beta, \quad (d/a)^Y=\delta, \quad (c/a)^Y=\gamma$$

とすれば，

$$\log\beta=Y(\log b-\log a) \quad\cdots\cdots (\beta)$$

$$\log\delta=Y(\log d-\log a) \quad\cdots\cdots (\delta)$$

$$\log\gamma=Y(\log c-\log a) \quad\cdots\cdots (\gamma)$$

となる，尙 β, δ 及び γ を (10) 式に代入するときは，

$$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2=0 \quad\cdots\cdots (\alpha)$$

b/a, d/a 及び c/a は既知數なるを以て，Yの値を假定し該三既知數を Y 羃したる値を(β), (δ) 及び (γ) 式にて求めたる後，(α) 式の左邊を算出したる結果が負なる時は假定したる Y の値を減じ，正なる時は Y の値を增加し，數回試算することにより (α) 式の左邊の値を減じ正なる時は Y の値を增加し，數回試算することにより (α) 式の左邊の値を零に近づかしめ，而して Y の値を決定することを得，然るときは次式により R の値を得。

$$R=1/Y \quad\cdots\cdots (R)$$

次に (8) 式により

$$S=\frac{\log(1-\gamma)-\log(1-\beta)}{\log 2} \quad\cdots\cdots (S)$$

(5) 式より

$$\log T=\log m-\frac{\log(1-\beta)}{S} \quad \cdots\cdots (T)$$

(1) 式より

$$\log V=\log a-SR\log T \quad \cdots\cdots (V)$$

以上 (R), (S), (T) 及び (V) の式により求め得たる R, S, T 及び V 等の値を (I) 式に代入するときは，該流出量曲線の増水部分に相當する増水流出量の式を得。

第三節　減水流出量公式の係數の算定

減水流出量公式の係數を求むるに流出量曲線圖に於て最大流出量のときは，$t=0$ なるが故に，

$t=0$　のときの流出量を求めて a とし，
$t=m$　〃　〃　〃　b とし，
$t=2m$　〃　〃　〃　c とし，
$t=4m$　〃　〃　〃　d とす。

之れ等 t の値を減水流出量公式 (D) に代入するときは，

$$Q=\frac{W}{(t^N+K)^P} \quad \cdots\cdots (D)$$

$$a=\frac{W}{K^P} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$b=\frac{W}{(m^N+K)^P} \quad \cdots\cdots (2)$$

$$c=\frac{W}{(\overline{2m}^N+K)^P} \quad \cdots\cdots (3)$$

$$d=\frac{W}{(\overline{4m}^N+K)^P} \quad \cdots\cdots (4)$$

以上4式より次の3式を得。

$$\frac{m^N}{K}=(a/b)^{\frac{1}{P}}-1 \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{\overline{2m}^N}{K}=\left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{1}{P}}-1 \quad \cdots\cdots (6)$$

$$\frac{\overline{4m}^N}{K}=\left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{1}{P}}-1 \quad \cdots\cdots (7)$$

(6) 式/(5) 式

$$2^N=\frac{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1} \quad \cdots\cdots (8)$$

(7) 式/(6) 式

$$2^N=\frac{(a/d)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1} \quad \cdots\cdots (9)$$

(8) 式＝(9) 式

$$\frac{(a/c)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1}=\frac{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1}{(a/b)^{\frac{1}{P}}-1}$$

書き換へて

$$\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{P}}-1\right\}\left\{\left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{1}{P}}-1\right\}-\left\{\left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{1}{P}}-1\right\}^2=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

此の式も亦之れ以上代數的に解く能はず，故に數回の試算により P の値を求むるものとす，今便利のために

$$1/P=Z,\qquad (a/b)^Z=\beta,\qquad (a/d)^Z=\delta,\qquad (a/c)^Z=\gamma$$

とすれば，

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (\beta)$$

$$\log\delta=Z(\log a-\log d)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (\delta)$$

$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (\gamma)$$

となる，尙 β, δ 及び γ を (10) 式に代入するときは，

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (\alpha')$$

a/b, a/d 及び a/c は既知數なるを以て Z の値を假定し該三既知數を Z 冪したる値を (β), (δ), (γ) 式にて求めたる後，(α') 式の左邊を算出したる値が負なるときは Z の假定値を增し正なる時は減じ．(假定値を增減する方法は增水式を求むる場合と反對なり)，而して數回の試算により零に近似せしめて Z の値を求む，然るときは

$$P=\frac{1}{Z}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (P)$$

次に (8) 式より

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (N)$$

(5) 式より

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (K)$$

(1) 式より

$$\log W=\log a-P\log K\quad\cdots\cdots\cdots\cdots (W)$$

以上 (P), (N), (K) 及び (W) 式により P, N, K 及び W なる値を求むることを得，之れ等の値を (D) 式に代入するときは，該流出量曲線の減水部分に相當する流出量の式を得ること明かなり。

第四節　總流出量

增水並に減水の雨流出量公式を積分することを得れば，水源地に於ける或る降雨量に對す

る河川の總流出量を算出し得るは明かなり。然れども遺憾ながら增水公式に於ける R, S 及び減水公式に於ける N, P が或る特別なる値を有する時の外は積分する能はず (Granville's Differential and Integral Calculus p. 351 參照)。故に approximate integration によるときは次の 2 式あり。

Trapezoidal Rule

$$\text{area}=\left(\frac{1}{2}y_0+y_1+y_2\ldots\ldots\ldots+y_{n-1}+\frac{1}{2}y_n\right)\Delta x$$

Parabolic Rule

$$\text{area}=\frac{1}{3}\Delta x(y_0+4y_1+2y_2+4y_3+2y_4+\ldots\ldots\ldots+y_n)$$

以上兩式に於て $y=Q$, $x=t$ とすれば，求むる所のものを得。然れども $\Delta t=1$ 時間としても尙每時間の各流出量を計算して求むること容易ならざるは之れ亦遺憾とする處なり。

第三章　實例及び流出量公式の適用の範圍

第一節　實例其の一

河川名	境川　(附圖第一參照)
流域面積	34.45 平方粁
觀測地點	岐阜縣稻葉郡佐原村大嶋地先
觀測月日	大正 14 年 9 月 18 日以降

之に對し增水流出量式を求めんとす。

附圖第一に於て小圓の中心點が卽ち觀測の結果なり，先づ增水式を求めんに第二章第二節に述べたる m の値を 1.5 時間とす，然るときは該曲線圖に於て最大流出量の時より時間を前に遡りて測定することにより，下記の如く夫々の流出量を得。

$t=0$	のときの流出量		$a=9.4$ 立方米
$t=-m=-1.5$	〃	〃	$b=8.6$ 〃
$t=-2m=-3.0$	〃	〃	$c=7.1$ 〃
$t=-4m=-6.0$	〃	〃	$d=3.6$ 〃

今チャムバーの七桁對數表により各流出量の對數を求むるときは，

$\log a=0.9731279$,	
$\log b=0.9344985$,	$\log b-\log a=-0.0386294$
$\log c=0.8512583$,	$\log c-\log a=-0.1218696$
$\log d=0.5563025$,	$\log d-\log a=-0.4168254$

數回の試算により第二章第二節に述べたる Y の値を求むるに次の値を得たり（試算の實例は第三章第二節に於て示さんとす)。

$$Y=0.347$$

第二章第二節に於ける $\log\beta$, $\log\delta$, $\log\gamma$ を求むるに，

$$\log\beta = Y(\log b - \log a) = 0.347\times(-0.0386294) = -0.01340440$$
$$\log\delta = Y(\log d - \log a) = 0.347\times(-0.4168254) = -0.144638414$$
$$\log\gamma = Y(\log c - \log a) = 0.347\times(-0.1218696) = -0.042288751$$

對數表により β, δ, γ を求むるに，

$$\beta = 0.969607,\qquad \delta = 0.71674,\qquad \gamma = 0.907217$$

(α) 式の左邊を計算するに，

$$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2 = (1-0.969607)(1-0.71674)-(1-0.907217)^2 = 0.0000004361$$

即ち殆んど零に近きものと見るを得るが故に，$Y=0.347$ にて可なりと認む。然るときは (R) 式により

$$R=\frac{1}{Y}=\frac{1}{0.347}=2.881844$$

次に (S) 式により

$$S=\frac{\log(1-\gamma)-\log(1-\beta)}{\log 2}=\frac{\log 0.092783-\log 0.030393}{\log 2}=1.610121$$

次に (T) 式により

$$\log T=\log m-\frac{\log(1-\beta)}{S}=\log 1.5-\frac{\log 0.030393}{1.610121}=1.1183977$$
$$T=13.134$$

(V) 式により

$$\log V=\log a-RS\log T=0.9731279-2.881844\times 1.610121\times 1.1183977=\bar{5}.7836312$$
$$V=0.000060762$$

尙 (I') 式中の T^S の値を求むるに，之れを X とすれば $S\log T$ の値は前式中の運算途中にあるを以て，

$$X=T^S,\qquad \log X=S\log T=1.8007556,$$
$$\therefore\quad T^S=63.2056$$

以上求め得たる各係數の値を (I') 式中に代入するときは

$$Q=0.000060762\,\{63.2056-(-t)^{1.610121}\}^{2.881844}\cdots\cdots\cdots\cdots (I_1)$$

即ち**附圖第一**の增水部分に相當する流出量の式なり，而して (I_1) 式は最大流出量の時より前に遡りて時間を測定せざる可からず，若し增水をなし始めたる時より以後に時間を測定するには (I) 式により

$$Q=0.000060762\,\{63.2056-(13.134-t)^{1.610121}\}^{2.881844}$$

今 (I_1) 式を用ひて t の種々の値に對する各流出量を求むるに，遡る時間の符號を負とすべきを正とする代りに (I_1) 式中の t の符號を豫め負より正に變更すれば可なり，即ち

$$Q=0.000060762\,\{63.2056-t^{1.610121}\}^{2.881844}$$

計算のために此の式の兩邊の對數を採るときは，

$$\log Q=\log 0.000060762+2.881844\log(63.2056-t^{1.610121})$$

右邊の第一項の値は $\log V$ として前計算中にあるを以て尚右邊の項を置き換ふる時は，

$$\log Q=2.881844\log(63.2056-t^{1.610121})-4.2163688 \quad \cdots\cdots (L_1)$$

此の (L_1) 式中の t に種々の値を代入して各流出量を求めんとす，今 $t=0$ とするときは (L_1) 式は

$$\log Q=2.881844\log 63.2056-4.2163688$$

右邊の第一項は $RS\log T$ として $\log V$ を求むる前計算中にあるを以て

$$\log Q=5.18949672-4.2163688=0.9731279$$

$$\therefore \quad Q=9.4\text{立方米}$$

$t=1$ とするときは (L_1) 式は

$$\log Q=2.881844\log(63.2056-1)-4.2163688=0.95316798$$

$$\therefore \quad Q=8.9777\text{立方米}$$

$t=2$ の場合には (L_1) 式中の $t^{1.610121}$ を ζ とすれば $\zeta=t^{1.610121}$，從つて $\log\zeta=1.610121\log t$ なるが故に，此の式中の t を $t=2$ として，

$$\log\zeta=1.610121\log 2=1.610121\times 0.30103=0.4846947$$

$$\therefore \quad \zeta=3.0528$$

然るときは

$$\log Q=2.881844\log(63.2056-3.0528)-4.2163688=0.9111691$$

$$\therefore \quad Q=8.15\text{立方米}$$

同樣に (L_1) 式の t に種々の値を代入して Q の値を求むるときは第一表の如し。

第　一　表

t	時間 0	1	2	3	4	5
Q	立方米 9.4000	8.9777	8.1500	7.1000	5.9360	4.7450
t	時間 6	7	8	9	10	
Q	立方米 3.6000	2.5622	1.6662	0.97724	0.4764	

以上の結果を曲線に畫くときは附圖第一に於ける實線となる，大體の曲線を得るためには斯く1時間毎に算出するの必要なきも，後節に述ぶる總流出量を近似法により算出せんがためなり。次に減水流出量の式を求む。

即ち附圖第一に於ける流出量曲線の減水部分を式にて表はさんとするものにして，第二章第三節に述べたる m の値を5時間として曲線圖より下記の如く各流出量を得たるものとす。

$t=0$	のときの流出量	$a=9.4$ 立方米
$t=m=5$	〃　〃　〃	$b=6.4$ 〃
$t=2m=10$	〃　〃　〃	$c=4.0$ 〃

$t=4m=20$ 〃 〃 〃 $d=1.5$ 立方米

對數表を使用するときは

$$\log a=0.9731279,$$
$$\log b=0.8061800, \qquad \log a-\log b=0.1669479$$
$$\log c=0.6020600, \qquad \log a-\log c=0.3710679$$
$$\log d=0.1760913, \qquad \log a-\log d=0.7970366$$

第二章第三節に於ける Z の値を數回の試算により求むるに（試算の實例は第三章第二節に於て述べんとす），$Z=0.13$ にて可なりと認む，

即ち第二章第節三に於ける $\log\beta$, $\log\delta$, $\log\gamma$ を求めて $(2')$ 式の左邊を計算すれば，

$$\log\beta=Z(\log a-\log b)=0.13\times0.1669479=0.021703227$$
$$\log\delta=Z(\log a-\log d)=0.13\times0.7970366=0.103614758$$
$$\log\gamma=Z(\log a-\log c)=0.13\times0.3710679=0.048238827$$
$$\beta=1.05124, \qquad \delta=1.26945, \qquad \gamma=1.11748$$
$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=(1.05124-1)(1.26945-1)-(1.11748-1)^2=0.00000506$$

即ち (α') 式の左邊は零に近きものと見るを得，然るときは (P) 式により

$$P=\frac{1}{Z}=\frac{1}{0.13}=7.6923$$

(N) 式により

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log 2}=\frac{\log 0.11748-\log 0.05124}{0.30103}=1.19707$$

(K) 式により尙

$$\log m=\log 5=0.69897$$

なるにより，

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.19707\times0.69897+1.2903909=2.1271069$$
$$K=134.0006$$

(W) 式により，

$$\log W=\log a+P\log K=0.9731279+7.6923\times2.1271069=17.3354623$$
$$W=216\,502\,000\,000\,000\,000=216\,502\times10^{12}$$

以上各係數の値を (D) 式に代入するときは，

$$Q=\frac{216\,502\times10^{12}}{(134.0006+t^{1.19707})^{7.6923}} \qquad \cdots\cdots (D_1)$$

之れ即ち**附圖第一**の減水部分に對する減水流出量の式なり。今 (D_1) 式の對數を採るときは，

$$\log Q=17.3354623-7.6923\log(134.0006+t^{1.19707}) \qquad \cdots\cdots (L_1')$$

今 (L_1') 式を用ひて t の種々の値に對し Q の値を計算すれば**第二表**の如し。

第　二　表

t	時間 0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	立方米 9.4000	8.8773	8.2499	7.6123	6.9916	6.2876	5.8439	5.3258	4.8462
t	時間 9	10	11	12	13	14	15	16	17
Q	立方米 4.4047	4.0000	3.62967	3.29204	2.98461	2.70552	2.4520	2.22224	2.01407
t	時間 18	19	20	21	22	23	24	25	100
Q	立方米 1.8256	1.6551	1.5000	1.3610	1.2350	1.1200	1.0180	0.92479	0.00298

以上の結果を**附圖第一**に表はすときは曲線の減水部分に於ける實線となる。

本川の觀測地點に於ては常時低水量なし。

第二節　實例其の二

河川名	木曾川
流域面積	4 855.8 平方粁
觀測地點	岐阜縣羽島郡笠松町地先
觀測月日	大正 6 年 9 月 30 日以降

增水流出量式を求む。

附圖第二に於て觀測せし流出量を表はす增水曲線上にて時間 m の値を 3 時間とし，各流出量を求むるときは，

$t=0$	のときの流出量	$a'=168\,000$ 立方尺
$t=-m=-3$	〃　〃　〃	$b'=159\,000$ 〃
$t=-2m=-6$	〃　〃　〃	$c'=136\,000$ 〃
$t=-4m=-12$	〃　〃　〃	$d'=75\,000$ 〃

此の場合曲線圖が立方尺を單位とせるを以て，此の儘使用するものとす，而して觀測當時の記錄を見るに，此の場合の出水は前に小雨ありしために流出量 27 000 立方尺の時より增水をなし始めたること明かなり，故に上記の各流出量より 27 000 立方尺を控除して計算するを至當とす。

$a=168\,000-27\,000=141\,000,\qquad \log a=5.1492191$

$b=159\,000-27\,000=132\,000,\qquad \log b=5.1205739$

$c=136\,000-27\,000=109\,000,\qquad \log c=5.0374265$

$d=\ 75\,000-27\,000=\ 48\,000,\qquad \log d=4.6812412$

$\log b-\log a=-0.0286452,\qquad \log d-\log a=-0.4679779,$

$\log c-\log a=-0.1117926$

今大體の試算により Y の値は 0.3 に近きことを認めたり，假に $Y=0.3$ として計算するに第二章第二節に於ける (β), (δ) 及び (γ) の式により，

$$\log\beta=Y(\log b-\log a)=0.3\times(-0.0286452)=-0.00859356$$

$$\log\delta=Y(\log d-\log a)=0.3\times(-0.4679779)=-0.14039337$$

$$\log\gamma = Y(\log c - \log\alpha) = 0.3 \times (-0.1117926) = -0.0335378$$

對數表により β, δ, γ を求む。

$$\beta = 0.98041, \qquad \delta = 0.72378, \qquad \gamma = 0.92568$$

(α) 式の左邊を算出すれば，

$$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2 = (1-0.98041)(1-0.72378)-(1-0.92568)^2 = -0.0001023$$

增水流出量式を求むる場合に，(α) 式の左邊の値が負の符號なるときは Y の假定値を減ずれば可なるを以て，$Y=0.26$ とし，前同樣計算するに (α) 式の値は -0.0000375 となる，尙 Y の値を減じて $Y=0.244$ として計算するに，

$$\log\beta = -0.0069894288, \qquad \log\delta = -0.1141866076, \qquad \log\gamma = -0.02727739444$$

$$\beta = 0.984035, \qquad \delta = 0.76880, \qquad \gamma = 0.93912$$

$$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2 = (1-0.984035)(1-0.7688)-(1-0.93912)^2 = -0.00001526$$

其の答尙大にして且つ符號は負なるを以て，Y の値を尙減じて $Y=0.233$ とし計算すれば（勿論 $Y=0.233$ となる迄の途中の試算をなせしものなるも省略せり），

$$\log\beta = -0.0066743316, \qquad \log\delta = -0.1090388507, \qquad \log\gamma = -0.0260476758$$

$$\beta = 0.98475, \qquad \delta = 0.77797, \qquad \gamma = 0.94179$$

$$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2 = (1-0.98475)(1-0.77797)-(1-0.94179)^2 = -0.00000245$$

卽ち餘程小となりたるを以て $Y=0.233$ とすれば (R) 式により，

$$R = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0.233} = 4.29185$$

(S) 式により

$$S = \frac{\log(1-\gamma)-\log(1-\beta)}{\log 2} = \frac{\log 0.05821 - \log 0.01525}{\log 2} = 1.93245$$

$$\log T = \log m - \frac{\log(1-\beta)}{S} = \log 3 - \frac{\bar{2}.1832698}{1.93245} = 1.4172389$$

$$T = 26.136$$

$$\log V = \log\alpha - RS\log T = 5.1492191 - 4.29185 \times 1.93245 \times 1.4172389 = -6.605056$$

$$V = 0.0000025$$

尙 $X=T^S$ とすれば，

$$\log X = S\log T = 2.7387433, \qquad X = T^S = 547.953$$

以上得たる各係數の値を (I') 式に代入するときは，

$$Q = 0.0000025\{547.953-(-t)^{1.93245}\}^{4.29185} \qquad \cdots\cdots (I_2)$$

(I_2) 式により t の種々の値に對する Q の値を算出するために最大流出量の時より遡る時間の符號を負とせずして正とする代りに (I_2) 式中の t の符號を豫め負より正に變更し，尙此の式の兩邊の對數を採るときは，

$$\log Q = 4.29185\log(547.953 - t^{1.93245}) - 6.6050565 \qquad \cdots\cdots (L_2)$$

此の式の t に種々の値を代入して得たる各々の値に 27 000 立方尺を加ふれば求むる所の各流出量を得，卽ち**第三表**の如し。

第　三　表

t 時間	Q 立方尺	$Q'=Q+27\,000$ 立方尺
0	141 000	168 000
3	132 000	159 000
6	109 000	136 000
9	78 548	105 548
12	47 942	74 942
15	23 396	50 396
18	8 076	35 076
20	2 918	29 917
25	3.1	27 003

以上の結果を曲線に表はすときは**附圖第二**に於ける實線となる。

次に減水流出量式を求む．

m を 14 時間とし，**附圖第二**に於て觀測の流出量を表はす減水流出量曲線上に於て，t が 0, 14, 28, 56 のときの各流出量を求むるときは，

$t=0$	のときの流出量	$a=168\,000$ 立方尺
$t=m=14$	〃　〃	$b=117\,000$ 〃
$t=2m=28$	〃　〃	$c=\ 74\,000$ 〃
$t=4m=56$	〃　〃	$d=\ 36\,000$ 〃

$$\log a=5.2253093,$$
$$\log b=5.0681859,\qquad \log a-\log b=0.1571234$$
$$\log c=4.8692317,\qquad \log a-\log c=0.3560776$$
$$\log d=4.5563025,\qquad \log a-\log d=0.6690068$$

大體の試算により，$Z=1.1$ に近きことを認めたるにより假に $Z=1.1$ とすれば，

$$\log\beta=0.17283574\qquad \log\delta=0.73590748\qquad \log\gamma=0.39168536$$
$$\beta=1.4888,\qquad \delta=5.44387,\qquad \gamma=2.46425$$
$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.4888\times4.44387-(1.46425)^2=+0.0281456$$

卽ち (α) 式の値の符號が正なるを以て Z の假定値を減じて $Z=1.042$ とすれば (Z の假定値を 1.1 より 1.042 とするまでの途中の數度の試算は省略せり)，(α) 式の値は

$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=-0.0002768$$

となり，(α) 式の値が尙大にして，其の符號は負なるを以て Z の假定値を增加し $Z=1.0427$ とすれば，

$$\log\beta=0.16383256918,\qquad \log\delta=0.69757339036,\qquad \log\gamma=0.37128211152$$
$$\beta=1.45825,\qquad \delta=4.98395,\qquad \gamma=2.35116$$
$$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.45825\times3.98395-(1.35116)^2=(+)0.00001174$$

卽ち $Z=1.0427$ にて可なりと認む，然るときは (P) 式により

$$P=\frac{1}{Z}=\frac{1}{1.0427}=0.959049$$

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\delta-1)}{\log 2}=\frac{\log 1.35116-\log 0.45825}{\log 2}=1.559991$$

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.559991\times1.146128-\bar{1}.6611025=2.1268469$$

$$K=133.9204$$

$$\log W=\log a+P\log K=5.2253093+0.959049\times2.1268469=7.2650597$$

$$W=18\,410\,248$$

以上の値を (D) 式に代入するときは

$$Q=\frac{18\,410\,248}{(133.9204+t^{1.559991})^{0.959049}}$$

附圖第二の曲線に於ける減水部分に相當する流出量式なり，此の式に依り各時間に於ける流出量の算出のために此の式の兩邊の對數を採るときは，

$$\log Q=7.2650597-0.959049\log(133.9204+t^{1.559991})\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (L_2')$$

t の種々の値に對する Q の値を求むるときは**第四表**の如し。

第 四 表

t	0 時間	2	5	9	14	19	24	28	30
Q	168 000 立方尺	164 523	154 410	137 746	117 000	98 883.6	83 911	74017	69 644
t	40 時間	50	56	60	70	100	300	500	700
Q	52 590 立方尺	41 123	36 839	33 892	27 330	17 082	3 643	1 707	1 015

以上の結果を曲線に表はすときは**附圖第二**に於ける減水部分の實線となる。本節に於ける觀測流出量曲線と流出量式の曲線とを比較するに，增水をなし始めたる部分に於て時間に對する流出量の增加の狀態が前者は幾分緩漫にして不規則なる變化をなす傾向あるも，後者も亦其の反對に急速過ぎる嫌あるを認む。而して後者の斯の如き缺點は增水流出量公式を成立せし當初に於て既に承知せし事項なるを以て止むを得ざることゝす。

第三節　實例其の三（附圖第三參照）

河川名	木曾川	（前節に同じ）
流域面積	4 855.8 平方粁	（前節に同じ）
觀測地點	岐阜縣羽島郡笠松地先	（前節に同じ）
觀測月日	大正 6 年 10 月 19 日以降	

增水式を求む。

附圖第三に於て觀測せし流出量を表はす曲線の增水部分に於て m を 3 時間とせし時の各流出量を求むるに，

$t=0$	のときの流出量		$a'=151\,000$ 立方尺
$t=-m=-3$	〃	〃	$b'=146\,000$ 〃
$t=-2m=-6$	〃	〃	$c'=125\,000$ 〃
$t=-4m=-12$	〃	〃	$d'=60\,000$ 〃

然るに該曲線圖に見るが如く，增水をなし始めたる時既に 45 000 立方尺の流出量ありた

るを以て，前記各流出量より該流出量を控除するときは，

$a=151\,000-45\,000=106\,000$, $\log a=5.0253059$

$b=146\,000-45\,000=101\,000$, $\log b=5.0043214$, $\log b-\log a=-0.0209845$

$c=125\,000-45\,000=80\,000$, $\log c=4.9030900$, $\log d-\log a=-0.8492146$

$d=60\,000-45\,000=15\,000$, $\log d=4.1760913$, $\log c-\log a=-0.1222159$

數回の試算により $Y=0.26$ にて適當なるを認めたり（試算省略）。即ち

$\log\beta=\bar{1}.99454403$, $\log\delta=\bar{1}.779204204$, $\log\gamma=\bar{1}.968223866$

$\beta=0.98752$, $\delta=0.60146$, $\gamma=0.92945$

$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2=0.01248\times0.39854-(0.07055)^2=-0.0000(352$

然るときは，

$$R=\frac{1}{Y}=\frac{1}{0.26}=3.84615$$

$$S=\frac{\log0.07055-\log0.01248}{\log2}=2.499028$$

$$\log T=\log3-\frac{\bar{2}.0962146}{2.499028}=1.2389316,\qquad T=17.3352$$

$$\log V=5.0253059-3.84615\times2.499028\times1.2389316=-6.8828553$$

$$V=0.0000013$$

尙 $X=T^S$ とすれば，

$$\log X=S\log T=3.0961247,\qquad X=T^S=1\,247.74$$

以上得たる値を（I'）式に代入するときは，

$$Q=0.0000013\{1\,247.74-(-t)^{2.499028}\}^{3.84615}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\ (I_3)$$

最大流出量の時から遡る時間の符號を負とせずして正とするために t の符號を變へ尙兩邊の對數を採るときは，

$$\log Q=3.84615\ \log\{1\,247.74-t^{2.499028}\}-6.8828553\cdots\cdots\cdots\cdots(L_3)$$

（L_3）式に t の種々なる値を代入して得たる各流出量 $=45\,000$ 立方尺を加へたるものは**第五表**の如し。

第　五　表

t	Q	$Q'=Q+45\,000$	t	Q	$Q'=Q+45\,000$
時間 0	106 000 立方尺	151 000 立方尺	時間 9	46 170 立方尺	91 170 立方尺
1	105 673	150 673	12	14 973	59 973
3	101 000	146 000	14	3 558	48 558
6	80 000	125 000	16	150	45 150

以上の結果を曲線に表はすときは**附圖第三**の增水部分に於ける實線となる。

減水流出量式を求む。

附圖第三に於て觀測流出量曲線の減水部分に於て $m=5$ 時間とせし時の各流出量を求むるに，

$t=0$ のときの流出量 $a=151\,000$ 立方尺
$t=m=5$ 〃 〃 $b=120\,000$ 〃
$t=2m=10$ 〃 〃 $c=90\,000$ 〃
$t=4m=20$ 〃 〃 $d=61\,000$ 立方尺

$\log a=5.1789769$
$\log b=5.0791812,\quad \log a-\log b=0.0997957$
$\log c=4.9542425,\quad \log a-\log d=0.3936471$
$\log d=4.7853298,\quad \log a-\log c=0.2247344$

數回の試算により $Z=2.87735$ にて可なることを認めたり。然るときは

$\log\beta=0.287147157395 \quad \log\delta=1.132660483185 \quad \log\gamma=0.64663952584$
$\beta=1.93708,\quad \delta=13.5725,\quad \gamma=4.43241$
$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.93708\times12.5725-(3.43241)^2=-0.000000102$

然るときは

$$P=\frac{1}{2.87735}=0.347542$$

$$N=\frac{\log3.43241-\log0.93708}{\log 2}=1.872978$$

$$\log K=1.872978\log5-\bar{1}.9717767=1.33737873$$

$$K=21.746$$

$$\log W=5.1789769+0.347542\times1.33737873=5.64377218$$

$$W=440\,324$$

以上の結果を（D）式及び（L）式に代入するときは，

$$Q=\frac{440\,324}{(21.746+t^{1.872978})^{0.347542}}$$

$$\log Q=5.64377218-0.347542\log(21.746+t^{1.872978})\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(L_3')$$

（L'_3）式を用ひて t の種々なる値に對する各流出量を求むるときは**第六表**の如し。

第　六　表

t	2時間	5	7	10	15	20	25
Q	143 048立方尺	120 000	106 109	90 000	72 264	61 000	53 223
t	30時間	40	50	100	300	500	700
Q	47 505立方尺	39 597	34 332	21 944	10 746	7 707	6 191

以上の結果を曲線にて表はすときは**附圖第三**に於ける減水部分の實線となる。而して觀測流出量の曲線と算出せし流出量式の曲線とを比較するに，増水をなし始めたる部分に於て流出量式に多少の不滿足を覺悟したるにも係はらず兩者相一致せるは，曲線圖に見るが如く前回の降雨による水源地の貯藏量が充分に減水し終らざる時に於て次回の降雨がありしためにして，斯の如き場合に於ては水源地は尙濕潤せるを以て本節の場合の貯藏量の増加は前節の場合より小なるに反し流出量の増加は本節の場合が前節の場合より大なること明かなり。尙

本節の例と前節の例とは同一河川の同一地點に於ける觀測の結果にして，最大流出量は前節の場合が大なるにも係はらず低水量は後節の場合が大なり。之れ即ち最大流出量は降雨量に比例すること明かにして，本節の場合に於ける降雨量は比較的小なるため，其の最大流出量も亦比較的小となりたるに反し，貯藏量は**附圖第四**に見るが如く，前回の降雨による出水の場合に於て充分に減水し終らざりし貯藏量を遞加して，比較的大となりたるものにして，其の結果本節の場合の低水量が前節の場合に比し增大せることは容易に理解せらるゝ處なり。

第四節　實例其の四（附圖第四參照）

河川名	木曾川	（前節に同じ）
流域面積	4 855.8 平方粁	（前節に同じ）
觀測地點	岐阜縣羽島郡笠松地先	（前節に同じ）
觀測月日	大正 6 年 10 月 17 日以降	

附圖第四に於て見るが如く，增水部分の曲線は不規則なる變化をなせるを以て流出量式にて表はすこと不可能なり，故に減水部分の曲線のみを流出量式にて求めんとす。今 $m=4$ 時間として各流出量を觀測曲線上にて求むるに，

$t=0$	のときの流出量	$a=140\,000$ 立方尺
$t=m=4$	〃　〃	$b=113\,000$ 〃
$t=2m=8$	〃　〃	$c=86\,000$ 〃
$t=4m=16$	〃　〃	$d=60\,000$ 〃

$\log a=5.146280$

$\log b=5.0530784,\qquad \log a-\log b=0.0930496$

$\log c=4.9344985,\qquad \log a-\log d=0.3679767$

$\log d=4.7781513,\qquad \log a-\log c=0.2116295$

數回の試算により $Z=3.37945$ にて可なりと認む，然るときは

$$P=\frac{1}{Z}=\frac{1}{3.37945}=0.295906$$

$$N=\frac{\log 4.190285-\log 1.06280}{\log 2}=1.979178$$

$$\log K=1.979178\log 4-0.0264515=1.1651324$$

$$K=14.6262$$

$$\log W=\log a+P\log K=5.146128+0.295906\times1.1651324=5.4908977$$

$$W=309\,166.9$$

求むる減水流出量式は，

$$Q=\frac{309\,166.9}{(14.6262+t^{1.979178})^{0.295906}}$$

計算のために此の式の對數を採るときは，

$$\log Q=5.4908977-0.295906\log(14.6262+t^{1.979178})$$

此の式中の t に種々の値を代入して各流出量を算出すれば**第七表**の如し。

第　七　表

t	0 時間	2	4	6	8	12	16	20	25
Q	140 000 立方尺	130 453	113 660	97 713	86 000	70 116	60 000	52 971	46 763

以上の結果を曲線に表はすときは**附圖第四**に於ける實線となる。

注 意 事 項

減水流出量式の係數を算出するために採用する曲線上の4點の撰定如何によりては求め得たる減水流出量式が該流出量曲線を表はさずして他の反向曲線を表はす場合あることは第二章第一節に於て述べたる處なり。

今本節の例に就て $m=5$ 時間とし，卽ち t が 0, 5, 10 及び 20 なる時間に相當する4點を曲線上に求めて係數を算出するときは，

$t=0$	のときの流出量		$a=140\,000$ 立方尺
$t=m=5$	〃	〃	$b=104\,000$ 〃
$t=2m=10$	〃	〃	$c=78\,000$ 〃
$t=4m=20$	〃	〃	$d=52\,000$ 〃

以上により各係數を算出するときは（運算省略）

$$Z=1.7536,\qquad P=0.570256,\qquad N=1.386898$$
$$K=13.62224,\qquad V=620\,784$$

$$Q=\frac{620\,784}{(t^{1.386898}+13.62224)^{0.570256}}$$

此の式を用ひて，$t=1$ 時間及び $t=2$ 時間のときの流出量を求むれば，$t=1$ ときは $Q=134\,457$ 立方尺，$t=2$ のときは $Q=126\,659$ 立方尺，以上の2點及び最初採用せし4點を通過する曲線を畫くときは**附圖第四**に於ける點線となる，今第二章第一節(i) 式により inflection point を算出するときは，

$$t=\left\{\frac{(N-1)K}{NP+1}\right\}^{\frac{1}{N}}=\left\{\frac{(1.386898)\times 13.62224)}{1.386898\times 0.570256+1}\right\}^{\frac{1}{1.386898}}$$

$$\log t=\frac{1}{1.386898}(\log 0.386898+\log 13.62224-\log 1.790887)=0.3380038$$

$$t=1.21778$$

卽ち本例の流出量式は採用せし4點を通過するも該流出量曲線と異なりたる他の反向曲線となること明かなり，故に減水流出量式の係數を求むるために曲線上の4點を撰定するに就ては他の反向曲線を畫き得ざらしむる4點を撰定するを要す。

第五節　實例其の五（附圖第五參照）

河川名　ミスシッピー川

本例の曲線圖は Meyer's Elements of Hydrology の第 205 圖より復寫せしものにして，**附圖第五**に見るが如く，水源地の1平方哩に對する每秒流出量を立方呎にて現はしたるもの

を縱距とし，日數を橫距とせるが故に，日數に對する每秒流出量の式を求めんとす。而して係數なる R, S 及び P, N を求むる式には時間 t の項を含まざるも，T, V 及び K, W は t の項を含有するが故に t の値の單位を 1 時間とするか又は 1 日とするかにより，T, V 及び K, W の値は變化するも，R, S 及び P, N 等の値は變化せざること明かなり。

增水流出量式を求む。

附圖第五に於ける增水部分の曲線上に於て m を 1 日とし，最大流出量の時より遡りて各流出量を求め，尙增水をなし始めたる時の流出量 0.4 立方呎を各流出量より控除するときは，

$t=0$	のときの流出量	$a'=2.45$,	$a=2.45-0.4=2.05$	立方呎
$t=m=1$	〃 〃	$b'=2.30$,	$b=2.3-0.4=1.9$	〃
$t=2m=2$	〃 〃	$c'=1.80$,	$c=1.8-0.4=1.4$	〃
$t=4m=4$	〃 〃	$d'=0.64$,	$d=0.64-0.4=0.24$	〃

$\log a=0.3117539$,

$\log b=0.2787536$, $\log b-\log a=-0.0330003$

$\log c=0.1461280$, $\log d-\log a=-0.9315427$

$\log d=\bar{1}.3802112$, $\log c-\log a=-0.1656259$

今 $Y=0.163$ と假定すれば（試算省略），

$\log\beta=0.163\times(-0.0330003)$, $\log\delta=0.163\times(-0.9315427)$, $\log\gamma=0.163\times(-0.1656259)$

$\beta=0.987691$, $\delta=0.70495$, $\gamma=0.939729$

$$(1-\beta)(1-\delta)-(1-\gamma)^2=0.012309\times0.29505-(0.060271)^2=-0.000000823$$

卽ち $Y=0.163$ にて可なりと認む。然るときは，

$$R=\frac{1}{Y}=\frac{1}{0.163}=6.134969$$

$$S=\frac{\log0.060271-\log0.012309}{\log2}=2.291728$$

$$\log T=\log1-\frac{\bar{2}.0902228}{2.291728}=0.83333502$$

$$T=6.81295$$

$$\log V=0.3117539-6.134969\times2.291728\times0.833335=\overline{12}.5707913$$

$$V=0.0000000000037221=0.37221\times10^{-11}$$

尙 $X=T^S$ とすれば，

$$\log X=S\log T=2.291728\times0.833335=1.913777$$
$$X=T^S=81.9931$$

以上の結果を（L）式に代入するときは，

$$\log Q=6.134969\log(81.9931-t^{2.291728})-11.4292087$$

今 t の種々の値に對し各流出量を求むるときは**第八表**の如し。

第 八 表

t	0.5 時間	1.5	3	5
Q	2.0189 立方尺	1.6911	0.74967	0.033897
$Q'=Q+0.4$	2.4189 立方尺	2.0911	1.14967	0.433897

以上の結果と最初採用せし曲線上の4點とにより曲線を畫くときは，**附圖第五**の增水部分に於ける實線となる。

減水流出量式を求む。

附圖第五に於ける減水部分の曲線上に於て m を 2 日とし，各流出量を求むるときは，

$t=0$	のときの流出量	$a=2.45$ 立方呎
$t=m=2$	〃 〃	$b=2.20$ 〃
$t=2m=4$	〃 〃	$c=1.80$ 〃
$t=4m=8$	〃 〃	$d=1.05$ 〃

$\log a=0.3891661$

$\log b=0.3424227$, $\log a-\log b=0.0467434$

$\log c=0.2552725$, $\log a-\log d=0.3679768$

$\log d=0.0211893$, $\log a-\log c=0.1338936$

$Z=0.23$ と假定すれば，(試算省略)

$\log\beta=0.010750982$, $\log\delta=0.084634664$, $\log\gamma=0.030795528$

$\beta=1.025064$ $\delta=1.2151633$, $\gamma=1.0734839$

$(\beta-1)(\delta-1)-(\gamma-1)^2=0.025064\times0.2151633-(0.0734839)^2=-0.000007$

即ち $Z=0.23$ にて可なり，然るときは

$P=1/0.23=4.347826$

$$N=\frac{\log0.0734839-\log0.025064}{\log2}=1.551811$$

$\log K=1.551811\times0.30103-2.3990504=2.0680913$

$K=116.974$

$\log W=0.3891661+4.347826\times2.0680913=9.3808672$

$W=2\,403\,680\,000$

以上の結果を (D) 式及び (L') 式に代入するときは，

$$Q=\frac{2\,403\,680\,000}{(116.974+t^{1.551811})^{4.347826}}$$

$$\log Q=9.3808672-4.347826\log(116.974+t^{1.551811})\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(L_5')$$

(L_5') 式により t の種々なる値に對する各流出量を求むるときは**第九表**の如し。

第 九 表

t	1 時間	3	5	6	7
Q	2.3610 立方尺	2.0063	1.5942	1.3974	1.21469
t	9 時間	10	11	12	13
Q	0.90116 立方尺	0.7711	0.65782	0.55999	0.47602

以上の結果と最初採用せし曲線上の4點とにより曲線を畫くときは**附圖第五**の減水部分に於ける實線となる。

第六節　總流出量の實例

第三章第一節に於て求め得たる境川の增水並に減水の流出量公式を第二章第四節に述べたる Trapezoidal Rule にて積分することにより總流出量を求めんとす。

$$總流出量=(\frac{1}{2}Q_0+Q_1+Q_2+\ldots+Q_{n-1}+\frac{1}{2}Q_n)\Delta t$$

今 $\Delta t=1$ 時間＝3 600 秒とすれば，Q_0, Q_1, $\ldots Q_{n-1}$, Q_n 等の値は第三章第一節に於て述べたる各流出量となる，而して增水をなし始めたる時より最大流出量に達するまでの時間 T は第三章第一節により 13.134 時間なり。

先づ增水總流出量を求めんに，最大流出量の時より 10 時間前卽ち增水をなし始めたる時より以後 3.134 時間の時の流出量は第三章第一節により 0.476 cub.m となり，極めて少量なるを以て增水をなし始めたる時より 3.134時間の間の合計流出量 v' を平均法により求むるときは，

$$v'=\frac{1}{2}(0+0.4764)\times3.134\times3\,600=2\,687.47\ 立方尺$$

次に最大流出量の時より 10 時間前までの各流出量は第三章第一節により，

$t=-10$時間のとき	$Q=0.4764$ 立方米,	$t=-9$時間のとき	$Q=0.9772$ 立方米
$t=-8$ 〃 〃	$Q=1.6662$ 〃 ,	$t=-7$ 〃 〃	$Q=2.5622$ 〃
$t=-6$ 〃 〃	$Q=3.6000$ 〃 ,	$t=-5$ 〃 〃	$Q=4.7450$ 〃
$t=-4$ 〃 〃	$Q=5.9360$ 〃 ,	$t=-3$ 〃 〃	$Q=7.1000$ 〃
$t=-2$ 〃 〃	$Q=8.1500$ 〃 ,	$t=-1$ 〃 〃	$Q=8.9777$ 〃
$t=0$ 〃 〃	$Q=9.4000$ 〃 ,		

今 Trapezoidal Rule を用ひて該10時間の合計流出量 v'' を求むれば，

$$v''=\left\{\frac{1}{2}(0.4764)+0.9772+1.6662+2.5622+3.6+4.745+5.936+7.1+8.15+8.9777+\frac{1}{2}(9.4)\right\}\times1\times3\,600=48.6525\times3\,600=175\,149\ 立方米$$

$$增水總流出量=v'+v''=2\,687.47+175\,149=177\,836.5 立方米$$

次に減水總流出量を求むるに，最大流出量の時より 25 時間の合計流出量 v''' は第三章第一節により每時間の流出量を知るが故に，

$$v'''=\left\{\frac{1}{2}(9.4)+8.8773+8.2499+7.6123+6.9916+6.2876+5.8439+5.3258+4.8462+4.4047+4.0+3.6297+3.292+2.9846+2.7055+2.452+2.2222+2.0141+1.8256+1.6551+1.5+1.361+1.235+1.12+1.018+\frac{1}{2}(0.9248)\right\}\times1\times3\,600=96.6155\times3\,600=347\,815.8\ 立方米$$

流出量は理論上時間が無限大の時に零となる可きも第三章第一節に於て算出したる $t=100$ 時間の時の流出量 0.00298 立方米は極少量にして，其の水路が完全に洩水を防ぎたるものに

あらざる限りは極少の水量が自然の河敷を流下することは先づ實際として不可能と見るを至當とするが故に，100 時間以後の流出量は之れを切り捨つるものとし，25 時間より 100 時間までの合計流出量 v'''' を平均法により求むれば，

$$v''''=\frac{1}{2}(0.9248+0.003)\times(100-25)\times3\,600=125\,253\text{ 立方米}$$

$$\text{減水總流出量}=v'''+v''''=347\,815.8+125\,253=473\,068.8\text{ 立方米}$$

增水の場合と減水の場合との總流出量を合計する時は

$$\text{累計總流出量}=177\,836.5+473\,068.8=650\,905.3\text{ 立方米}$$

今水源地に最も近距離なる岐阜測候所に於て觀測せる當時の總降雨量を調査するときは 37.75 粍にして，流出量觀測箇所より上流の流域面積は 34.45 平方粁なり，故に該面積に於ける總降雨量は大略

$$0.03775\times34\,450\,000=1\,300\,487.5\text{ 立方米}$$

となる。然るときは該降雨量に對する總流出量の割合は

$$\frac{\text{總流出量}}{\text{總降雨量}}=\frac{650\,905.3}{1\,300\,487.5}=50\,\%$$

岐阜測候所の雨量計に現はれたる降雨量を以て水源地の降雨量となせるが故に，以上の割合は精確なるものと言ふを得ざるも，其の大體を知ることを得べし。

第七節　水源地に相當する遊水池の流出口の形狀並に減水の際に於ける遊水池の形狀

第一章第二節に於て述べたるが如く，遊水池の流出口の形狀は n の値により決定すべく，又 n に就ては次式の關係あり。

$$\frac{1}{n}(n+1)+\frac{1}{2}=R \quad\cdots\cdots (n)$$

此の式を書き換ふる時は，

$$n=\frac{2}{2R-3} \quad\cdots\cdots (n')$$

今(n')式により各實例の場合に於ける n の値を求むるときは，

實例其の一　$n=\dfrac{2}{2\times2.881844-3}=0.7230$

實例其の二　$n=\dfrac{2}{2\times4.29185-3}=0.3580$

實例其の三　$n=\dfrac{2}{2\times3.84615-3}=0.4276$

實例其の五　$n=\dfrac{2}{2\times6.134969-3}=0.2157$

以上實例によるときは總て $n<1$ なり，而して流出口の幅と高さの關係を表はす式 $b^n=jh$

に於て $n<1$ なる時は流出口の形狀は**第六圖**の如き形狀となること明かなり。

尙 (n) 式を書き換ふる時は，

$$R=\frac{3}{2}+\frac{1}{n} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (n'')$$

(n'') 式に於て $n<1$ なる時は $R>5/2$ なること明かなり，故に $R>2.5$ ならざるべからず，又試算により R の値を求むる場合に $R=1/Y$ なる關係あるを以て $Y<2/5=0.4$ ならざる可からず。

減水の際に於ける遊水池の形狀に就ては第一章第三節に於て述べたる如く遊水池の水位面積 A' と水深 h との間に次の關係あり。

$$A'=\frac{A}{h^{L}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A')$$

係數 A の符號は必ず正なるべきも，L の符號は正又は負にてあり得べき係數にして，若し該符號が負なる時は (A') 式は，

$$A'=Ah^{L} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A'')$$

即ち遊水池の形狀は (A') 式の場合には下方に向つて擴大し，(A'') 式の場合には上方に向つて擴大すること明かなり。

而して第一章第三節に於て次式の關係あり。

$$\frac{R'}{L+R'-1}=P, \qquad \therefore\ L=\frac{R'}{P}-R'+1$$

然るに $R=1/2+(n+1)/n$ なるを以て $R'=1/2+(n'+1)/n'$ となる可きなり，故に $n=n'$，即ち $R=R'$ となし得るものと假定したる場合の各實例に就ての L の値を求むるときは，

實例其の一　$L=\dfrac{2.881844}{7.6923}-2.881844+1=-1.5080$

實例其の二　$L=\dfrac{4.29185}{0.959049}-4.29185+1=1.1830$

實例其の三　$L=\dfrac{3.84615}{0.347542}-3.84615+1=7.2200$

實例其の五　$L=\dfrac{6.134969}{4.347826}-6.134969+1=-3.7240$

以上假定の結果減水の際に於ける遊水池の形狀は實例其の一及び實例其の三の場合に於ては上方に向つて擴大し，其の他の場合に於ては下方に向つて擴大すること明かなり。

第八節　流出量公式の適用の範圍

一般河川の水源地に或る降雨ありたる場合，其の降雨に對する河川の流出量を Q とし，時間を t とし，流出量が增水をなし始めたる時より最大流出量に達するまでの時間を T とせば，

$t=0$ のとき　　$dQ/dt=0$

$t=T$ のとき　　$dQ/dt=0$

尙該降雨以外に其の後他の降雨なきときは，

$t=\infty$ のとき　　$dQ/dt=0$

なることは明かなり，卽ち流出量の現はす曲線が如何に千差萬別なりと雖上記の式は成立すべきなり，然るときは流出量の現はす曲線に於て t が零より T となるまでの間に，又 T より ∞ となるまでの間に，曲線の方向を變へる點卽ち inflection point の存在せざる可からざることは數理の指示する處なり。

該 inflection point が曲線上に存在する點の如何によりて多種多様の流出量曲線を現はすものにして，尙 inflection point が 2 個若しくは 2 個以上存在するときは一層複雜なる流出量曲線をなすこと明かなり，卽ち流出量曲線に於て inflection point が 2 個以上存在することは（**附圖第四**に於ける曲線の增水部分參照）增水の際流出量が其の增水を一時中止して再び增水をなし始めたるが如き，又減水の際其の減水を一時中止し再び減水をなし始めたるが如き場合にして，斯の如き流出量の變化は降雨が其の途中に於て暫時中絕し恰かも 2 回の降雨が重複せるものと見らるべき降雨，又は出水の際堤防の破壞等に基因せるものなることは容易に判斷し得らるゝ處なり。且つ inflection point が 2 個以上存在することは流出量の不規則なる變化を現はすものなるを以て，之れを一定の公式にて表はすことは不可能なり，故に上述の特別なる原因等のため不規則なる變化をなす場合の流出量曲線を除外するときは，流出量曲線は t が零より T となるまでの間に，又は T より ∞ となるまでの間に 1 個の inflection point を有する場合のみとなる。

然して本文に於て誘導したる增水並に減水の流出量式が表はす曲線を檢するに第二章第一節により先づ增水流出量式に就ては，

$$\frac{dQ}{dt}=V\ R\ S\{T^S-(T-t)\}^{R-1}(T-t)^{S-1}$$

今此の式に於て

$t=0$ とするときは　　$dQ/dt=0$
$t=T$ とするときは　　$dQ/dt=0$

卽ち增水流出量式も亦觀測流出量曲線と同樣に t が零，又は T なる時に $dQ/dt=0$ となる。

次に inflection point の橫距に就ては

$$t=T\left\{1-\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}\right\}\qquad \text{及び}\qquad S>2$$

なることは旣に第二章第一節に於て述べたり。又第三章第七節にて述べたるが如く，$n<1$

なることは 4 個の實例に過ぎざるを以て未だ斷言し能はざれども，遊水池の流出口は**第七圖**に現はしたるが如き $n<1$ なる場合の形狀にあらざれば流出量式が曲線を滿足すること能はざるべきを信ずるものなるを以て，今後 $n>1$ なる場合の實例が生ぜざる限り $n<1$ なりとするときは，$R=3/2+1/n$ なるが故に，$R>5/2$ となる，若し $n>1$ なる時は $R>3/2$ となる，何れにしても既に述べたる如く $n<0$ なる能はざるを以て $R>3/2$ なることは明かなり，而して今 $S>2$ 及び $R>3/2$ なる條件に於ては

$$\frac{S}{SR}>\frac{S-1}{SR-1}>\left(\frac{S}{SR}\right)^{S}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{S}}>\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}>\frac{1}{R}$$

三項とも共の値總て零より大にして 1 より小なるを以て，

$$1-\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{S}}<1-\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}<1-\frac{1}{R}$$

$$\therefore\qquad T\left\{1-\left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{S}}\right\}<T\left\{1-\left(\frac{S-1}{SR-1}\right)^{\frac{1}{S}}\right\}<T\left(1-\frac{1}{R}\right)$$

卽ち inflection point の横距は $T\{1-(1/R)^{\frac{1}{S}}\}$ と $T(1-1/R)$ との間にあり，故に $T\{1-(1/R)^{\frac{1}{S}}\}$ の値が小にして $T(1-1/R)$ の値が大なる程 inflection point の存在し得る範圍が大となる。

今 $T\{1-(1/R)^{\frac{1}{S}}\}$ の値を D' とすれば R が小なる程 D' は小となる，而して R の最小限度の値は 5/2 なり（若し 3/2 とすれば尙 D' は小となり，證明する目的のためには安全側にあり），尙 S の値が大なる程 D' は小となり，$S=\infty$ となれば D' は零となる，而して第二章第二節に於ける R と S との關係を現はす式，卽ち (S) 式

$$S=\frac{\log\left\{1-\left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{1}{R}}\right\}-\log\left\{1-\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{R}}\right\}}{\log 2}$$

に於て c/a 及び b/a の値は共に正にして 1 より小なる小數なるを以て，$R>1$ なる場合に於ては R が大なる程 c/a 及び b/a なる正分數の値は 1 に近づき，R が小なる程小となる，其の結果は R が小なる程 $\log\{1-(c/a)^{1/R}\}$ と $\log\{1-(b/a)^{1/R}\}$ との差は大となる，卽ち S の値は大となる，而して R の最小限度の値は 5/2 なるを以て S の最大限度の値 S' は (S) 式に於て $R=5/2$ として得たる S の値にして，此の値の無限大なること能はざるは明かなり，然るときは D' の最小限度の値 $D'_{\min}$ は R が最小限度の値となり，且つ S が最大限度の値となりたる時なるを以て，

$$D'_{\min}=T\left\{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{S'}}\right\}$$

となる，而して S' は無限大とならざるを以て $D'_{\min}$ 零とならず，而れども零より大にして零に近き或る小數なること明かなり。

次に $T(1-1/R)$ の値を D'' とすれば R の値が大なる程 D'' は大となり，$R=\infty$ の時に $D''=T$ となる，而して上記 (S) 式に於て S の最小限の値は 2 なるを以て $R=\infty$ となる能はず，卽ち R の最大限度の値は或る有限の値なり，故に D'' の最大限度の値は T と等しくなる能はず T より小なり，今 S 式に於て $S=2$ として得たる R の値を R' とすれば D'' の最大限度の値 $D''_{\max}$ は，

$$D''_{\max}=T\left(1-\frac{1}{R'}\right)$$

となる。卽ち增水流出量式の inflection point は零と T との間にあらずして $T\{1-(2/5)^{1/S'}\}$ と $T(1-1/R')$ との間にあり，故に inflection point が零と $T\{1-(2/5)^{1/S'}\}$ との間若しくは $T(1-1/R')$ と T との間にある曲線に對しては增水流出量式を適用する能はず。而して流出量曲線の inflection point が零と $T\{1-(2/5)^{1/S'}\}$ との間若しくは $T(1-1/R')$ と T との間にある場合の實例は**附圖第六**に於ける D, E, F の如き增水曲線なり，之れ等增水曲線の inflection point が增水をなし始めたる時若しくは最大流出量の時に極端に接近し，該增水曲線の全部が殆んど同向曲線と見做さるべき曲線を現はすに至りしは，降雨量の一般的變化が極端に急激なる變化をなしたるが爲に水源地の調節作用の力及ばざりし結果にして，卽ち斯の如き增水曲線は降雨量が水源地の二段の調節作用を受けたる場合の結果と同樣なる流出量の曲線とならずして，單に水源地の第一段の調節作用のみを受けたる降雨量の曲線と同樣なる曲線をなすものにして，本文に於けるが如く水源地の調節作用を大なるものとし，卽ち二段の調節作用をなすものとして誘導したる流出量公式にて表はし得ざることは止むを得ざることゝす。

然れども inflection point が $T\{1-(2/5)^{1/S'}\}$ と $T(1-1/R')$ との間にある流出量の曲線に對しては該曲線の或る部分のみを表はす類似の式と異なり，既に實例にて示せる如く其の增水をなし始めたる時より最大流出量に至るまでの全部の曲線を本文の增水流出量公式を以て表はし得るを以て，該式を增水流出量公式と稱するも敢て過言にあらずと信ず。

次に減水流出量式に就ては同樣第二章第一節により，

$$\frac{dQ}{dt}=-P\ W\ N\frac{t^{N-1}}{(t^N+K)^{P+1}}=-P\ W\ N\frac{1}{\left(t+\dfrac{K}{t^{\frac{N-1}{P+1}}}\right)}$$

減水流出量式の原點は最大流出量の時なるを以て此の式に於て最大流出量の時は $t=0$ のときなり，而して

$t=0$ のときは　　　　$dQ/dt=0$

となる。第一章第三節に於て $N=F+1$ なるが故に $(N-1)$ は負なる能はず，尚今若し P が負にてあり得るとすれば第一章第三節の末節に於て $R/(L+R-1)=P$ なる式により $(L+R-1)$ が負となり，從つて $(L+R-1)$ なる項を含む W 及び K なる係數も亦負とならざる可からず，然るときは減水流出量公式は $Q=-W(t^N-K)^P$ となり，$t=0$ の時に Q の値は負となるを以て，減水流出量を表はすことを得ず，卽ち P は負なる能はざること明かなり，其の結果は dQ/dt の式に於て $(N-1)/(P+1)$ は負なる能はざるが故に，

$t=\infty$ のとき　　　　$dQ/dt=0$

卽ち減水流出量式は最大流出量の時なる $t=0$ のとき及び $t=\infty$ の時に於て $dQ/dt=0$ なること觀測流出量曲線に等し，尚減水流出量式の inflection point の位置は該點の橫距 t が零より ∞ に至るまでの間の大なる範圍に存在し得ることは旣に第二章第一節に於て述べたる所なり，故に 1 個の inflection point を有する總ての減水流出量曲線は減水流出量式を以て表はし得ること明かなり。其の他觀測流出量の減水曲線に於ける或る一部の曲線を類似の式にて表はすのと異なり，最大流出量の時より流出量が零となる時に至るまでの間の全部の觀測流出量曲線を表はす式なるを以て，之れを減水流出量公式と稱するも之れ亦過言にあらずと信ずるものなり。

之れを要するに增水流出量公式よりも減水流出量公式が適用し得らるゝ場合多きことは以上の說明により理解せらるゝ處なり，而して一般に 1 個のみの inflection point を有する觀測流出量曲線卽ち增水並に減水流出量公式にて表はし得る流出量をなす河川は大なる水源地を有する河川に多く，又同一の河川に於ても斯の如き流出量をなす箇所は上流部より中流部以下に多きことは水源地の調節力の大小を考ふることにより推察せらるゝ處とす。

第四章　水位式

第一節　水位公式

流出量式を求めたるが如く，時間に對する水位の一般公式を求め，河川の或る地點に於ける水位を觀測し，其の結果を圖上に表はしたる水位曲線により一般公式の係數の値を決定して該曲線に相當する水位式を求めんとす。今一般河川に於ける流速を v とし，水面勾配を S とし，一般係數を c とし，水理深を M とすれば，

$$v=c\sqrt{MS}$$

河川の或る地點に於ける水面勾配 S の値は一般に低水量より增水をなし始むるに從ひ漸次增大し，其の最大流出量より減少するに從ひ減少す，卽ち水深が增加するに從ひ S の値も亦增加し，水深が減少するに從ひ S の値も亦減少すること明かなり，而して尚水面勾配は

低水位の時に於ても洪水位の時に於ても大體に於て河底の勾配に準據するものなるを以て，水深の增減に比較して S の値の增減は極めて僅少なり，故に水深を H とし，l 及び k を係數とし，而して之れ等係數の値は 1 より小なる小數にして，其の符號は負ならざるものとすれば，河川の或る地點に於ける水面勾配は $S=kH$ となすを得べし（同一河川といへども箇所を異にするときは之れ等係數の値を異にすべきなり）。勿論上述の水深と水面勾配との關係は河狀比較的整正なる箇所に於てのみ成立するものにして，川幅甚だしく不均一をなし，又は河床の勾配階段的に急激なる變化をなし，或は橋脚，用水取入口の堰堤，若しくは海潮等により back water の影響を受け，其の他流心著しく彎曲せる等の箇所に於ては上式の關係は成立せざるべし，然れども流出量を觀測するに就ては河巾，斷面形，流心等比較的均一にして整正なる且つ工作物，其の他の影響を受けざる地點を能ふ限り撰定するが故に，斯の如き箇所を條件とする範圍に於ては上式を適用し得るものとす。而して增水の場合と減水の場合とは相等しき水深に對し S の値は必ずしも相等しからず，從つて k 及び l の値も亦增水の場合と減水の場合とにより相違すべき理なり，故に

增水の場合の水面勾配　$S_1=k_1H^{l_1}$

減水の場合の水面勾配　$S_2=k_2H^{l_2}$

尙水理深 M に就ても亦上述の如き河狀比較的整正なる箇所を限定するときは l を係數とし，$M=lH$ となすを得べし。然るときは

增水の場合の流速　$v'=c\sqrt{lHk_1H^{l_1}}=c\sqrt{lk_1}H^{\frac{l_1+1}{2}}$

減水の場合の流速　$v''=c\sqrt{lHk_2H^{l_2}}=c\sqrt{lk_2}H^{\frac{l_2+1}{2}}$

今河川の或る地點に於ける河幅を b とすれば，b と水深 H との關係は一般に次式にて表はすことを得べし。

$$b^n=jH$$

n 及び j は係數にして，若し

$n=1$ なる時は河川の橫斷面形は三角形となり，

$n=2$　〃　〃　拋物線形となり，

$n=\infty$　〃　〃　四角形となる。

然るときは $b=j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{1}{n}}$ なるが故に，河積 a は

$$a=\int_0^H 2b\,dH=2j^{\frac{1}{n}}\int_0^H H^{\frac{1}{n}}dH=\frac{2n}{n+1}jH^{\frac{1}{n}+1}$$

今增水の場合の流出量を Q' とし，減水の場合の流出量を Q'' とすれば，

$$Q'=av'=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{n+1}{n}}c\sqrt{lk_1}\,H^{\frac{l_1+1}{2}}=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}c\sqrt{lk_1}\,H^{\frac{n+1}{n}+\frac{l_1+1}{2}}$$

$$Q''=av''=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}H^{\frac{n+1}{n}}c\sqrt{lk_2}\,H^{\frac{l_2+1}{2}}=\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}c\sqrt{lk_2}\,H^{\frac{n+1}{n}+\frac{l_2+1}{2}}$$

係數と簡單にするために，

$$\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}c\sqrt{lk_1}=B', \qquad \frac{n+1}{n}+\frac{l_1+1}{2}=R'$$

$$\frac{2n}{n+1}j^{\frac{1}{n}}c\sqrt{lk_2}=B'', \qquad \frac{n+1}{n}+\frac{l_2+1}{2}=R''$$

とすれば，

$$Q'=B'H^{R'} \quad \cdots\cdots (1)$$

$$Q''=B''H^{R''} \quad \cdots\cdots (2)$$

而して第一章第二節及び第三節により，

$$Q'=V\{T^S-(T-t)^S\}^R \quad \cdots\cdots (1')$$

$$Q''=\frac{W}{(t^N+K)^P} \quad \cdots\cdots (2')$$

然るときは増水の場合に於ては (1) 式と (1′) 式とにより

$$B'H^{R'}=V\{T^S-(T-t)^S\}^R$$

$$H=\left(\frac{V}{B}\right)^{\frac{1}{R'}}\left\{T^S-(T-t)^S\right\}^{\frac{R}{R'}}$$

係數を簡單にするために

$$\left(\frac{V}{B'}\right)^{\frac{1}{R'}}=V_1, \qquad \frac{R}{R'}=R_1$$

とすれば，

$$H=V_1\{T^S-(T-t)^S\}^{R_1} \quad \cdots\cdots (H_i)$$

即ち増水の場合に於ける時間に對する水位を表はす公式にして，觀測せる水位曲線圖により係數の値を求むるときは該曲線圖に相當する水位式を求むることを得。而して流出量式に相當する水位式と相違せる點は V_1 及び R_1 なる係數のみなり，故に流出量式を求め得たる後に於ては該流出量式の T 及び S の値を水位公式に代入し，而して求め得たる式と水位曲線圖とにより 2 式を得て V_1 及び R_1 なる 2 個の係數の値を算出するときは，該水位曲線圖に相當する水位式を求むることを得。而して之れ等係數の値を求むる場合に於て，時間 t の單位は流出量式の係數の値を求むる場合になしたる如く秒單位とせず時間單位として係數の値を決定しおくときは，該水位式の t を時間單位にて算出することにより H の値を得ること明かなり，然れども dH/dt の値を求むる場合（後節に於て）の係數は總べて t を秒單位として得たる係數の値にて表はさるべきなり。

次に減水の場合に於ては (2) 式と (2′) 式とにより

$$B''H^{R''} = \frac{W}{(t^N+K)^P}$$

$$H = \frac{(W/B'')^{\frac{1}{R''}}}{(t^N+K)^{\frac{P}{R''}}}$$

簡單にするために $(W/B'')^{1/R''}=W_1$, $P/R''=P_1$ とすれば,

$$H = \frac{W_1}{(t^N+K)^{P_1}} \quad \cdots\cdots\cdots (Ha)$$

即ち減水の場合に於ても流出量式を求めたる後に於ては N 及び K なる係數の値は既に知り得たるを以て, W_1 及び P_1 なる2個の係數を水位曲線圖より算出することにより水位式を得ること明かなり。尙求むる水位式中の t を時間單位として係數を算出しおくときは,時間に對する水位を算出する場合に於て秒單位として算出するよりも簡單にして便利なり,然れども dH/dt の値を求むる場合の係數は t を秒單位として算出せざるべからざること前述の如し。

第二節　水位式實例

第三章第二節實例其の二の場合の流出量に相對する水位曲線(**附圖第七**參照)により先ず增水の場合の水位式を求むる例に就て述べんとす。而して增水の場合の水位公式は

$$H = V_1\{T^S-(T-t)^S\}^{R_1}$$

水位曲線圖上に於て便利のため最高水位の時を原點となし,時間を遡りて測定するものとすれば上式は次式となる。

$$H = V_1\{T^S-(-t)^S\}^{R_1}$$

係數 T 及び S は求むる水位に相對する流出量式中の T 及び S に相等しきを以て第三章第二節により

$$T=26.136, \qquad S=1.93245$$

之れ等の値を上式中に代入するときは,

$$H = V_1\{(26.136)^{1.93245}-(-t)^{1.93245}\}^{R_1}$$

$$H = V_1\{547.953-(-t)^{1.93245}\}^{R_1} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

附圖第七の曲線上に於て $t=0$ の時と $t=-6$ の時の水位を測定し,尙增水をなし始めたる時の水位8尺2寸を控除するときは,

$t=0$ のとき	$H=20.5-8.2=12.3$
$t=-6$ 〃	$H=18.5-8.2=10.3$

之れ等 t 及び H の値を(1)式に代入するときは2式を得。

$$12.3 = V_1(547.953)^{R_1} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$10.3 = V_1(547.953-6^{1.93245})^{R_1} \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

兩式より

$$P_1=\frac{\log 10.3-\log 12.3}{\log 0.94179}=2.95893$$

次に上式と（2）式とより

$$12.3=V_1(547.953)^{2.95893}$$

$$V_1=9.68624\times 10^{-8}$$

然るときは求むる水位式は

$$H=9.68624\times 10^{-8}\{547.953-(-t)^{1.93245}\}^{2.95893} \qquad \text{(4)}$$

今時間に對する水位を算出するに當り便利のため上式の對數を採り，尙右邊の項を置換するときは

$$\log H=2.95893\log\{547.953-(-t)^{1.93245}\}-7.0138446 \qquad \text{(4')}$$

上式は增水をなし始めたる時，卽量水標の 8.2 尺の時を $H=0$ となせるが故に上式により求め得たる値に 8.2 尺を加へざる可からず。今上式を用ひて或る適宜の時間に對する水位を算出すれば**第十表**の如し。

第　十　表

t	H	$H'=H+8.2$
-3	11.7530尺	19.953尺
-9	8.2174	16.400
-12	5.8481	14.050

最初係數を算出する場合に採用せし時間に對する水位と以上求め得たる時間に對する水位とにより曲線を畫くときは，**附圖第七**に於ける實線となり，水位式の適當なるを知る。

次に減水の場合に於ける水位式を求むるに，減水の場合の水位公式

$$H=\frac{W_1}{(t^N+K)^{P_1}}$$

に於て第三章第二節實例其の二により $N=1.559991$, $K=133.9204$ なることを知る。

$$\therefore\ H=\frac{W_1}{(t^{1.559991}+133.9204)^{P_1}} \qquad \text{(5)}$$

附圖第七の減水部分に於ける曲線圖より $t=0$ のとき $H=20.5$ にして, $t=14$ のとき $H=17.1$ なり。

之れ等の値を上式に代入して

$$20.5=\frac{W_1}{(133.9204)^{P_1}} \qquad \text{(6)}$$

$$17.1=\frac{W_1}{\{14^{1.559991}+133.9204\}^{P_1}} \qquad \text{(7)}$$

の兩式より

$$P_1=\frac{\log 1.19883}{\log(14^{1.559991}+133.9204)-\log 133.9204}=0.480722$$

次に上式と（7）式とより

$$W_1=215.862$$

之れ等 P_1, W_1 の値を（5）式に代入するときは減水の場合の水位式を得。

$$H=\frac{215.862}{(t^{1.559991}+133.9204)^{0.480722}} \quad \cdots\cdots (8)$$

時間に對する各水位を算出する場合の便利のために兩邊の對數を採るときは，

$$\log H=2.334176-0.480722\log(t^{1.559991}+133.9204). \quad \cdots\cdots (8')$$

上式を用ひて適宜の時間に對する水位を求むるときは第十一表の如し。

第十一表

t 時間	H 尺
5	19.65120
28	13.59160
56	9.47145

最初係數を求むる場合に採用せし時間に對する水位と以上求め得し時間に對する水位とにより曲線を畫くときは附圖第七に於ける減水部分の實線となり，水位式の適當なることを知る。

以上增水並に減水の場合に於ける水位式の係數は該式中の t を時間單位として算出せるものなれども，水位の昇降度即ち dH/dt を求むるためには t を秒單位とせざる可からず。

t を秒單位とせる水位式を求むる實例を先づ增水の場合に就て述べんに，係數なる S 及び T は流出量式の係數に相等しきものなるを以て第二章第二節に於ける（S）及び（T）なる係數式は其の儘水位式に於ても適用し得べきなり，而して該（S）式は

$$S=\frac{\log(1-\gamma)-\log(1-\beta)}{\log 2}$$

時間の項を含まざるを以て S は時間單位とするも秒單位とするも，其の値を變更せざること明かなり，故に第三章第二節實例其の二より

$$S=1.93245$$

次に T を求むる（T）式

$$\log T=\log m-\frac{\log(1-\beta)}{S}$$

に於ては m なる時間を秒單位とすれば可なり，即ち第三章第二節實例其の二より

$$\log T=\log(3\times 3\,600)-\frac{\bar{2}.1832698}{1.93245}=4.9735414$$

$$\therefore\quad T=94\,089.54$$

以上求めし S 及び T の値を增水位公式（增水の場合の水位公式の意にして同樣に減水の場合の水位公式も亦減水位公式とす）に代入するときは，

$$H=V_1\{(94\,089.54)^{1.93245}-(-t)^{1.93245}\}^{R_1}$$

$$H=V_1\{4\,084\,324\,000-(-t)^{1.93245}\}^{R_1}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

V_1 及び R_1 なる係數の値を求むるには t を秒單位として**附圖第七**の曲線により

$t=0$　　　　　　　　　の時は　$H=20.5-8.2=12.3^{尺}$

$t=-6\times3\,600=-21\,600$ 秒の時は　$H=18.5-8.2=10.3^{尺}$

之れ等の値を (9) 式に代入するときは

$$12.3=V_1(4\,084\,324\,000)^{R_1}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

$$10.3=V_1\{4\,084\,324\,000-(21\,600)^{1.93245}\}^{R_1}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

以上兩式より

$$R_1=\frac{\log10.3-\log12.3}{\log0.94179}=2.95893$$

次に R_1 の値を (10) 式に代入して V_1 の値を求むれば,

$$12.3=V_1(4\,084\,324\,000)^{2.95893}$$

$$V_1=4.479953\times10^{-28}$$

以上 R_1 及び V_1 の値を (9) 式に代入するときは卽ち t を秒單位とせる增水位式を得。

$$H=4.479953\times10^{-28}\{4\,084\,324-(-t)^{1.93245}\}^{2.95893}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

次に t を秒單位とせる減水位を求むるに, 第二章第三節に於ける N を求むる式

$$N=\frac{\log(\gamma-1)-\log(\beta-1)}{\log2}$$

は時間 t の項を含まざるを以て N の値は第三章第二節實例其の二より

$$N=1.559991$$

K を求むるには第三章第二節實例其の二より

$$\log K=N\log m-\log(\beta-1)=1.559991\log14\times3\,600-\bar{1}.6611025$$

$$=7.6746468$$

$$\therefore\quad K=47\,276\,700$$

之れ等 N 及び K の値を減水位公式に代入すれば,

$$H=\frac{W_1}{(t^{1.559991}+47\,276\,700)^{P_1}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

次に**附圖第七**の減水部分の曲線より

$t=0$　　　　　のとき　　$H=20.5$ 尺

$t=14\times3\,600$ 秒のとき　　$H=17.1$ 尺

$$20.5=\frac{W_1}{(47\,276\,700)^{P_1}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

$$17.1=\frac{W_1}{\{(14\times3\,600)^N+47\,276\,700\}^{P_1}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

兩式より P_1 の値を求むれば,

$$P_1=\frac{\log 1.19883}{\log(21\,664\,530+47\,276\,700)-\log 47\,276\,700}=0.480722$$

次に P_1 の値を (14) 式に代入するときは,

$$\log W_1=\log 20.5+P_1\log 47\,276\,700=5.0011255$$

$$W_1=100\,259.5$$

以上 P_1 及び W_1 の値を (13) 式に代入するときは, t を秒單位とせる減水位式を得。

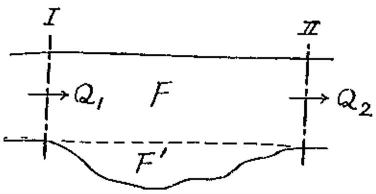
$$H=\frac{100\,259.5}{(t^{1.559991}+47\,276\,700)^{.480722}} \quad \cdots\cdots (16)$$

第五章　應　　用

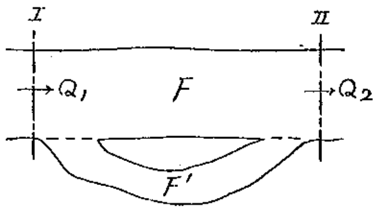
第一節　河川の遊水池が流出量に及ぼす關係

第八圖若しくは**第九圖**に示すが如く河川の一部に遊水池ありて其の面積を F' とし, 其の上下流に於ける I 及び II なる兩地點間の河敷の面積を F とし, 尙 I 及び II なる地點に

第八圖



第九圖

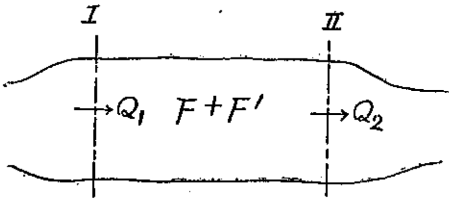


於ける流出量並に之れ等に相當する水位を夫々 Q_1, H_1 及び Q_2, H_2 とす, 然るときは Q_1 なる流出量が遊水池の面積 F' の影響を受けて Q_2 となるには遊水池の流出入口が F' なる面積に比し大なる場合と小なる場合とにより自ら異なりたる關係を生ず。

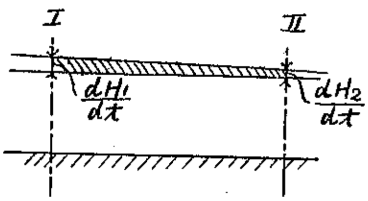
(a) 遊水池の流出入口が F' に比し大にして遊水池內の水位が河敷內の水位と同樣に變化するものと考へ得る場合

此の場合に於て遊水池內の水位の上昇若しくは下降の速力は河敷內の水位の上昇若しくは下降の速力に等し, 又 I なる地點に於ける水位昇降の速力は**第十一圖**に示すが如く dH_1/dt

第十圖



第十一圖

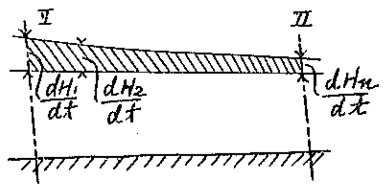


にして，II なる地點に於ける水位昇降の速力は dH_2/dt なり。今若し $(F+F')$ なる面積の形狀が**第十圖**に示すが如く大體に於て河幅が均一なるときは次式の關係あり。

$$Q_2=Q_1-(F+F')\frac{1}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

上式は河幅が大體に於て均一なる時にして，卽ち**第十一圖**に見るが如く dH_1/dt と dH_2/dt との平均に $(F+F')$ を乘じたるものが遊水量となるものなれども，**第八圖**若しくは**第九圖**の如く川幅が均一ならざる場合には水位の昇降速力は**第十二圖**に示す dH_2/dt の如き遊水池に流入する附近に於ける水位昇降の速度は急に減少（dH_2/dt の符號に關せず其の數量のみの減少なり）するを以て，dH_1/dt と dH_2/dt との平均に $(F+F')$ を乘じたるものを遊水量となすは精確ならず，故に此の場合に於ては I なる地點と II なる地點との間を川敷と遊水池とに關せず各々等分の面積に川を横斷して $n-1$ の部分に等分し，各横斷地點に於て水位を觀測し，各々水位式を求むるときは次式を成立す。

第 十 二 圖



$$Q_2=Q_1-\frac{f_1}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)-\frac{f_2}{2}\left(\frac{dH_2}{dt}+\frac{dH_3}{dt}\right)-\frac{f_3}{2}\left(\frac{dH_3}{dt}+\frac{dH_4}{dt}\right)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\frac{f_{n-1}}{2}\left(\frac{dH_{n-1}}{dt}+\frac{dH_n}{dt}\right)$$

而して F_1, F_2, F_3……F_{n-1} 等は各等分に區分されたる面積なるを以て之れを f とすれば，

$$Q_2=Q_1-\frac{f}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+2\frac{dH_2}{dt}+2\frac{dH_3}{dt}+\ldots\ldots+2\frac{dH_{n-1}}{dt}+\frac{dH_n}{dt}\right)$$

尙 $f=(F+F')/(n-1)$ なるが故に

$$Q=Q_1-\frac{F+F'}{n-1}\left(\frac{1}{2}\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}+\frac{dH_3}{dt}+\ldots\ldots+\frac{1}{2}\frac{dH_n}{dt}\right)$$

卽ち上式は I なる地點と II なる地點との中間に於ける dH/dt の項を (1) 式よりも $n-2$ 項だけ增加して平均するが故に一層精確なるべきなり，然れども斯くては Q_2 の右邊の式は極めて複雜なる式となり，其の算用の勞力容易ならざる所なりとす，且つ dH/dt なる各項は 1 秒間に於ける水位昇降の速度にして極めて僅少なる値なるを以て上式の如く多數項の平均と (1) 式の如く 2 項の平均とは大差なきものとなすことを得べし。然るときは**第八圖**若しくは**第九圖**の如く川幅均一ならざる時に於ても approximately に (1) 式を用ふることを得べし。

今**第八圖**若しくは**第九圖**に於ける遊水池を堤防により點線の如く締め切りたるものとす，

此の場合に I なる地點の Q_1 が II なる地點に於て Q_2' となり，且つ Q_2' に相當する水位を H_2' とすれば，(1) 式同樣に次の關係あり。

$$Q_2'=Q_1-F\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2'/dt) \quad \cdots\cdots (2)$$

H_1 及び H_2 なる水位曲線は遊水池を締め切る以前のものなるを以て實測により之れを得能ふも，H_2' なる水位曲線は遊水池を締め切りたる後にあらざれば之れを得ること能はず，然れども實際の場合に於て $\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2/dt)$ の値と $\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2'/dt)$ の値とは何れも僅少なるべきを以て兩者の差は以上に尙僅少なり，即ち $\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2/dt)=\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2'/dt)$ とするも實用上差支なきものとす，然るときは (2) 式は

$$Q_2'=Q_1-\frac{F}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \quad \cdots\cdots (3)$$

(1)式を書き換へて

$$Q_1=Q_2+\frac{(F+F')}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \quad \cdots\cdots (4)$$

(4) 式の右邊を (3) 式の Q_1 に代入し各項を整頓するときは，

$$Q_2'=Q_2+\frac{F'}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \quad \cdots\cdots (5)$$

II なる地點に於ける流出量 Q_2 の式又は I 及び II なる地點に於ける H_1 及び H_2 なる水位式を求め得ることは既に述べたる處なるを以て，F' なる面積を有する遊水池を締め切りたる場合の Q_2' の式は (5) 式により求め得ること明かなり。

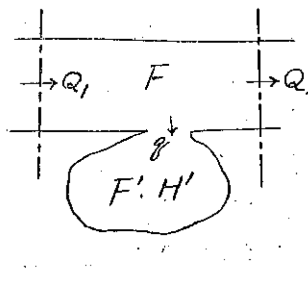
(b) 遊水池の流出入口が F' なる面積に比し小にして遊水池內の水位が川敷內の水位と同樣に變化せざる場合

此の場合に於ては遊水池內の水位の變化と川敷內と水位の變化とは相等しからざるが故に，遊水池內の遊水量と川敷內の遊水量とは各別に取扱はざる可からず，今**第十三圖**に於て遊水池に流入する水量を q とし，遊水池內の水位を H' とすれば，

$$Q_2=Q_1-\frac{F}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)-q, \qquad q=F'\frac{dH'}{dt}$$

$$\therefore \quad Q_2=Q_1-F\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right)-F'\frac{dH'}{dt}$$

第十三圖



即ち Q_2 の式が複雜となり取扱ひ困難となる，且つ實際に於て (b) の場合は稀にして一般に (a) の場合のみに就ての應用問題を後節にて述べんとす。

第二節 應用問題其の一

木曾川筋岐阜縣羽島郡川島村地先(**附圖第八**參照）の河幅

擴大せる箇所に於て最大洪水量を流下せしむるに必要なる河敷のみを水路となし，其の兩岸に新堤防を築設し，而して他の遊水池の役目をなせる河敷を水路より締め切るものとす，此の場合に於て締め切る前の出水例へば第三章第二節實例其の二に示したるが如き出水が再びありたる時締め切る前の最大流出量の時と同時刻の流出量は幾何となるや。

附圖第八に於て松本地先を I なる地點とし，笠松地先を II なる地點とし，而して或る時間に於ける I なる地點の水位を H_1 とし，II なる地點の水位及び流出量を H_2 及び Q とし，尙締め切りたる遊水池の面積を F とし，締め切りたる以後の流出量を Q' とすれば，第三章第八節(5)式により次の關係あり。

$$Q'=Q+\frac{F}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \quad\cdots\cdots(1)$$

(1)式中の時間 t に就ては $t=0$ なる時に於て遊水池を締め切る前の流出量 Q の最大流出量を表はすものなる時は，(1) 式に於て $t=0$ となすことにより遊水池を締め切りたる場合の該時刻に於ける流出量 Q' を得ること明かなり，而して Q なる增水流出量式は第三章第二節實例其の二により，

$$Q=0.0000025\{547.953-(-t)^{1.03215}\}^{4.29185} \quad\cdots\cdots(2)$$

にして，尙同實例其の二より上式に於て $t=0$ とおきたる Q の値に增水をなし始めたる時の流出量 27 000 立方尺を加へたるものが最大流出量 168 000 立方尺なることを知る。

次に $t=0$ なる時 dH_2/dt の値を求むるには II なる地點に於ける水位式（t を秒單位とせるもの）を t に就て微分し，而して該式中の t に就て $t=0$ とおけば可なり，而して II なる地點の增水位式は第四章第二節に於ける（12）式に相當するを以て

$$H_2=4.479953\times10^{-28}\{4\,084\,324\,000-(-t)^{1.03245}\}^{2.05893} \quad\cdots\cdots(3)$$

今上式を t に就て微分し各項を整頓すれば，

$$\frac{dH_2}{dt}=0.256163\times10^{-20}(-t)^{0.03245}\{4\,084\,324\,000-(-t)^{1.03245}\}^{1.05893} \quad\cdots\cdots(4)$$

上式に於て $t=0$ とすれば，

$$dH_2/dt=0$$

次に dH_1/dt を求むるに當り I なる地點は從來より松本量水標として水位觀測の箇所なりしも不幸にして當時の水位觀測の記錄を見出さゞるは甚だ遺憾とする處なり，止むを得ざるを以て I なる地點に於ける水位曲線を代用し主題に對する算出方法を述べんとす。而して I なる地點と II なる地點とに於ける數回の觀測の結果を比較調査するに I なる地點の最高水位と II なる地點の最高水位とは平均 2 時間の差あり，故に II なる地點の水位式を代用するに就ても II なる地點の水位式の時間 t に對し I なる地點の水位式の時間を t' とせば $t'=t-2\times3\,600$ とせざる可からず。然るときは H_1 及び dH_1/dt の式は本節 (3) 及び (4)

式より

$$H_1=4.479953\times10^{-28}\{4\,084\,324\,000-(-t+2\times3\,600)^{1.93245}\}^{1.95893}\dots\dots(5)$$

$$\frac{dH_1}{dt}=0.256163\times10^{-26}(-t+2\times3\,600)^{0.93245}\{4\,084\,324\,000-(-t+2\times3\,600)^{1.93245}\}^{1.95893}\dots\dots(6)$$

然るときは $t=0$ のときに於ける dH_1/dt の値は上式に於て $t=0$ となすことにより，

$$\frac{dH_1}{dt}=0.0000671198$$

附圖第八に於て河敷以外の他の遊水池の面積 F を求積器によりて求むるときは，

$F=80\,000\,000$ 平方尺

以上得たる Q, dH_1/dt, dH_2/dt 及び F の値を本節（1）式に代入するときは，

$$Q'=168\,000+80\,000\,000\times\frac{1}{2}(0.000671198)=168\,000+2\,684.8$$

$=170\,684.8$ 立方尺

即ち遊水池を締め切りたる場合に於て締め切る前の實例其の二に示すが如き出水ありたる際締め切る前の最大流出量の時に相當する時刻に於ける流出量 Q' は 170 648.8 立方尺なることを知る（此の場合 I なる地點の水位曲線は II なる地點の水位曲線を代用したるものなり）。尙 II なる地點の横斷面積及び平均流速を知るときは遊水池を締め切りたる場合の水位上昇を大體推知するを得べし。

若し締め切りたる場合の最大流出量を求むるに就ては $dQ'/dt=0$ とおきて得たる t の値が d^2Q'/dt^2 の値を負ならしむる t の値を求め，而して得たる t の値を Q' の式に代入して Q' の最大流出量を求むべきなり。然れども Q' 式複雜なるため $dQ'/dt=0$ とおきて代數的に t の値を求むる能はざるが故に，$t=0$, $t=-1$, $t=-2$ 等の値を Q' 式に代入して得たる値を曲線圖に表はし圖上にて其の最大流出量を求むれば可なり。

第三節　應用問題其の二

前節應用問題其の一に述べたるが如き木曾川筋川島村の遊水池を新堤にて締め切りたる場合前節同樣第三章第二節實例其の二に述べたるが如き出水ありたる際，**附圖第八**の II なる地點（笠松量水標）附近に設置しあり，悪水樋門の門扉開閉時間を幾時間遲速せしむるや，但し門扉は II なる地點に於て水位 12 尺の時に開閉するものとす。

增水の場合

先づ增水の場合に就て述べんに，水位 12 尺の時は最大水位の時より幾時間前なるかを求むるには，II なる地點の增水位式に於て $H=12$ として t の値を求むれば可なり，而して該出水に對する水位式にして t を時間單位とせるものは第四章第二節の（4）式に相當するを以て

$$H_2=9.68624\times10^{-8}\{547.953-(-t)^{1.93245}\}^{2.95893}\dots\dots(1)$$

(1) 式は増水をなし始めたる時卽ち 8.2 尺の時を $H=0$ となせるものなるが故に

$$H_2=12-8.2=3.8$$
$$3.8=9.68624\times10^{-8}\{547.953-(-t)^{1.93245}\}^{2.95893}$$

上式を t に就て解くときは

$$t=-14.671$$

卽ち最高水位の時より 14.671 時間前に水位 12 尺となり，該惡水樋門の門扉が閉鎖することゝなる。

次に本例の場合に於ける流出量式は第三章第二節實例其の二の増水流出量式に相當するを以て該式に於て $t=-14.671$ とするときは水位 12 尺の時の流出量を算出することを得。

$$Q=0.0000025\{547.953-(-t)^{1.93245}\}^{4.29185}$$
$$\log Q=4.29185\log\{547.953-(-t)^{1.93245}\}-6.6050565 \qquad (2)$$

上式に於て $t=-14.671$ とするときは $Q=25\,665.2$ 立方尺となる，該流出量式に於て $Q=0$ の時卽ち増水をなし始めたる時に於ては 27 000 立方尺の流出量あるを以て(第三章第二節實例其の二參照)

$$Q=25\,665.2+27\,000=52\,665.2 \text{ 立方尺}$$

同一水位に對し數回の出水に於ける各々の水面勾配は必ずしも同一ならず，從つて各出水に於ける同一水位に對する流出量は必ずしも相等しからず，且つ又或る 1 回の出水に於ても亦増水の場合と減水の場合とに於て同一水位に對する流出量は相等しからず，然れども増水の場合と減水の場合と各別に考ふるときは或る水位に對する流出量は一定せらるべき理なり，故に本例の出水に於て水位は 12 尺のときの流出量は 52 665.2 立方尺なりと言ふを得。

然るときは遊水池締め切り前の流出量と締め切り後の流出量との關係を表はす式

$$Q'=Q+\frac{F}{2}\left(\frac{dH_1}{dt}+\frac{dH_2}{dt}\right) \qquad (3)$$

に於て $Q'=52\,665.2$ となし t の値を求むるときは，流出量が 52 665.2 立方尺なる時の時間を知るを得べし，然れども Q, dH_1/dt 及び dH_2/dt に相當する式にて (3) 式を表はすときは非常に複雜となり，t に就て代數的に解くこと能はざるを以て止むを得ず Q' をして 52 665.2 立方尺に近き値を得せしむる 3 個の t の値を t に代入して 3 個の Q' の値を得て，之れ等を圖上に表はし，而して該曲線上にて $Q'=52\,665.2$ 立方尺なる點を求むる時は此の點に相當する時間 t の値を知るを得べし。此の場合に於て遊水池を締め切る前の流出量と締め切り後の流出量とが相等しき 52 665.2 立方尺なる時といへども其の水面勾配は必ずしも相等しからず，從つて水位も亦相等しからざる可し，然れども 12 尺前後の僅少なる水位の差に對しては水面勾配の差も僅少なるべく，從つて遊水池を締め切りたる後に於ても $Q'=52\,665.2$

なる時は水位12尺なりとするも大差なきものと信ず。

遊水池を締め切る前に於て水位 12 尺の時は最高水位の時より遡りて 14.671 時間前なることを知りたり，而して遊水池を締め切りたる後に於ては水位の上昇は締め切る前よりも速くなるべきにより前記 (3) 式の各項 $Q, dH_1/dt$ 及び dH_2/dt 等の各式に就て $t=-16$, $t=-17$ 及び $t=-18$ の時の夫々の値を求めんとす。先づ Q の値に就ては本節 (2) 式により得たる値に増水をなし始めたる時の流出量 27 000 立方尺を加ふれば可なり，即ち

$$\log Q=4.29185\log\{547.953-t^{1.93245}\}-6.6050565$$

なる式中の t に -16 時間，-17 時間，-18 時間 を代入して得たる Q の値，及び之れに 27 000 立方尺を加へたる Q' の値は第十二表の如し。

第十二表

t	Q	$Q'=Q+27\,000$ 立方尺
-16	17 211.45立方尺	44 211.45立方尺
-17	12 112.46 〃	39 112.50 〃
-18	8 076.0 〃	35 076.00 〃

次に $t=-16$ 時間，$t=-17$ 時間及び $t=-18$ 時間の時の dH_2/dt の値を求むるには前節 (4) 式，即ち

$$dH_2/dt=0.256163\times10^{-26}(-t)^{0.93245}\{4\,084\,324\,000-(-t)^{1.93245}\}^{1.95893}$$

なる式に於て夫々の各時間を秒単位に換算せしものを t に代入すれば可なり，而して得たる結果は第十三表の如し。

第十三表

t	dH_2/dt
$-16\times3\,600$秒	0.000181126
$-17\times3\,600$	0.000163263
$-18\times3\,600$	0.000143110

次に dH_1/dt の値を求めんとするも，I なる地點に於て觀測せし水位なきを以て前節に述べたる如く II なる地點に於て觀測せし水位を代用するものとす，然るときは前節 (6) 式即ち

$$dH_1/dt=0.256163\times10^{-26}(-t+2\times3\,600)^{0.93245}\}4\,084\,324\,000-(-t+2\times3\,600)^{1.93245}\}^{1.95893}$$

なる式中の t に夫々の各時間を秒単位に換算せしものを代入すれば可なり，而して得たる結果は第十四表の如し。

第十四表

t	dH_1/dt
$-16\times3\,600$秒	0.00014311
$-17\times3\,600$	0.0001213

t	dH_1/dt
$-18\times 3\,600$秒	0.00009855

然るときは $F=80\,000\,000$ 平方尺なるが故に本節 (3) 式により

$t=-16$ 時間のときは

$$Q'=44\,211.45+\frac{1}{2}(80\,000\,000)\times(0.00018126+0.00014311)=57\,181 \text{ 立方尺}$$

$t=-17$ 時間のときは

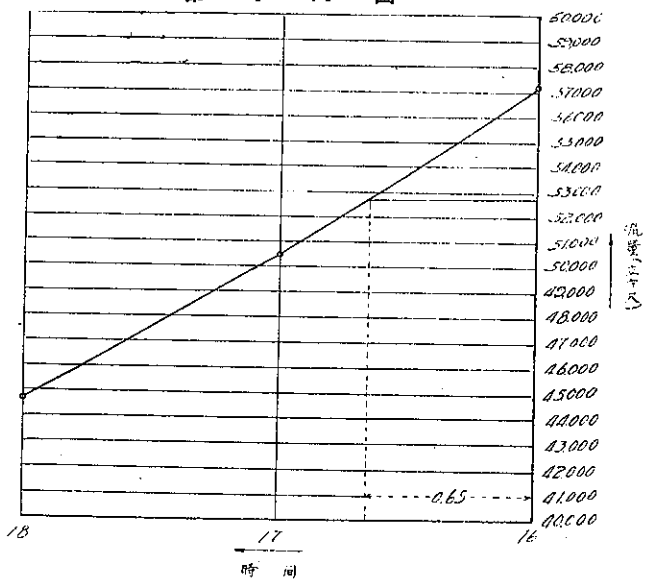
$$Q'=39\,112.5+\frac{1}{2}(80\,000\,000)\times(0.000163263+0.0001213)=50\,495 \text{ 立方尺}$$

$t=-18$ 時間のときは

$$Q'=35\,076+\frac{1}{2}(80\,000\,000)\times(0.00014311+0.00009855)=44\,742.4 \text{ 方立尺}$$

以上求め得し之れ等 Q' の値を圖上に表はすときは**第十四圖**の如き曲線となる，該曲線上に於て水位 12 尺の時の流出量 52 665 立方尺なる點を求め，尙此の點に相當する時間を求むるときは -16.65 時間となる，而して遊水池を締め切る前の水位 12 尺の時の時間は -14.671 時間なるが故に $-16.65-(-14.671)=-1.98$ 即ち 1.98時間だけ遊水池を締め切りたる結果門扉の閉鎖時間が早くなることゝなる。

第十四圖



減水の場合

增水の場合と同一方法により算出することを得，先づ水位 12 尺の時は最高水位の時より何時間後なるかを求むるに第四章第二節 (8′) 式に於て $H=12$ 尺とすれば可なり，即ち

$$\log 12=2.334176-0.480722\log(t^{1.559991}+133.9204)$$
$$t=36.5373$$

遊水池を締め切る前に於て最大流出量の時より 36.537 時間後の流出量を求むるには第三章第二節實例其の二に於ける減水流出量式，即ち

$$\log Q=7.2650597-0.959049\log(133.9204+t^{1.559991})$$

なる式に於て $t=36.537$ とすれば可なり，而して得たる Q の値は

$$Q=57\,719.5 \text{ 立方尺}$$

尙最大流出量の時より 34 時間，35 時間及び 36 時間後の流出量を求むるときは**第十五表**の如し。

第 十 五 表

t	Q
34時間	61 965.6立方尺
35	60 238.9 〃
36	58 582.0 〃

次に dH_2/dt の式を求むるには t を秒單位とせる減水式卽ち第四章第二節に於ける (16) 式により

$$H_2=\frac{100\,259.5}{(t^{1.559991}+47\,276\,700)^{1.480722}}$$

$$\frac{dH_2}{dt}=-\frac{75\,186.8041075\,t^{0.559991}}{(t^{1.559991}+47\,276\,700)^{1.480722}}$$

今最大流出量の時より 34 時間，35 時間及び 36 時間後の夫々の dH_2/dt の値を上式により求むれば**第十六表**の如し。

第 十 六 表

t	dH_2/dt
34×3 600秒	−0.000049256
35×3 600	−0.000047925
36×3 600	−0.000046635

次に dH_1/dt の式を求むるに增水の場合と同樣に I なる地點に於て觀測せし水位なきを以て II なる地點に於て觀測せし水位を代用せんとす，而して I なる地點と II なる地點とに於ける水位に對する時間の差は平均約 2 時間なるを以て II なる地點に於ける dH_2/dt の式より

$$\frac{dH_1}{dt}=-\frac{75\,186.8041075(t-2\times3\,600)^{0.559991}}{\{(t-2\times3\,600)^{1.559991}+47\,276\,700\}^{1.480722}}$$

上式により最大流出量の時より 34 時間，35 時間及び 36 時間後の夫々の dH_1/dt の値を求むれば**第十七表**の如し。

第 十 七 表

t	dH_1/dt
34×3 600秒	−0.000052044
35×3 600	−0.000050630
36×3 600	−0.000049256

以上 $t=34$ 時間，$t=35$ 時間及び $t=36$ 時間のときに於ける $Q, dH_1/dt$ 及び dH_2/dt の値を求め得たり，而して $F=80\,000\,000$ 平方尺なるを以て本節 (3) 式により

$t=34$ 時間のときは

$$Q'=61\,965.6-\frac{1}{2}(80\,000\,000)\times(0.000052044+0.000049256)=57\,913.6 \text{ 立方尺}$$

$t=35$ 時間のときは

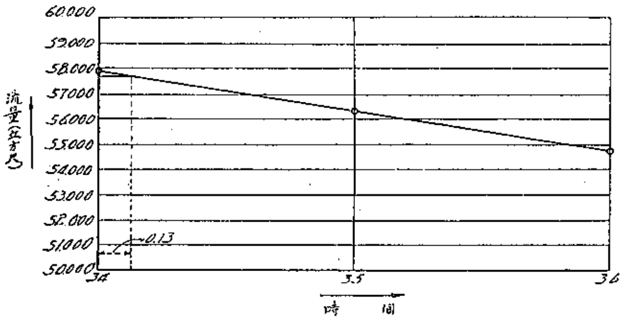
$$Q'=60\,238.9-\frac{1}{2}(80\,000\,000)\times(0.00005063+0.000047925)=56\,296.7 \text{ 立方尺}$$

$t=36$ 時間のときは

$$Q'=58\,582.0-\frac{1}{2}(80\,000\,000)\times(0.000049256+0.000046635)=54\,746.4 \text{ 立方尺}$$

之れ等各時間に對する流出量を圖上に表はすときは**第十五圖**の如き曲線となる。故に該曲線上に於て水位 12 尺の時の流出量 57 719.5 立方尺なる點を求め，此の點に相當する時間を横軸上に求むる時は $t=34.13$ 時間となる，而して遊水池を締め切る前に於ける水位 12 尺の時は最大流出量の時より 36.5373 時間なり，然るときは遊水池を締め切りたる結果門扉開放時間が 36.5373−34.13＝2.4073 時間だけ早くなることゝなる。

第十五圖



以上の結果を綜合するに遊水池を締め切りたる場合に於て樋門扉の開閉は増水の場合 1.98 時間早くなり，減水の場合2.407 時間早くなる，從つて門扉の閉鎖時間は約 2.407−1.98＝0.427 時間，即ち 26 分だけ短縮することゝなる，然れども増水の際早く門扉を閉鎖することは好ましからざる現象となす場合多しとせん。

結　　　論

一般河川の流出量を觀測し，之れが時間に對する關係を表はしたる曲線圖に於て増水部分と減水部分とに區分して考ふるものとし，而して増水部分の曲線の inflection point が 1 個のみ存在し，且つ其の inflection point の横距が増水をなし始めたる時若しくは最大流出量の時に極端に接近せざる場合の實例と，該曲線の inflection point が 2 個以上存在し或は又 1 個のみ存在する inflection point の横距が増水をなし始めたる時若しくは最大流出量の時に極端に接近せる場合の實例と何れが多きか，尚又減水部分の曲線の inflection point が 1 個のみ存在する場合の實例と，2 個以上存在する場合の實例と何れが多きか，尚換言すれば觀測せし流出量曲線にして本文に於て誘導したる増水並に減水の流出量式にて表はし得る場

合と，然らざる場合と何れが多きかは今後數多の實例に俟たざるべからざる處なりとす。

然れども觀測流出量曲線の增水並に減水部分に於て各々2個以上の inflection point を有する場合，又は增水部分に於て inflection point の橫距が增水をなし始めたる時若しくは最大流出量の時に極端に接近せる場合等は總べて途中斷絕せる2回の降雨，若しくは堤防の破潰，又は水源地の調節力が及ばざる程度の急激なる變化をなせる降雨等に基因せるものなることは第三章第八節に於ける說明により推察せらるゝ所にして，斯の如き實例は寧ろ特別なる場合なりと言ふを得べく，從つて普通一般の場合なりとなすを得ざるべし。卽ち觀測流出量曲線の增水並に減水部分に於て各々1個のみの inflection point を有し，尙增水部分の inflection point の橫距が增水をなし始めたる時若しくは最大流出量の時に極端に接近せざる場合の實例は決して尠なからざるのみならず，寧ろ普通の場合なりと信ずるものなり。

斯く觀測流出量曲線の增水並に減水部分に於て各々1個のみの inflection point を有し，尙增水部分の inflection point の橫距が增水をなし始めたる時若しくは最大流出量の時に極端に接近せざる場合の流出量曲線は之れを本文にて誘導したる增水並に減水の流出量式を以て表はし得ることは既に第三章第八節に於て說明したる所にして，尙其の適用の結果に就ては第三章第一節より第四節に至る實例卽ち4個の增水式實例及び5個の減水式實例により徵せらるゝ處なり，而して觀測せし流出量曲線の彎曲率が比較的小なるものを實例其の一にて示し，比較的大なるものを實例其の三にて示し，他の實例は其の中間に位するものなり。尙**附圖第六**に於ける A, B, C なる各流出量曲線は參考のため添附したるものなるも該曲線圖に見るが如く1個の inflection point を有し，且つ其の橫距は $t=0$ のとき若しくは $t=T$ の時に接近せざるを以て，流出量式にて表はし得ることは明かなり。然るときは本文のみに於ても增水式にて表はし得る7個の增水流出量曲線及び減水式にて表はし得る8個の減水曲線のあることを示せるものなり。

水位公式を求むるに當り水面勾配，水理深等或る假定に立脚したる點あれども，該公式を觀測せる水位曲線に適用して算出せる水位式の表はす曲線は觀測せる水位曲線と比較對照して試驗濟みのものなり，尙水位公式を t に就て微分したる dH/dt は流出量式を t に就て微分したる dQ/dt と同樣に $t=0$ のときに $dH/dt=0$ となり，又 $t=T$ のときに $dH/dt=0$ となるべく，且つ水位曲線の inflection point の橫距に對する關係は流出量曲線の inflection point の橫距に對する關係と相等しかる可きことは兩式の係數のみを異にすることより判斷せらるゝ處なるを以て，流出量公式が適用せらるゝ範圍内に於ては水位公式も亦適用せらるべきなり。

第五章第一節に於て $\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2/dt)=\frac{1}{2}(dH_1/dt+dH_2'/dt)$ と假定せるは遊水池を

締め切りたるを以後の水位式なる H_2' を求むることは到底不可能（遊水池を締め切る前に於て不可能なるのみならず締め切りたる後に於ては締め切る前の或る降雨量と相等しき降雨量を期待する能はず）なるのみならず，該式の兩邊の誤差を僅少なるものと認めたるがためにして，若し如上の如く假定して算出したる結果，例へば應用問題其の二に於て增水の場合には約2時間減水の場合には約 2.4 時間だけ H_2' は H_2 より早くなることを知り，之れ等の時間だけ H_2' なる水位式中の t なる時間の原點を移すことにより新たに H_2' なる水位式を求め再び計算を行ふ時は一層精確となるべきなり。

第五章第二節應用問題其の一に於て I なる地點の水位式は觀測せる水位曲線なきため止むを得ず II なる地點の水位式を改造して代用したるものなれども，I なる地點の水位を觀測するは不可能にあらざるを以て，該實例の如き場合には豫め I なる地點の水位を觀測なしおくべきなり。

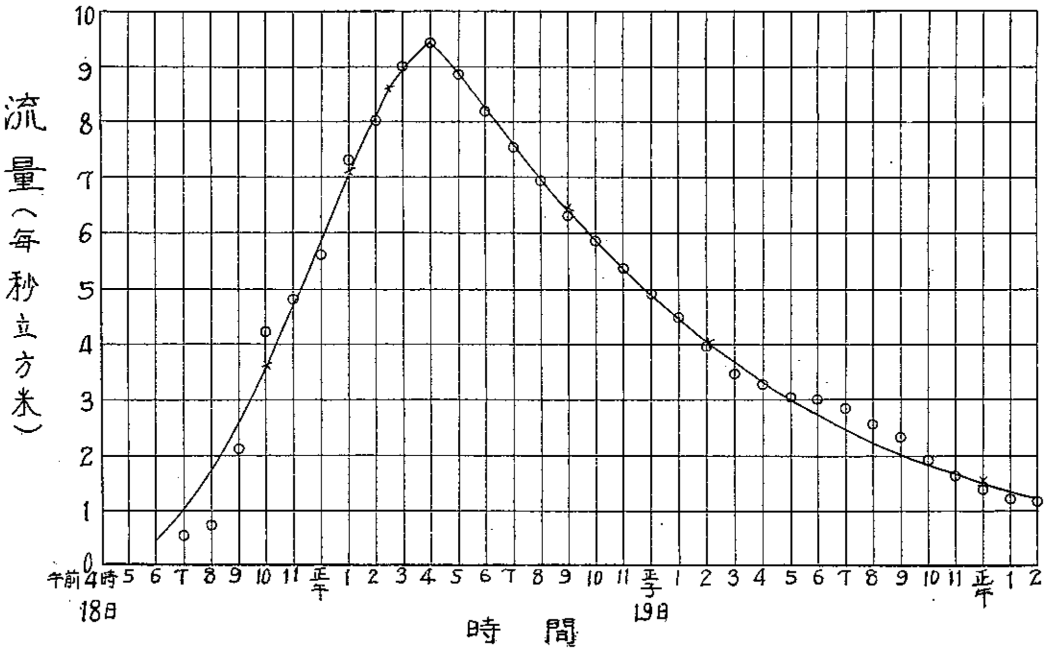
一般に河川の流出量式を應用する問題に關しては其の算出の結果と實例の結果と比較對照することの不可能なるは遺憾とする處なり，何となれば第五章第二節應用問題其の一及び第三節應用問題其の二に示したるが如く，遊水池を締め切る前の或る降雨量と其の强度及び繼續時間等に於て全く相等しき降雨量を該遊水池を締め切りたる後に於て再び天然自然に期待することは不可能なればなり。然れども應用問題の算出に就て假定したる事項が理論上大なる誤差を生ぜざるものとすれば該算出の結果は大いに參考となるべきは疑を入れざる處なりとす。

尙應用問題として或る河川の I 及び II なる兩地點間に他の支派川がなき場合に於て兩地點に於ける水位を觀測し，尙兩地點の何れか一方の地點に於て流出量の觀測をなしたる時は兩地點間の河敷の面積は地圖により測定するを得るが故に，第五章第一節 (1) 式により他の地點に於ける流出量を算出することを得べし。其の他河川の流出量に關する種々の問題に應用なし得べきことを信ずるものなり。

以上流出量公式に就ての卑見に對し幸に先輩諸賢の叱正を得ば著者の望外の光榮とする處なり。（完）

附圖第一

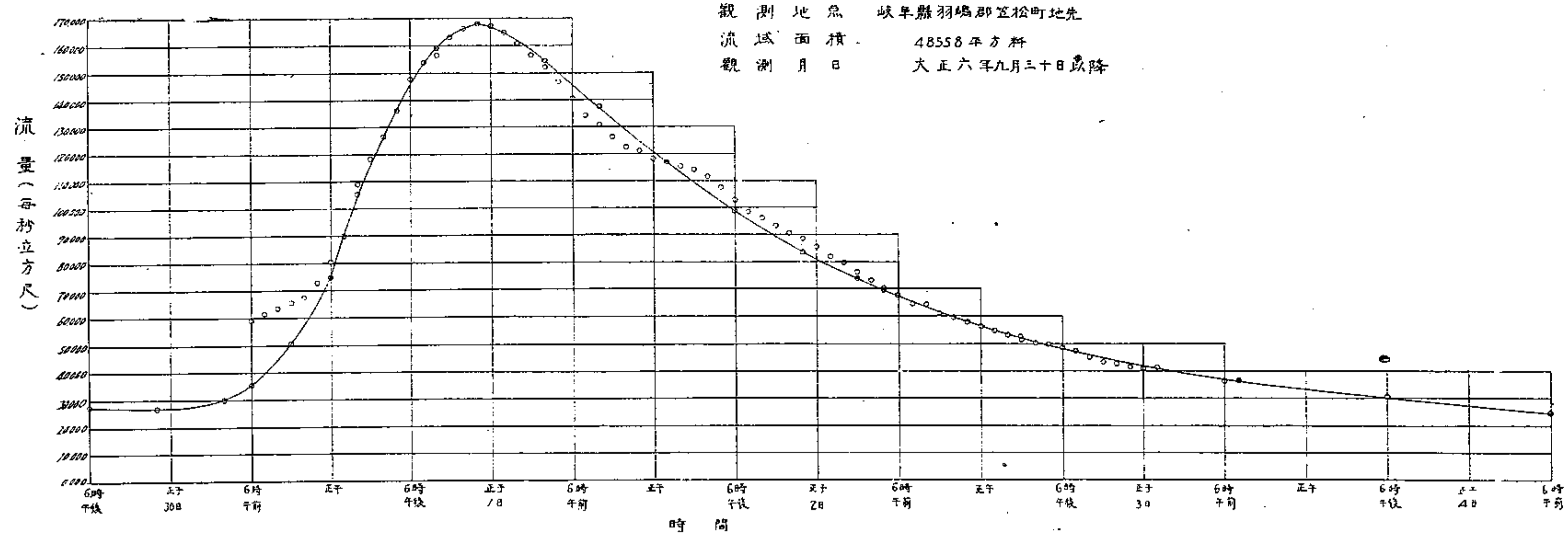
河川名	境川
觀測地點	岐阜縣稻葉郡佐原村字大島地先
流域面積	34.45 平方粁
雨量	37.75 粍
總降雨量	1 300 487.5 立方米
觀測月日	大正十四年九月十八日以降



（土木學會誌第十七卷第七號附圖）

附圖第二

河川名　木曾川
觀測地點　岐阜縣羽島郡笠松町地先
流域面積　48558平方粁
觀測月日　大正六年九月三十日以降



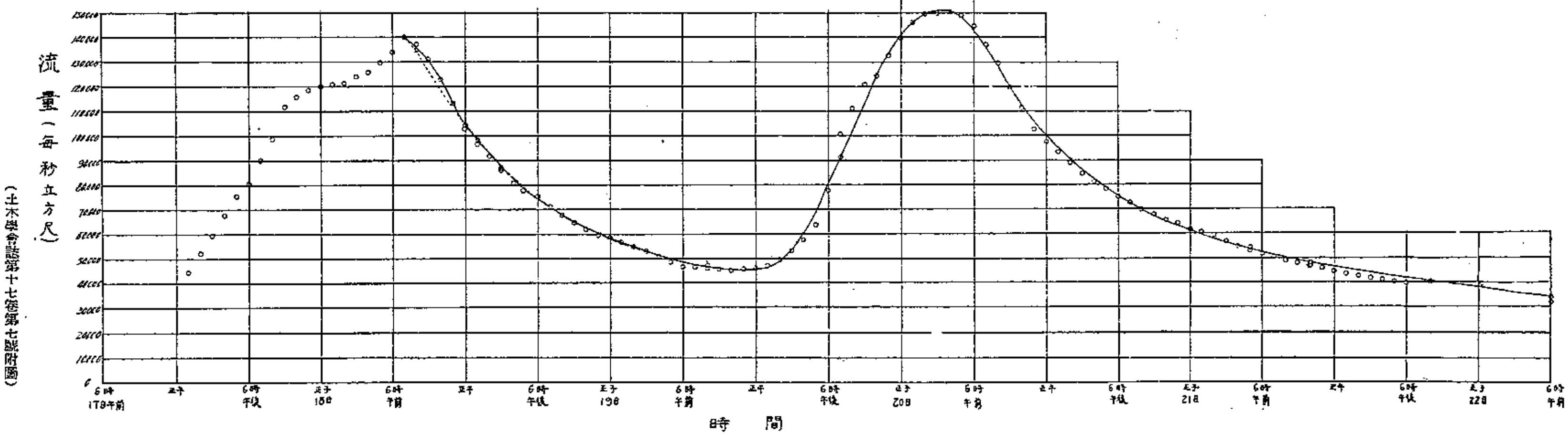
附圖第四

附圖第三

河川名　木曾川
觀測地點　岐阜縣羽島郡笠松町地先
流域面積　48558平方粁

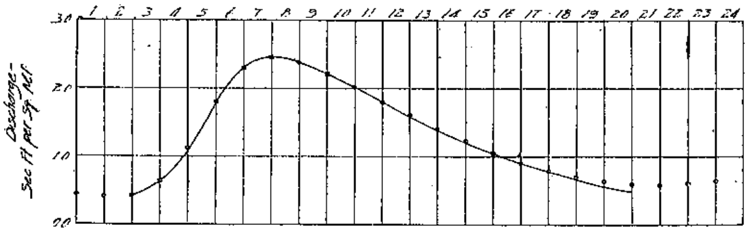
觀測月日　大正六年十月十七日以降（附圖第四）

觀測月日　大正六年十月十九日以降（附圖第三）



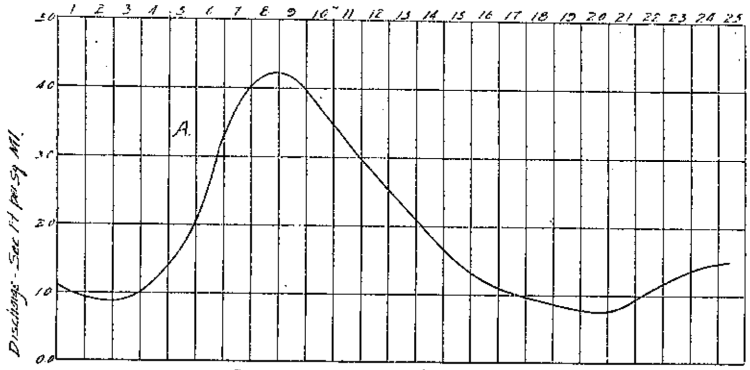
（土木學會誌第十七卷第七號附圖）

附圖第五

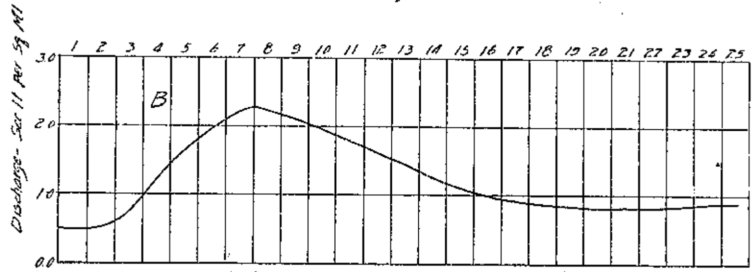


Mississippi River between Mouth of Sandy River and Anoka
Watershed Area 17,590 sq. miles.

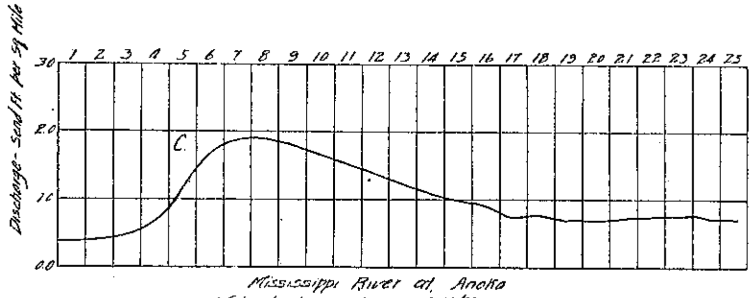
附圖第六（其の一）



Rum River at Cambridge
Watershed area 1160 sq. miles

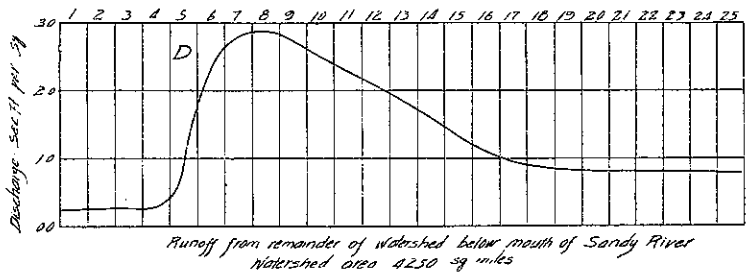


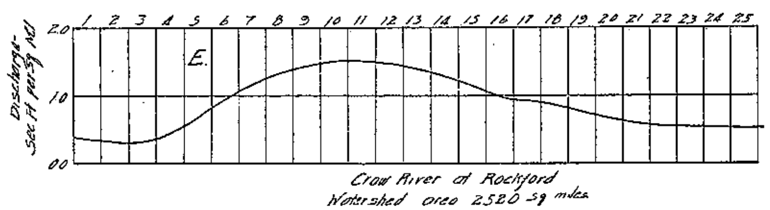
Combind discharge of Crow Wing Sauk, Elk, Crow and Rum River
Watershed area 8340 sq. miles

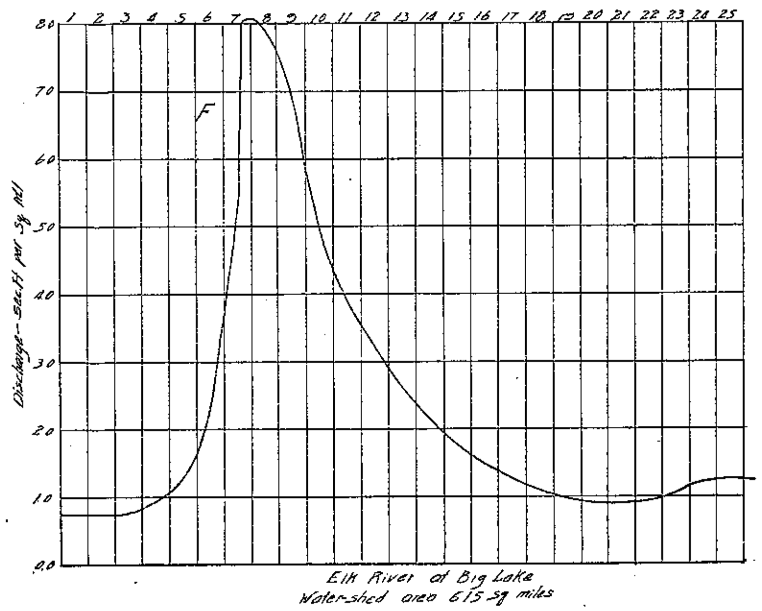


Mississippi River at Anoka
Watershed area 17,100 sq. miles

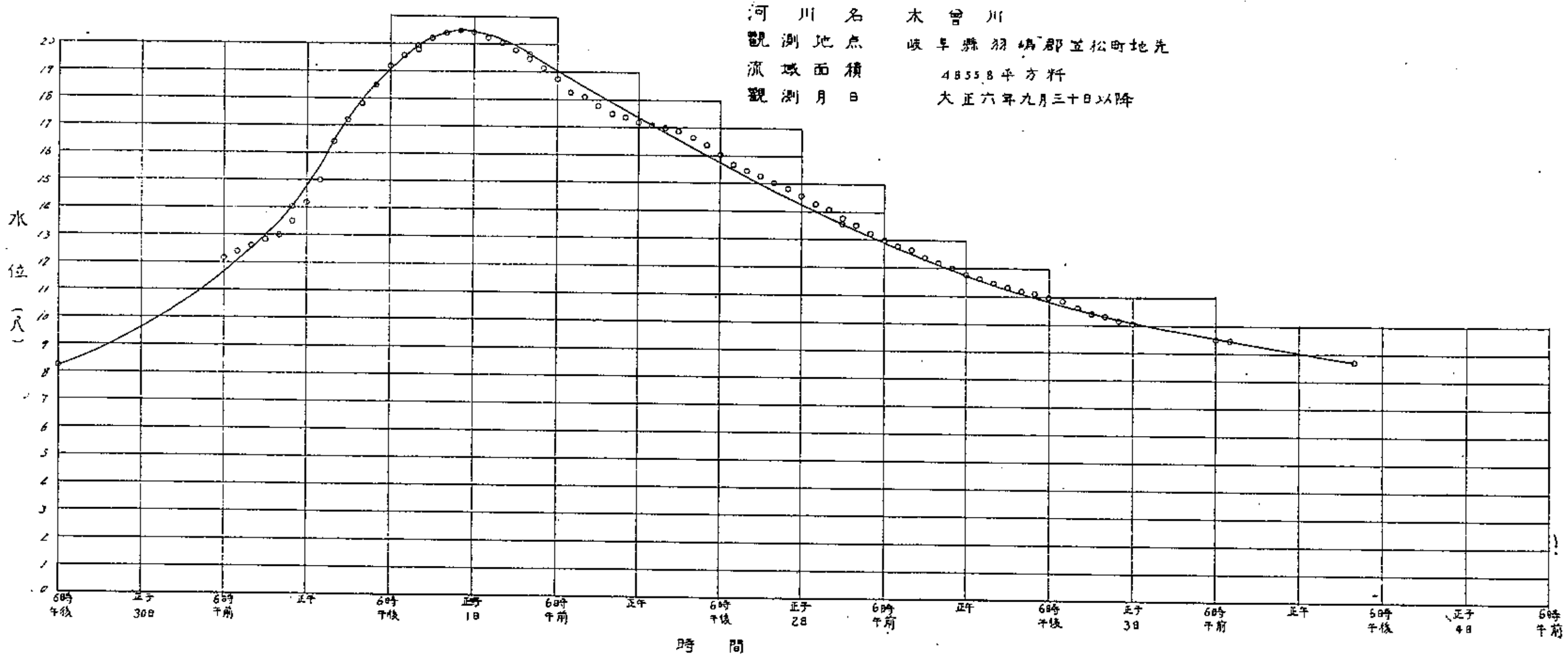
附圖第六（其の二）



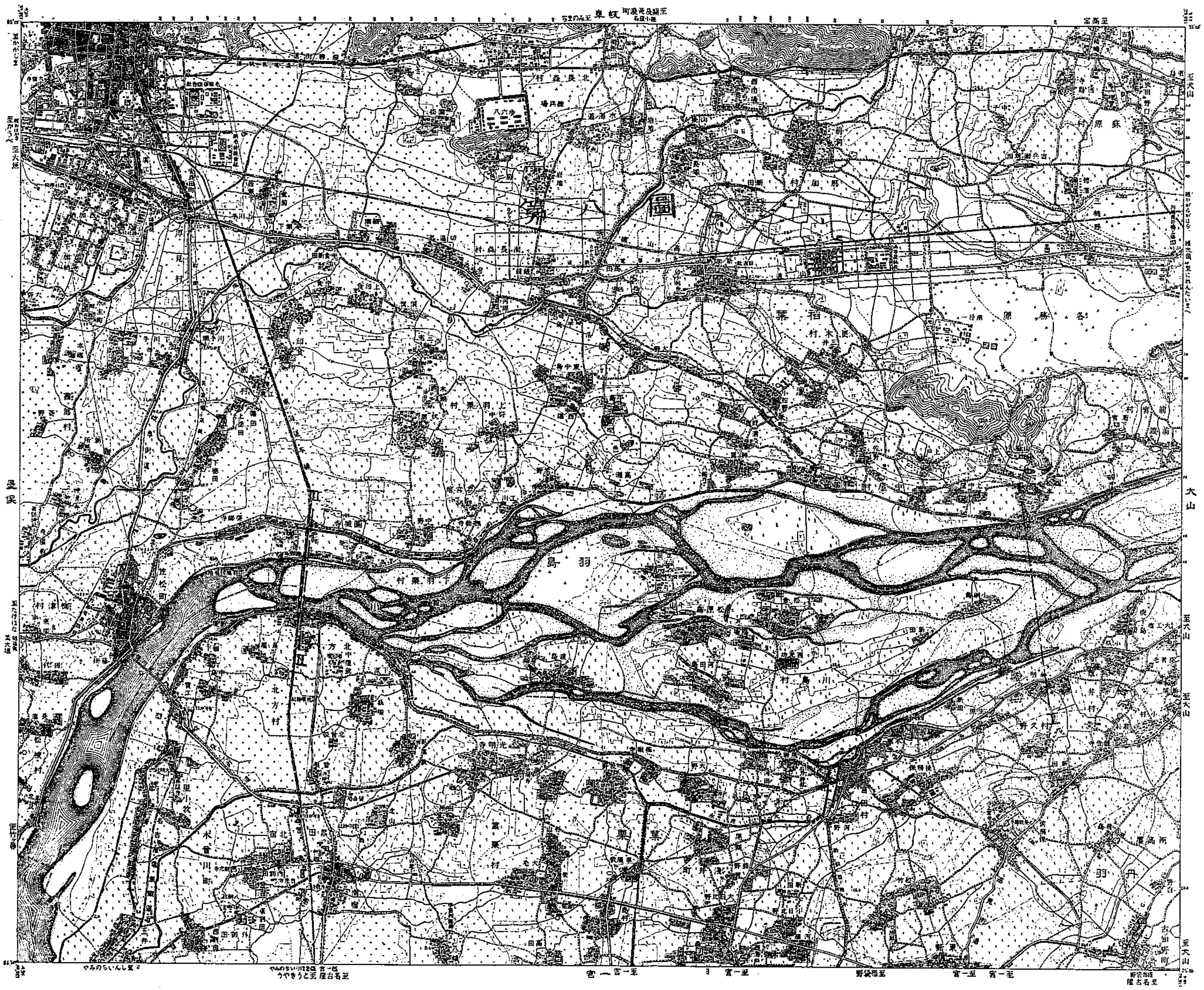




附圖第七



（土木學會誌第十七卷第七號附圖）



(土木學会誌第十卷第七號附圖)