論　說　報　告

土木學會誌　第十六卷第九號　昭和五年九月

跳水 (Wassersprung) に就て

會員　工學士　鶴　見　一　之

Water Jump

By Kazuyuki Tsurumi, C. E., Member.

內容梗概

跳水の現象に關する諸學者の所說を述べ，之れに對する施設をなすに當り準據すべき一算法を說述せるものである。

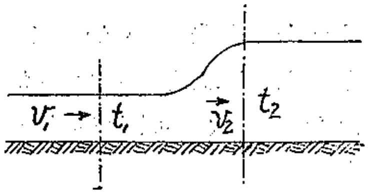
總　論

跳水の現象は從來諸學者によりて研究されたる所あるも其の所說一ならず，然るに堰堤を越流し或は水門を射出する水流等の如き急流卽ち射流 (Schiessendes Wasser) に於て吾人は屢々射流，從て跳水の現象に遭遇し間々大害を受くることあり。而して其の害を免かれ又は輕減せしめんとする施設を計畫するに當り準據すべき理論無く單に從來の經驗にのみ依賴するは甚だ不安を感ずる所にして所謂タヨリナサを感ずる處大なり。予は玆に一算法を案出せるを以て之れを發表し諸士の批判を仰がんとするものなり。

第一　跳水前後の水深と Energie との關係

1.　Engels 及び Johnson の所說

第　一　圖



第一圖は一水路の縱斷面にして水路の幅員 1m 丈けを考ふることゝす。跳水前の橫斷面の水深を t_1，平均流速を v_1，跳水後の夫れ等を t_2, v_2 とす。

此の2橫斷面間を流るゝ間に損失する Energie なしとすれば次式の關係を得。

$$t_1+\frac{v_1^2}{2g}=t_2+\frac{v_2^2}{2g} \quad\cdots\cdots(1)$$

今　$h_1=\frac{v_1^2}{2g}$,　$h_2=\frac{v_2^2}{2g}$　と置けば

$$t_2-t_1=h_1-h_2 \quad\cdots\cdots(2)$$

又定流の場合には $v_1 t_1 = v_2 t_2$ なる關係が成立つべく且つ $t_2 = (t_2 - t_1) + t_1$ なるが故に

$$h_2 = \frac{(v_1 t_1)^2}{2g\,\{(t_2 - t_1) + t_1\}^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

(3) 式と (1) 式より次式を得。

$$(t_2 - t_1)^2 + (t_2 - t_1)(2t_1 - h_1) + t_1^2 - 2h_1 t_1 = 0$$

$(t_2 - t_1)$ の二次式として之れを解き t_2 を求むる時正號のみをとれば

$$t_2 = \frac{h_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{h_1^2 + 4t_1 h_1} = \frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{h_1^2}{4} + h_1 t_1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

本式中 $t_2 / t_1 = w$, 　$\frac{v_1}{\sqrt{g t_1}} = R_1$ とすれば次式を得。

$$2w^2 = (w+1) R_1^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4a)$$

(4) 式は Engels 教授の示せる所にして (4a) 式は後に之れと對照せしむる必要上 (4) 式を變形せるものなり。

又 Johnson は Am. Soc. C. E. 1916 に次式を發表せり。

$$t_2 = \frac{h_1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{8g\,t_1}{v_1^2}}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

(4) 式と (5) 式とは全く同一の關係を異りたる形にて表はしたるものに過ぎず。

然るに兩氏共に跳水をなせる際に消費する Energie の存せざるものとして式を誘導せるものなるにより其の式の示す所は實驗の結果と符合せざるは明かなり。

其の實驗と符合せざるの證は Koch-Carstanjen 著 Bewegung des Wassers und dabei auftretende Kräfte 中に兩氏の Darmstadt 工科大學水理實驗所にて綿密なる實驗を行ひたる結果を示しあり。

又 K. Safranez 博士は雜誌 Der Bauingenieur (3 Dez. 1927) に Wechselsprung und die Energievernichtung des Wassers なる題下に詳細に論證されあり。故に茲に揭出するの繁を避けたり。

2. 跳水による Energie 消費量を考慮したる場合

射流より緩流に變ずるに當り跳水をなす時には多量の Energie が消失さるゝものにして, Engels 及び Johnson 氏等は此の大量を無視せるが故に實驗と合致せぬ結果を生じたるものなり。然らば其の消費 Energie 量は果して幾許なりやを求むるには次の如く考を進むべきなり。

跳水前後兩橫斷面の Energie の差は次式にて表はさる。

$$\gamma Q\left[\left(t_1 + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(t_2 + \frac{v_2^2}{2g}\right)\right] = \gamma Q\left[t_1 - t_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

但し γ は水の單位容積の重量, Q は斷面の全流量

又水深 t_1 の斷面の全壓力を P_1 とし水深 t_2 の夫れを P_2 とし「運動量の變化は其の力の差による」と言ふ法則, 即ち所謂 Impulssatz により次式を得。

$$P_2-P_1=\frac{\gamma Q}{g}(v_1-v_2)$$

又 $P_1=\gamma b\frac{t_1^2}{2}$, $P_2=\gamma b\frac{t_2^2}{2}$ なり, 式中 b は川幅

故に

$$\frac{\gamma b}{2}(t_2^2-t_1^2)=\frac{\gamma Q}{g}(v_1-v_2)$$

而して $v_1=\frac{Q}{bt_1}$, $v_2=\frac{Q}{bt_2}$ なるが故に

$$v_1-v_2=\frac{Q}{b}\;\frac{t_2-t_1}{t_1t_2}$$

$$\frac{b(t_2^2-t_1^2)}{2}=\frac{Q^2}{bg}\;\frac{t_2-t_1}{t_1t_2}$$

即ち

$$\frac{Q^2}{b^2 2g}=\frac{(t_1+t_2)t_1t_2}{4}$$

仍て

$$\frac{v_1^2}{2g}=\frac{(t_1+t_2)t_2}{4t_1},\qquad \frac{v_2^2}{2g}=\frac{(t_1+t_2)t_1}{4t_2}$$

故に

$$\frac{v_1^2-v_2^2}{2g}=\frac{(t_1+t_2)(t_2^2-t_1^2)}{4t_1t_2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

(6) 式と (7) 式とを結合すれば消費 Energie 量 L は次の如くなる。

$$L=\gamma Q\frac{(t_2-t_1)^3}{4t_1t_2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

本式を見れば水深 t_2 が大なれば甚だしく L を大にするを得ることを知るを得べし。

本式は又 Koch 教授の Stützkrafttheorie よりも容易に證明するを得べし。

同教授は Stützkraft なる力を考へたるが其の定義によれば一流水斷面に於て流水の有する速度を v とすれば川幅 1 m に就ては 1 秒時間に同斷面を通過する質量は次の如し。

$$\frac{\gamma}{g}\times1\times t\times v=\frac{\gamma vt}{g}$$

即ち

$$2\gamma t\frac{v^2}{2g}$$

今 $\frac{v^2}{2g}=h$ とすれば該質量は $2\gamma th$ となる。

次に同斷面に働く全壓力は $\frac{\gamma t^2}{2}$ なり, 此の2者を加へたる力を Stützkraft と稱し S にて表はす時には次式を得。

$$S=\gamma\frac{t^2}{2}+2\gamma th$$

扨て前記の如く跳水前後の2斷面をとり其の間に挾まれたる水體の平衡を考ふるに其の兩端斷面にては相等しき力が相反對して働き釣合を保つと考へらるべければ次式を得。

$$\gamma\frac{t_1^2}{2}+2\gamma t_1h_1=\gamma\frac{t_2^2}{2}+2\gamma t_2h_2$$

之れを變化すれば $t_2^2-t_1^2=4(t_1h_1-t_2h_2)$, 本式は (7) 式と同じものなり。

次に連續方程式として $v_1t_1=v_2t_2$ なるが故に

$$t_2^2-t_1^2=4\left(t_1\frac{v_1^2}{2g}-t_2\frac{t_1^2}{t_2^2}\frac{v_1^2}{2g}\right)$$

$$=4\frac{v_1^2}{2g}\frac{t_1}{t_2}(t_2-t_1)$$

$$\therefore\qquad t_2+t_1=4\frac{v_1^2}{2g}\frac{t_1}{t_2}$$

$$t_2^2+t_1t_2-4t_1\frac{v_1^2}{2g}=0 \qquad\cdots\cdots(9)$$

本式より t_2 を求め其の正號のみをとれば

$$t_2=\frac{t_1}{2}\left[\sqrt{1+\frac{16}{t_1}\frac{v_1^2}{2g}}-1\right]=\frac{t_1}{2}\left[\sqrt{1+\frac{8q^2}{t_1^3g}}-1\right] \qquad\cdots\cdots(10)$$

更に前記の如き符號の w 及び R_1 の形にて之れを表せば

$$w=\frac{1}{2}\left[\sqrt{1+8R_1^2}-1\right] \qquad\cdots\cdots(10a)$$

(10) 式を用ひて (6) 式による Energie 損失量を計算すれば

$$\frac{v_1^2}{2g}=\frac{(t_1+t_2)t_2}{4t_1},\qquad \frac{v_2^2}{2g}=\frac{(t_1+t_2)t_1}{4t_2}$$

なるが故に

$$L=\gamma Q\frac{(t_2-t_1)^3}{4t_1t_2} \qquad\cdots\cdots(11)$$

故に Koch 教授の Stützkrafttheorie によるものは前掲の Impulssatz によるものと同一結果を得，之れ實驗の結果と符合する所以なり。

(11) 式は更に變形すれば次の如くなる。

$$L=\gamma Q\frac{t_1}{16}\frac{\left(\sqrt{1+\frac{8v_1^2}{gt_1}}-3\right)^3}{\left(\sqrt{1+\frac{8v_1^2}{gt_1}}-1\right)} \qquad\cdots\cdots(12)$$

本式中 $v_1>\sqrt{gt_1}$ ならざれば L は負となる。

斯の如き事は起り得べからざる事實なるを以て v_1 は必ず $\sqrt{gt_1}$ よりは大なるを要す，換言すれば射流 (Schiessen) より緩流 (Strömen) に移る時に始めて (11) 式に示すが如き Energie の消費を生ずべきものなり。但し $v_1=\sqrt{gt_1}$，換言すれば t_c なる限界深 (Grenztiefe) にて流るゝ時は $L=0$ となるべし。

以上の事實を基として考ふるに射流より緩流に變る際の消費 Energie 量を大ならしめんとせば t_1 に比し t_2 を大ならしむべきものなり。

3. Energiesatz に依る他の方法

Engels 及び Johnson 氏の如く Energieverlust なしと考へずに跳水前後の兩斷面の Energie 量を比較して跳水前後の水深の關係及び消費 Energie 量を算出せんとの考にて次の如く式を誘導せるものあり。之れを今他の方法と名づくることゝせり。流速 v_1 より v_2 に變ずる際に生ずる損失水頭は $\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}$ なりとして次式を得。

$$t_1+\frac{v_1^2}{2g}=t_2+\frac{v_2^2}{2g}+\frac{(v_1-v_2)^2}{2g} \quad \cdots\cdots (13)$$

之れより
$$t_1-t_2-\frac{v_2^2}{g}+\frac{v_1 v_2^2}{g}=0$$

又 $v_1 t_1=v_2 t_2$ と之れを結び付け式を變化すれば

$$t_2^3-t_1 t_2^2-2h_1 t_1 t_2+2h_1 t_1^2=0$$

之れより直接に t_2 を求め得ざれど $t_2=t_1+\varDelta t$ として $\varDelta t$ を求むる時は

$$\varDelta t=-t_1\pm\sqrt{2h_1 t_1}$$

右側第二項の正號のみを取りて $t_2=\sqrt{2h_1 t_1}$ ……(14)

即ち
$$w=R_1 \quad \cdots\cdots (14a)$$

本式によれば前と同様に $v_c^2=gt_c$ とすれば $t_2=t_c$ にて $t_1=t_2=t_c$ となる。

(14) 式の關係と $v_1 t_1=v_2 t_2$ とを結び付ければ

$$\frac{v_1^2}{2g}=\frac{t_2^2}{2t_1}$$

故に L の値は次の如し。

$$L=\gamma Q\left[t_1+\frac{v_1^2}{2g}-t_2-\frac{v_2^2}{2g}\right]=\gamma Q\,\frac{(t_2-t_1)^2}{2t_1} \quad \cdots\cdots (15)$$

此の結果を見れば $t_1=t_2=t_c$ なる時には $L=0$ なることは前と同様なり，又 t_2 が t_1 に比し大なれば L は大となることは Impulssatz によると同様なり，但し L の値は同一ならざることは (11) 式と (15) 式とを比較すれば之れを知るを得べし。

此の方法は A. Schäfer が Wasserkraft u. Wasserwirtschaft 誌 (2. Jan. 1930) に掲出せるものに予が幾分の變形をなせるものなり。

但し Schäfer 氏は自ら行ひたる實驗にも之れに修正を施して實驗値に近き値を得らるゝ事を示したるも之れを他の實驗値と比較する時は著しく差違あり，故に更に本論は考慮を加ふるの要あるが如く感ぜらる。

4. Merriman 教授の跳水理論

Merriman 教授は其の著 Treatise on Hydraulics (1909) に於て次の如き記事を示し實驗の結果と比較せり。

跳水の高さは t_2-t_1 にて跳水前後の速度水頭の差は $\frac{v_1^2-v_2^2}{2g}$ にして此の全損失水頭は次の二原因によりて生ずべしとなす，一は水流の擴大にして $\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}$ にして他は水の全量を $\frac{t_2-t_1}{2}$ 丈け高むるために費さる，故に次式を得。

$$\frac{v_1^2-v_2^2}{2g}=\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}+\frac{t_2-t_1}{2}$$

之れを (13) 式に比するに深さの差 (t_2-t_1) を Schäfer 氏は考へ居るに對し Merriman 氏は之れを二分したる値を用ひたる點に於て異るを見る。

之れより t_2 を求むる時は

$$t_2=2\sqrt{\frac{v_1^2}{2g}t_1}=2\sqrt{h_1t_1}=\sqrt{4h_1t_1} \quad \text{(16)}$$

又は

$$w=\sqrt{2}R_1=1.41R_1 \quad \text{(16a)}$$

而して本式の結果を Bidone 氏が 1820 年に行ひたる次の 4 實驗と比較せり。

t_1	v_1	觀測 t_2	計算 t_2
4.55 cm	1.40 m/sec	12.90 cm	13.37 cm
4.70 〃	1.36 〃	12.82 〃	13.26 〃
6.37 〃	1.72 〃	15.64 〃	19.40 〃
7.50 〃	1.92 〃	22.50 〃	23.70 〃

Merriman 氏は計算値が常に觀測値よりも大に出る事は 2 斷面間の水流摩擦を考へざるによるとなせり。

(16) 式は Merriman 氏の舊式と名づくべきものにて後年實測の結果に合すため之れを變形して Dr. Safranez は次の如くせり。

$$t_2=\sqrt{3.42h_1t_1} \quad \text{(17)}$$

之れを變形すれば

$$w=1.36R_1 \quad \text{(17a)}$$

之れを假に Merriman 氏の新式と名づけん (Merriman 氏自身は此の變形には關知せざるものゝ如し)。

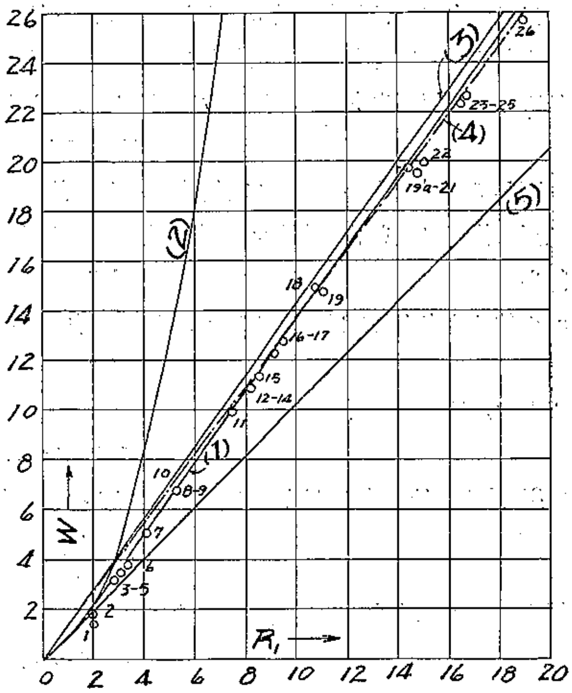
5. 總　　括

前述の諸方法による跳水前後の水深の關係を比較研究するため**第二圖**を作製す。

之れによれば Impulssatz による理論式は極めて能く實驗の結果に合ひ，之れに次で Merriman 氏の新式は理論式と殆んど近似し然も簡單なる形なり。

従來本問題に就て實驗を行ひたるは Bidone (1818), Gibson (1914)[1], Koch (1926)[2], Safranez (1927)[3], Sahäfer (1930)[4] 等の諸氏にして之れ等諸氏の實驗水路は異る構造なるもすべて矩形の小渠にて試驗されたるものなり，故に比較するには便なるも Miami Conservancy District にて Technical Report Part 3 に Hydraulic Jump の計算と實驗とを示し同地方の工事施行の模型に就て研究されたるも，之れを上記諸氏の實驗と比較する事能はざるが如き構造のものなるが故に之れを除外して考ふることゝせり，而して著者は射流の一斷面より跳水する迄の長さを算出せんとの目的にて實驗されたる結果を渉獵せるも前記の內 Dr. Safranez の行ひたるものゝ外は之れを示されず, Miami の報告中にあるものは水路の構造異り比較し得ず，止むを得ず後に述ぶるが如く Safranez 氏の報告をのみ玆に考ふることゝなせり。

第 二 圖



圖解

曲線 (1) は $w=\frac{1}{2}(\sqrt{1+8R_1^2}-1)$

(2) $2w^2=(w+1)R_1^2$

(3) $w=1.41\,R_1$

(4) $w=1.36\,R_1$

(5) $w=R_1$

○點は Dr. Safranez の實驗されたる結果を示せるものなり。

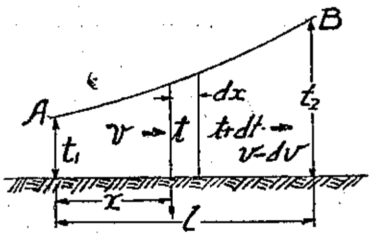
第二 著者の計算法

1. 水面曲線の形

第三圖は t_1 なる水深の射流より t_2 なる緩流に移るに當り水深が變化する模樣を求むるた

(1) Proc. Inst. C. E. Vol. 197.
(2) Koch Carstanjen:—Bewegung des Wassers.
(3) Der Bauingenieur (1927).
(4) Wasser u. Wasserwirtschaft (1930).

第 圖



め縱斷圖を作り川幅を單位長さにとりたるものを示す。原點より x なる距離下流に於て t なる水深を有し，v なる流速ありとす。之れと相接して dx 丈け距れる一横斷面に於ては水深は $t+dt$ となり，流速は $v-dv$ となり，而して水が其處迄流るゝに要したる時間を dz とす。此の２横斷面間に挾まれたる川幅單位長の小水體を考へ力の平衡の條件を式にて表はさんとす。此の小水體の質量を dm とすれば dm が $\frac{dv}{dz}$ なる減速を生ずるために水深が增加するが故に此の減速を生ずる力を dK とすれば其の値は次の如し。

$$dK=-dm\frac{dv}{dz} \quad \text{.......(18)}$$

又此の力 dK は何處に於て主として起るかを考ふるに水の粘性は之れを考慮外に置き得る程小なる場合に對する高速流を考ふるを以て底面に於て生ずる抵抗力が卽ち dK なり。今單位面積の底面に生ずる摩擦抵抗力を R とすれば dK は次式の如くなるべし。

$$dK=R\,dF$$

而して dF は長さ dx にて幅單位長なるが故に $dF=1\times dx$, 次に R の値が幾許となるやは更に後說するも平均流速 v の或る乘羃に正比例することは一般に認めらるゝ法則なり。卽ち

$$R=kv^n$$

n の値は速度大なる時には 1.85～2.25 に變ずるも一般に $n=2.0$ となすが故に此處には

$$R=kv^2$$

となす。然る時には

$$dK=kv^2dx \quad \text{.......(19)}$$

(18) 式と (19) 式とは互に相等しからざるべからず，故に

$$-dm\frac{dv}{dz}=kv^2dx$$

然るに dm は小水體の質量なるが故に

$$dm=\frac{\gamma}{g}t\,dx$$

又

$$dx=v\,dz$$

$$\therefore\quad -\frac{dv}{v}=\frac{kg}{\gamma}\frac{dx}{t} \quad \text{.......(20)}$$

然るに定流に於て川幅單位長の流量を q とすれば q は不變にて $vt=q$ なるが故に

$$t\,dv=-v\,dt$$

之れを (20) 式と組合すれば

$$dt=\frac{kg}{\gamma}dx \quad\cdots\cdots(21)$$

本式により水面曲線を求め得，卽ち次の如し。

$$t=\frac{t_2-t_1}{l}x+t_1 \quad\cdots\cdots(22)$$

更に (20) 式に (22) 式の t を入るゝ時は

$$-\frac{dv}{v}=\frac{kg}{\gamma}\frac{dx}{t_1+\frac{(t_2-t_1)}{l}x}$$

本微分方程式を積分し $x=0$ ならば $\left.\begin{matrix}v=v_1\\t=t_1\end{matrix}\right\}$，$x=l$ ならば $\left.\begin{matrix}v=v_2\\t=t_2\end{matrix}\right\}$ なる關係を入るゝ時には

$$-\Big[\log_e v\Big]_{v_1}^{v_2}=\frac{kg}{\gamma}\Big[\log_e\Big(t_1+\frac{t_2-t_1}{l}x\Big)\Big]_0^l\frac{l}{(t_2-t_1)} \quad\cdots\cdots(22a)$$

本式の左邊は $\log_e\frac{v_1}{v_2}$ となり，又 $v_1t_1=v_2t_2$ なるが故に $\frac{v_1}{v_2}=\frac{t_2}{t_1}=w$ となり，從て左邊は $\log_e w$ となる。次に右邊の [ ] 內の値も同樣に $\log_e w$ となり，(22a) 式は次の如き關係を示す式に變じ得。

$$l=\frac{\gamma}{kg}(t_2-t_1)$$

$$\therefore \quad \frac{l}{t_1}=\frac{\gamma}{kg}(w-1) \quad\cdots\cdots(23)$$

或は

$$\frac{l}{t_1}=C(w-1) \quad\cdots\cdots(24)$$

C は卽ち $\frac{\gamma}{kg}$ にて，$\frac{\gamma}{g}$ は constant なるが故に k を定め得ば C を定むるを得るが故に與へられたる w に對し l/t_1 を求め得べし。

2. C の 値 の 決 定

k の値を定むるには實驗の結果に俟たざるべからず。由來流水抵抗の硏究は諸家の行ひたるものであるが，就中靜水中に船舶を牽引して其の際に生ずる抵抗力を測定せるものを以て逆に靜止せる物體か流水に接觸して存する時に受くる抵抗力となすを以て普通とす。之れ前法の實驗は比較的容易なるも後者に至りては甚だ困難なるによるものなり。

故に吾人は逆の實驗必ずしも信を措くに足らざるを知れど現今に於ては如何ともなすを得ざるが故に船舶抵抗の實驗値を以て吾人の今考へつゝある場合に應用して之れを以て滿足するより外なし。

此の種の實驗中佛國政府が De Mas 氏をして硏究せしめたる際の値を見るに $k=12.5$ ～25.7 kg/sq.m/m. of velocity per sec.，今平均値を求むれば $k=19.1$ kg/sq.m/m. of velocity per sec., 而して此の値は常數に非ずして諸種の條件にて異るものなり。故に吾人は 19.1 の如き計算に不便なる數を用ふる代りに 20.0 を用ふるも差支なし。

仍て　$k=20.0$ として　$C=\frac{1\,000}{20\times 9.8}=5.1\fallingdotseq 5.0$

然らば (23) 又は (24) の式は簡單に次の如くなるべし。

$$\frac{l}{t_1}=5.0\,(w-1)\quad\cdots\cdots(25)$$

理論的の w は ($10a$) 式に示せるものなるが故に

$$\frac{l}{t}=2.5\left(\sqrt{1+8R_1^2}-3\right)\quad\cdots\cdots(26)$$

3. 實驗との比較

在 Charlottenburg 工科大學敎授 Dr. A. Ludin 氏指導の下に Dr. K. Safranez 氏 其の他の諸士が同大學の水理實驗所に於て跳水に關する諸種の實驗を行ひ其の結果を時々發表さる。就中雜誌 Der Bauingenieur の Heft 37 & 38, 1929 に揭示されたるものあり。內本論に關係ある分丈けを摘記すれば第一表の如し。

第　一　表

番號	l	t_1	l/t_1	t_2	$w=t_2/t_1$	$R_1=\frac{v_1}{\sqrt{gt_1}}$
1	30 cm	5.70 cm	5.27	11.2 cm	1.97	1.72
2	30	5.00	6.00	11.4	2.28	1.96
3	39	3.20	12.20	11.6	3.62	2.93
4	72	3.20	22.50	17.0	5.27	4.08
5	48	1.60	30.00	10.4	6.50	5.03
6	100	2.25	44.50	21.7	9.65	7.25
7	77	1.60	48.10	17.5	10.94	8.28
8	100	1.85	54.20	20.1	10.86	8.36
9	42	0.73	57.50	8.3	11.36	8.40
10	60	1.00	60.00	12.7	12.70	9.46
11	75	1.30	57.70	17.0	12.60	9.85
12	107	1.65	64.80	24.2	14.66	10.64
13	83	0.95	87.60	18.5	19.47	14.70
14	108	1.25	86.40	24.5	19.60	14.80
15	79	0.95	83.20	19.0	20.00	14.90
16	63	0.73	86.30	16.6	22.73	16.60
17	96	0.95	101.00	21.7	22.85	16.70
18	76	0.71	107.00	18.2	25.62	19.10

本實驗の w より $(w-1)$ を求め l/t_1 が與へられあるが故に C を算出する時は次の如き値を得。

番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	5.43	4.70	4.65	5.26	5.45	5.15	4.84	5.50	5.53
番號	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	5.13	4.97	4.74	4.74	4.66	4.39	3.98	4.41	4.34

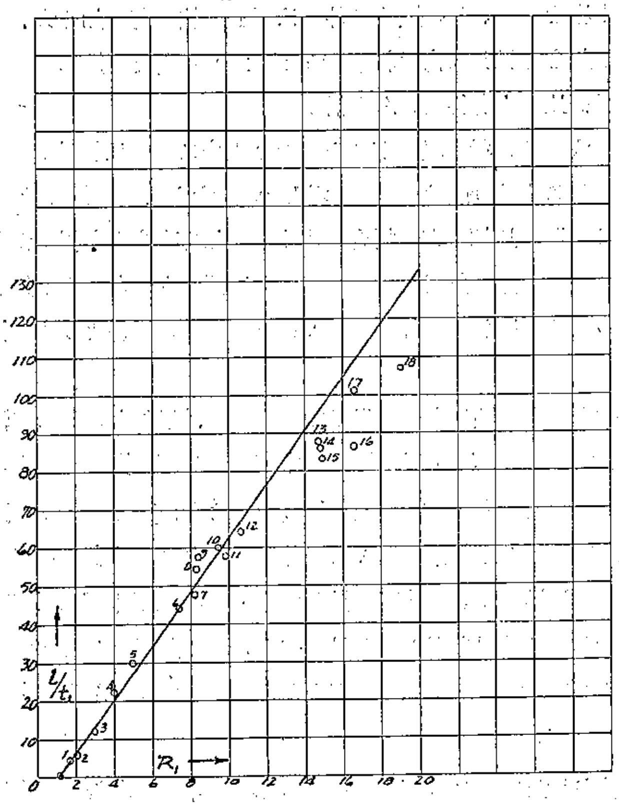
C の平均値は $C_0=4.88$ となる。

C_0 の probable error は ±1.4 % にして single observation の probable error は ±6.6 % に過ぎず。

故に吾人は實用に便するために 4.88 の代りに 5.0 なる計算上便宜の數を用ふるも大差なく，全く前掲 (25) 式の C と同一値を得。

次に吾人は (26) 式を用ひなば實驗の結果と如何なる差を生ずるやを檢せんがため**第一表**所載の R_1 を用ひて l/t_1 を求め，之れを實測値と比較對照せる表を作れり，**第二表**之れなり。又**第四圖**は第二表の結果を一見明瞭ならしめんがために作れる圖表なり。

第 四 圖



第 二 表

番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_1	1.72	1.96	2.93	4.08	5.03	7.25	8.28	8.36	8.40
計算 l/t_1	4.93	6.58	13.35	21.45	28.15	43.83	51.10	51.68	51.95
觀測 l/t_1	5.27	6.00	12.20	22.50	30.00	44.50	48.10	54.20	57.50
差	−0.34	−0.58	+1.15	−1.05	−1.85	−0.67	+3.00	−2.52	−5.55
百分率	−6.50	+9.70	+9.60	−4.70	−6.20	−1.50	+6.30	−4.60	−9.60

番號	10	11	12	13	14	15	16	17	18
R_1	9.46	9.85	10.64	14.70	14.80	14.90	16.60	16.70	19.10
計算 l/t_1	59.45	62.20	67.78	96.48	97.18	97.90	109.90	110.63	127.58
觀測 l/t_1	60.00	57.70	64.80	87.60	86.40	83.20	86.30	101.00	107.00
差	−0.55	+4.50	+2.98	+8.88	+10.78	+14.70	+23.60	+9.63	+20.58
百分率	−0.90	+7.80	+4.60	+10.10	+12.40	+18.80	+27.30	+9.50	+19.30

上表を檢するに百分率誤差の 20% 以上に達せるは 27.3% なる番號 16 なるが，此の觀測は誤測がありたるものゝ如く唯最後の 19.3% は如何にして斯の如き大なる誤差の存するやは不明なり，蓋し t_1 が小にして比較的 R_1 の値を大ならしめ實驗に困難なるの理由に基因するものならんと察せらる。此の實驗以外には R_1 の値が斯の如く大なりし實驗は未だ行はれたることなきが如きを見れば尙ほ將來 R_1 又は w の大なる値に對する此の種の實驗の行はれたるものを見ば比較上有益ならんと信ず。

上表に於て R_1 が大なるに從て誤差が (+) のみ生ずるの理は係數 2.5 が過大なるによるものにて，R_1 が大なることは v_1 が大なるを示し v_1 が大となるに從て k の値は幾分小となる代りに摩擦抵抗は v^2 に比例せざる場合を生ずるが如き事もあり得るが故に此の係數が或は 2.5 以下に及ぶが如き幾分の訂正をなすの要あるに因るものならん。然れども (26) 式を用ひて計算すれば l が少しく大に計算さるゝを以て實際の場合よりも餘裕の存することゝなるべし。

尙ほ玆に注意すべきは本實驗は左右側壁及び底板共に硝子張りの極めて滑かなる水路にて行はれたるものにして，又 De Mas 氏の實驗も木板製の比較的滑かなる表面を有する小船にて行はれたるものなるが故に多分 (26) 式の係數 2.5 よりは實際遭遇する河床に於ては小なる係數を用ひなば適當ならんと想像さるゝも幾許程度に之れを減ずるを至當となすやは玆に明記するの不能なるを遺憾とす。又前表を見れば $R_1=15$ 以下，即ち $w \doteqdot 11$ 以下にては (26) 式は實驗とよく合致したる結果を與ふるを見るべく，實際問題として $t_2>10t_1$ なることは多からざらんと思はるゝを以て (26) 式は實用上差支なきものならんと信ずるものなり。

第三 附 論

本論の實驗値を發表したる Dr. Safranez は l 又は l/t_1 を求むる理論的の式を導出すこ

とは困難なるも結果より見るに大體次式に近きものならんとの豫想をなされたり。

$$l/t_1=6R_1 \qquad (27)$$

之れは確說ならざるが故に之れを摘出論難するものに非ざれど試に本式を用ひて觀測値と比較するため**第三表**を作れり。

第　三　表

番　號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_1	1.72	1.96	2.93	4.08	5.03	7.25	8.28	8.36	8.40
計算 l/t_1	10.32	11.76	17.58	24.48	30.18	37.50	49.68	50.16	50.40
觀測 l/t_1	5.27	6.00	12.20	22.50	30.00	44.50	48.10	54.20	57.70
差	+5.05	+5.76	+5.38	+1.98	+0.18	−7.00	+1.58	−4.04	−7.10
百分率	+95.80	+82.30	+44.10	+8.80	+0.60	−15.70	+3.30	−7.50	−12.40

番　號	10	11	12	13	14	15	16	17	18
R_1	9.46	9.85	10.64	14.70	14.80	14.90	16.60	16.70	19.10
計算 l/t_1	56.76	59.10	63.84	88.20	88.80	89.40	99.60	100.20	114.60
觀測 l/t_1	60.00	57.70	64.80	87.60	86.40	83.20	86.30	101.00	107.00
差	−3.24	+1.60	−0.96	+0.60	+2.40	+6.20	+13.30	−0.80	+7.00
百分率	−5.40	+2.80	−1.50	+0.70	+2.80	+7.50	+15.40	−0.80	+7.10

更に所謂 Merriman 氏の新式を用ふれば

$$\frac{l}{t_1}=5.00\,(1.36\,R_1-1) \qquad (28)$$

前の如く表示すれば**第四表**の如し。

第　四　表

番　號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_1	1.72	1.96	2.93	4.08	5.03	7.25	8.28	8.36	8.40
計算 l/t_1	6.70	8.65	14.90	22.75	29.20	44.30	51.30	51.85	52.10
觀測 l/t_1	5.27	6.00	12.20	22.50	30.00	44.50	48.10	54.20	57.50
差	+1.43	+2.65	+2.70	+0.55	−0.80	−0.20	+3.20	−2.35	−5.40
百分率	+27.00	+44.00	+22.00	+3.00	−3.00	−0.50	+7.00	−4.00	−9.00

番　號	10	11	12	13	14	15	16	17	18
R_1	9.46	9.85	10.64	14.70	14.80	14.90	16.60	16.70	19.10
計算 l/t_1	59.35	62.00	67.35	94.95	95.65	96.15	105.79	108.55	124.90
觀測 l/t_1	60.00	57.70	64.80	87.60	86.40	83.20	86.30	101.00	107.00
差	−0.65	+4.30	+2.55	+7.35	+9.25	+12.95	+19.49	+7.55	+17.90
百分率	−1.00	+7.00	+4.00	+9.00	+11.00	+16.00	+23.00	+7.00	+17.00

第三，第四兩表を見るに R_1 の小なる時に於ける誤差著しく大にして R_1 が大となるに從て其の差小となるを見る。**第三表**よりも**第四表**の方誤差小なり。

第四 結 語

本論はすべて射流より緩流に變ずる際に生ずる事ある Deckwalze を生ぜざる場合に就てのみ考へたるものにて，之れを生ずる場合には之れを回轉せしむるために更に Energie を消費するが故に l の値は上記の計算にて求むるよりも一層小となるべし。

Deckwalze を動かすに要する Energie の量を求むる方法は未だ充分に研究されたるものなきものゝ如く Dr. Safranez も今や盛に本研究を進めつゝあり。

其の一報告は Der Bauingenieur 16 Mai 1930 に掲出さる。予も本論の繼續として之れに就て研究をなしたしと思へども本論は之れが一階梯と考へらるゝものにて理論的に研究を進めんとの考にて本論を草したるものなり。(完)