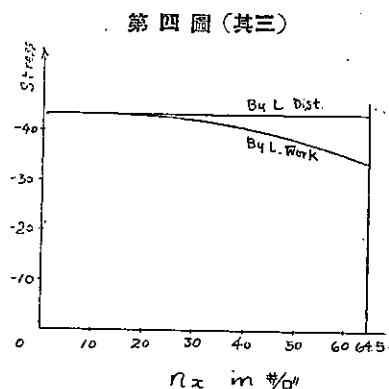


以上の解法は近似解で (18) に於て n_y に假定した式の項の數によつて尙一層正確になる。反対に項の數を減すれば即ち $F=0$ と置いて n_y を求めて第一表の n_y の値と比較してみると第二表の如くなり其の間に大差のないことがわかる。

(伊藤剛抄譯)



Truss 橋 の 立體 二 次 應 力

(W. Bergfelder, Die räumlichen Zusatzkräfte beim Dreि- und Viergurtträger.)
Bautechnik, Der Stahlbau, Heft 17, 22. Aug. 1930

本編は 3 本又は 4 本の弦材を持つ truss 橋の立體二次應力を求め、之れを互に比較検討して、更に arch の立體二次應力との比較を試みたものである。

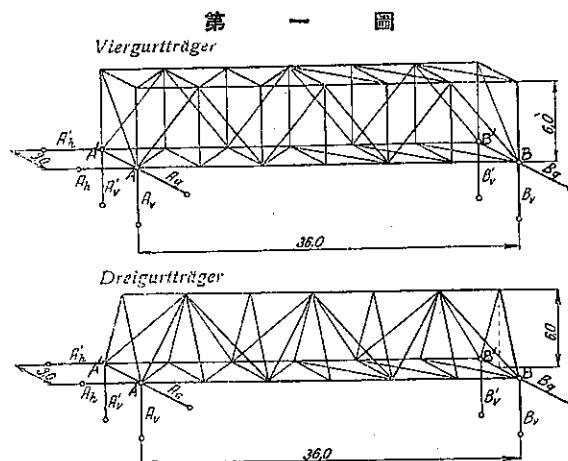
橋桁の立體作用

通常 truss 橋を設計するには、上部構造を幾つかの平面 truss に分解し、各平面 truss に加はる荷重は其の平面内に働くもののみを探る。一本の部材が同時に 2 箇の平面 truss に属するときは、其の應力は同一の荷重位置の下で各の truss から算出したものを加へ合せ、curved chord truss や arch の curved chord に生ずる垂直の二次力は主桁で受けてゐる。併し實際の橋は何れも立體構造で、力學的にも立體として作用するから、茲に橋梁を立體 truss として計算する場合と、平面 truss に分けて解く場合の部材の應力の差異、即ち「立體二次應力」の作用を明かにしよう。今第一圖上に示す truss に於て、後側の主桁に一列の活荷重を載せると、後側の下弦材は前面のより強く伸びるから、下側綫構は後へ曲り下側綫構の部材と支材とに應力を生ずる。即ち主桁に偏荷重を加へると、下側の綫構は強く載荷された主桁の方へ曲る。例へば一方の主桁は右から、他の主桁は左から何れも橋の中央まで載荷すれば綫構は S 字型に曲るが、之れは「十字型載荷」として後に述べる。上弦材は之れと反対に應壓力を受けて縮むから、上側綫構は荷重の少い主桁の方へ曲る。

此の立體二次應力に就ては既に, Arch は Müller-Breslau¹⁾ 柏橋は著者²⁾の研究が發表されてゐる。

靜力學的性質

第一圖に示した Warren 型の斜材を持つ 3 弦及び 4 弦の立體 truss 橋は, 内的靜定構造で, Föppl の Flechtwerk を構成してゐる。故に之れ等は一續きの閉じた表面上に載れる



數多の平面 truss から成り, 且つ互に隣り合つた三角形から出來てゐる。斯る立體 truss の力學的靜定度は部材と格點の數から知る事が出来, 格點の數を n 個とすれば,

	4 弦の橋	3 弦の橋
弦 材:	$4 n$	$3 n$
主弦の垂直材:	$2 (n+1)$	$2 (n+1)$
綾構の垂直材:	$2 (n+1)$	$n+1$
主弦の斜材:	$2 n$	$2 n$
綾構の斜材:	$2 n$	n
cross diagonal:	2	—
部 材:	$12 n+6$	$9 n+3$

立體 truss を固定するに要する支材の數は 6 であるから未知數の數は

$$\begin{array}{ll} \text{4 弦の橋:} & 12 (n+1) \\ \text{3 弦の橋:} & 9 (n+1) \end{array}$$

格點の數は

1) Müller-Breslau, Beiträge zur Theorie der Windverbände eiserner Brücken, Z. f. Bauwes. 1904, S. 114 und 1905, S. 133.

2) Bergfelder, Über den Einfluß der senkrecht wirkenden Verkehrsbelastung auf die wagerechten Verbände eiserner Balkenbrücken, Dissertation, Aachen 1928.

$$4 \text{ 弦の桁: } 4(n+1)$$

$$3 \text{ 弦の桁: } 3(n+1)$$

然るに各格點に就て、3箇宛平衡條件式が成立つから、與へられた方程式の數は、

$$4 \text{ 弦の桁: } 12(n+1)$$

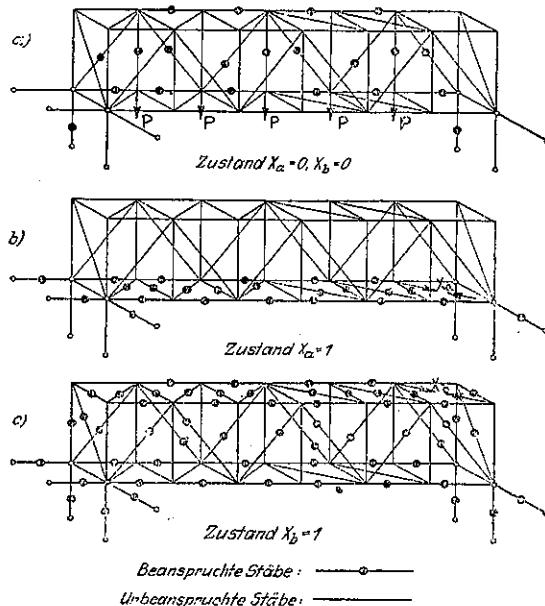
$$3 \text{ 弦の桁: } 9(n+1)$$

故に之れ等の立體 truss は靜定構造であるが、第一圖の truss は 8 本の支材を持つてゐるから、今扱ふのは二次の外的不靜定構造物である。

靜定構造の部分

4弦の truss 橋では靜定構造の部分としては 第二圖 a に示した様に、冗材の應力 X_a , X_b には上側及び下側綾構の中で可動支點の方の端の格間の斜材を選ぶとよい。

第二圖



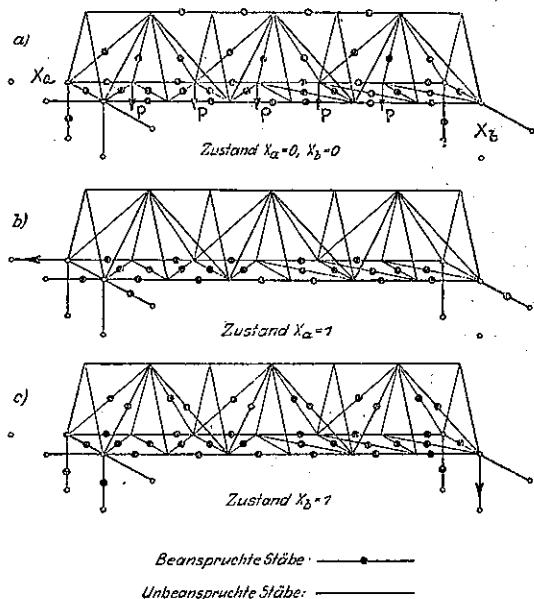
a) 片側の主桁に外力 P を加へると、唯其の主桁のみが平面 truss として載荷される(第二圖 a 參照)。

- b) 荷重 $X_a=1$ を加へれば應力を受けるのは下側綾構の部材のみである(第二圖 b 参照)。
c) $X_b=1$ として加へれば荷重を受けるのは上側の綾構、兩端の 2 本の cross diagonal と 2 個の主桁である(第二圖 c)。

3弦を持つた桁の靜定構造の部分としては第三圖 a に示した様に、冗材として垂直と水平の支材、而も垂直支材は載荷された主桁の反対側にあるものを選ぶとよい。

- a) 下弦材に加へた外力 P は、其の下弦材の属する主桁と綾構に影響を及ぼす丈である（第三圖 a 参照）。
- b) $X_a=1$ なる荷重を加へると綾構丈が平面 truss として應力を受ける（第三圖 b 参照）。
- c) $X_b=1$ の場合は綾構と主桁の斜材が應力を受けるが、後者の應力は互に大きさ等しく反方向である。

第三圖



次に 3 弦を持つ桁に就て、a) から c) までの證明をする。

a) $A_{h'}$ が零だから平衡條件から他の水平支材も零となり、 B_v が零だから A_v も零でなければならない。故に格點 A, B には水平面内の力以外には全く力が作用してゐない。従つて前面の主桁の兩端の斜材には應力を生ぜず、格間の平衡より、前回の主桁の web member は何れも應力を受けない事が判る。

b) B_v が零だから他の垂直支材の應力は零である。外力 $A_{h'}=X_a$ は水平 truss の面内に働いて、他の 3 本の水平支材と平衡を保つ。此の水平面以外には、格點には何れも力が働くらず、部材の應力も零となる。

c) $A_{h'}$ が零だから他の水平支材の應力も零である。 $\overline{AA'}$, \overline{AB} 線に關する力率の式から垂直反力が決定され、 $X_b=B_v=A_{v'}=+1$, $A_v=B_{v'}=-1$ 卽ち橋の片側の反力は夫々大きさ等しく反方向である。 $\overline{AA'}$ に關して力率をとれば上弦材の應力は零なる事が判る。又個々の格點の平衡から、主桁の垂直材の應力は零となる。

二つの場合共上記の様に冗材を選べば、静定構造の部分の應力 S_0 は平面 truss として普通に計算出来る利點がある。茲に立體二次應力の値は次の如くなる。

$$\Delta S = S_a X_a + S_b X_b$$

(S_a は $X_a=1$ を加へた場合の静定構造部の部材の應力)
 S_b " $X_b=1$ " " " ")

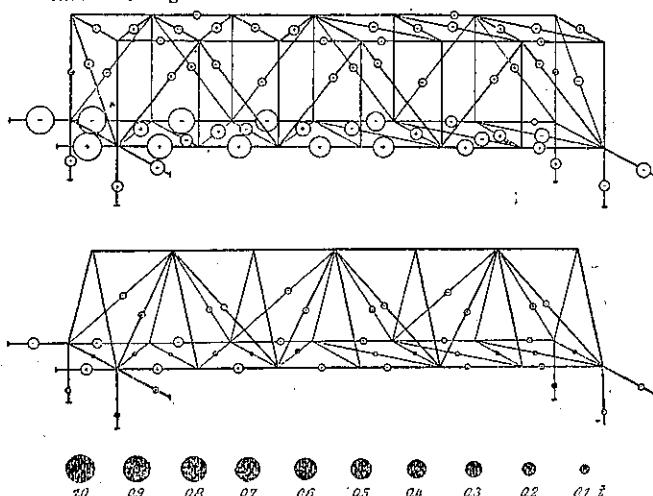
數式計算例：第一圖の truss 橋に次の様な断面を與へて、力学的計算をする。

主 枠:	4 弦の桁	3 弦の桁
上 弦 材	9.0 cm ²	15.0 cm ²
下 弦 材	9.0 "	10.0 "
斜 材	5.0 "	6.0 "
垂 直 材	5.0 "	6.0 "
上 側 綾 構:		
斜 材	1.0 "	—
垂 直 材	1.0 "	—
下 側 綾 構:		
斜 材	1.5 "	2.0 "
垂 直 材	3.0 "	3.5 "
兩 端 面 の 斜 材:	3.0 "	—

後側の下弦材の各格點に $P=1$ を載荷した場合の、立體二次應力を第四圖に示したが、圖中圓の面積は部材に働く應力の比を示してゐる。

第 四 圖

Hinterer Untergurt voll belastet

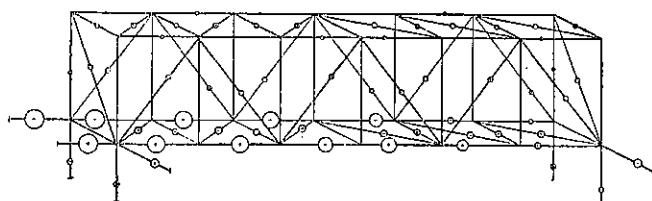


次に後側の下弦材に右端から橋の中央まで載荷した場合と、前面の下弦材に左端から中央まで載荷した場合との、立體二次應力を第五圖、第六圖に示してある。

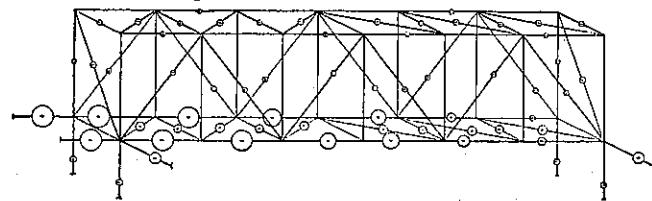
主桁の web member に生ずる一次應力は、主桁の一部に載荷した場合の方が、全部に載荷した場合より大きいが、立體二次應力は反つて小さくなる、第五圖と第六圖の場合の應力の値は殆ど大きさ等しく反方向であるから、此の二つの場合を加へ合せて得る十字型載荷の立體二次應力は非常に小さくなる。又立體二次應力は主桁の下弦材に可成り大きく影響するが其の値の大きい割に橋桁に危険は與へない。何となれば部材の斷面は、片側の主桁に全部載荷した場合に對して決定するのではなく、二つの主桁に全部載荷した場合を探るので、此の

第 五 圖

Hinterer Untergurt von rechts bis Brückenzentrum belastet



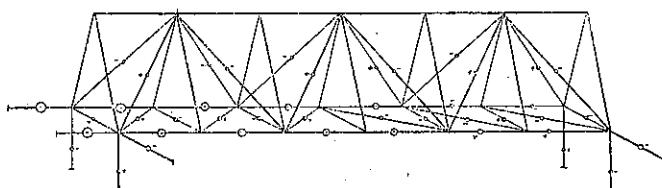
Vorderer Untergurt von links bis Brückenzentrum belastet



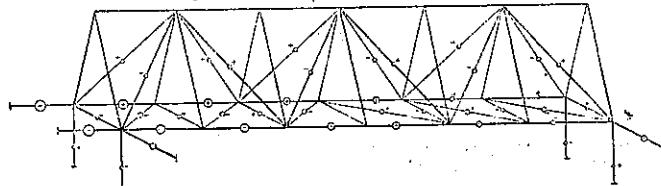
● 1.0 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0.05 2

第 六 圖

Hinterer Untergurt von rechts bis Brückenzentrum belastet



Vorderer Untergurt von links bis Brückenzentrum belastet



● 1.0 0.5 0.20 0.15 0.10 0.05 2

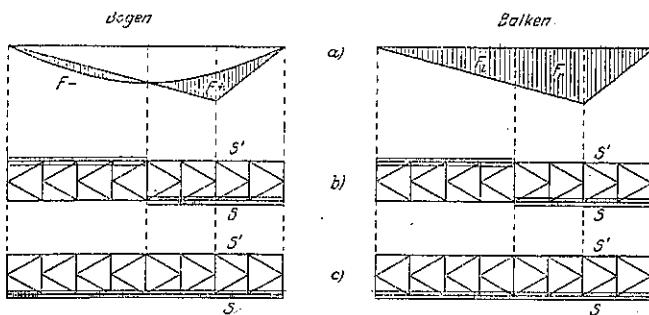
Abb. 6.

場合、下弦材の立體二次應力は零になるからである。第四圖から第六圖までの重要な結果は、如何なる荷重状態にも立體二次應力に關しては、3 弦の橋の方が 4 弦の橋より有利であつて抵抗強度も相當大きい事である。

桁橋と arch の立體二次應力

桁橋では、片側の主桁に全部載荷した場合の二次應力は十字型載荷より遙に大きいが、Müller-Breslau は彼の論文に、arch 橋では十字型載荷の方が片側全載荷より不利な立體二次應力を示す事を述べてゐる。

第七圖



Arch と桁橋の下弦材の應力 S に就て、第七圖 a の様な影響線が與へられたとすると、部材の應力 S, S' に對して次式が成立つ、

Arch に十字型載荷をすると、第七圖 b から、

$$\begin{aligned} S &= F_+ \cdot p \\ S' &= -F_- \cdot p \\ \Delta S_b = S - S' &= (F_+ + F_-) p \end{aligned}$$

桁橋に十字型載荷をすると、第七圖 b から、

$$\begin{aligned} S &= F_r \cdot p \\ S' &= F_l \cdot p \\ \Delta S_b = S - S' &= (F_r - F_l) p \end{aligned}$$

然るに arch の片方の主桁に全部載荷すると、第七圖 c の左から、

$$\begin{aligned} S &= (F_+ - F_-) p \\ S' &= 0 \\ \Delta S_c = S - S' &= (F_+ - F_-) p \end{aligned}$$

桁橋の片方の主桁に全部載荷すると、第七圖 c の右から、

$$\begin{aligned} S &= (F_r + F_l) p \\ S' &= 0 \\ \Delta S_{r+c} = S - S' &= (F_r + F_l) p \end{aligned}$$

従つて

$$\text{arch: } \frac{\Delta S_b}{\Delta S_v} = \frac{F_+ + F_-}{F_+ - F_-}$$

$$\text{桁橋: } \frac{\Delta S_v}{\Delta S_b} = \frac{F_r - F_t}{F_r + F_t}$$

例へば此の影響線を次の様に假定すれば、

$$\text{arch: } F_+ = \frac{2}{3} F; \quad F_- = \frac{1}{3} F; \quad F_+ + F_- = F,$$

$$\text{桁橋: } F_r = \frac{2}{3} F; \quad F_t = \frac{1}{3} F; \quad F_r + F_t = F,$$

然るときは

$$\text{arch: } \frac{\Delta S_b}{\Delta S_v} = \frac{F}{\frac{1}{3} F} = 3$$

$$\text{桁橋: } \frac{\Delta S_v}{\Delta S_b} = \frac{\frac{1}{3} F}{F} = \frac{1}{3}$$

Arch では十字型載荷の立體二次應力は、片側の主桁に全部載荷した場合の二次應力の約 3 倍となり、桁橋では約 $\frac{1}{3}$ 倍となる。

(野坂孝忠抄譯)